

Chapitre 8 - Puissances positives

Activité Introduction

L'objectif de l'activité est de trouver, en théorie, combien de fois il faut plier une feuille de papier en deux pour obtenir une épaisseur définie.

1. On commence par chercher l'épaisseur d'une feuille de papier.
 - a. Quelle est l'épaisseur d'une ramette de papier neuve (500 feuilles) ?
Environ 2,5cm
 - b. En déduire l'épaisseur d'une seule feuille.
2. On étudie l'effet des pliages sur l'épaisseur.
 - a. Combien de couches de papier a-t-on si on plie une feuille en 2 ? si on la replie à nouveau ? et encore une fois ?
 - b. Compléter : "Le nombre de couches de papier à chaque pliage".
 - c. Combien de couches de papier aurait-on au bout de 9 pliages ? Quelle est alors l'épaisseur obtenue ?
3. Combien de fois minimum faut-il plier la feuille en deux pour obtenir une épaisseur supérieure à :
 - a. 1 m ?
 - b. 10 m ?
 - c. La hauteur de la tour Eiffel (environ 330 m) ?
 - d. La distance Terre-Lune (environ 384 467 km) ?

Note : Dans tout le chapitre, *a* représente un nombre quelconque et *n* un nombre entier positif.

I – Carré et cube :

1) Carré :

Le carré d'un nombre *a* est le produit de ce nombre par lui-même. On le note $a^2 = a \times a$ lu "*a* au carré"

Exemple :

$$\bullet \quad 5^2 = 5 \times 5 = 25 \qquad \bullet \quad 8^2 = 8 \times 8 = 64$$

Remarques :

- Le carré d'un nombre est toujours **positif**.
- Le carré d'un nombre entier est appelé **carré parfait**.

2) Cube :

Le cube d'un nombre *a* est le produit de ce nombre par lui-même, par lui-même. On le note $a^3 = a \times a \times a$ lu "*a* au cube"

Exemple :

- $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$
- $3^2 = 3 \times 3 \times 3 = 27$

II – Puissance positive :

1) Puissance d'un nombre :

a puissance *n* noté a^n désigne le produit de *n* facteurs tous égaux à *a* :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

Exemple :

- $5^5 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 3125$
- $(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$

Remarques :

- $a^1 = a$
- Si $a \neq 0$, $a^0 = 1$

2) Puissance de 10 :

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10 \times 10}_{n \text{ facteurs}} = 1 \underbrace{000 \dots 000}_{n \text{ zéro}}$$

Exemple :

- $10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100\,000$
- $10^{12} = 1\,000\,000\,000\,000$