Chapitre 18 - Probabilités

I – Rappels et vocabulaires :

1) Vocabulaires :

Une expérience aléatoire est une expérience dont on connait tous les résultats possibles sans pouvoir déterminer de manière certaine lequel va se produire.

Chaque résultat possible est appelé une issue.

Exemple :

Lancé de dé, tirage du loto, pile ou face ...

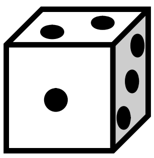
Un événement est constitué d'un ensemble d'issues (zéro, une ou plusieurs). Il peut ou ne peut pas être réalisé.

Exemple :

Pour un lancé de dé : « Obtenir plus de 4 » → Contient les issues 5 et 6.

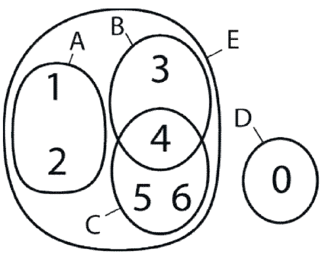
2) Événements Particuliers:

On se base dans le cas de l'expérience aléatoire du lancer d'un dé à 6 facesnumérotées de 1 à 6:



Description de l'expérience :
On lance le dé et on lit le numéro inscrit sur la face de dessus.
Issues de l'expérience :
1, 2, 3, 4, 5, 6, Soit au total 6 issues possible.

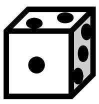
Pour la suite :



A est l'événement « Obtenir 1 ou 2 »
B est l'événement « Obtenir 3 ou 4 »
C est l'événement « Obtenir un chiffre plus grand ouégal à 4 »
D est l'événement « Obtenir 0 »

E est l'événement « Obtenir un chiffre »

On appelle événement élémentaire, un événement qui ne contient **qu'une seule issue**.



Exemple : Evènements « Obtenir 1 » ou « Obtenir 2 »

On appelle événement impossible, un événement qui n'est constitué **d'aucune issue**, qui ne peut se réaliser.

Exemple : L'événement D ou encore « Obtenir un multiple de 10 »

On appelle événement certain, un événement qui se réalise toujours, il contient **toutes les issues**.

Exemple : L'événement E ou encore « Obtenir un chiffre plus, petit que 7 »

L'événement contraire d'un événement A contient toutes les issues qui ne réalise pas A. On le note « **non A** » ou encore $\overline{\mathbf{A}}$.

Exemple : Pour l'événement « Obtenir 3 » l'événement contraire est « ne pas faire 3 » ou dit autrement : « Obtenir 1,2,4,5 ou 6 ». Autre Exemple : « Obtenir 4 ou moins » et « Obtenir un chiffre strictement supérieur à 4 ».

Deux événements sont dit incompatibles s'ils **ne peuvent se réaliser en même temps**.

Exemple :L'événement Aet l'événement B ou encore l'événement A et l'événement C.

Remarque :

Un événement et son événement contraire sont toujours incompatibles.

II – Calculer des probabilités :

1) *Rappels sur les probabilités d'issues:*

La probabilité d'une **issue** représente **la chance** qu'elle apparaisse lors d'une expérience aléatoire.

Exemple : On a une chance sur 6 d'obtenir 3. On dit que la probabilité d'obtenir 3 est de $\frac{1}{6} \approx 0{,}13$.

Propriétés :

La probabilité d'une issue est un **nombre compris entre 0 et 1**.
La somme des probabilités de toutes les issues d'une expérience aléatoires est égale à **1.**

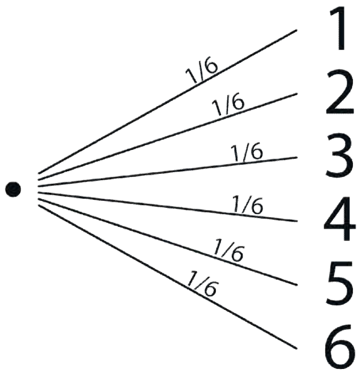
Exemple : Chaque face a une probabilité de $\frac{1}{6}$ d'être obtenue. On a donc la somme des probabilités :$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{6\times1}{6}=1.$

Si dans une expérience aléatoire, **toutes les issues ont la même probabilité** d'apparaitre, on parle de situation d'équiprobabilité.

Exemple : Chaque face a autant de chance d'être obtenue, nous sommes donc dans une situation d'équiprobabilité.

2) *Arbre de probabilités:*

Arbre de probabilité :



Les arbres de probabilités sont utilisés pour représenter les différentes caractéristiques d'une expérience aléatoires et permettent de mieux visualiser les issues de l'expérience.

Ils peuvent être simple ou plus complexe avec deux expérience ou deux étapes d'affilés.

3) *Probabilités d'événements:*

La **probabilité d'un événement A** est **la somme des probabilités des issues** qui le réalisent. On note cette probabilité P(A).

Exemple : On reprend l'exemple de la remarque : J l'événement « Faire un chiffre Pair ». J contient les issues 2,4 et 6 qui ont chacun une probabilité de $\frac{1}{6}$ d'apparaitre. Donc $P(J) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0{,}5$.

Remarque :

- La probabilité d'un événement certain est 1.
- La probabilité d'un événement impossible est 0.
- La somme des probabilités d'un événements A et de son contraire vaut 1, soit $P(A) + P(\bar{A}) = 1$.

Propriétés :

Si A et B sont **deux événements incompatibles,** la probabilité que **l'un <u>ou</u> l'autre** se réalise est **la somme de leurs probabilités** : $P(A\ ou\ B) = P(A) + P(B)$

Exemple : Soit A l'événement « Obtenir 1 ou 2 » et B l'événement « Obtenir plus de 5 ». A contient les issues 1,2 donc $P(A) = \frac{2}{6}$et B contient les issues 5,6donc $P(B) = \frac{2}{6}$. Ces deux événements sont bien incompatibles. La probabilité de l'événement « Obtenir 1 ou 2 **<u>OU</u>** Obtenir plus de 5 » est alors : $P(\text{A ou B}) = P(A) + P(B) = \frac{2}{6} + \frac{2}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \approx 0{,}66$.

III – <u>Lien entre probabilité et fréquence :</u>

Lorsque l'on répète un grand nombre de fois une expérience aléatoire, on peut mesurer l'apparition d'une issues en comptant le nombre d'apparition de celle-ci et en calculant sa fréquence.

La fréquence d'une valeur est le quotient de son effectif par l'effectif total.

$$\frac{Effectif}{Effectif\ total}$$

Remarque :

La fréquence est comprise entre 0 et 1.

Lorsqu'on effectue un très grand nombre de fois une expérience aléatoire de façon indépendante et dans les mêmes conditions, la fréquence de réalisation d'une issues ou d'un événement se rapproche de la probabilité de celle ou celui-ci.

Ici un graphique représentant le taux d'apparition du chiffre 1 en fonction du nombre de lancé d'un dé :