

Chapitre 1 - Nombres premiers

Activité Introduction

Jean a confectionné des truffes au chocolat. Il souhaite les disposer de telle sorte qu'elles puissent former un rectangle un fois rangé, sans espace vide.

1. Jean a confectionné 20 truffes.
 - a. Représenter, par un schéma, une façon de disposer ces truffes.
 - b. Existe-t-il d'autres façons de les ranger ? Si oui, combien ?
2. Sa sœur passe dans la cuisine et mange une truffe !
 - a. Reprendre les questions précédentes.
 - b. Quelle remarque peut-on faire à propos des rangements de Jean ?
3. Quand la seule façon de disposer n truffes est de les mettre en une ligne, on dit que le nombre n est un nombre premier.
A l'aide du tableau suivant trouve les nombres premiers. (Utilise un crayon à papier pour barrer les nombres qui ne le sont pas).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

I – Définitions :

1) Division euclidienne :

La division euclidienne de a par b (avec $b \neq 0$), est la recherche de deux entiers q et r , tels que : $a = b \times q + r$ avec $r < b$

Exemple :

$$\begin{array}{r} 128 \\ \downarrow 3 \end{array} \left| \begin{array}{r} 5 \\ \downarrow 25 \end{array} \right. \quad \begin{array}{rcl} 128 & = & 5 \times 25 + 3 \\ \uparrow & & \uparrow \\ \text{Dividende} & \text{Diviseur} & \text{Quotient} & \text{Reste} \end{array}$$

Avec Reste < Diviseur

2) Multiples et diviseurs :

Un nombre entier a est un **multiple** d'un nombre entier b (avec $b \neq 0$) lorsque le reste de la division euclidienne de a par b est 0.

On dit aussi que b est le **diviseur** de a ou que a est **divisible** par b .

Exemple :

512 est un multiple de 16 car $512 = 16 \times 32 + 0$.

3) Nombres premiers :

Un **nombre premier** est un nombre qui possède **exactement** deux diviseurs, 1 et lui-même.

Remarque :

- Le nombre 1 n'est pas un nombre premier !
- Il existe un nombre infini de nombres premiers.

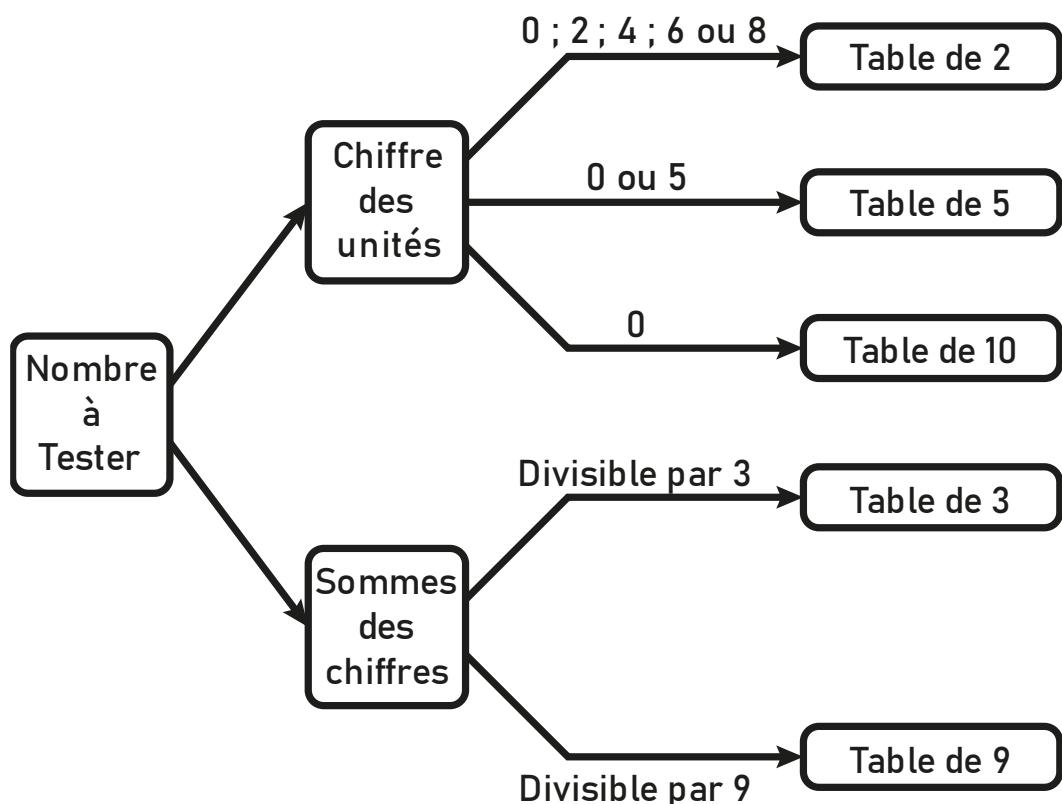
Exemples :

- Le nombre 11 est premier car 11 n'est divisible que par 1 et 11.
- Le nombre 12 n'est pas premier car il est divisible par 1, 2, 3, 4, 6 et 12.

Les **nombres premiers compris entre 1 et 50** sont :

♥ 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37 ; 41 ; 43 ; 47

II – Critères de divisibilité :



III – Décomposition :

Décomposer un nombre en **produit de facteurs premiers**, c'est l'écrire sous forme d'une multiplication de nombres premiers.

Exemples :

Méthode 1

360	2	\times	180
180	2	\times	90
90	2	\times	45
45	3	\times	15
15	3	\times	5
5	5	\times	1
1			

Méthode 2

$$\begin{aligned}360 &= \overbrace{36}^{} \times \overbrace{10}^{} \\360 &= \overbrace{6}^{} \times \overbrace{6}^{} \times \overbrace{2 \times 5}^{} \\360 &= 2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 2 \times 5\end{aligned}$$

Donc $360 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$

Remarques :

- La décomposition en produit de facteurs premiers permet de trouver rapidement dans quelle table se trouve un nombre.
- La décomposition d'un nombre est unique.