$f(x) = 3x^2 - 2x + 1$

1. Quelle est la pente de la droite passant par les points $(x, f(x))$ et $(x+h, f(x+h))$?

$$a = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

On doit calculer $f(x+h)$:

$$\begin{aligned} f(x+h) &= 3(x+h)^2 - 2(x+h) + 1 \\ &= 3(x^2 + 2xh + h^2) - 2x - 2h + 1 \\ &= 3x^2 + 6xh + 3h^2 - 2x - 2h + 1 \\ f(x+h) &= 3x^2 + 3h^2 + 6xh - 2h - 2x + 1 \end{aligned}$$

D'où :

$$\begin{aligned} a &= \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \frac{3x^2 + 3h^2 + 6xh - 2h - 2x + 1 - (3x^2 - 2x + 1)}{h} \\ &= \frac{3x^2 + 3h^2 + 6xh - 2h - 2x + 1 - 3x^2 + 2x - 1}{h} \\ &= \frac{3h^2 + 6xh - 2h}{h} \\ &= \frac{(3h + 6x - 2)h}{h} \\ a &= 3h + 6x - 2 \end{aligned}$$

2. En déduire la pente de la tangente à f au point $(x, f(x))$.

La pente de la tangente à f au point $(x, f(x))$ est :

$$\lim_{h \to 0} 3h + 6x - 2 = 6x - 2$$

3. Quelle est la pente de f en $x = 3$?

La pente de f en $x = 3$ est :

$$6 \times 3 - 2 = 16$$