

Chapitre 2 - Théorème de Pythagore

Activité Introduction

Charlie le charpentier explique à son apprenti comment calculer la longueur des poutres d'une charpente.

Il effectue le dessin qui suit et explique :



« C'est facile ! Considère un triangle rectangle dont tu connais deux longueurs :

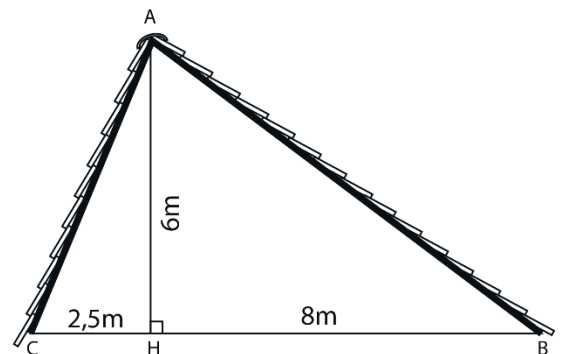
- Place-toi dans un triangle rectangle
- Calcule le carré de la longueur d'un côté de l'angle droit ;
- Calcule le carré de la longueur de l'autre côté de l'angle droit ;
- Additionne les deux résultats précédents ;
- La troisième longueur est le nombre positif dont le carré est égal au résultat précédent. »

1. Applique la méthode de Charlie dans le triangle ABH :

- Reproduire le triangle à main levée en indiquant les longueurs connues.
- Ecrire chaque étape de la méthode de Charlie.
- Que vaut AB^2 ?
- En déduire que la longueur AB est égale à 10m.

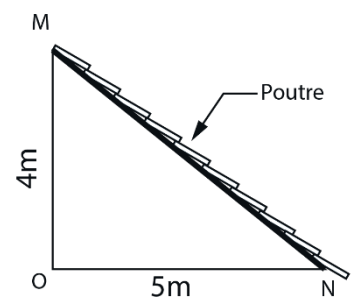
2. Utiliser la méthode de Charlie pour calculer AC^2 .

Trouver le nombre positif dont le carré est égal à cette valeur et en déduire la longueur AC.



Le jeune apprenti se trouve confronté à un autre problème avec le toit d'un cabanon (ci-contre).

- Appliquer la méthode de Charlie pour calculer la longueur exacte de la poutre. Quel est le problème ?
- Les mathématiciens ont défini un nouvel outil de calcul pour obtenir le résultat. Quel est-il ?
- Donner une valeur approchée au cm près de la poutre.



I – Racine Carrée et Carré Parfait :

1) Carré Parfait :

On appelle **carré parfait**, le carré d'un entier a^2 .

Entier	Carré	Entier	Carré	Entier	Carré
1	1	6	36	11	121
2	4	7	49	12	144
3	9	8	64	13	169
4	16	9	81	14	196
5	25	10	100	15	225

2) Racine Carrée :

Soit a un nombre positif. On appelle « **racine carrée de a** » le nombre positif dont le carré est égal à a . On le note \sqrt{a}

Exemple :

La racine carrée de 36 est 6 : $\sqrt{36} = 6$

$$\sqrt{0,25} = 0,5.$$

II – Théorème de Pythagore :

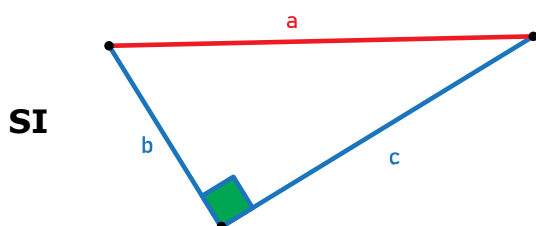
1) Théorème :

Rappel :

Dans un triangle rectangle le côté le plus long (en face de l'angle droit) est appelé **hypoténuse**.

Théorème :

Si un triangle est rectangle, **alors** le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.



ALORS

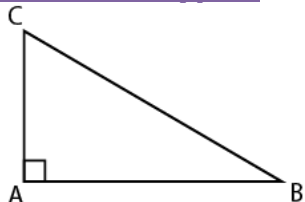
$$a^2 = b^2 + c^2$$

2) Calcul de l'hypoténuse :

Sur un exemple :

Soit le triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 4\text{cm}$ et $AC = 3\text{cm}$. On cherche à calculer la longueur du troisième côté [BC].

Rédaction type :



(On fait un schéma avec la position de l'angle droit)

Dans le triangle ABC rectangle en A. Le côté le plus long est [BC]. D'après le théorème de Pythagore on a :

$$BC^2 = BA^2 + AC^2$$

donc

$$BC^2 = 4^2 + 3^2$$

$$BC^2 = 16 + 9$$

$$BC^2 = 25$$

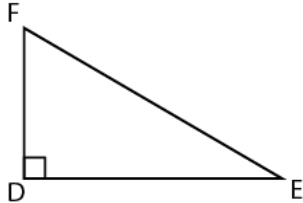
$$BC = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

3) Calcul d'un côté de l'angle droit :

Sur un exemple :

Soit le triangle EDF rectangle en D tel que $ED = 12\text{cm}$ et $EF = 15\text{cm}$. On cherche à calculer la longueur du troisième côté [DF].

Rédaction type :



(On fait un schéma avec la position de l'angle droit)

Dans le triangle EDF rectangle en D. Le côté le plus long est [EF]. D'après le théorème de Pythagore on a :

$$EF^2 = ED^2 + DF^2$$

donc

$$15^2 = 12^2 + DF^2$$

$$225 = 144 + DF^2$$

$$DF^2 = 225 - 144 = 81$$

$$DF = \sqrt{81} = 9\text{ cm}$$