Les fonctions affines

Définition

Voici un exemple de fonction affine :

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$f : x \longmapsto 16x + 3$

Une fonction affine prend un nombre réel en argument et ressorte ce nombre multiplié par une constante plus une autre constante.

Toutes les fonctions affines ont donc cette tête-là :

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$f : x \longmapsto ax + b$

où a et b sont des réels.

Le graphe d'une fonction affine est une droite dont le coefficient directeur est a.

Résoudre une équation affine

Une équation affine est une équation de la forme :

$ax + b = c$

où a, b et c sont des constantes, et x est une inconnue.

Pour résoudre une telle équation, il faut isoler x d'un côté pour l'exprimer en fonction des constantes :

$$\begin{aligned} ax + b = c &\Leftrightarrow ax = c - b \\ &\Leftrightarrow x = \tfrac{c-b}{a} \end{aligned}$$

Trouver l'équation d'une droite passant par deux points

Soient $A = (x, y)$ et $B = (u, v)$ deux points du plan. Quelle est l'équation de la droite passant par ces deux points ?

On cherche a et b tels que :

$ax + b = y$ et $au + b = v$

En soustrayant la deuxième équation à la première, on obtient :

$a\left(x - u\right) = y - v$, d'où :

$a = \frac{y-v}{x-u}$

Ensuite, en réarrangeant la première équation, on a :

$b = y - ax = y - \frac{y-v}{x-u}$

Trouver le point d'intersection de deux droites

Soient deux droites d'équations $ax + b = y$ et $cx + d = y$.

On cherche leur point d'intersection (x_i, y_i); il satisfait les équations suivantes :

$ax_i + b = y_i$ et $cx_i + d = y_i$

On a donc :

$ax_i + b = cx_i + d$, d'où :

$(a - c)\, x_i = d - b$ et finalement :

$x_i = \frac{d-b}{a-c}$

Ensuite, en reprenant la première équation :

$y_i = ax_i + b = a\,\frac{d-b}{a-c} + b$