L’accelerazione

L’accelerazione
è la variazione di velocità
nell’unità di tempo

accelerazione media (m/s²)

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

variazione di velocità (m/s)

intervallo di tempo (s)

L'accelerazione media

L'**accelerazione media** di un punto materiale è il rapporto tra la variazione di velocità Δ*v* e l'intervallo di tempo Δ*t* in cui essa avviene:

$$a_m = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

accelerazione media $\left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

variazione di velocità $\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$

intervallo di tempo (s)

Poiché nel SI la velocità si misura in m/s, l'accelerazione si misura in:

$$\frac{\text{m/s}}{\text{s}} = \frac{\text{m}}{\text{s} \cdot \text{s}} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \qquad \textit{metri al secondo quadrato}$$

L'accelerazione misura la *rapidità* con cui varia la velocità.

L'accelerazione media

Accelerazione positiva:

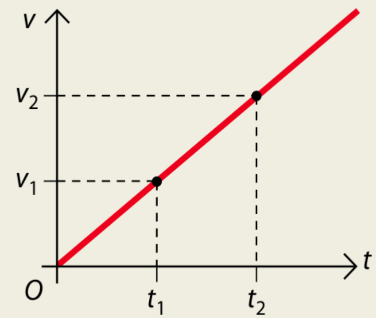
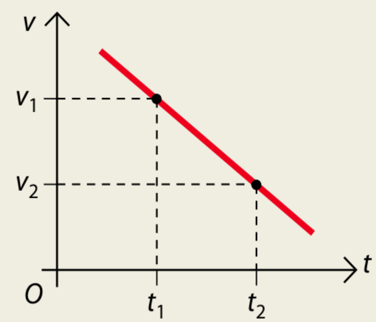
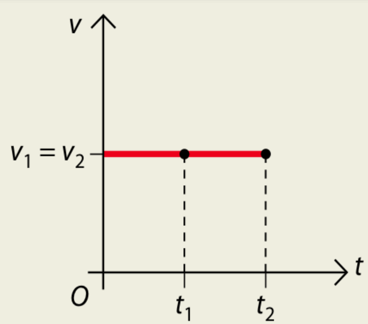
il moto è **accelerato.**

Accelerazione negativa:

il moto è **decelerato.**

Accelerazione nulla:

il moto è **uniforme.**

Grafico velocità-tempo	**Variazione di velocità** $\Delta v = v_2 - v_1$	**Accelerazione e tipo di moto** $a_m = \Delta v / \Delta t$
	Δv è positiva perché $v_2 > v_1$	$\Delta v/\Delta t > 0$ l'accelerazione è positiva, il moto è accelerato.
	Δv è negativa perché $v_2 < v_1$	$\Delta v/\Delta t < 0$ l'accelerazione è negativa, il moto è decelerato.
	v_1 coincide con v_2 Δv è nulla	$\Delta v/\Delta t = 0$ non c'è accelerazione, il moto è uniforme.

L'accelerazione media

Accelerazione positiva e negativa

Tabella	Velocità di un'automobile misurata a intervalli di 20 s								
Tempo (s)	0	20	40	60	80	100	120	140	160
Velocità (km/h)	36	54	58	63	54	36	36	30	0

ESEMPIO 1 Calcoliamo l'accelerazione media dell'automobile, in unità del SI, nei primi 20 secondi.

$$\Delta v = 54 \text{ km/h} - 36 \text{ km/h} = 18 \text{ km/h} = (18 : 3{,}6) \text{ m/s} = 5{,}0 \text{ m/s}$$

$$\Delta t = 20 \text{ s}$$

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{5{,}0 \text{ m/s}}{20 \text{ s}} = 0{,}25 \text{ m/s}^2$$

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

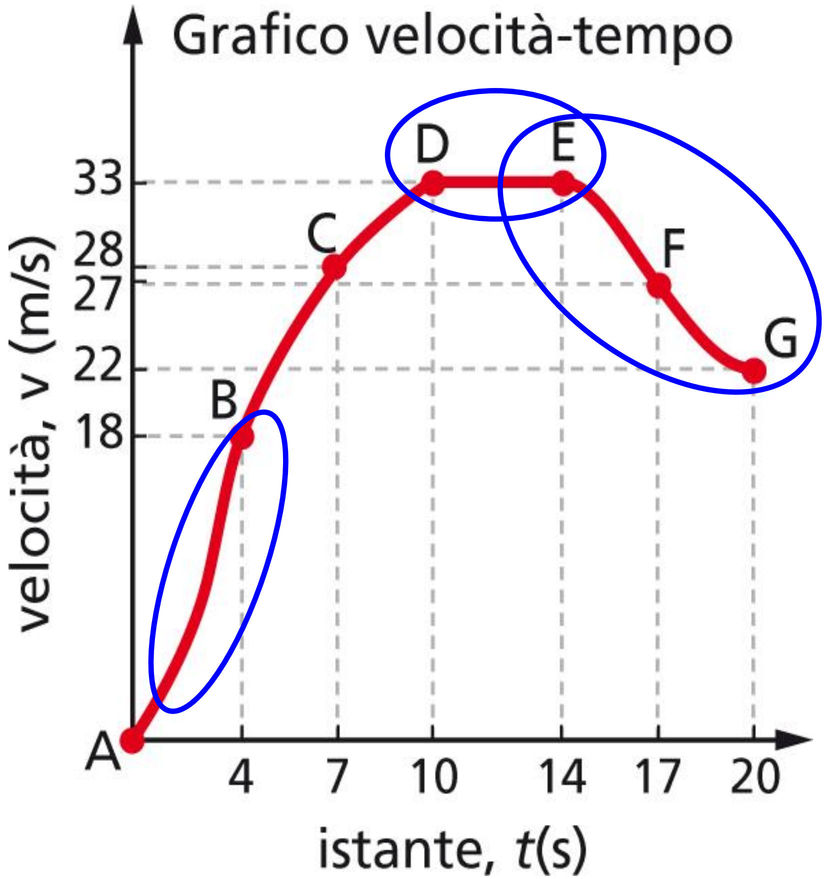
$$a_m = \frac{0 \frac{\text{km}}{\text{h}} - 40 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{2 \text{ s}} = -20 \frac{\text{km/h}}{\text{s}}$$

$$a_m = -20 \frac{\text{km/h}}{\text{s}} = -\frac{20}{3,6} \frac{\text{m/s}}{\text{s}} = -5,56 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Il **segno meno** significa che la velocità diminuisce e quindi il corpo **rallenta**.

Il grafico velocità-tempo

t(s)	v(m/s)	
0	0	*A*
4	18	*B*
7	28	*C*
10	33	*D*
14	33	*E*
17	27	*F*
20	22	*G*

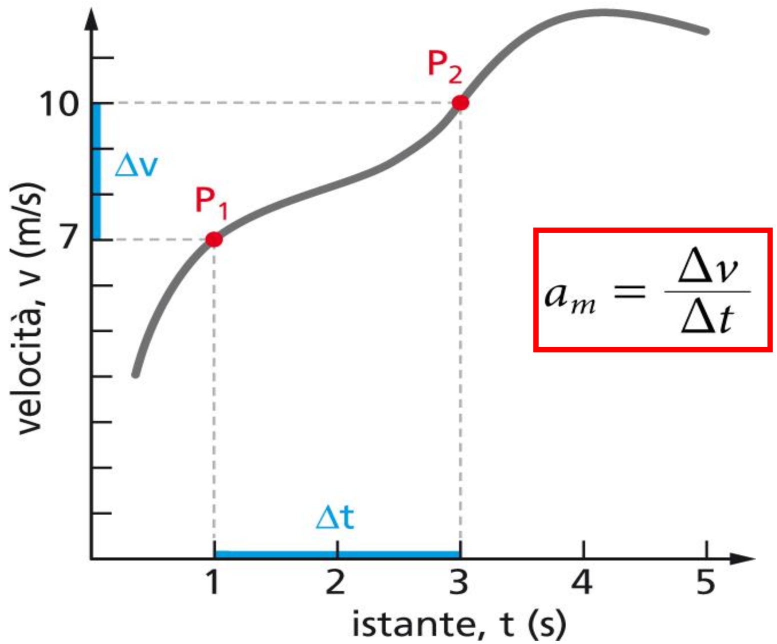


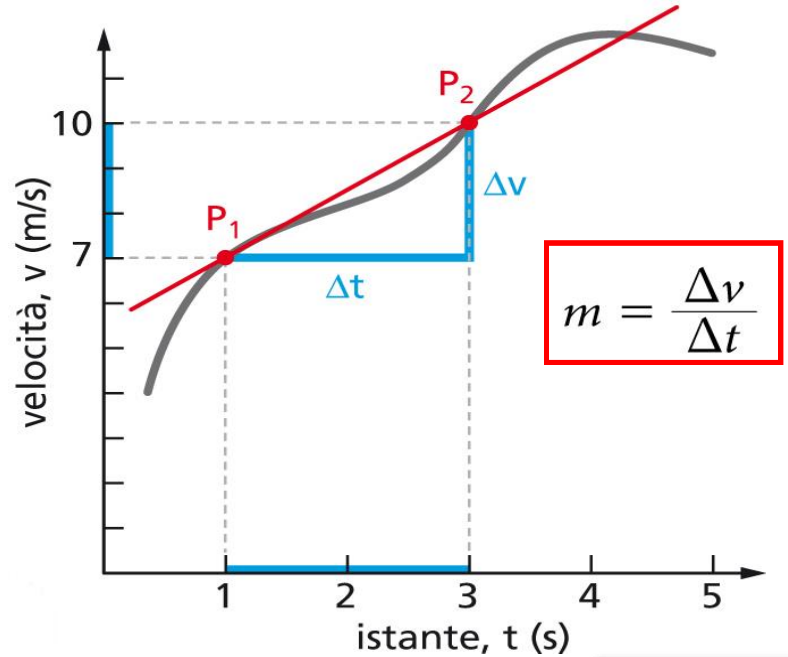
•Un punto del grafico velocità-tempo dà informazione sulla velocità istantanea di un corpo, che si muove su una retta, a un determinato istante.

•I *tratti più ripidi* sono quelli in cui l'accelerazione media è maggiore; nei *tratti orizzontali* la velocità è costante e, quindi, l'accelerazione è nulla; nei *tratti inclinati verso il basso* la velocità diminuisce e, quindi, l'accelerazione è negativa.

Pendenza e accelerazione media

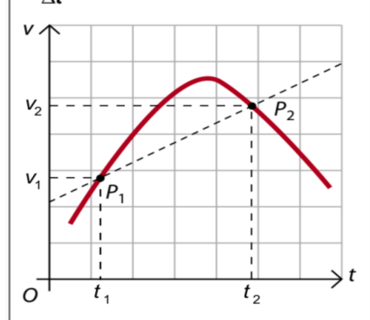
L'**accelerazione media** tra due punti P_1 e P_2 nel grafico velocità-tempo è uguale alla **pendenza** della retta **secante** che passa per i due punti.





Per calcolare l'accelerazione media dal grafico spazio-tempo:
1. si scelgono due punti del grafico;
2. si traccia la retta secante;
3. si calcola la pendenza della retta secante.

L'accelerazione media tra P_1 e P_2 è $\frac{\Delta v}{\Delta t}$.



L’accelerazione istantanea

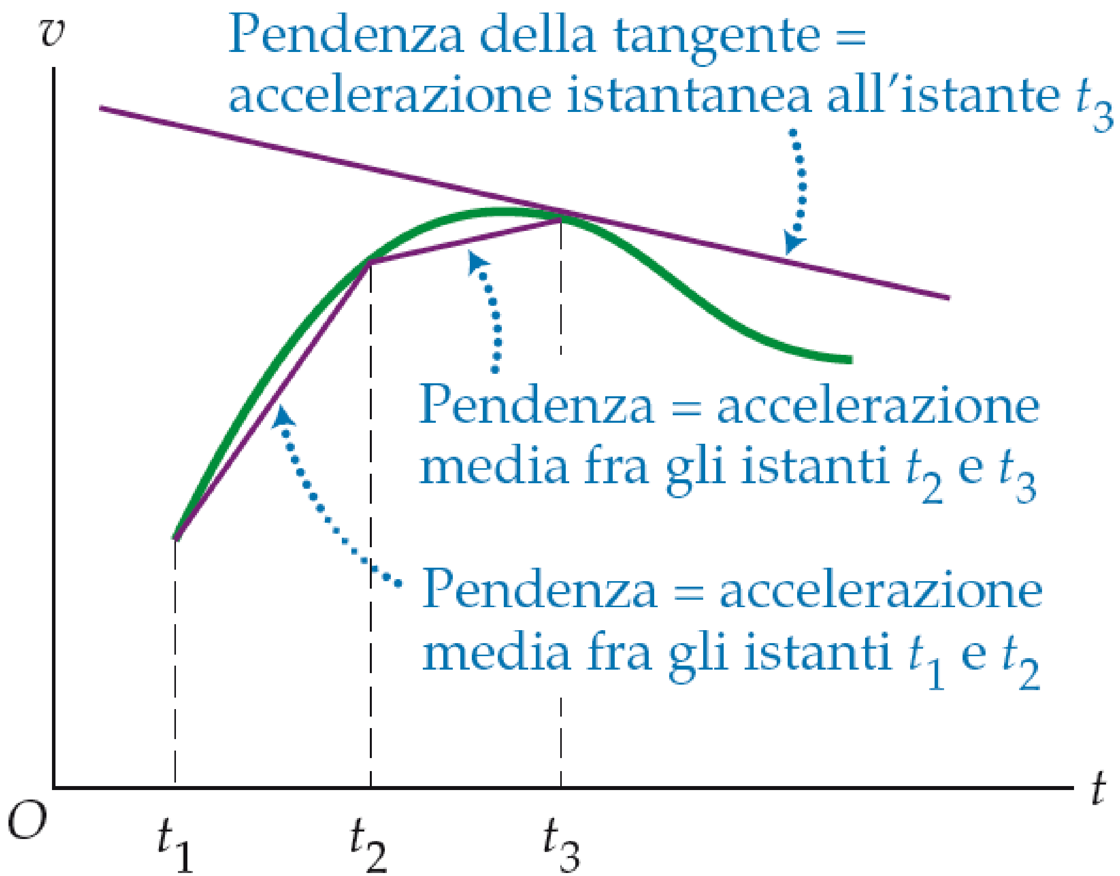
L’**accelerazione istantanea** è l’accelerazione del corpo in un **determinato istante** *t.*

Accelerazione istantanea al tempo t: **accelerazione media** calcolata in un intervallo di tempo **Δ*t* molto piccolo** che comprende il punto *t.*

Un moto con **accelerazione istantanea costante** è detto **moto uniformemente accelerato**: in intervalli di tempi uguali si hanno uguali variazioni di velocità.

L’accelerazione media e istantanea

Interpretazione grafica dell’accelerazione media e istantanea. L’accelerazione media corrisponde alla pendenza del segmento di retta che congiunge due diversi punti del grafico v-t.



L’**accelerazione istantanea** è data dalla ***pendenza*** della ***retta tangente*** alla curva nel punto corrispondente a un determinato istante.

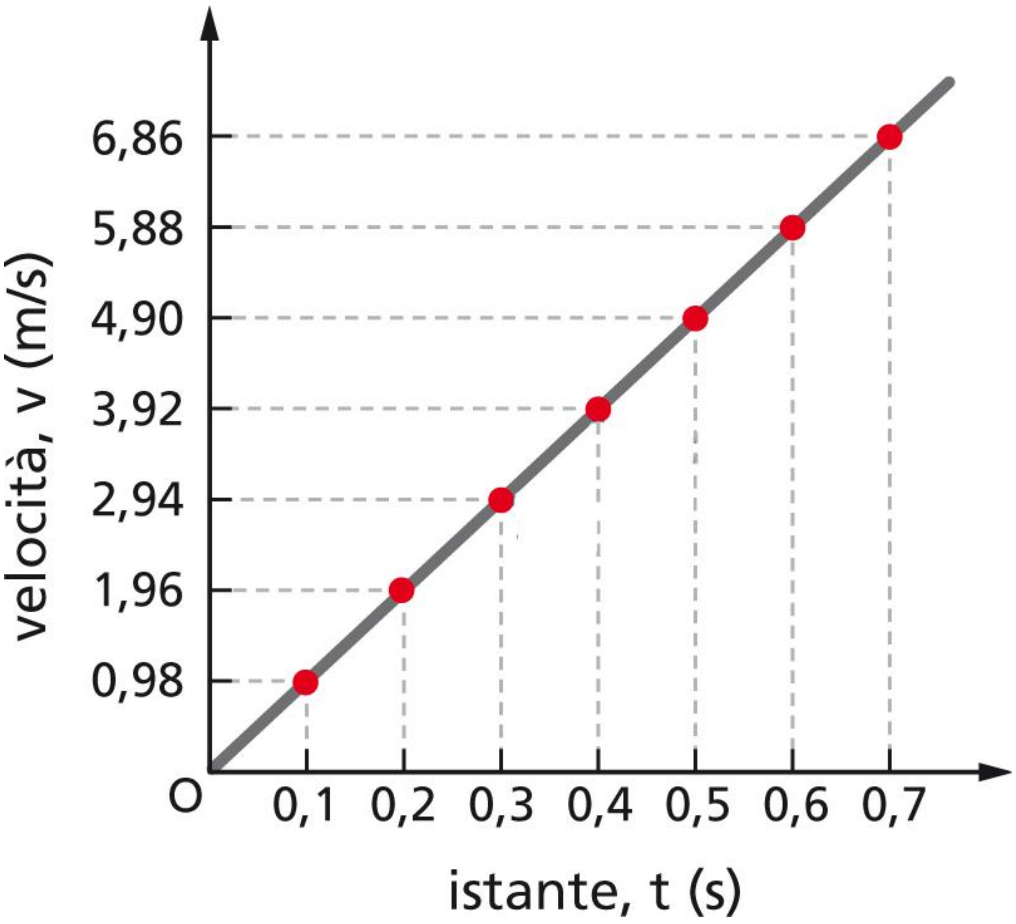
Il moto uniformemente accelerato

Se l’accelerazione è costante, la velocità è proporzionale al tempo e lo spazio percorso è proporzionale al quadrato del tempo

Il moto uniformemente accelerato

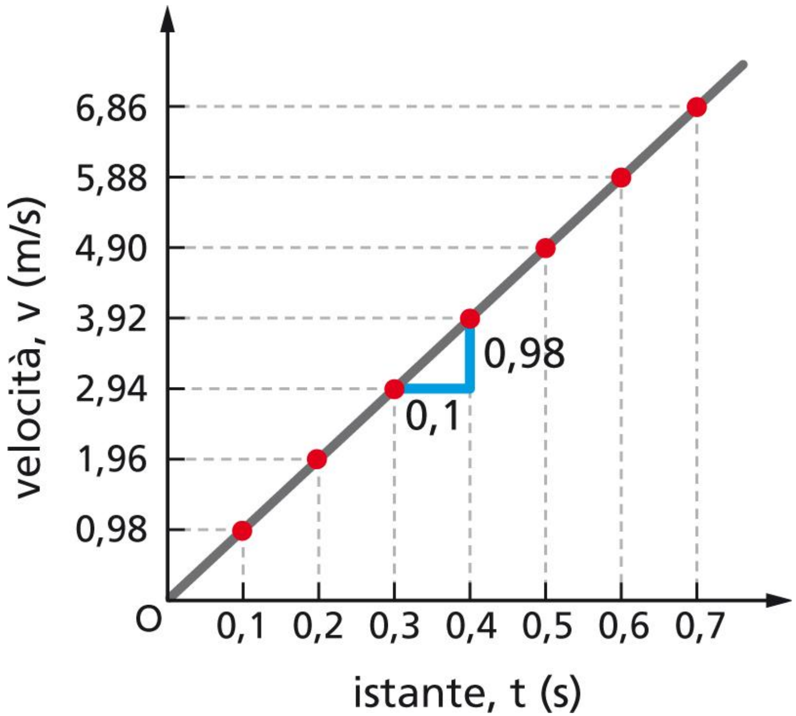
La caduta di una mela

Tempo (s)	Velocità (m/s)
0	0
0,1	0,98
0,2	1,96
0,3	2,94
0,4	3,92
0,5	4,90
0,6	5,88
0,7	6,86



Che caratteristiche ha il moto descritto da una retta nel grafico velocità-tempo?

Il moto uniformemente accelerato



$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0,98\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{0,10\ \mathrm{s}} = 9,8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

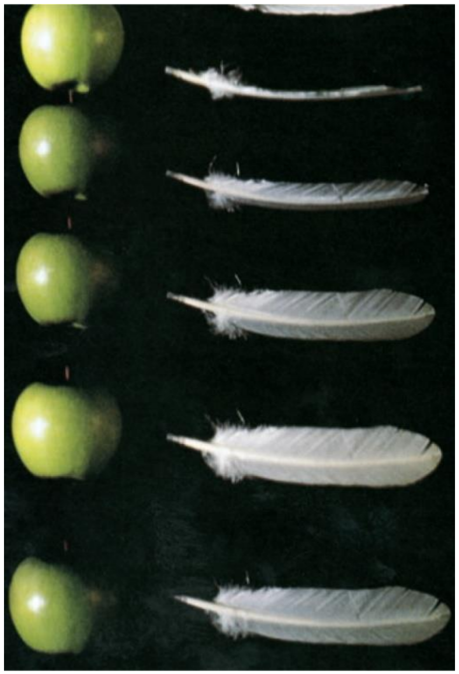
Il movimento di un punto materiale che si sposta lungo una retta con accelerazione costante è detto **moto rettilineo uniformemente accelerato**.

- La caduta libera dei corpi è dunque un esempio di moto uniformemente accelerato.
- Nel moto rettilineo uniformemente accelerato le variazioni di velocità sono direttamente proporzionali agli intervalli di tempo in cui hanno luogo.

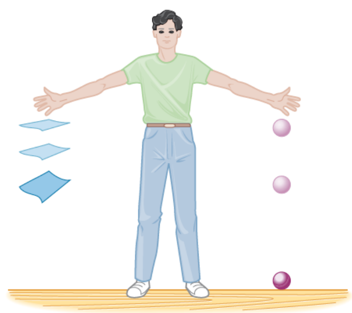
Il moto uniformemente accelerato

La caduta dei corpi - La mela o la piuma?

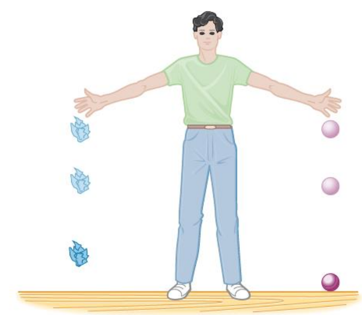
Se li lasciamo cadere liberamente nello stesso istante quale dei due tocca terra per primo?



Se non ci fosse l'**attrito** con l'aria, tutti i corpi cadrebbero verso il basso descrivendo un **moto uniformemente accelerato**.



$$g = 9{,}8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$



accelerazione di gravità

Un oggetto che cade nell'aria ne subisce la resistenza (e quindi la sua caduta non è libera).

L'accelerazione di gravità *g* è uguale per tutti i corpi e non dipende né dalla loro massa né dal particolare materiale di cui sono fatti.

Il moto uniformemente accelerato con $v_0 = 0$

Quando la velocità iniziale
è uguale a zero,
le equazioni sono
$v = a \cdot t$ e $s = 1/2\ a \cdot t$

Il moto uniformemente accelerato con $v_0 = 0$

•**Accelerazione costante**: $a = 0{,}5\ \text{m/s}^2$**.** All'istante $t = 0$**,** l'auto parte da ferma ($v = 0$). Velocità v e tempo t sono **direttamente proporzionali**.

Al tempo zero l'auto è ferma, poi accelera in modo uniforme.

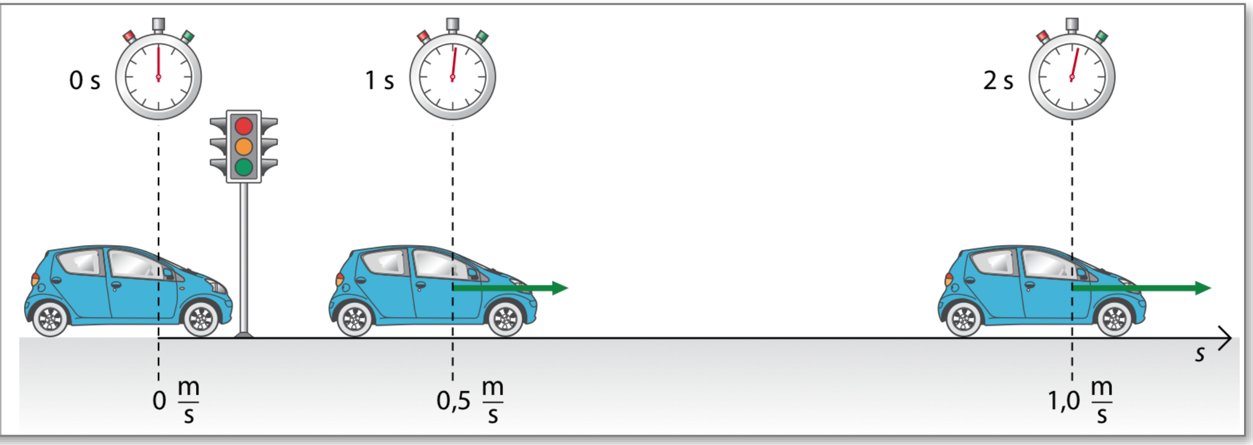


Tabella 1

Tempo (s)	0	1	2	3	4	…	10	…
Velocità (m/s)	0	0,5	1,0	1,5	2,0	…	5,0	…

$$\boxed{v = 0{,}5 \cdot t}$$

Il moto uniformemente accelerato con $v_0 = 0$

La legge della velocità

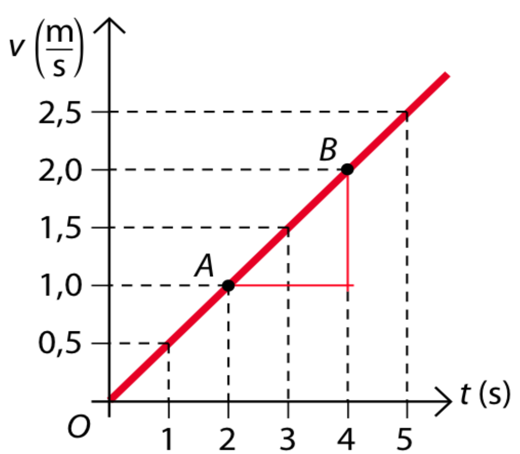
La **legge della velocità** di un moto è la **relazione** che lega la **velocità** *v* e il **tempo** *t*.

Il **grafico velocità-tempo** relativo al moto rettilineo uniformemente accelerato **con partenza da fermo** è una semiretta che passa per l'origine degli assi coordinati. La **pendenza** della semiretta coincide con l'**accelerazione.**

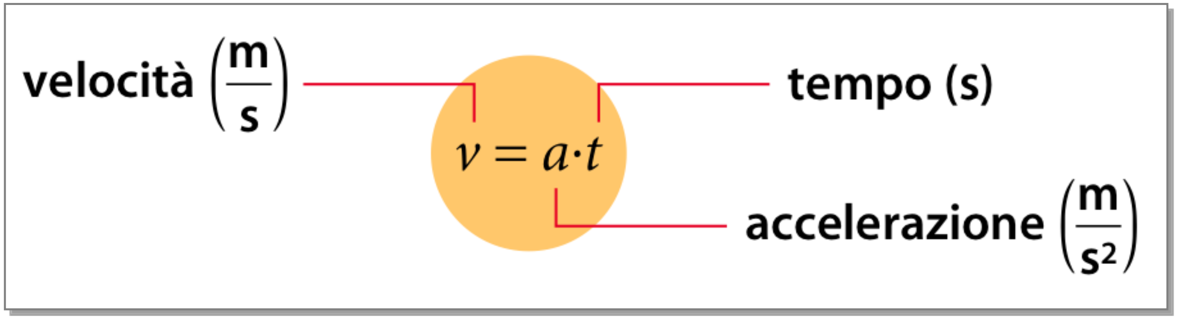
Dalla definizione stessa di accelerazione

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

Il grafico velocità-tempo è una semiretta uscente dall'origine degli assi. La pendenza è uguale all'accelerazione del moto.



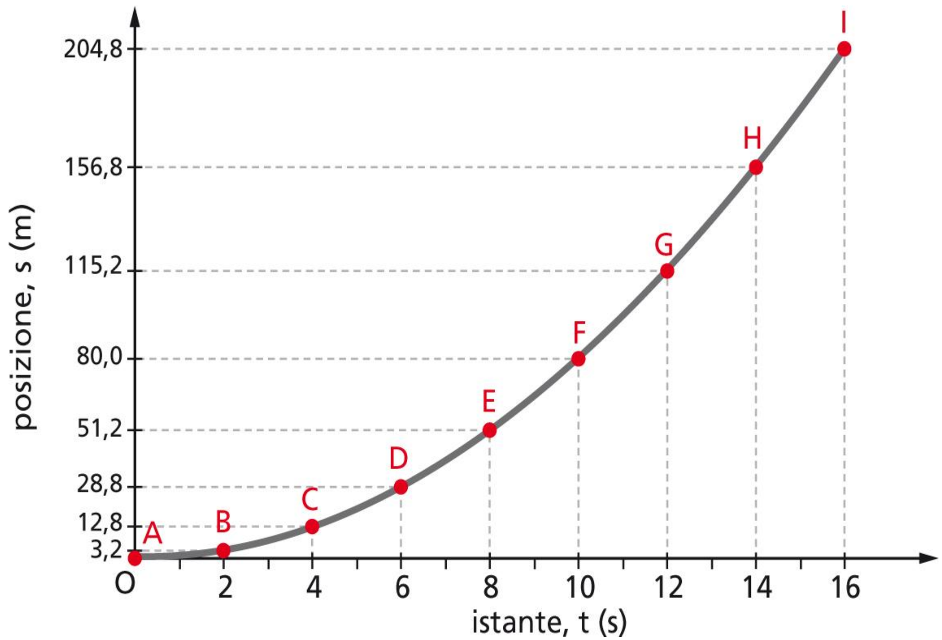
Ponendo la velocità iniziale v1 = 0, otteniamo la **legge della velocità** del **moto rettilineo uniformemente accelerato** con **velocità iniziale nulla** (*v* = 0 per *t* = 0) :



Il moto uniformemente accelerato con $v_0 = 0$

La legge della posizione – Legge oraria

La **legge oraria** del **moto rettilineo uniformemente accelerato** con **velocità iniziale nulla** è:



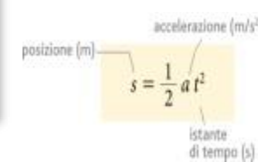
t(s)	s(m)	
0	0,0	*A*
2	3,2	*B*
4	12,8	*C*
6	28,8	*D*
8	51,2	*E*
10	80,0	*F*
12	115,2	*G*
14	156,8	*H*
16	204,8	*I*

spazio percorso (m)

$$s = \frac{1}{2}\, a \cdot t^2$$

tempo (s) al quadrato

accelerazione $\left(\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s^2}}\right)$



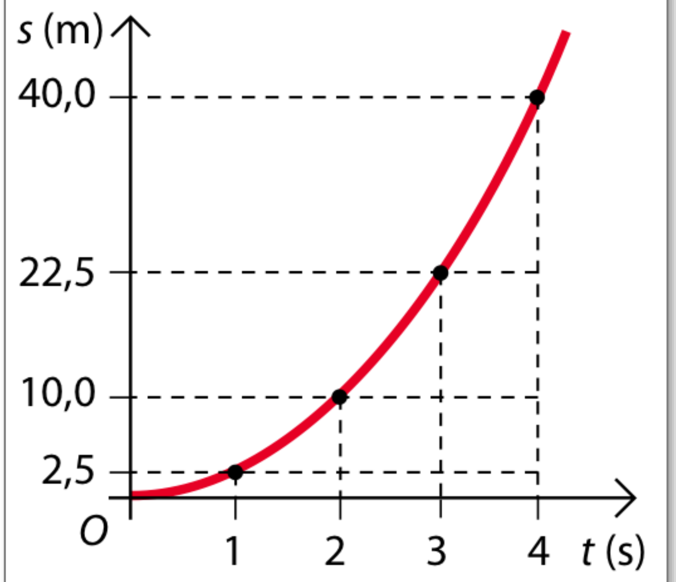
Il moto uniformemente accelerato con $v_0 = 0$

Nella **legge oraria** $s = \frac{1}{2}\, a \cdot t^2$

le variabili ***s*** e ***t*** sono legate da **proporzionalità quadratica.**

Il **grafico spazio-tempo** del moto uniformemente accelerato con partenza da fermo (velocità iniziale nulla) è una **parabola** con il vertice nell'origine.

Il grafico spazio-tempo di un moto uniformemente accelerato, con velocità iniziale zero, è una parabola.



ESEMPIO 2 L'automobile della tabella 1, dopo 10 s ha percorso 25 metri; infatti:

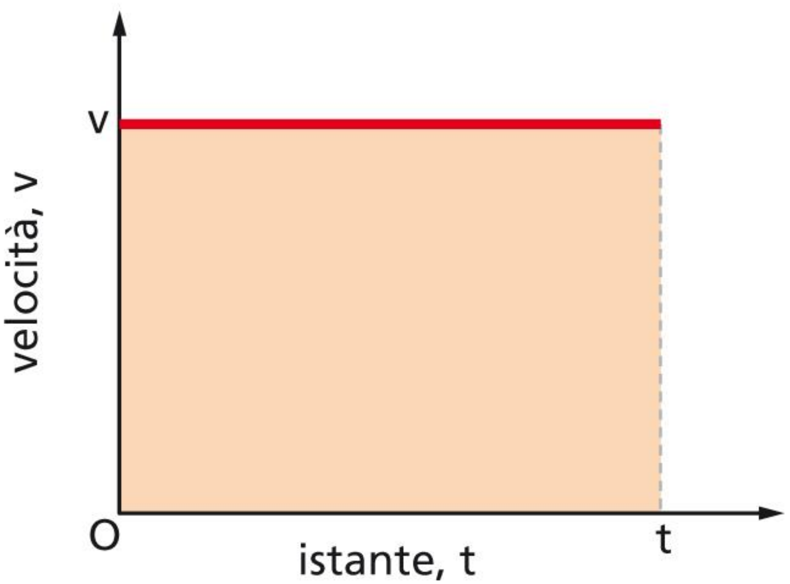
$$s = 0{,}5 \times (0{,}5\ \text{m/s}^2) \times (10\ \text{s})^2 = 25\ \text{m}$$

Il moto uniformemente accelerato con $v_0 = 0$

La legge della posizione - **Area e posizione**

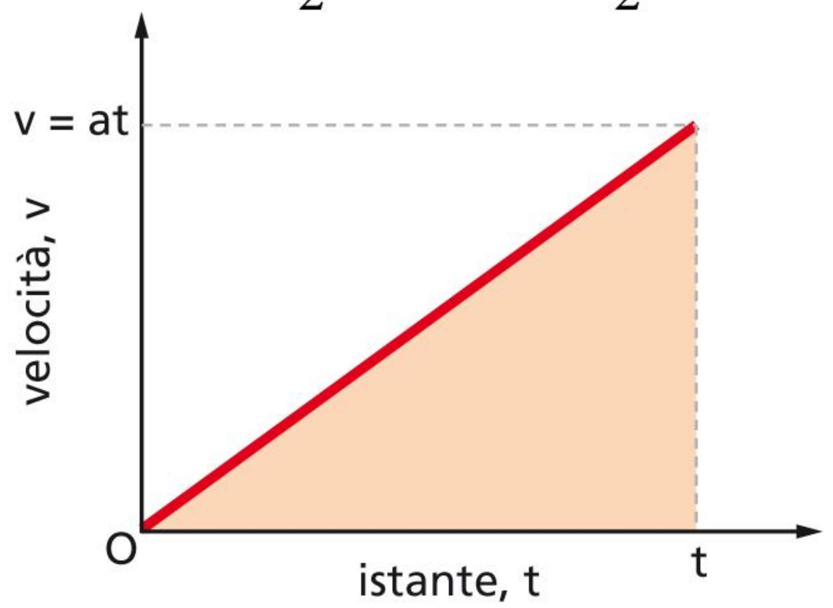
Lo spazio percorso *s* del corpo all'istante *t* è uguale all'area sotto il grafico velocità-tempo compresa tra l'origine e l'istante *t*.

$$\text{area} = v\,t$$



moto rettilineo uniforme

$$\text{area} = \frac{1}{2}\,t \times (a\,t) = \frac{1}{2}\,a\,t^2$$

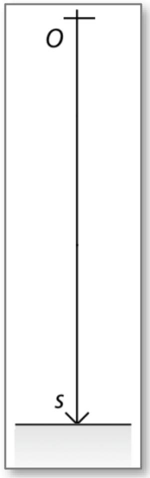


moto uniformemente accelerato

Si tratta di una regola generale, valida per qualsiasi tipo di moto.

Il moto uniformemente accelerato con $v_0 = 0$

Un corpo che **cade** partendo **da fermo** si muove con **accelerazione costante *g*** (**accelerazione di gravità**), pari a circa 9,8 m/s^2 (il sistema di riferimento è orientato verso il basso)



Leggi del **moto di caduta**:

$$s = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \qquad v = g \cdot t$$

ESEMPIO 3 Se un sasso cade da una torre, dopo 1,0 secondi la sua velocità è:

$$v = (9{,}8\ \text{m/s}^2) \times (1{,}0\ \text{s}) = 9{,}8\ \text{m/s}$$

e lo spazio percorso è:

$$s = 0{,}5 \times (9{,}8\ \text{m/s}^2) \times (1{,}0\ \text{s})^2 = 4{,}9\ \text{m}$$

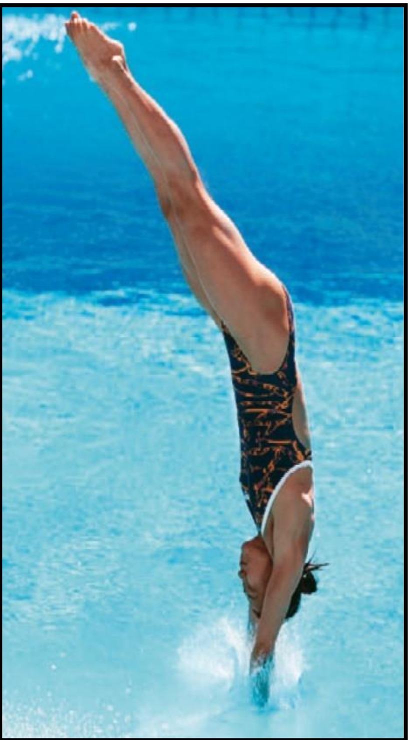
Il moto uniformemente accelerato con $v_0 = 0$

La legge della posizione – Calcolo dell'istante di tempo

$$s = \frac{1}{2} a t^2$$

$$2\frac{s}{a} = \cancel{2}\frac{1}{\cancel{2}}\frac{\cancel{a} t^2}{\cancel{a}} \longrightarrow t^2 = \frac{2s}{a}$$

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$$



Una tuffatrice si lascia cadere da un trampolino posto a 3,0 m di altezza.
Quanto tempo impiega per arrivare a toccare l'acqua?

$$t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times (3{,}0\ \mathrm{m})}{9{,}8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} =$$

$$= \sqrt{0{,}61\ \mathrm{s}^2} = 0{,}78\ \mathrm{s}$$

Il moto uniformemente accelerato con $v_0 \neq 0$

Quando la velocità iniziale
è diversa da zero,
le equazioni $v = a \cdot t$ e $s = 1/2\ a \cdot t$
non sono più valide

Il moto uniformemente accelerato con $v_0 \neq 0$

•**Accelerazione costante**: $a = 0{,}5\ \text{m/s}^2$**.** All'istante $t = 0$**,** l'auto ha una velocità di 10 m/s. Velocità v e tempo t sono **correlati linearmente**.

Al tempo $t = 0$ s, l'auto ha una velocità di 10,0 m/s. In seguito la velocità aumenta di 0,5 m/s in ogni secondo.

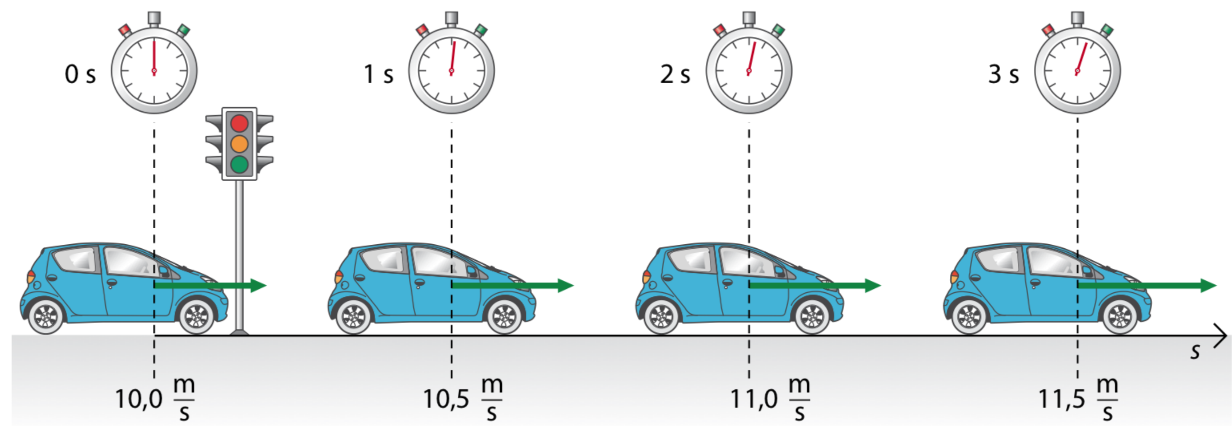


Tabella 1 Velocità-tempo

Tempo (s)	0	1	2	3	4	…	10	…
Velocità (m/s)	10,0	10,5	11,0	11,5	12,0	…	15,0	…

$$v = 10{,}0 + 0{,}5 \cdot t$$

Il moto uniformemente accelerato con $v_0 \neq 0$

La **legge della velocità** del **moto rettilineo uniformemente accelerato** con **velocità iniziale v_0 diversa da zero** è:

velocità al tempo *t* $\left(\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)$ **tempo (s)**

$$v = v_0 + a \cdot t$$

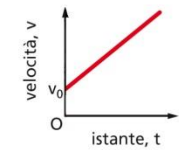
velocità iniziale $\left(\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)$ **accelerazione** $\left(\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)$

ESEMPIO 1 Per sapere qual è la velocità dell'automobile della figura 1 al tempo $t = 20$ s, applichiamo l'equazione $v = 10{,}0 + 0{,}5 \cdot t$.

$$v = (10{,}0\ \mathrm{m/s}) + (0{,}5\ \mathrm{m/s^2}) \times (20\ \mathrm{s}) = 20\ \mathrm{m/s}$$

Il moto uniformemente accelerato con $v_0 \neq 0$

La legge della velocità

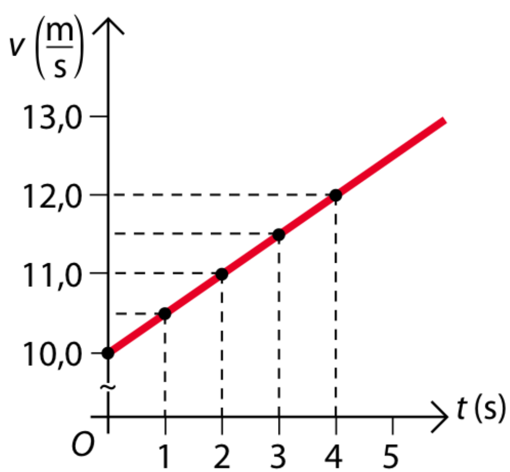


Il **grafico velocità-tempo** relativo al moto uniformemente accelerato **con velocità iniziale** è una semiretta che non passa per l'origine degli assi coordinati. Anche in questo caso la **pendenza** della semiretta coincide con l'**accelerazione.**

Dalla definizione stessa di accelerazione

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

La semiretta non passa per l'origine degli assi, ma per un punto dell'asse verticale, che ha per ordinata il valore della velocità iniziale.



E ponendo la velocità iniziale v1 ≠ 0, otteniamo:

velocità all'istante t(m/s)

accelerazione (m/s²)

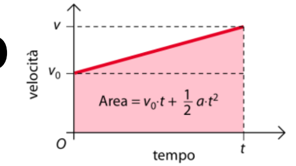
$$\boxed{v = v_0 + a\,t}$$

velocità iniziale (m/s)

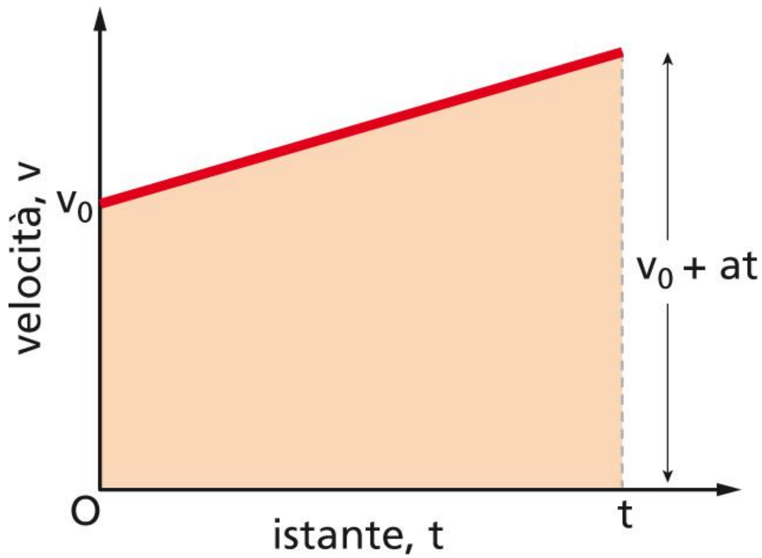
istante di tempo (s)

Il moto uniformemente accelerato con $v_0 \neq 0$

La legge della posizione - Area e spazio percorso



Lo spazio percorso è uguale all'area di un trapezio.



$$s = \frac{1}{2}\left[\overbrace{v_0}^{\text{base minore}} + \underbrace{(v_0 + a\,t)}_{\text{base maggiore}}\right] \times \overbrace{t}^{\text{altezza}} =$$

$$= \frac{1}{2}\left[2v_0 + a\,t\right]t = v_0 t + \frac{1}{2}a\,t^2$$

posizione in t (m)

accelerazione (m/s²)

$$\boxed{s = v_0 t + \frac{1}{2}a\,t^2}$$

velocità iniziale (m/s)

istante di tempo (s)

Il moto uniformemente accelerato con $v_0 \neq 0$

La **legge oraria** del **moto rettilineo uniformemente accelerato** con **velocità iniziale v_0 diversa da zero** è:

tempo (s)

spazio percorso (m)

tempo (s) al quadrato

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2}\, a \cdot t^2$$

velocità iniziale $\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$

accelerazione $\left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$

ESEMPIO 2 L'auto della figura 1, in 20 s percorre uno spazio di 300 m; infatti:

$$s = (10{,}0\ \text{m/s}) \times (20\ \text{s}) + 0{,}5 \times (0{,}5\ \text{m/s}^2) \times (20\ \text{s})^2 = 200\ \text{m} + 100\ \text{m} = 300\ \text{m}$$

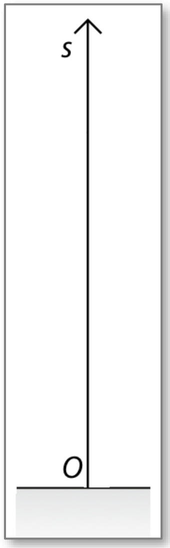
Il moto uniformemente accelerato con $v_0 \neq 0$

La legge oraria e la legge delle velocità valgono anche per i moti decelerati, ma l'accelerazione ha valore negativo.

Studiamo il **moto di un oggetto lanciato verso l'alto** con **velocità iniziale v_0** (il **sistema di riferimento** è costituito da un asse verticale **orientato verso l'alto**)

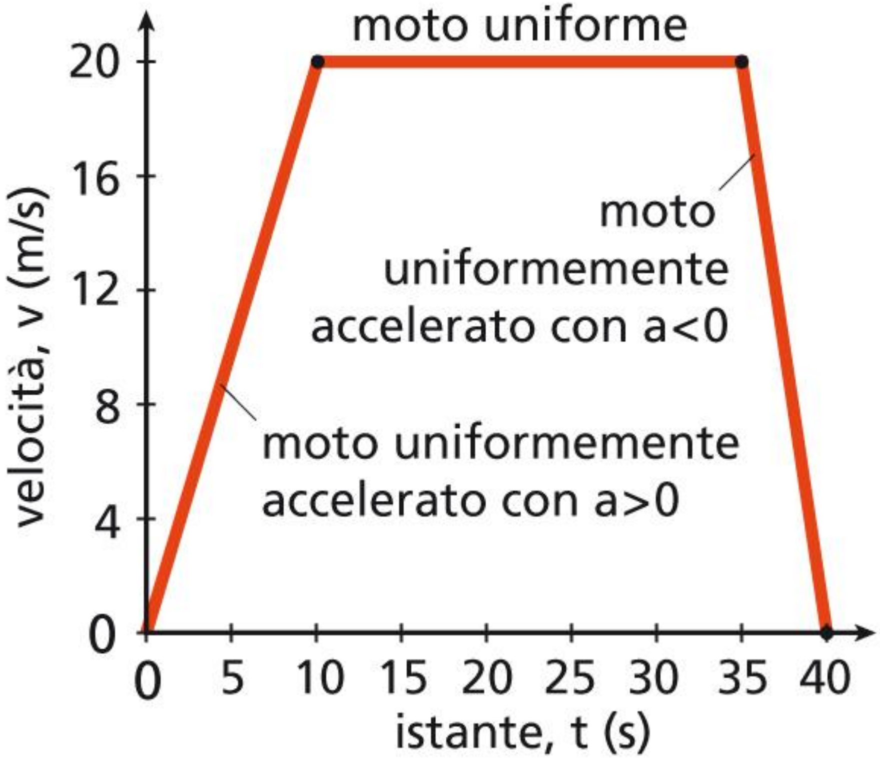
L'accelerazione ha valore $-g$ ($-9{,}8$ m/s^2) e le leggi del moto diventano:

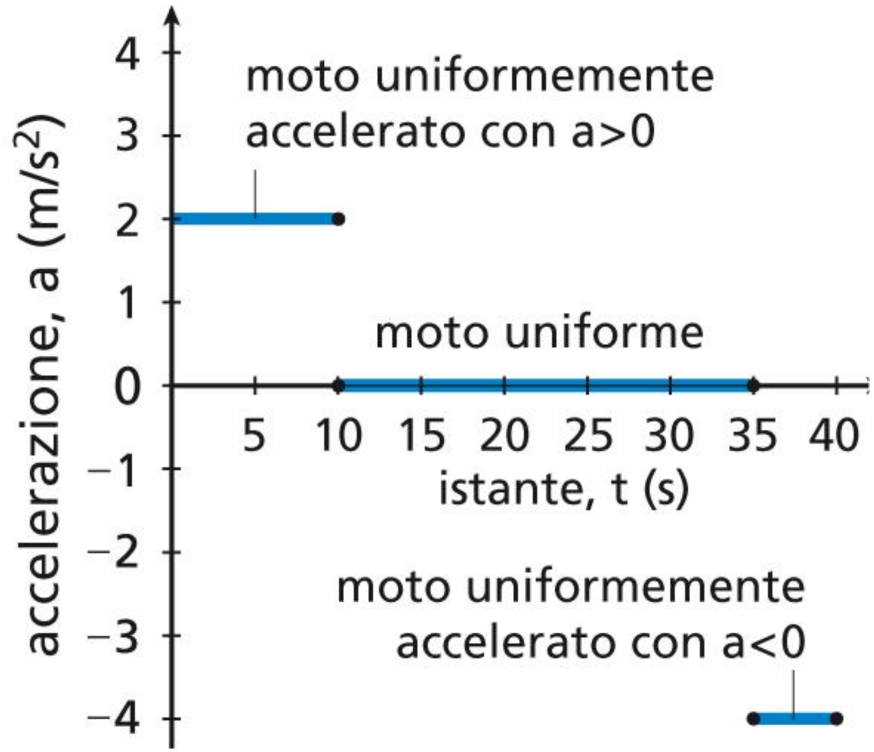
$$v = v_0 - g \cdot t \qquad s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$



Il moto uniformemente accelerato con $v_0 \neq 0$

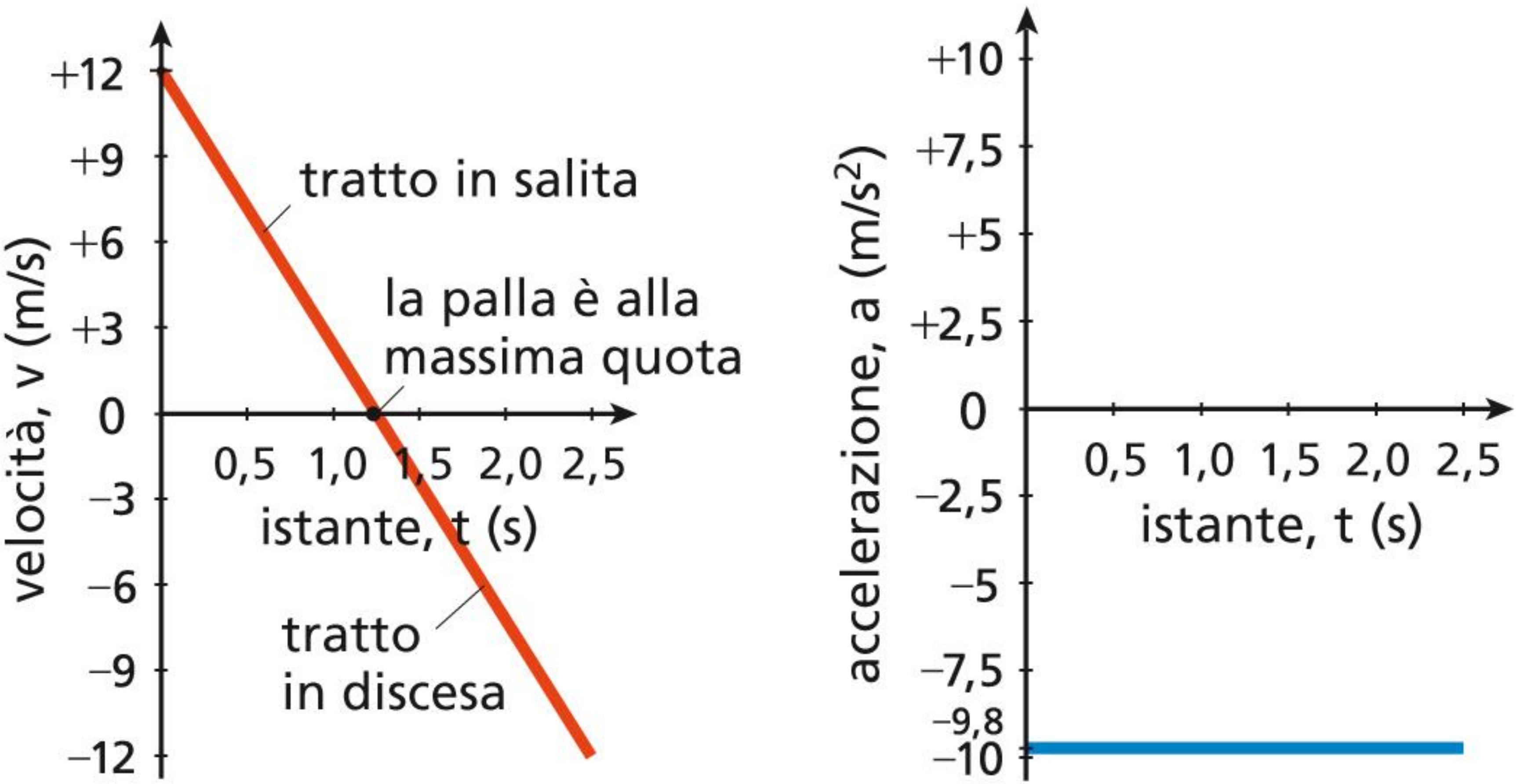
Partenza e arrivo





Il moto uniformemente accelerato con $v_0 \neq 0$

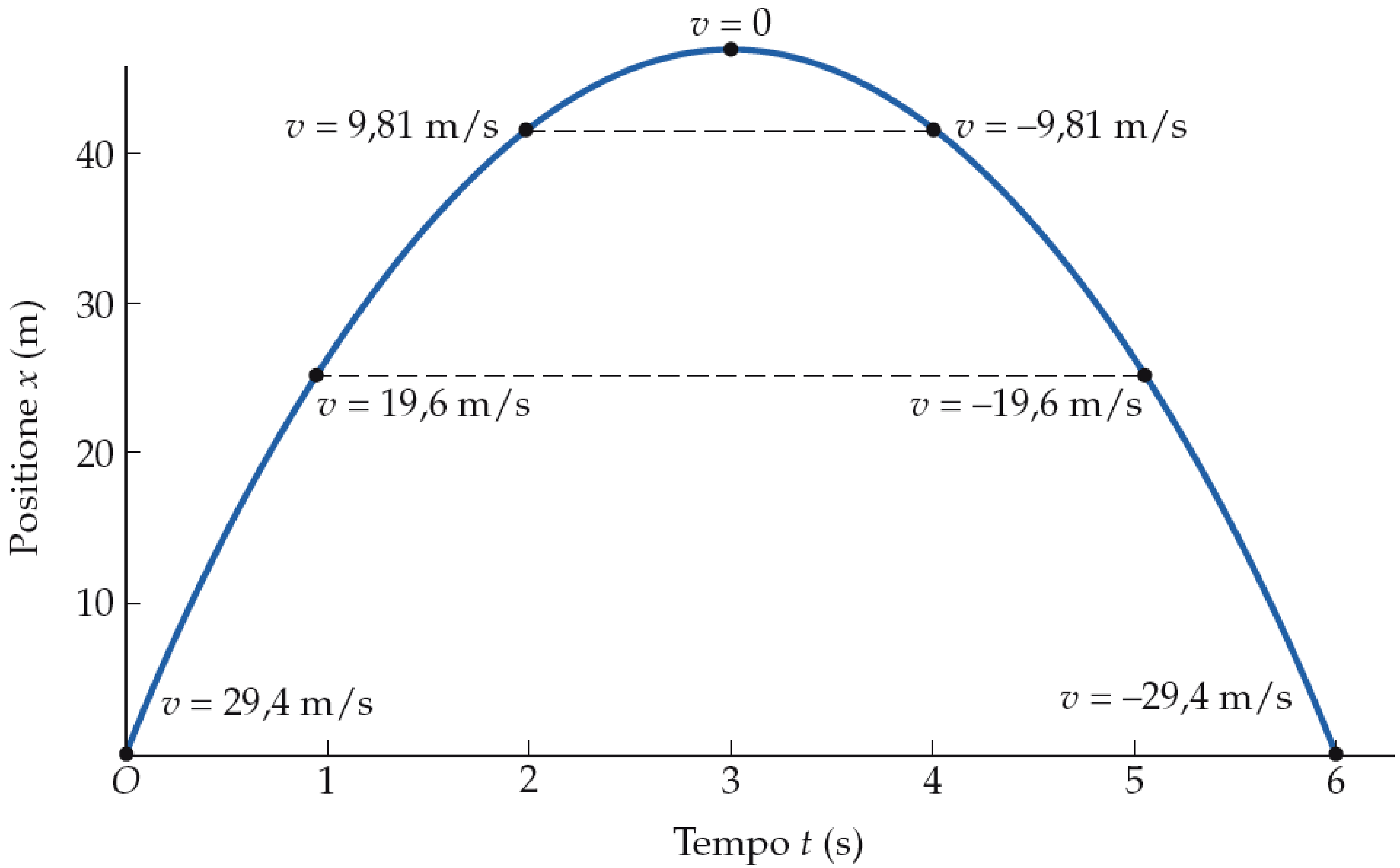
Lancio verso l'alto



Il moto uniformemente accelerato con $v_0 \neq 0$

Oggetti in caduta libera - Traiettoria di un proiettile

Posizione e velocità di un oggetto lanciato in aria.
L'oggetto rimane in aria per 6 secondi. Notiamo la simmetria rispetto al punto medio del volo.



Spazio di Frenata

Il calcolo dello spazio di frenata rientra nel caso di moto rettilineo uniformemente decelerato (accelerazione negativa).

Vedremo che lo spazio di frenata varia in funzione del quadrato della velocità iniziale:

$$\begin{cases} s_0 = 0; \quad s = s_f; \\ v_0 \neq 0; \quad v_f = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} s = s_0 + v_0 \cdot t + \dfrac{1}{2} a \cdot t^2 \\ v = v_0 + a \cdot t \end{cases} \quad \begin{cases} s_f = v_0 \cdot t + \dfrac{1}{2} a \cdot t^2 \\ v_0 = -a \cdot t \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = -\dfrac{v_0}{a} \\ s_f = v_0 \cdot \left(-\dfrac{v_0}{a} \right) + \dfrac{1}{2} a \cdot \left(-\dfrac{v_0}{a} \right)^2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{s_f = -\frac{{v_0}^2}{a} + \frac{1}{2} \frac{{v_0}^2}{a} = -\frac{1}{2} \frac{{v_0}^2}{a}}$$

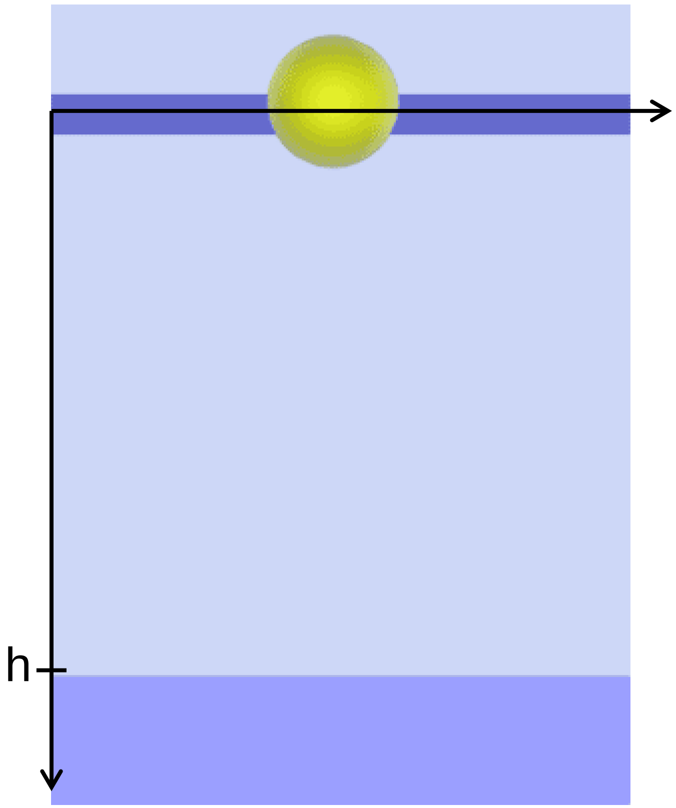
Caduta dei Gravi

Un caso particolarmente interessante di moto rettilineo uniformemente accelerato è la caduta dei gravi, cioè di corpi attratti dalla forza di gravità (forza peso).

La caduta dei gravi fu studiata da Galileo Galilei, lo scienziato pisano mostrò che i corpi materiali cadono, nel vuoto (escludendo quindi qualunque effetto di attrito), tutti con la stessa accelerazione, indipendentemente dalla loro massa.

L'accelerazione costante con cui i corpi cadono è l'accelerazione di gravità $g = 9{,}8 m/s^2$.

Caduta dei Gravi



$$\begin{cases} s_0 = 0; & s = h; \\ v_0 = 0; & a = g; \end{cases}$$

$$\begin{cases} s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \\ v = v_0 + a \cdot t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \\ v = g \cdot t \end{cases}$$

$$\begin{cases} h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \\ v = g \cdot t \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \\ v = g \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2gh} \end{cases}}$$