



上海交通大学

SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY

楼梯磨损谜题： 真题分析与论文对比

上海交通大学 冯佳明 谭睿佳 陈芊羽



目 录



01 -

题面深读

02 -

解题思路：三层递进框架

03 -

六篇五档论文全景速览

04 -

O奖：模型、验证与灵敏度

05 -

$F \rightarrow M \rightarrow H \rightarrow S$ ：共性与缺口

06 -

可迁移建议

01

题面深读：从磨损台阶到考古任务



背景分析

A题以磨损楼梯照片为引，指出石材、木材台阶因长期踩踏呈现中央凹陷、边缘翘曲的非均匀磨损，考古学家常**借磨损反推建造年代、使用频率与人群的长期行为**，但历史记录缺失、多次翻修、材料构件的更新使问题复杂化，难以从单一维度衡量建筑的寿命

核心矛盾

题目强调“非破坏性、低成本、小队作业”，要求模型回答使用频率、方向偏好、并行人数、建造年代及可靠性、维修历史、材料溯源、典型日人流模式多个问题，最终输出可泛化的磨损-考古推断框架。



任务拆解

八问可归为四类：

- ①行为识别——频率、方向、并行等；
- ②年代与可靠性；
- ③维修与材料；
- ④一致性验证。



数据边界

题目允许假设考古队员可获取任意必要测量，但须低成本、非破坏。

隐含约束：测量维度有限、环境噪声不可控、历史事件缺记载。



解题关键

解题关键在于把“**可见磨损几何**”映射到“**不可见使用历史**”，需统一物理-统计-考古语言，建立可反演、可不确定度量化的模型体系。



可迁移性

题目要求假设考古队获取数据，但建立模型的可靠性需要现有数据进行验证，因而应当建立具有较强适用性，不会因环境或地区变化而难以成立的稳定模型，同时满足对现有对象数据的验证和对未知对象参数的预测。



联想思考

不妨检索获得简洁但不失全面性的已有数据，最好历史悠久且广泛为人所知，例如O奖中的比萨斜塔阶梯，以满足数据真实性的保证和时间尺度的模拟需求，同时，考虑到模型须有一定的普适性，不应选择有过多特殊情况的对象参考，以防模型缺乏说服力。

02

解题思路：三层递进框架





物理层

结合接触力学与连续性方程，描述踏步表面在长期人流作用下的磨损演化过程，构造简化的受力-磨损耦合模型。



统计层

基于磨损数据建立概率分布模型，采用参数估计与回归分析反推人流特征，并通过置信区间评估结果不确定性。



信息层

结合历史文献与现场测量信息，将现实约束回代至物理与统计模型中，对比分析并迭代修正模型参数。



核心模型

以Archard定律为核，引入能量修正、动摩擦衰减、疲劳-风化耦合，分别给出石材AS、木材AW两类正演方程，把人流密度、步速、鞋底压强、环境颗粒、温湿变量映射为体积磨损率。



拓展应用

通过有限元或微元累加，将单步磨损拓展为三维阶梯表面高斯型凹陷，奠定“人群行为→几何形貌”的可计算链路，为后续反演提供似然函数基础。



混合分布

把台阶表面磨损深度视为多源叠加：上行、下行、并行、自然风化。空间上建立二维正态分布模型，时间上进行影响因子对时间的积分。



反演算法

同时估计材料参数、环境参数与人群参数。对年代、频率等标量，采用贝叶斯反演，把先验建筑史、环境记录、材料数据库整合为后验分布，输出置信区间与灵敏度。



实现目标

构建由磨损形貌到人群行为参数与年代区间的可逆映射关系，实现对历史使用强度、通行方向与持续时间的联合反演，形成可验证的综合推断框架。
即：“形貌 \rightarrow 人群+年代”的可逆推断。



四重证据交叉

将模型预测与四重证据交叉：

- ①台阶实测形貌；
- ②区域采石场/森林数据库；
- ③文献-图像-光泽度-裂缝修补记录；
- ④重大历史事件客流校正。



触发假设

若后验年代与文献偏差较大，触发维修假设；若材料化学性质与硬度对实际关联度偏小，触发异地石材假设。充分考虑历史因素，查阅多方资料以免遗漏可能对模型产生重要影响的信息



输出结果

最终输出“最可信故事链”并量化每条假设的证据强度，通过敏感度分析进行模型对信息或数据可能存在的微弱变化的较强鲁棒性。

03

六篇五档论文全景速览



楼梯：平凡的荣耀
摘要

建筑中不可或缺的元素，长久以来被广泛应用于建筑设计以实现与“楼梯”的双重特性。既为人们提供上下移动的通道，又构建了空间层次结构。本文通过分析台阶的磨损程度，探讨其建造形式的关联。

阶段，我们选定比萨斜塔内的阶梯作为研究对象，同时确定了后运用计算机视觉技术获取阶梯的磨损深度数据，并将研究结果与理论模型进行对比。最终通过实验验证与文献分析，我们得出结论：阶梯并非完全遵循理论模型，而是受到多种因素的影响。我们开发了分步磨损分析模型。首先，我们采用蒙特卡罗模拟生成随机行走路径，模拟行人流量分布。其次，通过分析行人流量与磨损深度的关系，我们建立了磨损深度与行人流量之间的数学模型。最后，结合磨损深度分布数据与蒙特卡罗模拟结果，验证了模型的准确性。

O 奖

O奖提出多尺度混合高斯-蒙特卡罗框架，验证误差4.9%，灵敏度与代码完整度最高。

楼梯磨损模式：时间的谜题
摘要

磨损是一个漫长的过程。台阶的磨损程度主要取决于建造年份、使用频率、环境因素等。本文重点介绍磨损率-行人流量模型，通过量化分析台阶磨损与行人流量之间的关系。研究还通过不同位置的磨损数据，评估使用者是否存在偏好路径。同时通行的人数。值得注意的是，研究采用了特定指标来探究日常生活中的行人流量特征。

模型I：台阶磨损模型；模型II：裂纹长度模型

我们将分析划分为室内与室外场景，并通过将行人流量与台阶磨损量之间的关系时，对于室内场景，由于忽略了自然因素

F 奖

F奖侧重可视化热图与贝叶斯推断，图像处理降成本，但物理耦合弱。

特殊考古学：从足迹推断
摘要

是日常生活中不起眼却无处不在的基石，却默默见证着人类文明的进程。通过观察台阶表面的磨损痕迹、裂缝等特征，我们得以窥见过往行人的足迹。考古学家更精准地获取楼梯的使用年限、行人流量及移动方式。通过分析如何从这些特征中提取更准确的磨损与裂缝模型，并分析了如何从这些特征中提取更准确的磨损与裂缝模型。

模型I：台阶磨损模型；模型II：裂纹长度模型

我们将分析划分为室内与室外场景，并通过将行人流量与台阶磨损量之间的关系时，对于室内场景，由于忽略了自然因素

M 奖

M奖用ARIMA回溯客流，灰色关联判采石场，光泽度判断翻新，统计丰富但物理机理浅。

楼梯磨损机理的基础研究
摘要

质的台阶总能给游客留下深刻而持久的印象。虽然它们坚固如磐，却随着时间推移而逐渐磨损。甚至中央处弯曲变形。凝视这些古老的台阶，人们不禁会思考：它们最初建于何时？历经数百年沧桑，又有多少人曾踏上其坚实的台阶？

旨在探究台阶的物理磨损与风化现象，以及影响其退化过程的历史因素。通过整合材料科学、结构分析与统计建模的多学科方法，我们重点分析使用者随时间推移的使用量、分析移动模式与时间变化规律。通过实验数据验证模拟结果的准确性。

模型I：台阶磨损模型；模型II：裂纹长度模型

我们将分析划分为室内与室外场景，并通过将行人流量与台阶磨损量之间的关系时，对于室内场景，由于忽略了自然因素

H 奖

H奖侧重材料力学与磨损机理，理论深度强，但数据驱动性弱，问题响应不够集中。

“死亡阶梯”是否意味着“阶梯之死”？
摘要

“死亡阶梯”是否意味着“阶梯之死”？从15世纪至今，岁月的不可磨灭的痕迹。本研究旨在通过这些时间留下的印记，探索阶梯的“死亡”是否意味着其“生命”的终结。

中，我们通过引入能量修正和动态摩擦系数对阿查德模型进行修正，使其更符合实际磨损情况。通过引入能量修正和动态摩擦系数对阿查德模型进行修正，使其更符合实际磨损情况。

模型I：台阶磨损模型；模型II：裂纹长度模型

我们将分析划分为室内与室外场景，并通过将行人流量与台阶磨损量之间的关系时，对于室内场景，由于忽略了自然因素

S 奖

S奖侧重宏观磨损拟合与使用模式分析，结合二维高斯分布，逻辑清晰实用性强，但数学深度与模型联动性不足。

04

0 奖学习：模型、验证与优势

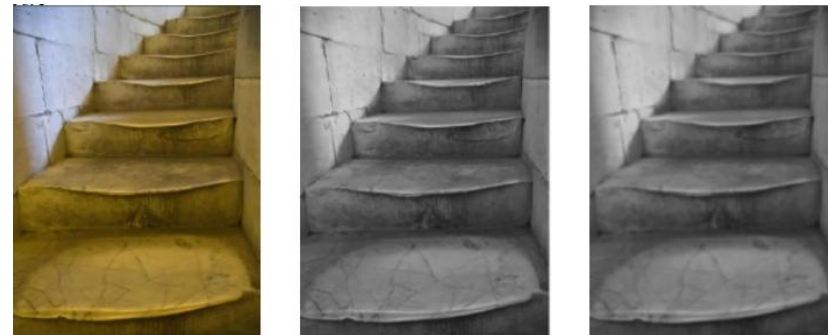


模型落地

1. 空间上，O奖首先通过可视化技术建立二维正态分布的楼梯磨损模型，
2. 磨损量累加后，利用archard定律建立幂指数模型计算单位时间人流量，联系流体力学方程，构建行走模式的连续性方程，通过行人密度判定行人流量；

科学验证

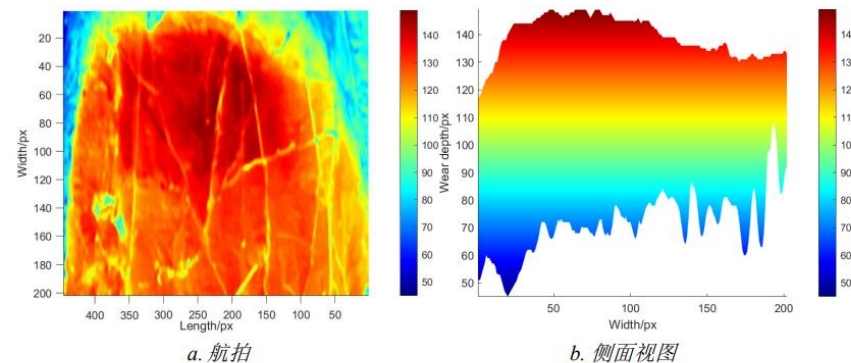
1. 粒子群算法拟合二维正态分布的参数，并分析拟合效果
2. 查询实地数据与实际人流量、楼梯功能进行比对



a. 原始图像

b. 灰度图像

c. 高斯去噪



a. 航拍

b. 侧面视图

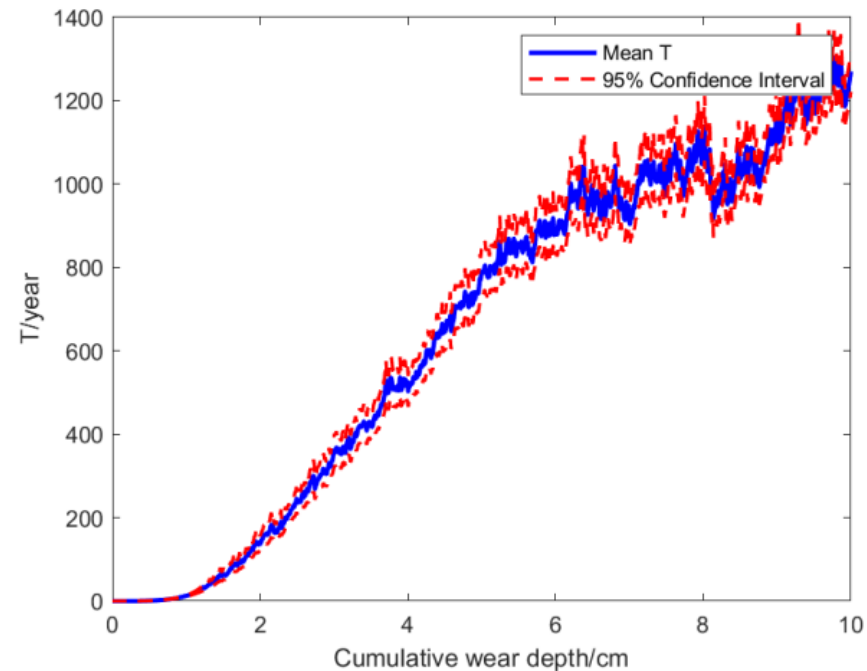
图5：处理后的三维图像

模型落地

3. 时间上，从客流量的历史性分析入手，合理提出人数指数衰减模型，进而说明磨损的时间分布，并比对计算得到的建造年代和实际年代，定性地说明了楼梯进行过翻新

科学验证

3. 收集100个台阶磨损深度进行误差分析并对磨损年限采用蒙特卡洛模型，进行参数估计，确保台阶寿命位于95%置信区间内



模型落地

- 4. 放大楼梯磨损特征确定楼梯建材为石材
- 5. 构造脉冲函数研究行人是否有短时间过量流动

科学验证

- 4. 皮尔逊相关系数计算石材的相似度
- 5. 查阅网站了解到游客使用时间均匀，与结果相符

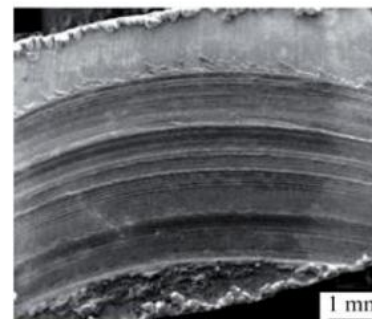


图19: 雷达图

图文并茂

本文有**大量图像**，方便理解与对比，不仅是计算机模拟生成的图线，还有实物的照片方便阅读，这些**展现编程部分和资料检索过程的充分准备**。

简洁明快

本文中的公式大多**简短易懂**，**模型的建立也在合理而不复杂的假设下大大简化**，给予验证部分更多的空间。

05

| $F \rightarrow M \rightarrow H \rightarrow S$: 共性与缺口



□ 亮点

1. **模型体系完整**：建立了从微观磨损机理到宏观使用模式推断的完整模型链，包括：
 - a) 修正阿查德磨损模型（考虑温湿度、疲劳、上下楼差异）
 - b) 疲劳因子模型（引入Chaboche模型）
 - c) 修复与翻新检测模型（引入狄拉克 δ 函数与阶跃函数）
 - d) 贝叶斯推断模型（用于年龄、使用频率估计）
2. **维修检测创新**：利用 δ 函数建模维修“瞬时冲击”，结合阶跃函数描述材料更替，实现对维修事件的时序定位。

□ 亮点

- 3. 多因素耦合建模：**创新性地将环境因素（温湿度）、材料疲劳、人为使用差异（上下楼力学差异）纳入磨损模型，提升了模型的物理真实性。
- 4. 贝叶斯推断与不确定性量化：**引入MCMC方法进行参数反演，有效处理“同损不同龄”的逆向问题，提供置信区间，增强模型鲁棒性。

□ 亮点

5. 非破坏性可视化方法：使用灰度图像处理+热力图识别磨损区域，结合边缘检测与降噪，提出低成本、非破坏性的磨损测量方法，贴合考古现场需求。

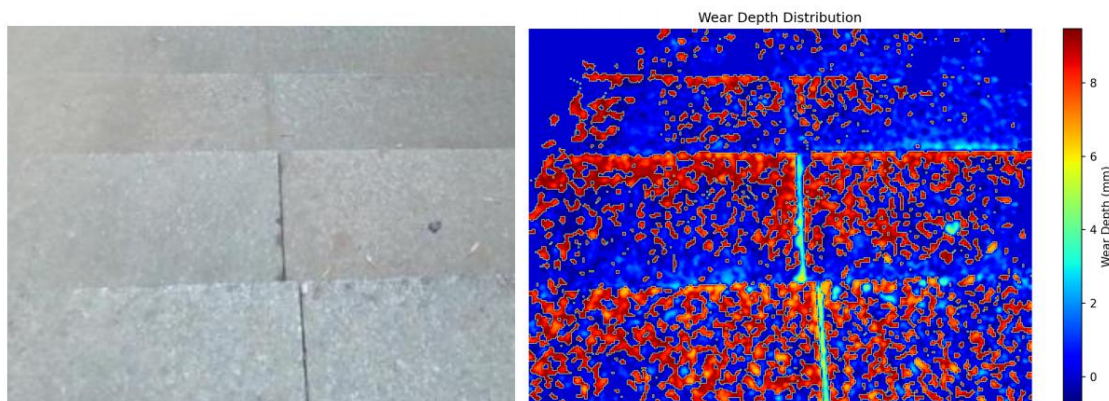


Figure 6: Visualization of the Stairs

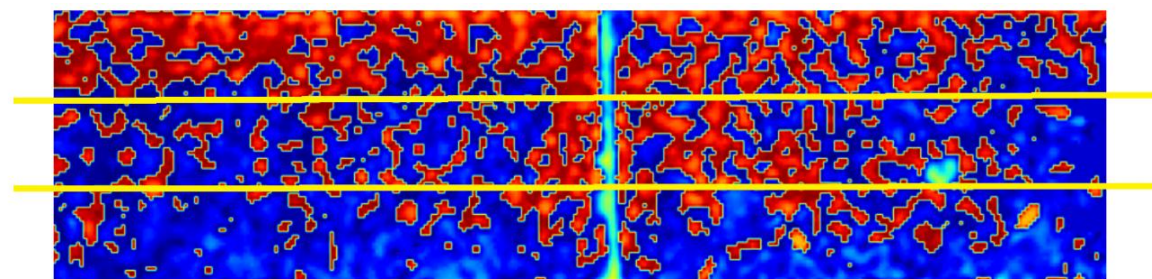


Figure 8: Segmented Visualization Rendering

□ 不足

- 1. 模型复杂度高，参数依赖强：**多个子模型耦合导致参数众多，部分参数（如疲劳系数、自然磨损率）难以实测，依赖假设或文献值，可能影响实际应用的可操作性。
- 2. 对突发事件的敏感性未充分验证：**虽然提到战争、节庆等突发事件会影响人流，但未建立具体机制或案例模拟，仅通过傅里叶拟合人流波动，缺乏历史验证。
- 3. 材料来源分析较薄弱：**材料来源部分仅提及XRF与超声波方法，未建立系统的对比数据库或统计检验方法，分析深度不如O奖论文。

□ 亮点

1. 磨损分类细致，模型简洁实用：将人为磨损细分为粘着、磨粒、冲击三类，结合Archard模型分别建模，结构清晰，便于参数标定与实测验证。

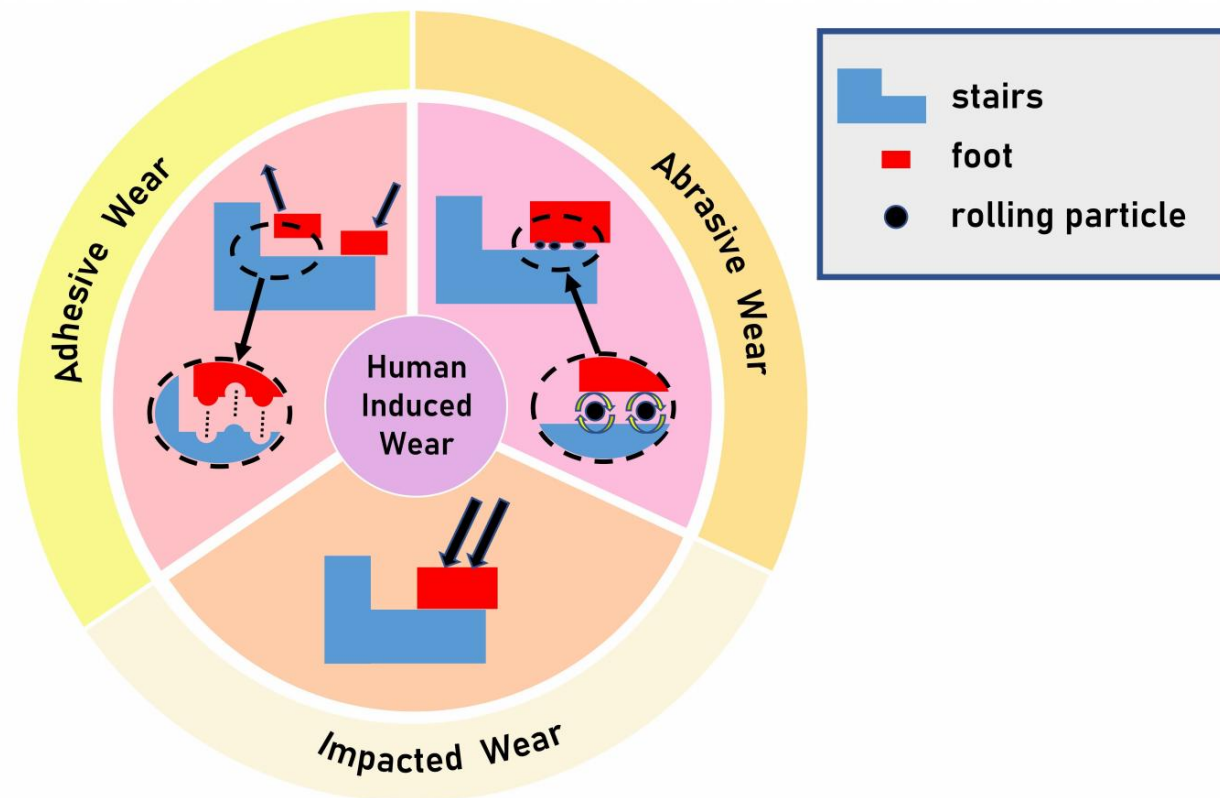


Figure 3: conceptual graph for man-made wear model

□ 亮点

2. **自然侵蚀建模全面**：明确区分自然侵蚀（风雨沙）与风化作用（温湿循环），并给出独立模型，适用于户外楼梯，贴合考古遗址实际。
3. **方向偏好与并行行为识别方法新颖**：利用台阶左右侧磨损差异判断上下楼偏好；使用“移动标准差+傅里叶变换”判断行人是否并排行走，方法简洁有效，具有可操作性。

□ 亮点

- 4. **ARIMA模型预测历史人流**：引入时间序列模型（ARIMA）结合历史事件修正因子，反推楼梯建造年代，误差仅8.94%，在历史数据缺乏条件下表现良好。
- 5. **材料来源分析系统性强**：使用灰色关联分析+实测参数（硬度、磨损系数、化学成分）与采石场数据库比对，建立定量相似度评估，逻辑严密。

□ 不足

- 1. 未考虑材料疲劳与温湿度影响：**模型未引入材料疲劳因子或环境温湿度对材料硬度的影响，长期预测可能低估磨损速率。
- 2. 修复检测方法较为主观：**修复判断主要依赖光泽度测量与年龄差异对比，未建立数学模型或量化指标，易受环境干扰，可靠性较低。
- 3. 缺乏不确定性分析：**未使用贝叶斯或蒙特卡洛等方法量化参数不确定性，年龄、人流估计结果缺乏置信区间，难以评估模型稳健性。

□ 亮点

- 1. 基于力学机理的磨损建模专业性强：**引入 Drucker–Prager 屈服准则与弹塑性本构关系，从材料受力出发描述台阶的永久形变与磨损演化过程，具备坚实的物理与工程基础。
- 2. 材料来源识别方法具有技术前沿性：**引入 CNN 对台阶纹理与微观结构进行特征提取，用于辅助判断材料类型及潜在来源，体现了人工智能与传统地质分析的融合创新。

□ 亮点

3. 风化与磨损区分清晰，环境因素考虑全面：将人为磨损与自然风化（温湿循环、雨水侵蚀、冻融效应）分离建模，建立多源磨损叠加机制，更符合真实遗址的长期演化过程。

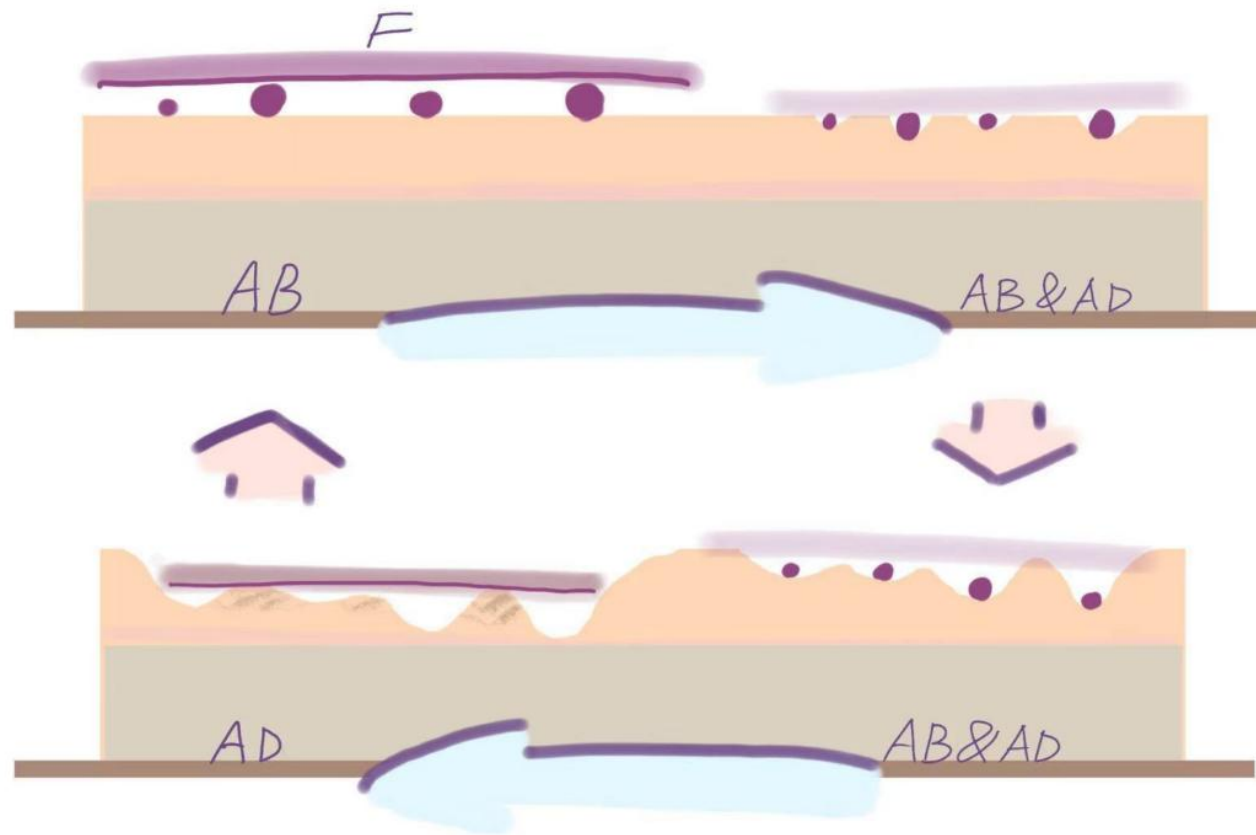


图3：磨料磨损与粘着磨损过程

□ 亮点

4. **参数选取基于材料科学，理论支撑充分**:所使用的密度、屈服强度、弹性模量等核心参数来源于材料科学实验与文献，模型建立在真实物理量基础上，学术严谨性强。
5. **适合推广至不同类型建筑结构分析**:模型不仅限于楼梯结构，对坡道、石板路面等具有广泛普适性，具有一定扩展能力和跨场景应用潜力。

□ 不足

1. **偏重理论推导，问题导向性不足**:大量篇幅用于力学推导与材料机理分析，而针对题目核心问题（使用频率、方向偏好、同时人数等）的定量回答不够突出。
2. **模型系统性较弱，整体略显分散**:不同模型（力学、风化、材料识别）之间耦合不紧密，缺乏统一的主线框架，整体更像多篇子研究的拼接而非一体化建模系统。
3. **缺乏不确定性与优化分析**:未引入蒙特卡洛、贝叶斯推断或优化算法评估结果的置信区间与鲁棒性，在推断建造年代和使用频率时可信度量化不足。

□ 亮点

1. **基于经典磨损模型，结构清晰实用**:以 Archard 磨损模型为核心，针对石材和木材分别改进为 AS / AW 模型，计算简洁，参数物理意义明确，便于校准与应用。
2. **较好地回应了题目的多项核心问题**:对使用频率、行进方向、并行人数、使用模式等问题给出了明确建模路径，题目覆盖度高，逻辑清楚、针对性强。

亮点

3. 磨损空间分布建模直观有效:采用二维高斯分布拟合踏步表面磨损形态，可直观反映踏步中部/边缘的磨损差异，适合用于方向偏好与人流集中区判断。

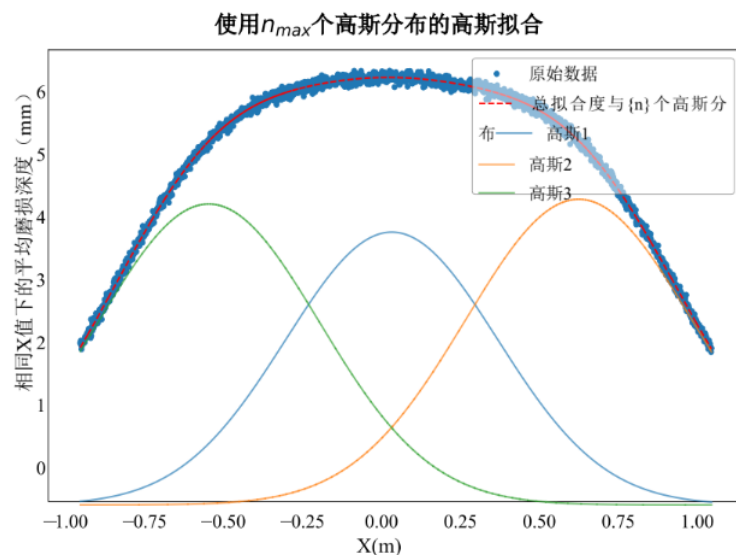


图9: n_{\max} 高斯分布的高斯拟合

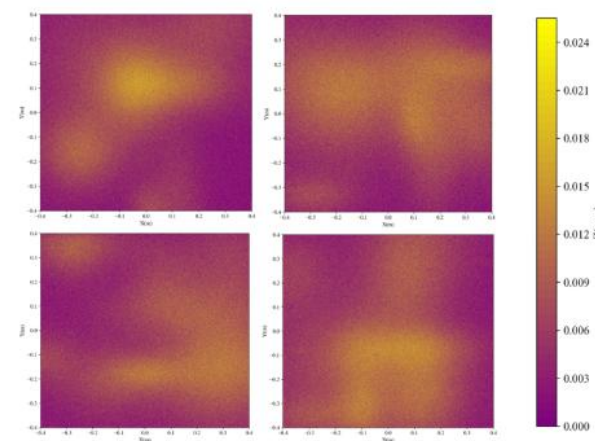


图15: 自然因素影响下的磨损分布评估

□ 亮点

- 4. **有历史时间反推与修复迹象分析尝试**:通过分段拟合与磨损突变点分析,推断潜在维修时间点和阶段性使用强度变化,体现一定的历史解释能力。
- 5. **可操作性强,易于落地实施**:所需数据均可通过非破坏性测量获取,模型计算量小,适合考古现场快速应用,实践价值较高。

□ 不足

1. **数学深度和技术前沿性不足**: 主要依赖基础微分方程与统计分布, 缺少优化算法、随机过程或复杂系统建模等高阶数学方法, 整体技术层级偏中等。
2. **对环境和材料退化机制考虑不充分**: 未明确引入温度、湿度、疲劳效应等长期环境因素对材料性能的影响, 长期预测可能存在系统性偏差。
3. **模型之间耦合度有限**: 各个子模型呈“模块并列”关系, 缺乏一个统一的综合控制模型, 相比 O 奖论文的系统化程度仍有差距。

06

可迁移建议



物理 / 现实建模	解释现实世界的机制：力、行为、变化、环境。
数学形式化	将问题转化为方程、概率分布或函数模型。
逆问题优化算法	引入 GA、PSO、SA、MCMC等进行反演搜索。
不确定性 鲁棒性分析	进行 Monte Carlo 模拟或灵敏度分析，增强可信度。
可视化表达	使用热图、3D 图、趋势图提升可解释性。

写模型前的自检清单

- 我到底在**反推出什么实际信息**？
- 我是否构建了一个**逆问题**，还是只在**做正向代入**？
- 我的结果是否具有**置信区间或概率意义**？
- 我的各个模型是**联动结构**，还是**简单拼接**？

- 通过对 O、H、S、M、F 等不同奖项论文的系统对比，可以发现：高质量建模的真正分水岭**并不在于模型数量的多少**，而在于**是否构建了一条从现实问题出发、经由物理约束与数学定式、最终回到可解释结论的完整推理链条**。
- 因此，本题最重要的可迁移启示在于：**优秀的建模并非堆砌方法，而是构建结构；并非追求复杂，而是强调逻辑完整与可解释性**。未来在面对任何类似的反推类问题时，应优先建立统一的任务主线，明确物理约束、数学映射和统计可信度之间的关系，使模型真正成为理解现实、解释历史与引导决策的可靠工具。