A1 - Divisibilité

Activité Introduction

1. Poser la division 326 ÷ 5.
2. 326 est-il dans la table de 5 ? Pourquoi ?
3. Comment sait-on qu'un nombre est dans la table de 5 ?
4. Compléter le *critère de divisibilité* suivant :
   «Un nombres est divisible par 5 si son chiffre des unités est _______ ou _________ »
5. Connais-tu le critère de divisibilité par 3 ?

I – Définition :

Une division euclidienne est une division ou l'on ne parle que d'entier. Elle fait intervenir quatre nombres : le dividende, le diviseur, le quotient et le reste

$$
\begin{array}{r|l}
128 & 5 \\ \hline
-10\downarrow & 25 \\
28 & \\
-25 & \\
3 &
\end{array}
$$

$$128 = 5 \times 25 + 3$$

Dividende Diviseur Quotient Reste

Avec Reste < Diviseur

Lorsque le reste de la division euclidienne est **nul** on dit alors que le **dividende** est un multiple du **diviseur**. On dit aussi que le **dividende** est divisible par le **diviseur**.

Exemples :

- $36 = 3 \times 12 + 0$ donc 36 est un multiple de 3 (et de 12).
- $42 = 6 \times 7 + 0$ donc 42 est divisible par 6 (et par 7).

II – Critères de divisibilités :

Un nombre est **divisible par 2** lorsque son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.

Un nombre est **divisible par 5** lorsque son chiffre des unités est 0 ou 5.

Un nombre est **divisible par 10** lorsque son chiffre des unités est 0.

Démonstration :

Pour n'importe quel nombre, on peut le décomposer de la manière suivante :

Nombre = **Nombre de dizaine** × 10 + **Unité**
= **Nombre de dizaine** × 5 × 2 + **Unité**.

*Le résultat de **Nombre de dizaine × 5 × 2** est toujours dans la table de 2 ; 5 ou 10 donc le nombre de départ n'est divisible par 2 ; 5 ou 10 que si l'**unité** est divisible par 2 ; 5 ou 10*

Exemple :

- 240 est divisible par 2, 5 et 10.

Un nombre est **divisible par 3** lorsque la somme de ses chiffres est divisible par 3.

Un nombre est **divisible par 9** lorsque la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Démonstration :

*Pour n'importe quel nombre à trois chiffre **cdu**, on peut le décomposer de la manière suivante :*

$$\begin{aligned}\mathbf{cdu} &= \mathbf{c} \times 100 + \mathbf{d} \times 10 + \mathbf{u}\\ &= \mathbf{c} \times (99 + 1) + \mathbf{d} \times (9 + 1) + \mathbf{u}\\ &= \mathbf{c} \times 99 + \mathbf{c} + \mathbf{d} \times 9 + \mathbf{d} + \mathbf{u}\\ &= 9 \times \mathbf{c} \times 11 + 9 \times \mathbf{d} + \mathbf{c} + \mathbf{d} + \mathbf{u}\\ &= 9 \times (\mathbf{c} \times 11 + \mathbf{d}) + (\mathbf{c} + \mathbf{d} + \mathbf{u})\\ &= 9 \times (\mathbf{c} \times 11 + \mathbf{d}) + (\mathbf{c} + \mathbf{d} + \mathbf{u})\end{aligned}$$

*La partie 9 × (**c** × 11 + **d**) est toujours dans la table de 9 (et donc de 3) donc le nombre est divisible par 9 (ou 3) si la partie (**c** + **d** + **u**) l'est.*
En procédant de la même manière, on peut étendre cette démonstration à un nombre de plus de 3 chiffres.

Exemple :

- 7 293 138 → $7 + 2 + 9 + 3 + 1 + 3 + 8 = 33$ qui est divisible par 3 (3×11) donc 7 293 138 est divisible par 3.
- 240 111 → $2 + 4 + 0 + 1 + 1 + 1 = 9$ qui est divisible par 9 et 3 donc 240 111 est divisible par 9 et 3.

Remarque :

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3, mais un nombre divisible par 3 n’est pas toujours divisible par 9.