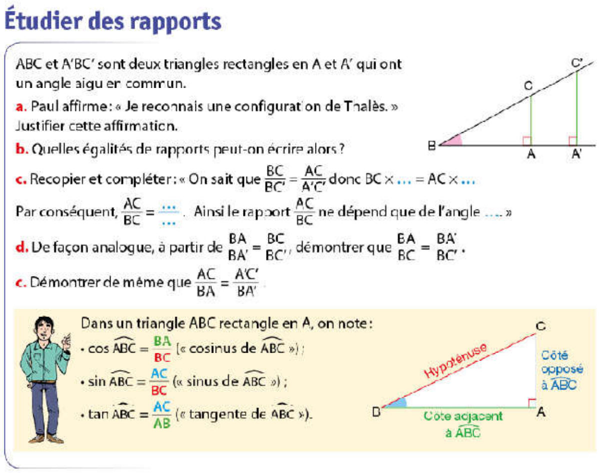
Chapitre 10 - Trigonométrie

Activité Introduction et Rappels



Étudier des rapports

ABC et A'BC' sont deux triangles rectangles en A et A' qui ont un angle aigu en commun.

a. Paul affirme : « Je reconnais une configuration de Thalès. » Justifier cette affirmation.

b. Quelles égalités de rapports peut-on écrire alors ?

c. Recopier et compléter : « On sait que $\frac{BC}{BC'} = \frac{AC}{A'C'}$ donc $BC \times \dots = AC \times \dots$

Par conséquent, $\frac{AC}{BC} = \frac{\dots}{\dots}$. Ainsi le rapport $\frac{AC}{BC}$ ne dépend que de l'angle …. »

d. De façon analogue, à partir de $\frac{BA}{BA'} = \frac{BC}{BC'}$, démontrer que $\frac{BA}{BC} = \frac{BA'}{BC'}$.

c. Démontrer de même que $\frac{AC}{BA} = \frac{A'C'}{BA'}$.

Dans un triangle ABC rectangle en A, on note :

- $\cos \widehat{ABC} = \frac{BA}{BC}$ (« cosinus de $\widehat{ABC}$ ») ;
- $\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC}$ (« sinus de $\widehat{ABC}$ ») ;
- $\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB}$ (« tangente de $\widehat{ABC}$ »).

I – <u>Cosinus, Sinus et Tangente:</u>

1) *<u>Définition et vocabulaire:</u>*

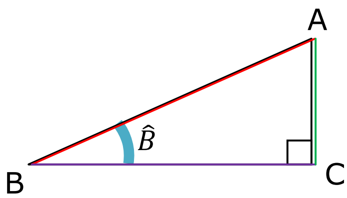
Dans un triangle rectangle, pour tout angle différents de l'angle droit, on définie trois rapports de longueurs :

► Le sinus de cet angle est égal au quotient : $\dfrac{\text{Côté opposé a cet angle}}{\text{Hypoténuse}}$

► Le cosinus de cet angle est égal au quotient : $\dfrac{\text{Côté adjacent a cet angle}}{\text{Hypoténuse}}$

► La tangente de cet angle est égale au quotient : $\dfrac{\text{Côté opposé a cet angle}}{\text{Côté adjacent a cet angle}}$

Exemple :



$sin(\hat{B}) = \frac{AC}{AB}$ $\cos(\hat{B}) = \frac{BC}{AB}$ $tan(\hat{B}) = \frac{AC}{BC}$

Remarque :

- Dans un triangle rectangle, le sinus ou le cosinus d'un angle aigu est toujours compris entre 0 et 1.

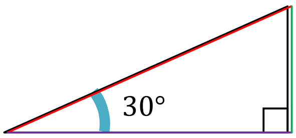
2) *Propriétés:*

Propriétés :

Dans un triangle, pour tout angle aigu de mesure θ :

$\sin(\theta)^2 + \cos(\theta)^2 = 1$ et $\tan(\theta) = \dfrac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}$

Exemple :

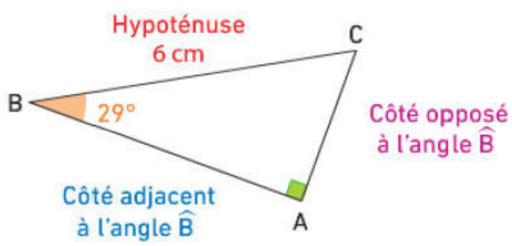


$$\sin(30) + \cos(30) = 1$$

$$\frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\frac{Opposé}{Hypoténuse}}{\frac{Adjacent}{Hypoténuse}} = \frac{Opposé}{\cancel{Hypoténuse}} \times \frac{\cancel{Hypoténuse}}{Adjacent} = \frac{Opposé}{Adjacent} = \tan(\theta)$$

II – <u>Calculer la longueur d'un côté du triangle rectangle:</u>

a) On commence par faire un schéma du triangle montrant la position de l'hypothénuse, du côté adjacent à l'angle connu et du côté opposé.
b) On écrit une égalité de rapport faisant intervenir le côté connu et le côté que l'on souhaite calculer.
c) On résout l'équation simple ainsi obtenue.



Exemple :

Soit ABC un triangle rectangle en A, tel que BC=6cm et $\widehat{ABC} = 29°$. Calculer AB.

a) Voir ci-contre.
b) $\cos(\widehat{ABC}) = \frac{AB}{BC}$
c) $\cos(29) = \frac{AB}{6} \Leftrightarrow \cos(29) \times 6 = AB$

A la calculatrice on obtient : $AB \approx 2{,}9cm$