

---

# COMPTE-RENDU DU DEVOIR 1

Vincent Matthys

---

## 1 Indépendance conditionnelle et factorisations

### 1.1

$$\begin{aligned} X \perp\!\!\!\perp Y \mid Z &\Leftrightarrow p(x, y \mid z) = p(x \mid z)p(y \mid z) \quad \forall x, y, z \text{ t.q. } p(z) > 0 \\ &\Leftrightarrow p(x, y, z) = p(x \mid z)p(y \mid z)p(z) \quad \forall x, y, z \text{ t.q. } p(z) > 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{p(x, y, z)}{p(y, z)} = p(x \mid z) \frac{p(y \mid z)p(z)}{p(y, z)} \quad \forall x, y, z \text{ t.q. } p(y, z) > 0 \\ &\Leftrightarrow p(x \mid y, z) = p(x \mid z) \quad \forall x, y, z \text{ t.q. } p(y, z) > 0 \end{aligned} \tag{1}$$

### 1.2

Etant donné le modèle graphique orienté  $G$  :

$$p \in \mathcal{L}(G) \Leftrightarrow \forall x, y, z, t \quad p(x, y, z, t) = p(x)p(y)p(z \mid x, y)p(t \mid z) \tag{2}$$

### 1.3

## 2 Distributions factorisant sur un graphe

### 2.1

### 2.2