

# 建模基础

MCM/ICM 2026 联合培训

2025-11-28

1. 数学建模竞赛的任务
2. 数学建模与数学练习题的区别
3. 数学建模意识
4. 建模过程的关键环节
5. 常见问题

## 数学建模竞赛的任务:

针对一个有实际背景的问题，在充分理解任务的前提下，根据自己的知识、能力和水平，给出合理的、完整的解决方案。

- 实际背景：与高等数学、线性代数等具体的数学练习题不同，不是单纯的数学问题。没有清晰的边界，甚至没有明确的需求，对方法没有限制，解决方案多样。从实际问题到数学问题，是数学建模强调的双向翻译能力之一。
- 理解任务：核心任务是什么，各子问题之间关系以及在整个问题解决过程中的地位和作用是什么。
- 基于自身水平：优先考虑自己熟悉的方法和工具，避免盲目使用自己不熟悉、无法掌控的方法。不要过分强调所谓模型，数学本身就是模型。数学知识已经很多，缺乏的是对知识灵活恰当的运用。
- 解决方案：是一个整体的解决方案，数学知识和方法只是其中一部分，前后都有很多工作要做，如问题分析、测试验证等。

1. 数学建模竞赛的任务
2. 数学建模与数学练习题的区别
3. 数学建模意识
4. 建模过程的关键环节
5. 常见问题

数学建模与数学练习题的区别：

区别主要体现在三个方面，边界和方法、需求理解、解决方案多样性。

## 2.1 边界和方法

与求解一个线性方程组，或者求解一个定积分不同，数学建模竞赛的题目更接近实际的需求（只是接近），一定不是一个定义清晰，结构良好的数学问题。相反，将这样的现实需求分解、抽象为一个或多个数学问题，并加以解决，是数学建模竞赛关注的重点。这些赛题既没有明确的方法、知识点，也没有唯一的答案。所有的方法，所有的知识都可以用，只要能很好的解决问题。那么，到底有没有很好的解决问题，需要测试和分析，后面还会提到。

## 2.1 边界和方法

大家看一看近年的竞赛题目就知道，没有哪一道题目是运用某个定理，或者使用某个现成的算法就可以直接解决的。同学们经常问，老师，这道题目应该使用什么模型？同学们所谓的模型，是期望得到一个明确无误的名称。但是这样的问题几乎没有办法回答，没有办法给出类似“克莱姆法则”、“高斯消元法”这样的答案。这里涉及到另外一个基本的问题，什么是数学模型，稍后会讨论。同学们可能还会问，这道题目的答案是多少，或者我们做的对不对。对于数学建模竞赛的问题，一般不会有唯一正确的答案，也不讲数值结果的正确与否，而是讨论合理性、可行性。



## 2.2 需求理解

既然是实际问题，用户的需求决定了研究的重点。好的建模取决于两方面，对问题的理解和对方法的运用。要解决实际问题，首先要理解用户真正的需求。这也是数学建模与一般的数学练习题的一个显著区别。同学们在初期往往更关注方法，而忽略了对需求的挖掘和理解。需求就在题目的文字中，后面我们再分析如何审题。

## 2.2 需求理解

在理解需求的时候还要特别注意两种特殊情况。

第一种情况，用户的描述与其真实需求不一致，这时，建模者作为“专业人士”要主动识别和满足需求。比如，网友问能不能把各省教育厅的高考录取分数线等信息抓取下来保存成 Excel 文件。形式上看，这是一个数据采集问题。实际上客户想要的是结构化的高考录取信息。那么，写程序自己采集只是一种解决方案，而从其他网站获取结构化的信息，甚至直接买整理好的数据都是可行的方案。当然竞赛题很少出现这种不一致的情况。

## 2.2 需求理解

第二种情况，有些具体的要求，甲方可能没说，但是乙方不能不做。甲方没说，有可能是不知道要提这样的要求，还有可能这些要求是惯例和常规，甲方认为不需要再次强调。乙方是专业人士，对于必要的步骤无论甲方说不说都要做到位。要成为主动的问题解决者，而不是被动的答题者。比如对方案的测试和分析，无论题目中是否有明确要求，都必须要做。再比如，优化问题的目标函数值也必须提供。

## 2.3 解决方案的多样性

数学练习题往往只有一种或几种有限的做法，答案也是唯一的。对于同一个现实问题，解决方案有很多种。

## 2.3 解决方案的多样性

比如历法。日、月、地球的运动规律是固定的，但是古今中外使用的历法各不相同。比如，彝族的十月太阳历，是彝族先民创造的一种古老太阳历法，一年分为 10 个月，每月固定 36 天（即 12 属相纪日法的 3 个周期），全年 360 天；年终另加 5 天“过年日”（闰年加 6 天），平均年长 365.25 天，与回归年高度吻合。以五行（木、火、土、金、水）分为五季，每季 72 天（两个月），对应物候变化和农事活动。是不是既简明又很科学。

## 2.3 解决方案的多样性

再比如，古埃及的分数系统非常特殊，除了  $\frac{2}{3}$  等少数特例之外，只有“单位分数”，即，分子为 1，普通分数要表示为单位分数的和，如  $\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$ ， $\frac{7}{10} = \frac{1}{2} + \frac{1}{5}$  等，运算只能查表，非常不方便。对于同一个客观规律，可以有各种各样的解决方案，有些可能各有特色不分伯仲，有些可能优劣明显差异巨大。因此，我们在解决问题时，不必拘泥于特定的模型或方法，思路可以更开阔些，同时应该更加关注问题本身是否得到了有效解决，通过测试和分析，得到最佳的方案。

## 2.4 作品的层次

在求解数学建模竞赛的题目时，要摆脱做数学练习题的思维方式，更多关注问题本身，将所有赛题视为一个整体，寻找最佳的解决方案。我们的作品可以分为不同的层次，每一个层次关注的重点不同，不是一蹴而就的，有一个不断学习，逐步提高的过程。

- 基本目标：针对用户的需求，给出完整的、可行的解决方案，并论述方案的性能（解释动机，或测试效果）。
- 进阶目标：论述与以往研究联系与区别，给出适用于一般场景的模型或算法，充分论证方案的优势，或适用条件。
- 更高目标：建立更具一般性的通用模型，并将模型推广到其他问题。

## 2.4 作品的层次

竞赛时间有限，条件有限，同学们经验有限，在前期培训和备赛的基础上，确保完成基本目标，争取实现进阶目标就很不错了，能不能达成更高目标，或许要看运气、看发挥。



- 1. 数学建模竞赛的任务
- 2. 数学建模与数学练习题的区别
- 3. 数学建模意识**
- 4. 建模过程的关键环节
- 5. 常见问题

## 3.1 什么是数学模型，什么是数学建模

我们还有一个基本问题没有解决，什么是数学模型，什么是数学建模。对于这两个概念没有明确的被一致认可的定义，使用的人不同，上下文不同，可能都有不同的含义。我们结合上述数学建模竞赛的任务，试图对这两个密切联系在一起的概念进行描述，帮助大家理解。同学们也可以有自己的观点。

## 3.1 什么是数学模型，什么是数学建模

粗略的讲数学本身就是模型。自然数、四则运算、方程、微积分、图论、信息论、分形几何、模糊数学等等。我们的数学知识越丰富，相当于工具箱中的工具越多，解决实际问题的选择更多，更灵活，效率更高。针对某些实际问题的研究，会导致开发出新的数学工具，并且这些工具还有助于解决其他问题，但是更多场景下是使用现有的工具，组合使用现有的多个工具，解决具体的问题。前者是应用数学，后者是数学的应用或者说工程数学，区别在于是否对数学本身有贡献。而这两种场景都可以称为数学建模。用数学解决问题，或者，开发新的数学解决问题。

## 3.2 数学建模意识

我们还可以从两个不同的维度理解数学建模的本质。一是从内容上看，数学建模三条主线：量化、优化、泛化，主要是量化和寻优。二是从过程上看，数学建模是对复杂的任务进行分解，并完成分解后的每一个任务，从而解决问题，重点是分解。竞赛题目已经做了一定程度的分解，我们在后面讨论审题的时候再介绍。

## 3.2 数学建模意识

量化主要体现在降低不确定性，消除模糊性，比如中餐与烘焙，比如信息论。信息论将“信息”从一种模糊的日常概念提升为一个可以精确定义、测量、存储和传输的科学量，并由此奠定了现代信息社会的理论基础。

关于量化，大家可以看一下 2025 年全国研究生数学建模竞赛《江南古典园林的美学特征建模》。

## 3.2 数学建模意识

更高、更快、更强……，寻优是永恒的主题，量化为寻优提供了基础。基础教育阶段，与极值有关的问题也都是考察的重点，从两点之间直线段最短，到一元二次函数在闭区间上的极值问题。

关于寻优，举一个例子，机器老鼠大赛的两次重要提升：

- 减少转弯，而不是寻找距离最短。
- 增加向下的压力，提高转向时的速度。

## 3.2 数学建模意识

通过数学建模竞赛，培养数学建模意识。主动量化的意识，主动寻优的意识。

1. 数学建模竞赛的任务
2. 数学建模与数学练习题的区别
3. 数学建模意识
- 4. 建模过程的关键环节**
5. 常见问题



## 4.1 问题分析（审题）

环节很多，有两个环节的重要性被低估了。一是问题分析，也可以说是审题，二是测试与分析，也可以说是模型检验。

## 4.1 问题分析（审题）

1. 问题背景是否涉及物理过程和原理，是否涉及文化传统或习惯，如果涉及，能不能搞清楚。
2. 题目的核心任务是什么，各个具体问题之间的关系是什么，与核心任务的关系是什么。
3. 题目要求提供的方案（成果）有哪些，什么形式，即了解一个合格的解决方案如何构成。
4. 对于给定的方案，如何评价优劣。怎么知道自己提供的方案好不好，怎么知道别人的方案好不好，是有客观标准，还是可以论证。
5. 建模任务的类型

## 4.2 子任务之间的关系

赛题通常围绕一个核心任务提出不同具体任务，因此，审题就是要在准确理解问题背景及相关物理过程的基础上，找出建模的核心任务，理清各问之间的逻辑关系。重点和难点是理解各问之间的逻辑关系。

各问之间的关系主要有两种基本模式：

- 由简到繁
- 步骤分解

## 4.2 子任务之间的关系

### “由简到繁”类

- 这类赛题围绕核心任务，做不同程度的简化，或是引入不同的假设条件，设置一系列由简单到复杂的具体任务，以增加难度梯次和赛题的区分度。
- 前面在简单条件下的模型或求解方法，不一定能够应用于后面的复杂场景，但通常可以参考。
- 也有可能建立一个完整的模型，前面的简单场景只是特例。
- 无论上述哪种情况，都不需要严格按照赛题上罗列的顺序建模求解，可以“并行”工作。

## 4.2 子任务之间的关系

### “步骤分解”类

- 这类赛题将解决核心问题的过程分解为多个必要的步骤，或是将整体模型分解为若干个组成部分，设置为不同的任务，降低建模的难度。
- 多个步骤之间往往有依赖关系，需要依次解决。
- 各个部分可能相对独立，可分别建模。

## 4.2 子任务之间的关系

从另一个角度看，在面对一个复杂的现实问题时，如何选择具体的研究内容，如何确定研究的步骤，对后续工作有很大的影响。而好的数学建模竞赛赛题，给出了分解问题的示范，可供学习或参考。

## 4.3 任务类型

传统上对数学建模问题的分类是按照数学方法或者问题领域分类。比如，微分方程模型、图论模型，或者，生物学中的数学模型，经济学中的数学模型等。但是，在刚看到赛题的时候，我怎么知道要用什么模型？即使知道来自某一领域，也对问题的求解没有太直接的帮助。我们在审题的时候要搞清楚到底应该完成什么任务。

## 4.3 任务类型

- 基本类型
  - 优化
  - 评价
  - 预测
  - 分类
- 复合类型
  - 决策
  - 设计
  - 反问题
  - 其他具体问题



## 4.4 模型的测试与分析（模型检验）

- 其实是要确定模型的性能和特点。没有测试，没有数据，如何说明与竞品的差异，如何说明优势和特点。
- 要尽早明确模型优劣的评价标准。在对问题的任务有了准确的认识，查阅了相关文献之后，就要对什么是好的方案，要做到程度有一个清晰的标准。相应的，需要进行哪些测试（测试项目），测试哪些性能（技术指标），如何测试（测试方法）也都要明确。
- 也就是说，在建模的早期就要知道怎么评价一个方案的优劣。不管自己会不会做，不管方案自己做的还是别人做的，都先要能评价方案的优劣。
- 做模型，先想检验

1. 数学建模竞赛的任务
2. 数学建模与数学练习题的区别
3. 数学建模意识
4. 建模过程的关键环节
5. 常见问题

## 5.1 明显的缺陷

- 对“数学模型”的理解过于狭隘。过分关注数学方法。首先应关注方案的完整性。
- 缺少必要的测试与分析
- 思路、模型、结论不对应
- 抄概念、套模型、凑结果

## 5.2 数据怎么查？数据到哪里查？查不到数据怎么办？

- 想要什么数据（或信息）？
- 这些数据与建模的关系是什么？或者说，对建模的影响是什么？
  1. 没有这些数据，就无法建模
  2. 需要这些数据来估计参数的取值
  3. 需要这些数据给出具体的计算结果
- 后两种对建模没有实质的影响，可以用符号代替，建模和找数据同步进行，找不到数据可以近似估计。

## 5.2 数据怎么查？数据到哪里查？查不到数据怎么办？

- 这些数据是否真实的存在？如果需要美国的人口数据，是真实存在的，而且有人口普查数据做支撑，一定是有的。就算一时找不到，也可以确定是能够使用的数据。但是，如果需要波多黎各境内的蚊子数量，这个数据理论上真实存在，实际上没有人知道确切的数字。就算有某些研究提到了这一数字，也一定是使用某种方法进行的估计。这种情况下就没有必要再浪费时间了，需要想别的办法。

祝同学们取得好成绩！