

# Voorbeeld van een opdrachtenboek met “Computational-Thinking-opdrachten” aansluitend bij de methode Getal & Ruimte

Benny Aalders      Vincent Velthuisen

19 juni 2017

In dit document staan voorbeeldopgaven die in een programmeerboek zouden kunnen staan dat wordt meegeleverd met een lesboek/een serie lesboeken. Bij wijze van voorbeeld hebben we voor de lesboekenserie Getal & Ruimte gekozen. Bij de opdrachten zijn niveaus aangegeven. Het meetniveau is ordinaal. Toewijzing van de niveaus is op dit moment enkel gebaseerd op onze eigen inschatting. De niveaus dienen louter om een vorm van structuur zichtbaar tijdens het ontwikkelingsproces.

**Niveaus I–II** Dit zijn opdrachten op instapniveau; i.e.: vertrouwd raken met de mogelijkheden en methodes. Dit zou voor VMBO het eindniveau kunnen zijn. Bij deze opdrachten is het programmeerniveau relatief laag of nul. Het draait hier meer om het gebruiken van de beschikbare technologie.

**Niveau III** Dit zijn opdrachten waar programmeren een grotere rol speelt. Dit is voor HAVO/VWO bedoeld. Bij het maken van deze opdrachten heeft de leerling alle basiskennis nodig over het bijbehorende hoofdstuk uit zijn lesboek.

**Niveau IV** Deze opdrachten gaan wat dieper in op de stof. Over het algemeen wordt hier getest wat een programma doet met ongebruikelijke invoer.

Een voorbeeld: In **P6(b)** wordt gevraagd wat er gebeurt wanneer je  $\text{ggd}(-2, 4)$  met je programma probeert uit te rekenen. Een leerling moet dan nadenken over de precieze definitie van de ggd en of  $\text{ggd}(-2, 4)$  wel betekenis heeft. Daarnaast moet hij nadenken over zijn code: “Krijg ik een foutmelding of een foute uitvoer?”; Waarom zegt mijn programma  $\text{ggd}(-2, 4) = 2$ , terwijl  $\text{ggd}(-2, 4)$  niet gedefinieerd is?”

Een leerling moet zich bij deze opdrachten verdiepen in de betekenis van wiskundige begrippen en in de precieze werking van zijn code. Dit is waarschijnlijk alleen voor gevorderde leerlingen weggelegd.

**Niveaus V–VI** Diepergaande opdrachten over de geschreven code. Hierbij ligt de nadruk meer op het coderen dan op de wiskundige onderwerpen waarvoor de code gebruikt wordt.

Hoewel de opdrachten allemaal betrekking hebben op een bepaald hoofdstuk/bepaalde paragraaf, zou je ervoor kunnen kiezen om sommige opdrachten later in het jaar te behandelen.

Een voorbeeld: In opdracht **P6(b)** wordt gevraagd wat er gebeurt wanneer je  $\text{ggd}(-2, 4)$  met je programma probeert uit te rekenen. Hier kan naar gekeken worden op het moment dat negatieve getallen behandeld worden. Dit hoeft niet per se tijdens het hoofdstuk over de ggd en het kgv te gebeuren.

Legenda:

**1** Opdracht 1 uit het reguliere tekstboek.

**II P6** Opdracht 6 uit het programmeren-boek. Deze opdracht is van niveau 2.

# Getal & Ruimte

## 1 HAVO/VWO

### Hoofdstuk 2.2 - De gcd en het kgv

- I P1** In je programmabibliotheek staat het programma `isdeler`.
- a** Wat doet dit programma volgens de omschrijving.
  - b** Controleer met `isdeler` of 2 een deler is van 6.
  - c** Controleer met `isdeler` of 2 een deler is van 7.
  - d** Controleer met `isdeler` je antwoord op vraag **14**.
- II P2** Schrijf een programma dat
- vraagt om twee getallen  $a$  en  $b$ .
- Als je deze getallen hebt ingevoerd, dan moet het programma zeggen
- “ $a$  is een deler van  $b$ ”, **of**
  - “ $a$  is geen deler van  $b$ ”.
- II P3** Schrijf een programma dat alle delers van een getal weergeeft.
- III P4** Je gaat nu proberen om een programma te schrijven waarmee je de gcd van twee getallen kunt berekenen.
- a** Beschrijf alle stappen die je programma moet doorlopen.
  - b** Geef per stap aan of je hiervoor een for-lus, een while-lus, of een if wil gebruiken.
  - c** Probeer nu de stappen in de goede volgorde te zetten.
- d** Schrijf een programma dat de gcd van twee getallen geeft.
- III P5** Je gaat nu het programma dat je in opdracht **P4(d)** hebt geschreven, testen.
- a** Controleer je code door te kijken of je de juiste antwoorden krijgt bij opdrachten **15** en **16**.
  - b** Controleer of  $\text{gcd}(12, 30) = \text{gcd}(30, 12)$ . Controleer op dezelfde manier vier opgaven van vraag **15** en **16**.
  - c** Wat geeft jouw code voor  $\text{gcd}(1, 8)$ ,  $\text{gcd}(9, 9)$  en  $\text{gcd}(1, 1)$ ?
  - d** Kun je met jouw code vraag **18(f)** ook oplossen? Leg uit waarom wel of niet.
- IV P6** Deze vraag gaat over het programma dat je geschreven hebt in **P4(d)**. We kijken wat jouw programma geeft voor  $\text{gcd}(a, b)$ , voor verschillende waarden van  $a$  en  $b$ .
- a** Wat gebeurt er als  $a = 0$  of  $b = 0$ ? En wat als  $a = 0$  en  $b = 0$ ?
  - b** Wat gebeurt er als  $a < 0$  of  $b < 0$ ? En wat als  $a < 0$  en  $b < 0$ ?

- c Wat gebeurt er als  $a$  of  $b$  geen geheel getal is? En wat als ze dit allebei niet zijn?
- d Wat is volgens jouw programma  $\text{ggd}(6, 9\frac{1}{5})$ ?

**II P7** Wat zou er gebeuren als je een programma alle veelvouden van twee getallen laat geven?

**III P8** Je gaat nu proberen om een programma te schrijven waarmee je het kgv van twee getallen kunt berekenen.

- a Schrijf een programma dat lijst met veelvouden van de twee getallen weer-geeft. Denk na over een nuttig aantal veelvouden.
- b Schrijf een programma dat het kgv van twee getallen geeft.

**III P9** Je gaat nu het programma dat je in opdracht **P8(b)** hebt geschreven, testen.

- a Controleer je code door te kijken of je de juiste antwoorden krijgt bij vraag **17** en **18(a,c)**.
- b Controleer of  $\text{kgv}(8, 12) = \text{kgv}(12, 8)$ . Controleer dit ook voor alle opgaven van vraag **17** en **18(a,c)**.
- c Wat geeft jouw code voor  $\text{kgv}(1, 8)$ ,  $\text{kgv}(9, 9)$  en  $\text{kgv}(1, 1)$ ?
- d Kun je met jouw code vraag **18(e)** ook oplossen? Zo nee, leg uit waarom niet.

**IV P10** Deze vraag gaat over het programma dat je geschreven hebt in **P8(b)**. We kijken wat jouw programma geeft voor  $\text{kgv}(a, b)$ , voor verschillende waarden van  $a$  en  $b$ .

- a Wat gebeurt er als  $a = 0$  of  $b = 0$ ? En wat als  $a = b = 0$ ?
- b Wat gebeurt er als  $a < 0$  of  $b < 0$ ? En wat als  $a < 0$  en  $b < 0$ ?
- c Wat gebeurt er als  $a$  of  $b$  geen geheel getal is? En wat als ze dit allebei niet zijn?

**V P11** Je gaat nu kijken tussen de overeenkomsten van je programma van **P4(d)** en **P8(b)**. Wat zijn de overeenkomsten tussen de programma's?

**VI P12** In deze opdracht ga je nadenken over de gebruiksvriendelijkheid van je programma's.

- a Schrijf een programma dat de  $\text{ggd}$  en het  $\text{kgv}$  van twee getallen geeft.
- b Denk na over de output van je programma. Snapt iemand die de code van jouw programma niet kent hoe de getallen ingevoerd moeten worden? Is duidelijk welke van de twee uitkomsten de  $\text{ggd}$  en welke het  $\text{kgv}$  is?

## 2 HAVO/VWO

### Hoofdstuk 6.4 - Gemiddelde, mediaan en modus

#### II P13

- a Zorg dat je programma een lijst als parameter verwacht zodat je een lijst hebt om mee te werken.
- b Bereken de som van alle elementen in de lijst.
- c Bereken en geef het gemiddelde van de elementen in de lijst.

#### II P14

- a Schrijf een methode om het grootste element in de lijst te vinden.
- b Neem het programma van **P13(a)** en test je methode met de volgende lijsten:
  - $\{2, 2, 2\}$
  - $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
  - $\{5, 4, 3, 2, 1\}$
  - $\{-1, -2, -3, -4, -5\}$
  - $\{\}$

#### II P15

- a Schrijf een methode om de plek in de lijst (index) van kleinste element in de lijst te vinden.
- b Neem de testserie uit opdracht **P14(b)** om je methode te testen.

#### III P16

Schrijf een programma voor elk van de volgende taken:

- a Verwijder het kleinste element van een lijst.
- b Neem het programma van **P13(a)** en maak een gesorteerde lijst. (**hint:** voeg het kleinste element van de ingevoerde lijst toe aan een nieuwe lijst en verwijder het dan uit de originele lijst, herhaal dit tot de originele lijst leeg is.)
- c Neem de testserie uit opdracht **P14(b)** om of te testen het sorteren goed werkt.
- d Geef de mediaan van de lijst. (**hint:** je zult twee gevallen moeten onderscheiden, een lijst met een even aantal elementen, en een met een oneven aantal elementen.)
- e Neem de test serie uit opdracht **P14(b)** om te testen of je programma goed werkt.
- f Test je programma ook met de volgende lijsten:
  - $\{2, 2, 2, 2\}$
  - $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

- $\{5, 4, 3, 2, 1, 0\}$
- $\{6, 1, 5, 2, 4, 3\}$

### III P17

Het is voor een computer lastig om de lijst als geheel te bekijken. Het is makkelijker om te doen alsof we een lijst hebben die bestaat uit een element, waar we vervolgens de rest van de lijst, stuk voor stuk aan toevoegen. Laten we kijken naar de gesorteerde lijst  $\{4, 4, 5, 6, 6, 6\}$ .

Als we alleen het eerste element bekijken ( $\{4\}$ ), dan is de modus niet zo moeilijk te bepalen. Het is handig om op te slaan hoe vaak dit element voorkomt.

Wanneer we het volgende element toevoegen, hoe verandert dan de modus? Omdat de lijst gesorteerd is, zijn er 2 mogelijkheden: We krijgen nog een voorkomen van hetzelfde element, of we hebben alle voorkomens van dat element gehad en krijgen een nieuw element.

Als het een extra voorkomen is van hetzelfde element dan komt dat element dus een keer vaker voor dan we tot nu toe dachten.

Als het een nieuw element is, dan willen we onthouden hoe vaak we het tot nu toe meest voorkomende element hebben gezien, en een nieuwe teller starten voor het nieuwe element.

Laten we dit toepassen op bovenstaande lijst.

**a** Bepaal voor elk van onderstaande sublijsten, de modus en hoe vaak die voorkomt.

1.  $\{4\}$
2.  $\{4, 4\}$
3.  $\{4, 4, 5\}$
4.  $\{4, 4, 5, 6\}$

Wanneer we het volgende element toevoegen (nog een 6) dan moeten we even goed nadenken. We weten dat 4 de modus is, en dat die 2 keer voorkomt. Maar we vinden straks een tweede 6. Dit betekent dat 4 en 6 beide tweemaal voorkomen. We doen nu alsof de modus twee antwoorden heeft, 4 en 6.

**b** Doe voor onderstaande lijst hetzelfde als wat je bij de vorige lijsten deed.

5.  $\{4, 4, 5, 6, 6\}$

Gelukkig is er nog een 6 en lost het bovenstaande probleem zichzelf op. 6 komt nu drie keer voor en is dus de nieuwe modus.

**c** Doe voor onderstaande lijst hetzelfde als wat je bij de vorige lijsten deed.

6.  $\{4, 4, 5, 6, 6, 6\}$

- IV P18** Schrijf een programma dat de modus uitrekent van een gegeven lijst. Je kunt hierbij gebruik maken van het algoritme uit opdracht **P17**.
- III P19**
- a** Maak een programma dat het gemiddelde, de mediaan en de modus geeft van een ingevoerde lijst.
  - b** Test je programma met je antwoord op opdrachten **47**, **48** en **49(a)**.
- V P20**
- a** Waarom is het in **P18** handig om met een gesorteerde lijst te beginnen?
  - b** Geef in grote O notatie aan hoeveel beter het is om bij **P18** een gesorteerde lijst te gebruiken dan een ongesorteerde lijst.
  - c** Geef in grote O notatie de complexiteit van het sorteeralgoritme bij **P16(b)**.
- VI P21** Zoek en implementeer een beter sorteeralgoritme in plaats van die bij **P16(b)**.

### 3 VWO

#### Hoofdstuk 5.2 - De abc-formule

*Onderstaande opdrachten zijn uitgewerkt aan de hand van het VWO boek (omdat er geen HAVO/VWO boek is voor klas 3). De opdrachtnummers komen niet overeen met het HAVO boek maar de opdrachten zouden verder wel bruikbaar moeten zijn.*

#### III P22

In Programma 1 zie je een script voor het oplossen van  $ax^2 + bx + c$ . Dit script hoort bij het programma Foute-ABC in je bibliotheek. Wat gaat er fout in dit programma?

```
1 ABC Formule
2 invoer : A, B, C
3 uitvoer: XL, XR
4
5 XL is  $-B - \sqrt{B^2 - 4AC} / 2A$ 
6 XR is  $-B + \sqrt{B^2 - 4AC} / 2A$ 
7 geef XL, XR
```

**Programma 1:** Script van het programma Foute-ABC.

#### III P23

a Schrijf een programma dat

- De formule  $ax^2 + bx + c$  weergeeft aan de gebruiker en vervolgens vraagt om  $a$ ,  $b$  en  $c$ .
- De discriminant uitrekent en weergeeft
- Op basis van de discriminant aangeeft hoeveel oplossingen er zijn.
- De oplossing geeft als er één oplossing is.
- De oplossingen geeft als er meerdere oplossingen zijn.

b Controleer je code door te kijken of je de juiste antwoorden krijgt bij opdracht 16 en 17.

#### IV P24

Uit de vergelijking  $y = ax^2 + bx + c$  kun je nog meer informatie halen. Schrijf nu code waarmee je de coördinaten van de top van de parabool  $y = ax^2 + bx + c$  kunt weergeven. Je mag bij deze opdracht zelf kiezen of je hiervoor je programma uit P23 gaat uitbreiden, of dat je een nieuw programma maakt.