

Laporan Tugas Besar 1 IF 2123 Aljabar Linier dan Geometri Sistem Persamaan Linier, Determinan, dan Aplikasinya



Kelompok 16

Jaya Mangalo	13520015
Nicholas Budiono	13520121
Vincent Christian Siregar	13520136

SEMESTER 1 TAHUN 2021/2022

BAB 1: DESKRIPSI MASALAH

Berikut adalah spesifikasi tugas yang ada di dalam laporan ini.

- A. Buatlah pustaka dalam Bahasa Java untuk menemukan solusi SPL dengan metode eliminasi Gauss, metode Eliminasi Gauss-Jordan, metode matriks balikan, dan kaidah Cramer (kaidah Cramer khusus untuk SPL dengan n peubah dan n persamaan), menghitung determinan matriks dengan reduksi baris dan dengan ekspansi kofaktor, dan menghitung balikan matriks.
- B. Gunakan pustaka di atas untuk membuat program penyelesaian berbagai persoalan dalam bentuk SPL, menyelesaikan persoalan interpolasi dan regresi linier, menghitung matriks balikan, menghitung determinan matriks dengan berbagai metode (reduksi baris dan ekspansi kofaktor).

Spesifikasi program adalah sebagai berikut:

1. Program dapat menerima masukan (input) baik dari keyboard maupun membaca masukan dari file text. Untuk SPL, masukan dari keyboard adalah m , n , koefisien a_{ij} , dan b_i . Masukan dari file berbentuk matriks augmented tanpa tanda kurung, setiap elemen matriks dipisah oleh spasi. Misalnya,

```
3 4.5 2.8 10 12
-3 7 8.3 11 -4
0.5 -10 -9 12 0
```

2. Untuk persoalan menghitung determinan dan matriks balikan, masukan dari keyboard adalah n dan koefisien a_{ij} . Masukan dari file berbentuk matriks, setiap elemen matriks dipisah oleh spasi. Misalnya,

```
3 4.5 2.8 10
-3 7 8.3 11
0.5 -10 -9 12
```

3. Untuk persoalan interpolasi, masukannya jika dari keyboard adalah n , (x_0, y_0) , (x_1, y_1) , ..., (x_n, y_n) , dan nilai x yang akan ditaksir nilai fungsinya. Jika masukannya dari file, maka titik-titik dinyatakan pada setiap baris tanpa koma dan tanda kurung. Misalnya jika titik-titik datanya adalah $(8.0, 2.0794)$, $(9.0, 2.1972)$, dan $(9.5, 2.2513)$, maka di dalam file text ditulis sebagai berikut:

```
8.0 2.0794
9.0 2.1972
9.5 2.2513
```

4. Untuk persoalan regresi, masukannya jika dari keyboard adalah n (jumlah peubah x), semua nilai-nilai x_1, x_2, \dots, x_n , nilai y , dan nilai-nilai x_i yang akan ditaksir nilai fungsinya. Jika masukannya dari file, maka titik-titik dinyatakan pada setiap baris tanpa koma dan tanda kurung.
5. Untuk persoalan SPL, luaran (output) program adalah solusi SPL. Jika solusinya tunggal, tuliskan nilainya. Jika solusinya tidak ada, tuliskan solusi tidak ada, jika solusinya banyak, maka tuliskan solusinya dalam bentuk parametrik (misalnya $x_4 = -2$, $x_3 = 2s - t$, $x_2 = s$, dan $x_1 = t$.)
6. Untuk persoalan determinan dan matriks balikan, maka luarannya sesuai dengan persoalan masing-masing
7. Untuk persoalan polinom interpolasi dan regresi, luarannya adalah persamaan polinom/regresi dan taksiran nilai fungsi pada x yang diberikan.
8. Luaran program harus dapat ditampilkan **pada layar komputer dan dapat disimpan ke dalam file.**
9. Bahasa program yang digunakan adalah Java.
10. Program **tidak harus** berbasis GUI, cukup text-based saja, namun boleh menggunakan GUI (memakai kakas Eclipse misalnya).
11. Program dapat dibuat dengan pilihan menu. Urutan menu dan isinya dipersilakan dirancang masing-masing. Misalnya, menu:

MENU

1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Regresi linier berganda
6. Keluar

Untuk pilihan menu nomor 1 ada sub-menu lagi yaitu pilihan metode:

1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer

Begitu juga untuk pilihan menu nomor 2 dan 3.

BAB 2: TEORI SINGKAT

ELIMINASI GAUSS

Eliminasi Gauss adalah suatu cara mengoperasikan nilai-nilai di dalam matriks sehingga menjadi matriks yang lebih sederhana. Metode Eliminasi Gauss adalah salah satu cara yang paling awal dan banyak digunakan dalam penyelesaian sistem persamaan linier. Cara ini ditemukan oleh Carl Friedrich Gauss. Prosedur penyelesaian dari metode ini adalah dengan melakukan operasi baris sehingga matriks tersebut menjadi matriks yang *Eselon-baris*. Ini dapat digunakan sebagai salah satu metode penyelesaian persamaan linear dengan menggunakan matriks. Caranya dengan mengubah persamaan linear tersebut ke dalam *matriks teraugmentasi* dan mengoperasikaninya. Setelah menjadi matriks *Eselon-baris*, lakukan *substitusi balik* untuk mendapatkan nilai dari variabel-variabel tersebut.

Ciri-ciri Eliminasi Gauss adalah sebagai berikut:

- Jika suatu baris tidak semua nol, maka bilangan pertama yang tidak nol adalah 1 (1 utama)
- Baris nol terletak paling bawah
- 1 utama baris berikutnya berada di kanan 1 utama baris di atasnya
- Dibawah 1 utama harus nol

Contoh pengerjaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}x + 2y + z &= 6 \\x + 3y + 2z &= 9 \\2x + y + 2z &= 12\end{aligned}$$

Ubah persamaan linier ke dalam bentuk matriks, operasikan matriks tersebut seperti berikut:

- $b_1 \times 1$ untuk mengubah a_{11} menjadi 1
- $b_2 - b_1$ untuk merubah a_{21} menjadi 0
- $b_3 - 2b_1$ untuk merubah a_{31} menjadi 0
- $b_3 + 3b_2$ untuk merubah a_{32} menjadi 0
- $b_3 \times \frac{1}{2}$ untuk merubah a_{33} menjadi 1 (matriks menjadi *Eselon-baris*)

Sehingga didapat 3 persamaan linier baru yaitu:

$$\begin{aligned}x + 2y + z &= 6 \\y + z &= 3 \\z &= 3\end{aligned}$$

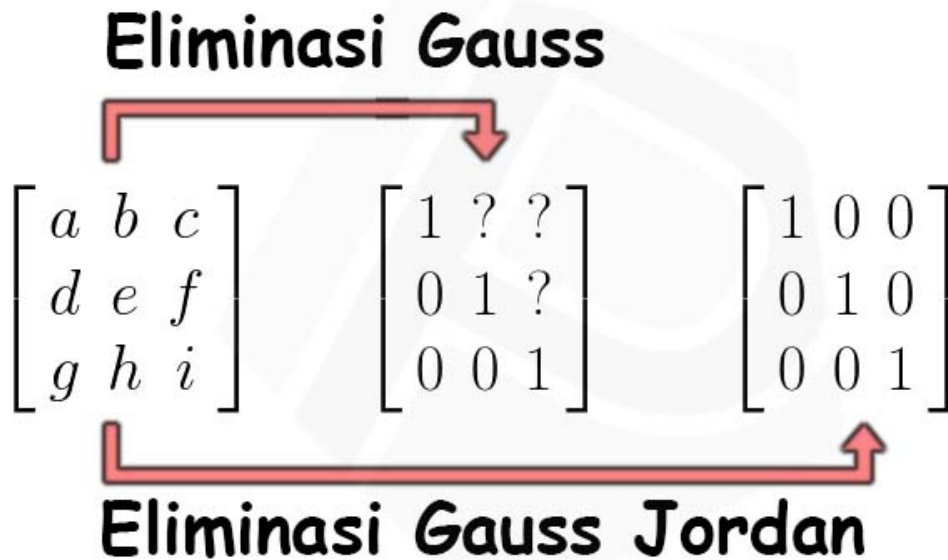
Kemudian lakukan substitusi balik maka didapatkan

$$\begin{aligned}y + z &= 3 \\y + 3 &= 3 \\y &= 0 \\x + 2y + z &= 6 \\x + 0 + 3 &= 6 \\x &= 3\end{aligned}$$

Jadi nilai $x = 3$, $y = 0$ dan $z = 3$

ELIMINASI GAUSS-JORDAN

Eliminasi Gauss-Jordan adalah prosedur pemecahan sistem persamaan linear dengan mengubahnya menjadi bentuk matriks **eselon baris tereduksi** dengan **Operasi Baris Elementer**.



Cara untuk menggunakan Eliminasi Gauss Jordan mirip dengan Eliminasi Gauss, mencari OBE terlebih dahulu, namun, perbedaannya muncul setelah itu, jika Eliminasi Gauss akan selesai sampai di OBE, Eliminasi Gauss Jordan melanjutkannya dengan OBE lagi di atas 1, sehingga langsung didapatkan nilainya.

DETERMINAN MATRIKS

Determinan suatu matriks didefinisikan sebagai selisih antara perkalian elemen-elemen pada diagonal utama dengan perkalian elemen-elemen pada diagonal sekunder. Determinan matriks hanya dapat ditentukan pada matriks persegi. Determinan dari matriks A dapat dituliskan $\det(A)$ atau $|A|$.

MATRIKS BALIKAN

Terakhir ada invers matriks yang merupakan sebuah kebalikan dari kedua matriks. Jika matriks dikalikan, maka hasilnya adalah matriks persegi. Cara membedakan invers matriks dengan jenis lainnya cukup mudah. Karena simbol dari invers matriks ini adalah pangkat -1 di atas hurufnya, detikers.

Contohnya, matriks A adalah invers dari matriks B. Maka penulisannya adalah $A = B^{-1}$. Atau matriks B adalah invers matriks A. Maka penulisannya jadi $B = A^{-1}$.

Untuk mendapatkan invers matriks berordo 2, ada tiga cara yang bisa detikers pakai. Pertama, tukar elemen-elemen pada diagonal utama. Kedua, berikan tanda negatif pada elemen-elemen lainnya. Dan terakhir, bagilah setiap elemen dengan determinannya.

MATRIKS KOFAKTOR

Kofaktor adalah hasil perkalian minor dengan suatu angka yang besarnya menurut suatu aturan yaitu $(-1)^{i+j}$, dimana i adalah baris dan j adalah kolom. Kofaktor suatu elemen baris ke- i dan kolom ke- j dari matriks A dilambangkan dengan C_{ij} .

$$C_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$$

MATRIKS ADJOIN

Dengan adanya matriks persegi, yaitu matriks A . Adjoin dari matriks tersebut = $[a_{ij}]$ $n \times n$ didefinisikan sebagai transpos dari matriks $[A_{ij}]$ $n \times n$ di mana A_{ij} adalah kofaktor dari elemen a_{ij} . Adjoin dari matriks A dilambangkan dengan $\text{adj } A$. Untuk mencari adjoin dari sebuah matriks, pertama-tama cari kofaktor dari matriks yang diberikan. Kemudian temukan transpos dari matriks kofaktor tersebut.

KAIDAH CRAMER

Dalam aljabar linear, **kaidah Cramer** adalah rumus yang dapat digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linear dengan banyak persamaan sama dengan banyak variabel, dan berlaku ketika sistem tersebut memiliki solusi yang tunggal. Rumus ini menyatakan solusi dengan menggunakan determinan matriks koefisien (dari sistem persamaan) dan determinan matriks lain yang diperoleh dengan mengganti salah satu kolom matriks koefisien dengan vektor yang berada sebelah kanan persamaan. Metode ini dinamai dari matematikawan Swiss Gabriel Cramer (1704–1752), yang pada tahun 1750 menerbitkan kaidah ini untuk sebarang banyaknya variabel, walau Colin Maclaurin juga menerbitkan kasus khusus dari kaidah ini pada tahun 1748 (dan mungkin ia sudah mengetahuinya sejak 1729).

Kaidah Cramer yang digunakan dengan naif (apa adanya) tidak efisien secara komputasi untuk sistem dengan lebih dari dua atau tiga persamaan. Untuk kasus dengan n persamaan dalam n variabel, rumus ini perlu menghitung $n + 1$ nilai determinan, sedangkan eliminasi Gauss menghasilkan solusi yang sama dengan kompleksitas komputasi yang setara dengan menghitung satu nilai determinan. Kaidah Cramer juga dapat tidak stabil secara numerik bahkan untuk sistem ukuran 2×2 . Namun, belakangan ini berhasil dibuktikan bahwa kaidah Cramer dapat diterapkan dalam kompleksitas waktu $O(n^3)$. Hal ini membuatnya dapat disandingkan dengan metode-metode yang lebih umum untuk menyelesaikan sistem persamaan linear (seperti eliminasi Gauss), dan juga dapat disandingkan dalam hal kestabilan numerik pada kebanyakan kasus.

INTERPOLASI POLINOM

Dari sebuah data, jika diketahui dengan ketelitian yang sangat tinggi, kurva yang akan dihasilkan akan melalui setiap titik. Titik-titik yang digabungkan ini akan menjadi garis, dan garis ini akan menghasilkan sebuah fungsi, proses ini dinamakan menginterpolasi. Jika titik tersebut lebih dari dua, maka namanya adalah interpolasi polinom. Cara untuk melakukan interpolasi polinom pertama adalah dengan menghampiri fungsi rumit menjadi lebih sederhana. Hitung turunan dan integral dari fungsi tersebut. Polinom yang didapatkan dengan menginterpolasi beberapa titik diskrit dari fungsi awal. Setelah mendapatkan titik-titiknya, bisa digambarkan.

REGRESI LINIER BERGANDA

Model regresi ini sering disebut dengan multiple linear regression yang tentu saja istilah tersebut berasal dari bahasa Inggris. Ciri khas dari model regresi ini adalah terdapat lebih dari satu variabel bebas yang digunakan dalam datanya. Ada berbagai perbedaan yang membedakan model regresi ini dengan model regresi sederhana. Misalnya, model regresi ini adalah model prediksi dengan data yang berskala rasio ataupun interval yang terdapat lebih dari satu variabel bebas. Skala yang dimaksudkan adalah yang terdapat lebih dari satu variabel bebas. Skala yang dimaksudkan adalah yang terdapat pada semua jenis variabel terutama pada variabel terikatnya. Pada bagian regresi linier, variabel bebasnya bisa memungkinkan untuk penggunaan dummy sedangkan regresi berganda tidak.

BAB 3: IMPLEMENTASI PROGRAM

Tabel Atribut tiap Class

Class	Atribut	Tipe Data	Deskripsi
-	-	-	-

Tabel Method tiap class

Class	Method	Return Type	Parameter	Deskripsi
menu	main	void	String args[]	Main method untuk membuat menu
inputKey board	inputKeyboardSplSquare	double[][]	void	Fungsi menerima input dari pengguna berupa n (ukuran matriks koefisien n x n) ,matriks koefisien, dan matriks konstanta dan mengeluarkan matriks augmented.
	inputKeyboardSpl	double[][]	void	Fungsi menerima input dari pengguna berupa n , m (ukuran matriks koefisien n x m) ,matriks koefisien, dan matriks konstanta dan mengeluarkan matriks augmented.
	inputKeyboardDeterminan	double[][]	void	Fungsi menerima input dari pengguna berupa n (ukuran matriks n x n) dan matriks yang akan dicari determinannya. Fungsi mengeluarkan matriks tersebut.
	inputKeyboardInterpolasi	double[][]	void	Fungsi menerima input dari pengguna berupa n (jumlah titik) dan menerima nilai x dan y masing-masing titik. Fungsi mengeluarkan matriks kumpulan titik-titik.
	inputKeyboardRegresi	double[][]	void	Fungsi menerima input berupa n (jumlah peubah) dan k (jumlah persamaan) dan menerima semua xni dan yi. Fungsi mengeluarkan matriks berisi semua xni dan yi.

	outputJawabanSPL	void	String[] array	Prosedur untuk menampilkan SPL ke layar.
inputOutput	ReadMatrixFromFile	double[][]	void	Fungsi akan menanyakan file mana yang mau dibaca, File tersebut harus terletak di folder test dan jika berhasil akan membaca isi file lalu mereturn matriks double.
	DoYouWantToWriteToFile	boolean	void	Fungsi akan menanyakan jika ingin menulis ke file, akan mereturn boolean.
	WriteMatrixToFile	void	double[][] Matriks	Prosedur akan menanyakan user ingin membuat file bernama apa (di folder test) lalu membuat/overwrite file tersebut dengan matriks double yang dibuat menjadi string.
	WriteToFile	void	String[] ArrayIsiFile	Prosedur akan menanyakan user ingin membuat file bernama apa (di folder test) lalu membuat/overwrite file tersebut dengan array string yang dibuat menjadi string.
interpolasi	eselonTereduksi	double[][]	double[][] Matriks	Fungsi merubah matriks menjadi matriks eselon tereduksi yang lalu direturn.
	interpolasiPolinom	double[]	Double[][] matriks	Fungsi menerima matriks berupa kumpulan x dan y dari titik-titik dan mengeluarkan hasil SPL dari proses interpolasi.
	outputInterpolasiKeyboard	String[]	double[] hasilCramer	Fungsi menerima input hasil interpolasi dan mengubahnya menjadi persamaan garis. Fungsi menerima input dari pengguna berupa x (banyaknya x yang akan ditaksir) dan mengeluarkan hasil yang sudah ditaksir.
	outputInterpolasiFile	String[]	double[] hasilCramer, double[][] file	Fungsi menerima input hasil interpolasi dan mengubahnya menjadi persamaan garis. Fungsi menerima input dari file berupa kumpulan x dan mengeluarkan hasil yang sudah ditaksir.

	power	double	double x, int y	Fungsi menerima input x dan y dan mengembalikan nilai x^y
invers	IsSquare	boolean	double[][] Matriks	Fungsi yang mengecek apakah matriks berukuran persegi atau tidak
	Determinan	double	double[][] Matriks	Fungsi menghasilkan determinan dari sebuah matriks
	potongMatriks	double[][]	double[][] Matriks1, int a, int b	Fungsi membuat matriks ukuran lebih kecil dengan memotong baris ke a dan kolom ke b
	MinorMatriks	double[][]	double[][] Matriks	Fungsi yang menghasilkan minor dari matriks
	KofaktorMatriks	void	double[][] Matriks	Prosedur membuat matriks menjadi kofaktor matriks
	TransposeMatriks	double[][]	double[][] Matriks	Prosedur mentranspose matriks
	InverseMatriks	void	double[][] Matriks	Prosedur mengubah matriks masukan menjadi invers nya
	SPL	String[]	double[][] Matriks	Fungsi mencari SPL dari persamaan menggunakan invers
	reductionInverse	void	double[][] Matriks	Prosedur untuk mengubah matriks menjadi invers matriks menggunakan metode reduksi
kofaktor Plus	potongMatriks	void	double[][] Matriks1, double[][] Matriks2, int a, int b	Fungsi membentuk matriks minor (a,b) dari Matriks1 dan disimpan dalam Matriks2.
	IsSquare	boolean	double[][] Matrix	Fungsi yang mengecek apakah matriks berukuran persegi atau tidak
	determinankofaktor	double	double[][] Matriks	Fungsi menghasilkan determinan dari sebuah matriks
	replaceWithB	void	int k, double[][] matriksNew, double[][] matriksB,	Prosedur untuk mengganti kolom baris ke k pada matriksA dengan matriksB

			double[][] matriksA	
	cramer	double[]	double[][] matriks	Fungsi untuk menghasilkan SPL cramer dalam bentuk array of double
	cramerToString	String[]	double[] list	Fungsi untuk mengubah array of double menjadi array of String
makeHilbert	makeHilbert	void	void	Fungsi membuat hilbert size 6 dan size 10 (hardcoded) lalu menulisnya ke file yang hardcoded juga namanya.
matrix	tulisMatrix	void	(double[][] keluaran	Fungsi untuk mencetak matriks ke layar
	copyMatrix	void	double[][] Matriks1, double[][] Matriks2	Fungsi untuk mengcopy matriks1 Ke Matriks2.
reduction Plus	SwapRow	void	double [][] Matriks, int a,int b	Prosedur yang menukar row a dan row b di Matriks .
	Reduction	void	double [][] Matriks	Prosedur yang mengubah matriks menjadi mirip dengan matriks eselon. Note: Elemen paling kiri matriks tak nol belum dirubah menjadi 1. Dilakukan di prosedur dibawah:
	MakeRowOne	void	double[][] Matriks	Prosedur yang membagi tiap row dengan elemen paling kiri row tak nol. Hasilnya seperti matriks eselon.
	SecondaryReduction	void	double [][] Matriks	Prosedur yang mengubah matriks eselon baris menjadi matriks eselon baris tereduksi.
	IsZero	boolean	double X	Fungsi yang mereturn true bila x = 0.
	IsPartofArray	boolean	int x,int[] arr	Fungsi yang mereturn true bila x adalah bagian dari arr.
	LocatedAtIndex	int	int x,int[] arr	Fungsi yang mereturn lokasi index x di arr. Mereturn -999 jika tidak ditemukan.

	DeterminanReduksi	double	double [][] Matriks	Fungsi yang menggunakan prosedur Reduction untuk menghitung determinan. Determinan direturn dalam bentuk double.
	SPLGauss	String[]	double [][] Matriks	Fungsi yang menggunakan prosedur Reduction dan MakeRowOne untuk menghitung hasil SPL. Hasil spl di return dalam bentuk array string.
	SPLGaussJordan	String[]	double [][] Matriks	Fungsi yang menggunakan prosedur Reduction, MakeRowOne dan Secondary Reduction untuk menghitung hasil SPL. Hasil spl di return dalam bentuk array string.
regresi	regresiLinierBerganda	double[]	double[][] matriks	Fungsi menerima matriks berisi persamaan yang akan diregresi dan mengeluarkan hasil proses regresi ke dalam array of double.
	outputRegresiKeyboard	String[]	double[]hasil	Fungsi untuk mengubah hasil dalam bentuk array of double menjadi array of String untuk kasus keyboard
	outputRegresiFile	String[]	double[]hasil, double[][]x	Fungsi untuk mengubah hasil dalam bentuk array of double menjadi array of String untuk kasus keyboard

Garis Besar Program

Program berjalan dengan menu.class. Setelah itu, muncul tampilan menu. Pengguna dapat mengikuti panduan yang sudah ada di layar untuk menggunakan program, antara lain: menyelesaikan SPL, mencari determinan matriks, mencari matriks balikan sebuah matriks, membuat polinom interpolasi, dan membuat persamaan regresi linier berganda.

Jika dalam bentuk file, pengguna butuh membuat file masukan dengan format .txt, lalu memasukkannya ke dalam folder test. Dengan langkah-langkah yang sudah tertera di layar, akan bisa digunakan untuk melakukan program . Begitu juga untuk dengan luaran program file.

BAB 4: EKSPERIMEN

```
PS E:\Tugas Itb\Sem 3\Algeo\Tubes\Tubes1Algeo\bin> java menu
```

Menu

1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Regresi Linier Berganda
6. Keluar

Masukan pilihan : █

1. Solusi SPL $Ax = B$

a.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 5 & -7 & -5 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & -4 & 2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Memilih metode yang ingin digunakan

Menu

1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Regresi Linier Berganda
6. Keluar

Masukan pilihan : 1

Menu

1. Gauss
2. Gauss Jordan
3. Matriks Balikan
4. Cramer

Masukan pilihan : 1

```
Menu
1. Input keyboard
2. Input file
Masukan pilihan : 1
```

Input matriks A dan B

```
Masukan row: 4
Masukan kolom: 4
Masukkan matriks a!
1 1 -1 -1
2 5 -7 -5
2 -1 1 3
5 2 -4 2
Masukkan matriks b!
1 -2 4 6
```

Output pada layar

```
SPL:
Tidak ada solusi.
```

Memilih apakah ingin di save pada file

```
Apakah ingin di save di file?
1.Yes
2.No
Masukan pilihan : 1
Masukan nama file: jawaban1a.txt
File sudah ditulis
```

Hasil yang disimpan pada file

```
test > ≡ jawaban1a.txt
1   Tidak ada solusi.
2
```

b.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -3 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

```
Menu
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Regresi Linier Berganda
6. Keluar
Masukan pilihan : 1

Menu
1. Gauss
2. Gauss Jordan
3. Matriks Balikan
4. Cramer
Masukan pilihan : 2

Menu
1. Input keyboard
2. Input file
Masukan pilihan : 2

Masukan nama file: soal1b.txt

SPL:
x1 = 3.00 +1.00e
x2 = 0.00 +2.00e
x3 = c
x4 = -1.00 +1.00e
x5 = e

Apakah ingin di save di file?
1.Yes
2.No
Masukan pilihan : 2
```

c.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

```
Menu
1. Gauss
2. Gauss Jordan
3. Matriks Balikan
4. Cramer
Masukan pilihan : 2

Menu
1. Input keyboard
2. Input file
Masukan pilihan : 2

Masukan nama file: soal1c.txt

SPL:
x1 = a
x2 = 1.00 -1.00f
x3 = c
x4 = -2.00 -1.00f
x5 = 1.00 +1.00f
x6 = f

Apakah ingin di save di file?
1.Yes
2.No
Masukan pilihan : 2
```


d.

$$H = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \dots & \frac{1}{n} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \dots & \frac{1}{n+1} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \dots & \frac{1}{n+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n+1} & \frac{1}{n+2} & \dots & \frac{1}{2n+1} \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

H adalah matriks Hilbert. Cobakan untuk $n = 6$ dan $n = 10$.

Solusi matriks Hilbert untuk $n = 6$

```
Menu
1. Gauss
2. Gauss Jordan
3. Matriks Balikan
4. Cramer
Masukan pilihan : 3

Menu
1. Input keyboard
2. Input file
Masukan pilihan : 2

Masukan nama file: soal1dHilbert1.txt

SPL:
x1 = 36.00
x2 = -630.00
x3 = 3,360.00
x4 = -7,560.00
x5 = 7,560.00
x6 = -2,772.00

Apakah ingin di save di file?
1.Yes
2.No
Masukan pilihan : 2
```

Solusi matriks Hilbert untuk $n = 10$

Menu

1. Gauss
2. Gauss Jordan
3. Matriks Balikan
4. Cramer

Masukan pilihan : 1

Menu

1. Input keyboard
2. Input file

Masukan pilihan : 2

Masukan nama file: soal1dHilbert2.txt

SPL:

$x_1 = 100.00$
 $x_2 = -4,949.68$
 $x_3 = 79,193.22$
 $x_4 = -600,538.19$
 $x_5 = 2,522,224.57$
 $x_6 = -6,305,486.50$
 $x_7 = 9,608,263.47$
 $x_8 = -8,750,306.94$
 $x_9 = 4,375,120.51$
 $x_{10} = -923,630.45$

2. Solusi untuk augmented matriks
a.

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & -2 & -2 \\ -1 & 2 & -4 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & -3 & -3 \end{bmatrix}.$$

Output ke layar

```
Menu
1. Gauss
2. Gauss Jordan
3. Matriks Balikan
4. Cramer
Masukan pilihan : 2

Menu
1. Input keyboard
2. Input file
Masukan pilihan : 2

Masukan nama file: soal2a.txt

SPL:
Tidak ada solusi.
```

b.

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 8 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 6 \\ -4 & 0 & 6 & 0 & 6 \\ 0 & -2 & 0 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & -4 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Output ke layar

```
Menu
1. Gauss
2. Gauss Jordan
3. Matriks Balikan
4. Cramer
Masukan pilihan : 1

Menu
1. Input keyboard
2. Input file
Masukan pilihan : 2

Masukan nama file: soal2b.txt

SPL:
x1 = 0.00
x2 = 2.00
x3 = 1.00
x4 = 1.00
```

3.

a.

$$\begin{aligned}8x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 &= 0 \\2x_1 + 9x_2 - x_3 - 2x_4 &= 1 \\x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 &= 2 \\x_1 + 6x_3 + 4x_4 &= 3\end{aligned}$$

Output ke layar

```
Menu
1. Gauss
2. Gauss Jordan
3. Matriks Balikan
4. Cramer
Masukan pilihan : 3

Menu
1. Input keyboard
2. Input file
Masukan pilihan : 2

Masukan nama file: soal3a.txt

SPL:
x1 = -0.22
x2 = 0.18
x3 = 0.71
x4 = -0.26
```

b.

$$\begin{aligned}x_7 + x_8 + x_9 &= 13.00 \\x_4 + x_5 + x_6 &= 15.00 \\x_1 + x_2 + x_3 &= 8.00 \\0.04289(x_3 + x_5 + x_7) + 0.75(x_6 + x_8) + 0.61396x_9 &= 14.79 \\0.91421(x_3 + x_5 + x_7) + 0.25(x_2 + x_4 + x_6 + x_8) &= 14.31 \\0.04289(x_3 + x_5 + x_7) + 0.75(x_2 + x_4) + 0.61396x_1 &= 3.81 \\x_3 + x_6 + x_9 &= 18.00 \\x_2 + x_5 + x_8 &= 12.00 \\x_1 + x_4 + x_7 &= 6.00 \\0.04289(x_1 + x_5 + x_9) + 0.75(x_2 + x_6) + 0.61396x_3 &= 10.51 \\0.91421(x_1 + x_5 + x_9) + 0.25(x_2 + x_4 + x_6 + x_8) &= 16.13 \\0.04289(x_1 + x_5 + x_9) + 0.75(x_4 + x_8) + 0.61396x_7 &= 7.04\end{aligned}$$

Output ke layar

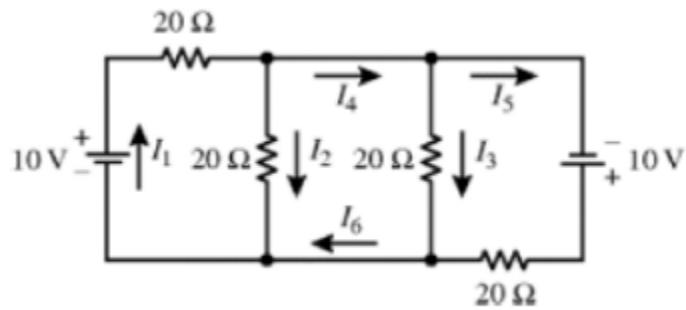
```
Menu
1. Gauss
2. Gauss Jordan
3. Matriks Balikan
4. Cramer
Masukan pilihan : 1

Menu
1. Input keyboard
2. Input file
Masukan pilihan : 2

Masukan nama file: soal3b.txt

SPL:
Tidak ada solusi.
```

4.
a.



Persamaan dengan KVL:

$$20 I_1 + 20 I_2 = 10$$

$$-20 I_2 + 20 I_3 = 0$$

$$20 I_3 - 20 I_5 = 10$$

$$I_4 - I_6 = 0$$

$$-I_3 + I_4 - I_5 = 0$$

$$I_1 - I_2 - I_6 = 0$$

Hasil konversi menjadi matriks

```
test > ≡ soal4.txt
1  20 20 0 0 0 0 10
2  0 -20 20 0 0 0 0
3  0 0 -20 0 20 0 10
4  0 0 0 -1 0 1 0
5  0 0 -1 1 -1 0 0
6  1 -1 0 0 0 -1 0
```

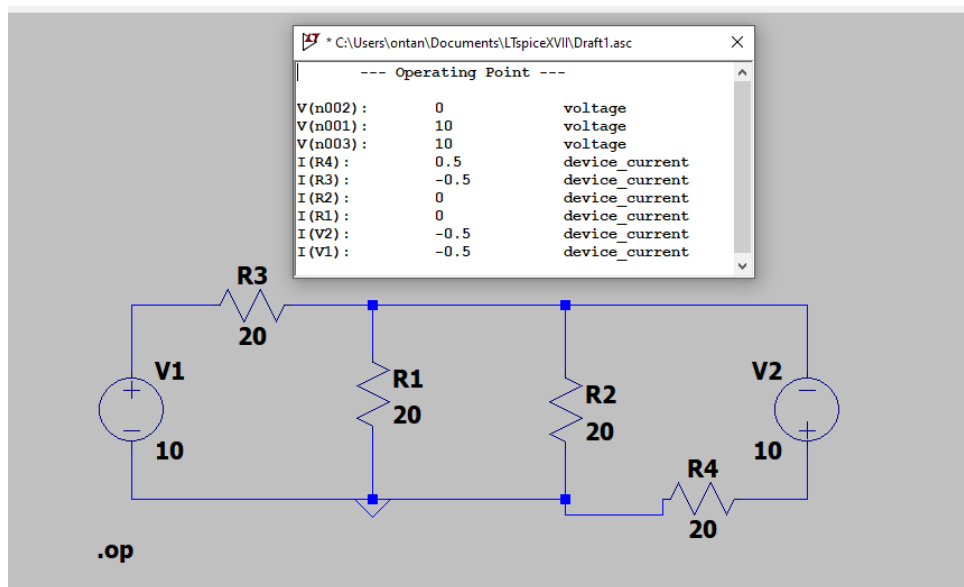
Output ke layar

```
Menu
1. Input keyboard
2. Input file
Masukan pilihan : 2

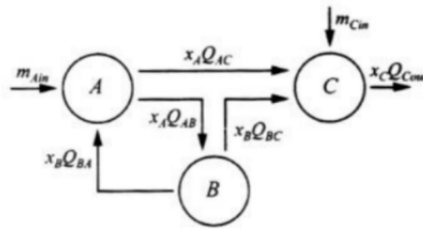
Masukan nama file: soal4.txt

SPL:
x1 = 0.50
x2 = 0.00
x3 = 0.00
x4 = 0.50
x5 = 0.50
x6 = 0.50
```

Bukti hasil dengan menggunakan LtSpice



5.



Dengan laju volume Q dalam m^3/s dan input massa m_{in} dalam mg/s . Konservasi massa pada tiap inti reaktor adalah sebagai berikut:

$$\text{A: } m_{A_{\text{in}}} + Q_{BA}x_B - Q_{AB}x_A - Q_{AC}x_A = 0$$

$$\text{B: } Q_{AB}x_A - Q_{BA}x_B - Q_{BC}x_B = 0$$

$$\text{C: } m_{C_{\text{in}}} + Q_{AC}x_A + Q_{BC}x_B - Q_{C_{\text{out}}}x_C = 0$$

Tentukan solusi x_A, x_B, x_C dengan menggunakan parameter berikut : $Q_{AB} = 40, Q_{AC} = 80, Q_{BA} = 60, Q_{BC} = 20$ dan $Q_{C_{\text{out}}} = 150 \text{ m}^3/\text{s}$ dan $m_{A_{\text{in}}} = 1300$ dan $m_{C_{\text{in}}} = 200 \text{ mg/s}$.

Output ke layar

```

Menu
1. Input keyboard
2. Input file
Masukan pilihan : 2

Masukan nama file: soal5.txt

SPL:
x1 = 14.44
x2 = 7.22
x3 = 10.00
  
```

$X1 = XA, X2 = XB, X3 = XC$

6.

a.

x	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9	1.1	1.3
$f(x)$	0.003	0.067	0.148	0.248	0.370	0.518	0.697

Lakukan pengujian pada nilai-nilai default berikut:

$$x = 0.2 \quad f(x) = ?$$

$$x = 0.55 \quad f(x) = ?$$

$$x = 0.85 \quad f(x) = ?$$

$$x = 1.28 \quad f(x) = ?$$

Output ke layar

```
Menu
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Regresi Linier Berganda
6. Keluar
Masukan pilihan : 4

Menu
1. Input keyboard
2. Input file
Masukan pilihan : 2

Masukan nama file: soal6a.txt

P6(x) = -0.0230 + 0.2400 x + 0.1974x^2 + 0.0000x^3 + 0.0260x^4 + 0.0000x^5 - 0.0000x^6

Masukan nama file berisi x!
Masukan nama file: soal6ax.txt

P6(0.2) = 0.03296093750000009
P6(0.55) = 0.17111865234375
P6(0.85) = 0.3372358398437499
P6(1.28) = 0.6775418375

Apakah ingin di save di file?
1.Yes
2.No
Masukan pilihan : 2
```

b.

Tanggal	Tanggal (desimal)	Jumlah Kasus Baru
17/06/2021	6,567	12.624
30/06/2021	7	21.807
08/07/2021	7,258	38.391
14/07/2021	7,451	54.517
17/07/2021	7,548	51.952
26/07/2021	7,839	28.228
05/08/2021	8,161	35.764
15/08/2021	8,484	20.813
22/08/2021	8,709	12.408
31/08/2021	9	10.534

- a. 16/07/2021
- b. 10/08/2021
- c. 05/09/2021
- d. beserta masukan user lainnya berupa **tanggal (desimal) yang sudah diolah** dengan asumsi prediksi selalu dilakukan untuk tahun 2021.

File berisi x yang akan ditaksir

```
test > ≡ soal6bx.txt
```

```
1 7.516
```

```
2 8.322
```

```
3 9.166
```

```
4 12
```

Output ke layar

```

Menu
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Regresi Linier Berganda
6. Keluar
Masukan pilihan : 4

Menu
1. Input keyboard
2. Input file
Masukan pilihan : 2

Masukan nama file: soal6b.txt

P9(x) = 7200451993713.9200 - 9362549385866.2730 x + 5342227792955.5080x^2 - 1759221884423.2983x^3 + 369016160408.8801x^4 - 51191663770.6340x^5 + 4700920749.6054x^6 - 275755446.7856x^7 + 9381838.1731x^8 - 141121.3961x^9

Masukan nama file berisi x!
Masukan nama file: soal6bx.txt

P9(7.516) = 53539.11328125
P9(8.322) = 36346.47265625
P9(9.166) = -659186.0234375
P9(12.0) = -8.8530020878E10

```

7.

Table 12.1: Data for Example 12.1

Nitrous Oxide, y	Humidity, x_1	Temp., x_2	Pressure, x_3	Nitrous Oxide, y	Humidity, x_1	Temp., x_2	Pressure, x_3
0.90	72.4	76.3	29.18	1.07	23.2	76.8	29.38
0.91	41.6	70.3	29.35	0.94	47.4	86.6	29.35
0.96	34.3	77.1	29.24	1.10	31.5	76.9	29.63
0.89	35.1	68.0	29.27	1.10	10.6	86.3	29.56
1.00	10.7	79.0	29.78	1.10	11.2	86.0	29.48
1.10	12.9	67.4	29.39	0.91	73.3	76.3	29.40
1.15	8.3	66.8	29.69	0.87	75.4	77.9	29.28
1.03	20.1	76.9	29.48	0.78	96.6	78.7	29.29
0.77	72.2	77.7	29.09	0.82	107.4	86.8	29.03
1.07	24.0	67.7	29.60	0.95	54.9	70.9	29.37

Source: Charles T. Hare, "Light-Duty Diesel Emission Correction Factors for Ambient Conditions," EPA-600/2-77-116. U.S. Environmental Protection Agency.

Output ke layar

```
Menu
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Regresi Linier Berganda
6. Keluar
Masukan pilihan : 5

Menu
1. Input keyboard
2. Input file
Masukan pilihan : 2

Masukan nama file: soal7.txt

Y = -2650467137878.7170 - 0.0026 X1+ 2650467137875.2680 X2+ 0.1542 X3

Masukan nama file berisi x!
Masukan nama file: soal7x.txt

Y = 1.9427924120625797E14
Y = 1.820870923720319E14
Y = 1.8606279307884466E14
Y = 2.3191587456408694E14
```

BAB 5: KESIMPULAN, SARAN, DAN REFLEKSI

Kesimpulan

Program-program yang dibuat pada tugas ini:

1. Menghitung solusi SPL dengan berbagai metode, yaitu eliminasi Gauss, eliminasi Gauss-Jordan, matriks balikan, dan kaidah Cramer.
2. Menghitung determinan matriks dengan metode reduksi baris dan metode ekspansi kofaktor.
3. Menghitung matriks balikan.
4. Menyelesaikan persoalan interpolasi dan regresi linier.

Saran

- Namain variabel lebih jelas biar lebih gampang ngebedain Pada saat pembuatan pemrograman, sebaiknya menggunakan nama variabel yang jauh lebih jelas, jangan hanya satu karakter seperti "a". Karena kalau kita mengerjakannya dalam jangka waktu tertentu, kita bisa lupa dengan mudah variabel ini untuk apa.
- Juga dalam pemrograman, jangan lupa untuk memberikan komen yang singkat, padat, dan jelas. Kalau ditinggal lama di bagian tersebut, tanpa adanya komen yang menjelaskan program itu, maka kita akan sulit untuk melanjutkan pengerjaan di bagian tersebut, juga ketika ingin memperbaiki kodenya.
- Buat atribut atau ADT untuk matriks double dengan tambahan nkol dan nbaris, menggunakan Matriks.length sebagai nbaris dan Matriks[0].length sangat mudah untuk menyebabkan masalah jika tidak teliti.

Refleksi

- Tugas ini membuat kita semua belajar untuk berkolaborasi secara tim, menggunakan bahasa pemrograman Java untuk menyelesaikan permasalahan linier, dan penggunaan Github untuk berkolaborasi secara tim.

DAFTAR REFERENSI

<http://millatulkhaniifah28.blogspot.com/2012/11/metnum-ceria.html>
<https://www.profematika.com/eliminasi-gauss-jordan-beserta-contoh-penerapannya/>
<https://akupintar.id/info-pintar/-/blogs/matriks-pengertian-operasi-determinan-invers-dan-contoh-soal>
<https://www.detik.com/edu/detikpedia/d-5563519/pengertian-invers-matriks-dan-istilah-istilahnya>
<https://www.madematika.net/2017/08/pengertian-minor-kofaktor-matriks.html>
<https://www.madematika.net/2017/08/pengertian-minor-kofaktor-matriks.html>
https://id.wikipedia.org/wiki/Kaidah_Cramer
<https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/MetNum/2010-2011/Interpolasi%20Polinom.pdf>
<https://patrastatistika.com/regresi-linier-berganda/>