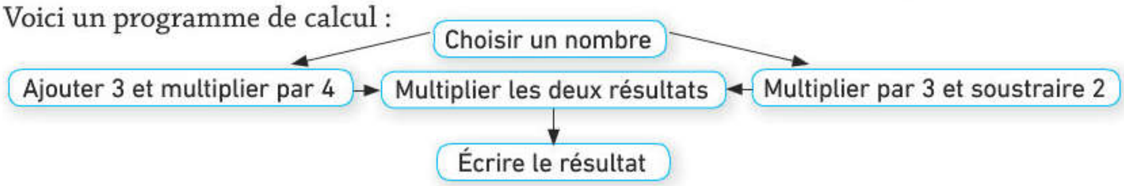
Chapitre 16 - Equation produit nul

Activité Introduction

Voici un programme de calcul :



1 Quels nombres doit-on choisir au départ pour obtenir 0 à la fin de ce programme de calcul ?

2 Juliette a utilisé une équation pour résoudre ce problème en nommant *N* le nombre de départ.
a. Écrire l'équation de Juliette, puis essayer de la résoudre.
b. Écrire un texte qui explique comment on peut résoudre une équation-produit nul.

I – Rappels :

Une équation est une **égalité** comportant un ou plusieurs nombres inconnus désignés par des lettres (que l'on nomme les inconnues de l'équation).

Exemple de résolution :

$$\begin{array}{ccccc} -7x & -3 & = & x & +5 \\ & +3 & & & +3 \\ -7x & & = & x & +8 \\ -x & & & -x & \\ -8x & & = & & +8 \\ \div(-8) & & & & \div(-8) \\ x & & = & & -1 \end{array}$$

II – Equations produit nul :

Propriétés :

Dire qu'un produit est nul signifie que l'un de ses facteurs est nul.

Exemple :

Quelque soit a et b deux nombres, Si $a \times b = 0$ alors $a = 0$ ou $b = 0$.

On utilise cette propriétés pour résoudre des équations du second degrés.

1) *Equation produit nul générale :*

Exemple :

Résoudre $(5x+1)(3-2x)=0$.

D'après la propriétés précédentes, $(5x+1)(3-2x)=0$ si $5x+1=0$ ou $3-2x=0$.

Cette équations a donc 2 solutions :

$$\begin{aligned} 5x+1 &= 0 \\ 5x &= -1 \\ x &= -0{,}2 \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} 3-2x &= 0 \\ 3 &= 2x \\ 1{,}5 &= x \end{aligned}$$

L'équation $(5x+1)(3-2x)=0$ a deux solutions : -0,2 et 1,5.

2) *Equation du type x^2-a^2 :*

Propriétés :

Soit a un nombre entier positif. Les solutions de l'équations $x^2-a^2=0$ sont a et $-a$.

Exemple :

Résoudre $x^2-25=0$.

$x^2-25=x^2-5^2 \rightarrow$ Les solutions sont 5 et -5.

Résoudre $x^2-7=0$.

$x^2-7=x^2-\sqrt{7}^2 \rightarrow$ Les solutions sont $\sqrt{7}$ et $-\sqrt{7}$.

Cela marche aussi pour :

$$x^2=a^2$$

$$\downarrow$$

$$x^2-a^2=0$$

Démonstration :

$x^2-a^2=(x-a)(x+a)$. Donc $x^2-a^2=0$ si $(x-a)(x+a)=0$. Donc $x-a=0$ ou $x+a=0$.

$x-a=0 \rightarrow x=a$ $\quad$ $x+a=0 \rightarrow x=-a$ $\quad$ Les solutions sont a et $-a$