Chapitre 11 - Statistiques

I - Rappels Vocabulaire:

L'effectif d'une valeur le nombre de fois que cette valeur apparait parmi l'ensemble des valeurs.

La fréquence d'une valeur est le quotient de l'effectif de cette valeur par l'effectif total.

$$Fr\'{e}quence = rac{Effectif\ de\ la\ valeur}{Effectif\ total}$$

Exemple:

Voici une suite de valeur :0 ;2 ;3 ;4 ;5 ;4 ;7 ;7 ;7 ;4 ;4 ;2 ;6 ;1 ;5 ;4 ;7 ;5 ;2 ;4

On peut regrouper cela dans un tableau d'effectifs :

Valeur	0	1	2	3	4	5	6	7
Effectif	1	1	3	1	6	3	1	4

La fréquence d'apparition de la valeur 4 est ici de $\frac{6}{20} = 0.3 = 30\%$

II - Outils Statistique:

1) Moyenne:

La moyenne d'une série de valeurs est égale à la somme de toutes les valeurs de la série, divisée par l'effectif total de la série.

$$Moyenne = \frac{Somme \ de \ toutes \ les \ valeurs}{Effectif \ total}$$

Exemple:

On a relevé les notes des 7 derniers contrôles de Pierre :

On peut alors calculer sa moyenne:

$$Moyenne = \frac{Somme \ de \ toutes \ les \ valeurs}{Effectif \ total} = \frac{7 + 17 + 15 + 16 + 12 + 14 + 10}{7} = 13$$

Remarque

- La moyenne représente la valeur qu'aurait eu chacune des valeurs si elles étés toutes identiques.
- La moyenne est sensible aux valeurs extrêmes c'est-à-dire qu'elle est fortement impactée lorsque les valeurs minimal et maximal changent.

2) Médiane:

La médiane d'une série de valeurs est une valeur telle qu'il y a :

- 50% des valeurs inférieures ou égales à cette médiane.
- 50% des valeurs supérieurs ou égales à cette médiane.

Exemple:

On reprend les notes de Pierre :

On les classe tous d'abord par ordre croissant pour identifier la médiane :

La médiane est une valeur de la série car l'effectif des notes est impair.

Au contrôle suivant Pierre obtient 15:

On ré identifie la médiane :

La médiane ici n'est plus une valeur de la série car l'effectif des notes est Pair. La médiane de ces notes est une note comprise entre la 4^e et 5^e valeur. En générale on prend la moitié soit 14,5 ici.

Remarque

- La médiane représente la valeur centrale de la série.
- La médiane n'est pas sensible aux valeurs extrêmes c'est-à-dire qu'elle ne change pas ou peu lorsque les valeurs minimal et maximal changent.

3) Etendue:

L'étendue d'une série de valeurs est la différence entre la plus grande valeur et la plus petite valeur de cette série.

Exemple:

Dans la série de note de pierre : 7 - 17 - 15 - 16 - 12 - 14 - 10 - 15; la valeur maximale est 17 et la valeur minimale est 7. L'étendue est donc de 17-7 = 10.

Remarque

 L'étendue évalue la dispersion des valeurs. Plus l'étendue est élevée plus les valeurs sont dispersées. Plus l'étendue est faible plus les valeurs sont regroupées.

4) Moyenne pondérée :

La moyenne d'une série de valeurs est égale à la somme de toutes les valeurs de la série pondérées de leurs effectifs respectifs, divisée par l'effectif total de la série.

Exemple:

On a le tableau de valeur suivant :

Valeur	1	2	4	5	7
Effectif	1	3	6	3	4

On peut alors calculer la moyenne des valeurs :

$$Moyenne = \frac{Somme \ de \ toutes \ les \ valeurs}{Effectif \ total} =$$

$$\frac{1 \times 1 + 2 \times 3 + 4 \times 6 + 5 \times 3 + 7 \times 4}{1 + 3 + 6 + 3 + 4} = \frac{74}{17} \approx 4,4$$

Autre exemple:

Voici les notes de Alan:

Sa moyenne est donc :

$$\frac{7 \times 1 + 17 \times 0,5 + 15 \times 2 + 10 \times 1}{1 + 0,5 + 2 + 1} = \frac{55,5}{4,5} \approx 12,3$$

Si on prend le double de chacun des coefficients, cela ne change rien :

$$\frac{7 \times 2 + 17 \times 1 + 15 \times 4 + 10 \times 2}{2 + 1 + 4 + 2} = \frac{111}{9} \approx 12,3$$