164. Zināms, ka $\vec{p} = (-4; 2)$, $\vec{s} = (-1; -5)$ un $\vec{t} = (3; -2)$. Aprēķini!

a) $\vec{p} + \vec{s} - \vec{t}$ c) $\vec{s} - \vec{t} - \vec{p}$ e) $3\vec{p} - 2\vec{s} + 4\vec{t}$

b) $\vec{p} - \vec{s} - \vec{t}$ d) $\vec{t} + \vec{s} - \vec{p}$ f) $\frac{1}{5}\vec{s} - \frac{1}{2}\vec{p} - \frac{1}{3}\vec{t}$

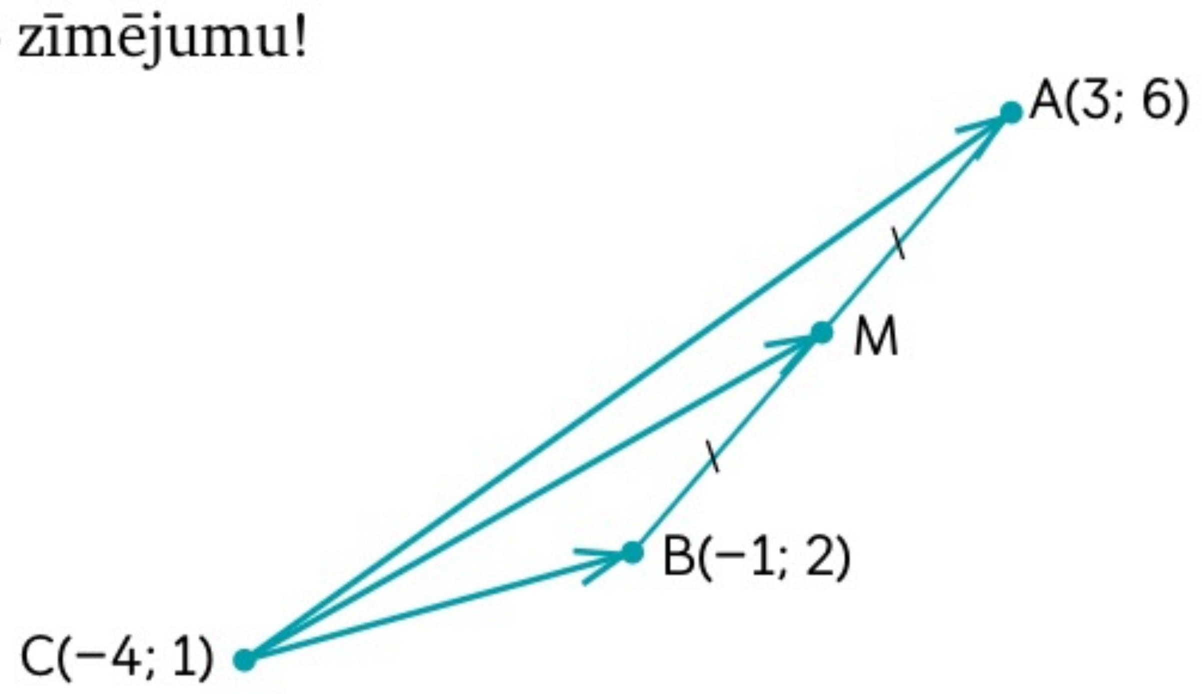
165. Dots $\vec{u} = (3; 1)$, $\vec{v} = (-8; 4)$, $\vec{w} = (-6; -2)$. Aprēķini!

a) $\vec{u} + \vec{v}$ c) $3\vec{u} + \vec{w}$ e) $\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{w}$ g) $|\vec{u}| + \left|\frac{1}{2}\vec{w}\right|$

b) $\vec{u} - \vec{v}$ d) $|3\vec{u} + \vec{w}|$ f) $\left|\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{w}\right|$ h) $\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$

166. Doti punkti A(1; 3) un B(4; 2). Kādas ir punkta D koordinātas, ja vektoru $\overrightarrow{CD}$ atliek no punkta C(−2; 3), un vektors $\overrightarrow{CD}$ ir vienāds ar vektoru $3\overrightarrow{AB}$? Kāds ir iegūtās figūras ABCD veids? Atbildi pamato!

167. Aplūko zīmējumu!



a) Nosaki punkta M koordinātas!

b) Aprēķini vektoru $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CM}$ un $\overrightarrow{CB}$ koordinātas!

c) Pierādi, ka $\overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$!

168. Dots, ka $\vec{a} = (2; 4)$, $\vec{b} = (3; 6)$, $\vec{c} = (6; 12)$ un $\vec{d} = (1; 3)$. Aprēķini skaitļus k, m un n, ja tas ir iespējams!

a) $\vec{c} = k\vec{a}$ b) $\vec{c} = m\vec{b}$ c) $\vec{a} = n\vec{d}$

Konstruē dotos vektorus! Ko var secināt?

169. PQRS ir taisnstūris, kuram PQ = 4 cm, QR = 3 cm. Aprēķini vai izsaki!

a) $\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR}$ b) $|\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR}|$ c) $\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RS}$

Piemērotas metodes izmantošana uzdevumu risināšanā

170. Kvadrāta ABCD virsotnes atrodas punktos A(2; 1), B(2; 5), C(6; 5), D(6; 1). Punkts S ir kvadrāta centrs. Uz stara AS atlikts punkts K tā, ka AK = 13AS. Aprēķini punkta K koordinātas!

171. Doti punkti A(−4; −1), B(0; −5), C(3; −3), D(5; 5). Pierādi, ka četrstūris ABCD ir trapece!

172. Trīs paralelograma virsotnes atrodas punktos ar veselām koordinātām. Pierādi, ka arī ceturtā virsotne atrodas punktā ar veselām koordinātām!

173. Pierādi: regulāra piecstūra virsotnes visas vienlaicīgi nevar atrasties punktos ar veselām koordinātām!

6. PIEMĒRS

Karlsons atrodas punktā, kura koordinātas plaknē ir A(4; 11). Katru minūti viņš pārvietojas par vektoru, kura koordinātas ir (3; 2). Kurā punktā Karlsons atradīsies pēc vienas stundas?

Risinājums

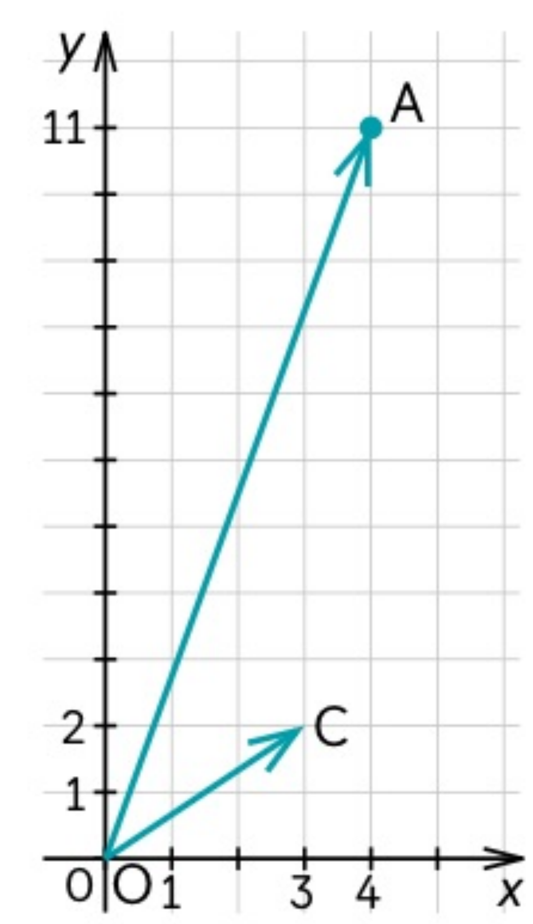
Koordinātu plaknē uzzīmē situācijas skici.

Ievieš vektoru $\overrightarrow{OA} = (4; 11)$ un vektoru $\overrightarrow{OC} = (3; 2)$, kuru sākuma punkts ir O(0; 0).

Tā kā Karlsons 60 reizes pārvietosies pa vektoru $\overrightarrow{OC} = (3; 2)$, tad pārvietojums būs
$60 \cdot (3; 2) = (180; 120)$ jeb
visu pārvietojumu raksturojošs vektors $\overrightarrow{OC_1} = (180; 120)$.

Saskaitām vektorus $\overrightarrow{OA} = (4; 11)$ un $\overrightarrow{OC_1} = (180; 120)$.

Tātad Karlsons pēc stundas atradīsies punktā, kura abscisa ir 184 un ordināta ir 131.



174. Pa taisni vienmērīgi rāpo skudra. Plkst. 10.00 tā atradās punktā A(13; 21), plkst. 15.00 — punktā B(73; −99). Kurā punktā tā atradīsies plkst. 17.30, ja tā turpinās rāpot pa taisni tajā pašā virzienā ar nemainīgu ātrumu?

175. Putns var lidot ar nemainīgu ātrumu 6 m/s. Izmantojot vektorus, ilustrē katru situāciju un aprēķini putna rezultējošo ātrumu!

a) Putns lido pa vējam, vēja ātrums ir 1 m/s.

b) Putns lido pret vēju, vēja ātrums ir 1 m/s.

176. Sākot ceļojumu no ostas, kuģis virzienā uz rietumiem veica 200 km un pēc tam vēl 240 km virzienā uz dienvidiem. Tad tas apstājās. Izmantojot vektorus, uzzīmē, kā brauca kuģis un kā no ostas jādodas glābējiem, lai pēc iespējas ātrāk nokļūtu pie kuģa! Nosaki leņķi starp glābēju veikto ceļu un rietumu virzienu! Aprēķinus veic ar precizitāti līdz veseliem grādiem!

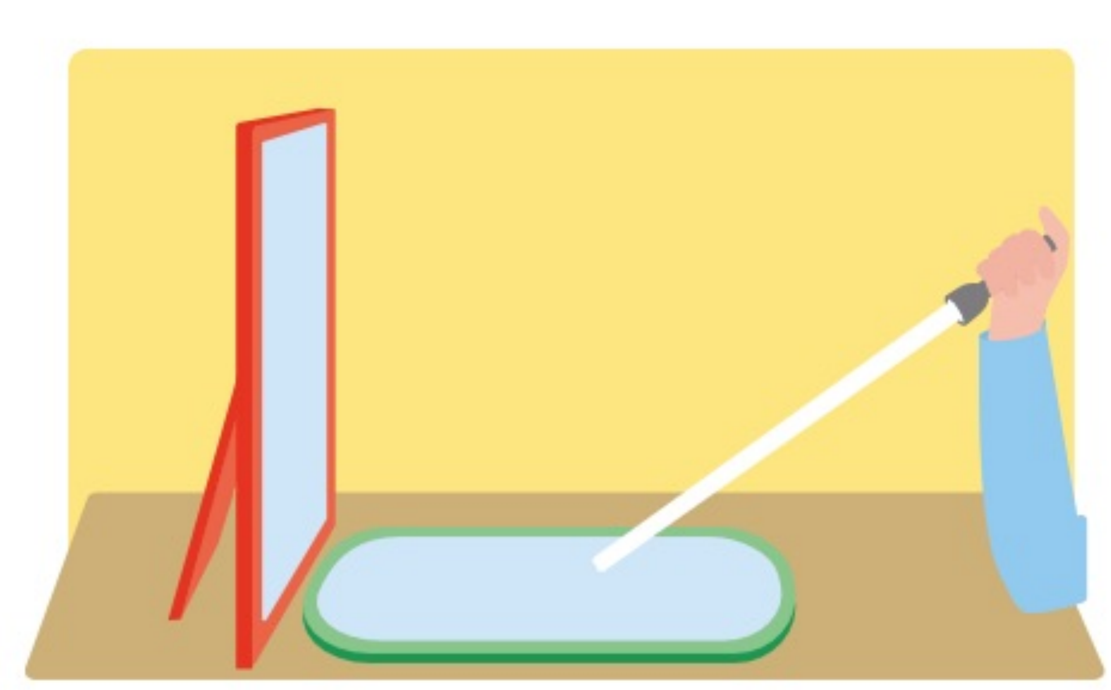
177. Peldētājs startēja no viena upes krasta un peldēja tai pāri virzienā uz dienvidiem ar ātrumu 2 km/h. Upe ir 200 m plata un tek uz austrumiem ar ātrumu 1 km/h.

a) Attēlo peldētāja pārvietojumu, izmantojot vektorus!

b) Aprēķini peldētāja rezultējošo ātrumu!

c) Cik ilgā laikā peldētājs pārpeldēs upi? Cik tālu uz austrumiem no starta vietas viņš būs aizpeldējis?

178. Plaknē novietoti divi savstarpēji perpendikulāri spoguļi. Gaismas stars vispirms atstarojas vienā spogulī, pēc tam — otrā spogulī saskaņā ar atstarošanās likumu: “Krītošais un atstarojošais stars ar spoguli veido vienādus leņķus”.
Kāds ir stara virziens pēc divkārtējās atstarošanās, salīdzinot to ar sākotnējo stara virzienu?
Koordinātu asis novieto tā, lai tās būtu uzdevumā minētie spoguļi!

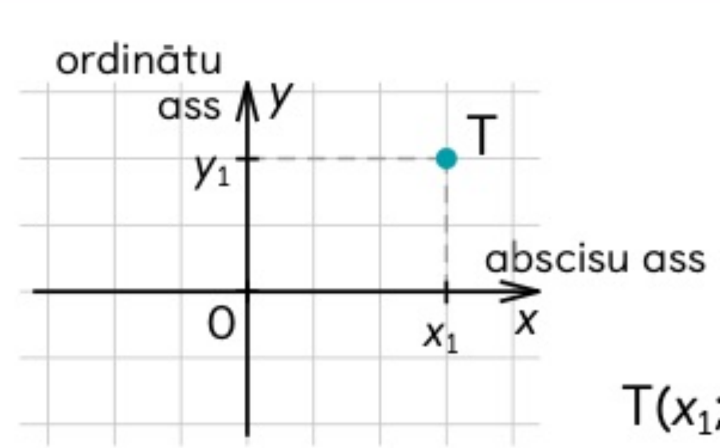
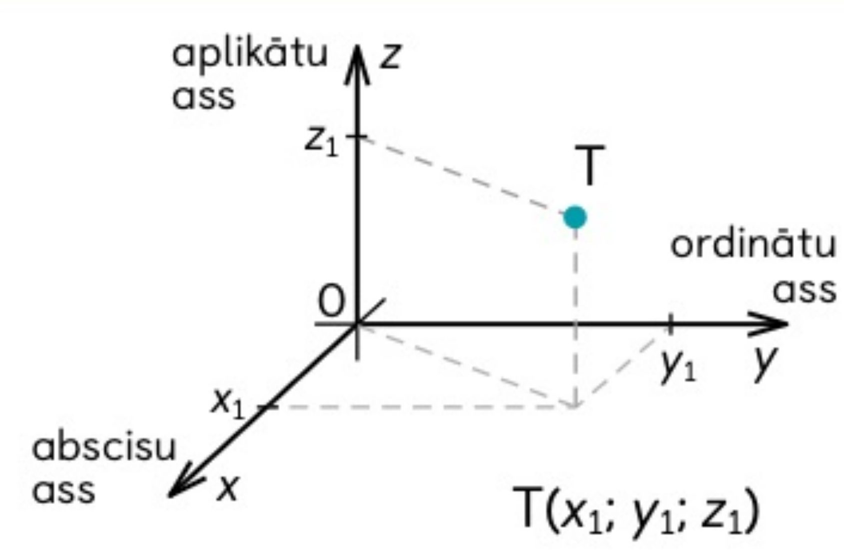
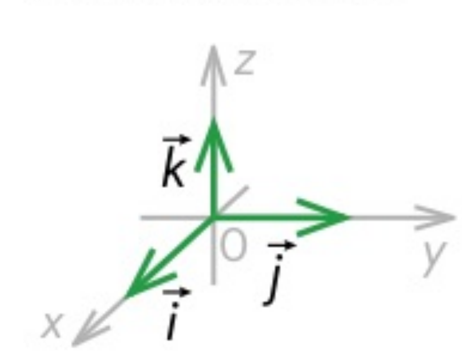
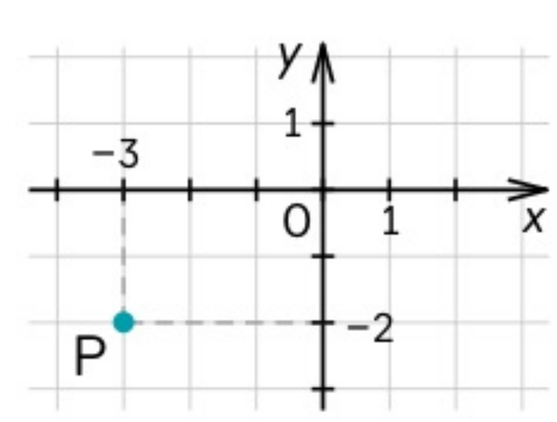
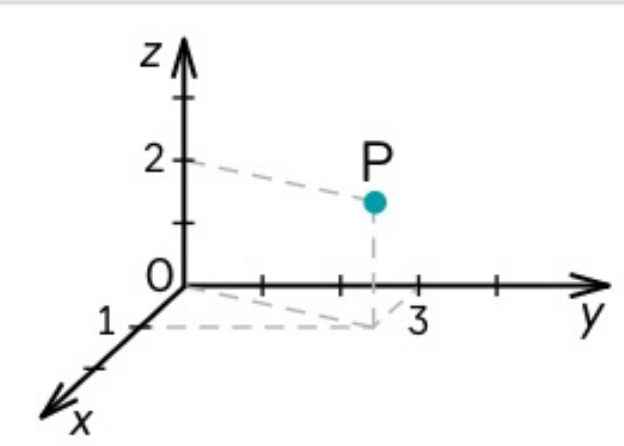


Vektori plaknē un telpā

Iepriekšējās zināšanas: veido pārskatu par vektoriem koordinātu plaknē — atceries, kā zīmē, pieraksta un veic darbības ar vektoriem koordinātu plaknē, un veido savus piemērus!

Jaunu zināšanu radīšana: centies saskatīt analoģijas vektoriem plaknes un telpas gadījumos, veido pārskatu par vektoriem telpā!

- Izveido doto tabulu!
- Aizpildi tabulu, izveidojot pārskatu par vektoriem un darbībām ar tiem koordinātu plaknē un telpā! Kā, zinot darbības ar vektoriem plaknē, var iegūt un pamatot darbības ar vektoriem telpā koordinātu formā?
- Izveidoto pārskatu salīdzini gan ar klasesbiedru pārskatiem, gan ar informāciju uzziņas avotos! Pārrunājiet, kas ir kopīgs un kas atšķirīgs vektoriem plaknē koordinātu formā un vektoriem telpā koordinātu formā!

	Plaknē	Telpā
Koordinātu sistēma	 $T(x_1; y_1)$	 $T(x_1; y_1; z_1)$ **Vienības vektori** 
Piemērs	 P(−3; −2)	 P(1; 3; 2)
Vektora koordinātas		
Piemērs		
Vektoru summa koordinātu formā		
Piemērs		
Vektoru starpība koordinātu formā		
Piemērs		
Vektora koordinātu formā un skaitļa reizinājums		
Piemērs		
Paralēli vektori koordinātu formā		
Piemērs		
Nogriežņa viduspunkta koordinātas		
Piemērs		
Vektora garuma aprēķināšana		
Piemērs		

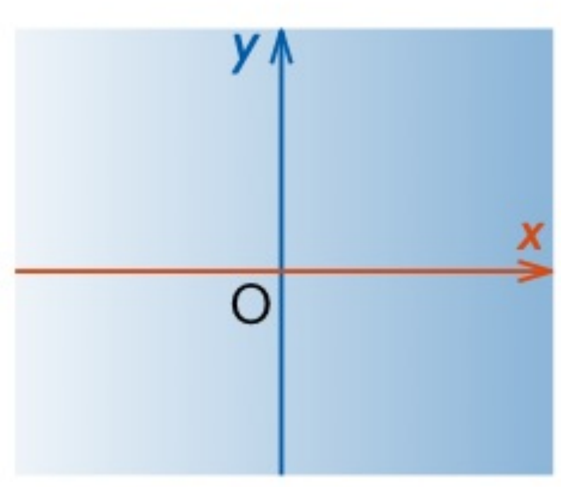
Vektori telpā

Lai noteiktu punkta stāvokli telpā, var izmantot dažādas koordinātu sistēmas. Dekarta taisnleņķa koordinātu sistēmā katru telpas punktu viennozīmīgi raksturo trīs koordinātas. Šī sistēma dod iespēju raksturot arī vektorus, ja tie tiek aplūkoti ne tikai vienā plaknē, bet arī telpā.

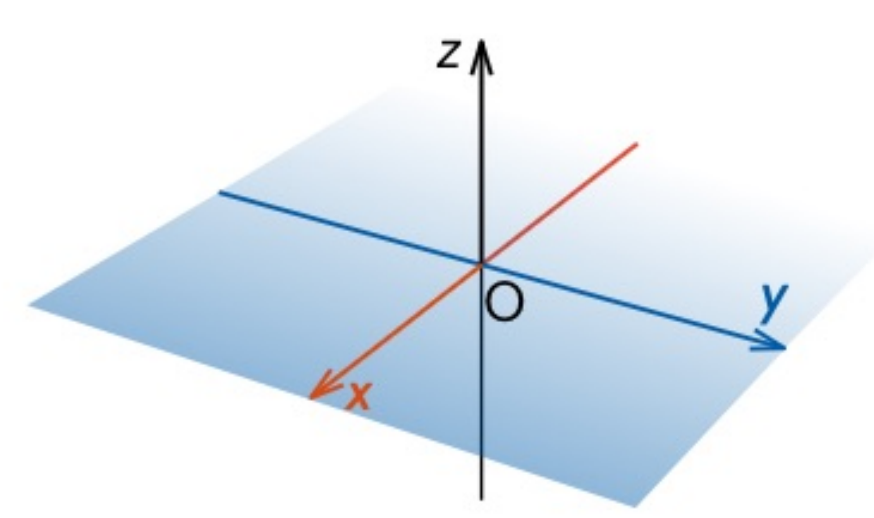
vektors telpā | vektora koordinātas telpā | vektora garums telpā | darbības ar vektoriem telpā

Plaknē punkta atrašanās vietu nosaka pēc tā attāluma no divām perpendikulārām taisnēm, bet telpā — pēc attāluma starp trim savstarpēji perpendikulārām taisnēm.

Dekarta taisnleņķa koordinātu sistēma **plaknē**



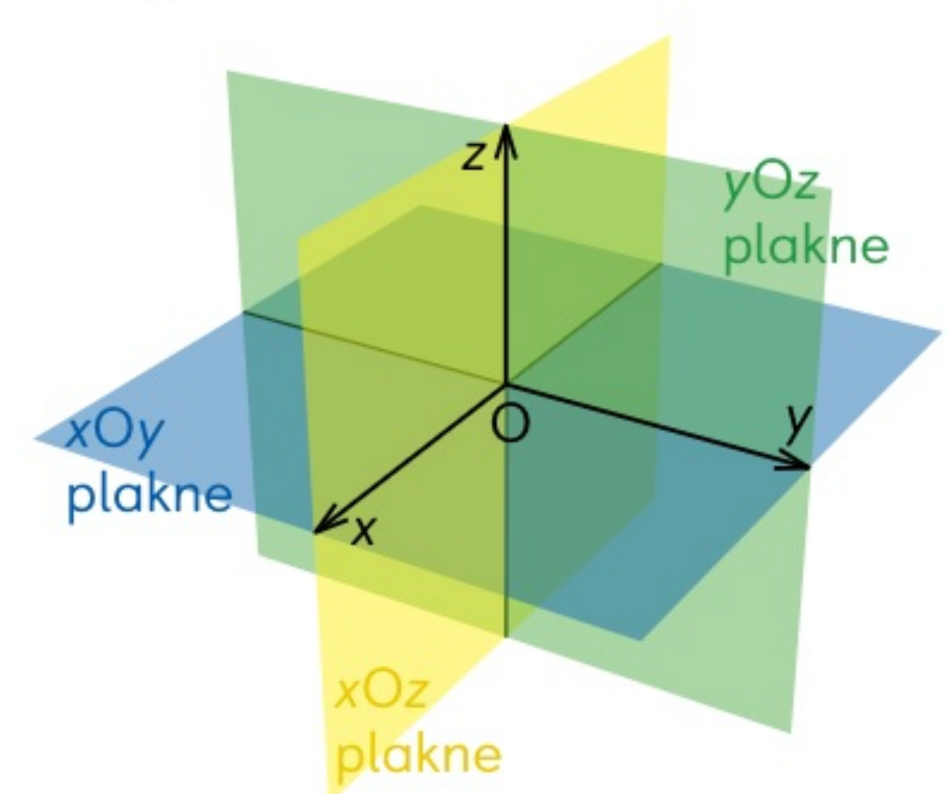
Dekarta taisnleņķa koordinātu sistēma **telpā**



Telpā taisnleņķa koordinātu sistēmu veido trīs koordinātu asis, kas krustojas punktā O — O*x* jeb **abscisu** ass, O*y* jeb **ordinātu** ass un O*z* jeb **aplikātu** ass.

Dekarta taisnleņķa koordinātu sistēmā telpā caur katrām divām koordinātu asīm var novilkt tieši vienu plakni, ko sauc par koordinātu plakni. Telpā var novilkt trīs koordinātu plaknes: plakni *x*O*y*, plakni *y*O*z*, plakni *x*O*z*.

Koordinātu plaknes telpu sadala astoņās daļās.

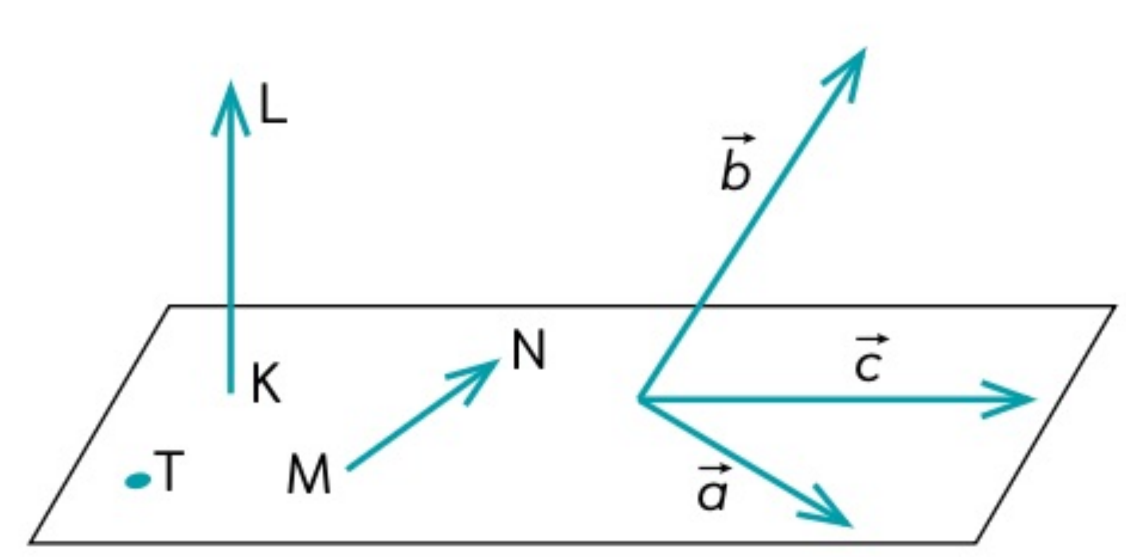


Vektori telpā

Telpas vektoru pamatjēdzienus un darbības ar tiem definē līdzīgi, kā tos definē plaknes vektoriem.

Aplūko telpas vektorus (skat. zīm.)! Vektoriem $\overrightarrow{KL}$ un $\overrightarrow{MN}$ nav kopīgu punktu, bet vektori $\vec{a}$, $\vec{b}$ un $\vec{c}$ ir novilkti no viena punkta.

Jebkuru telpas punktu, piemēram, punktu T, arī var uzskatīt par vektoru. Tādu vektoru $\overrightarrow{TT}$ sauc par nullvektoru.



Ja telpas vektors nav nullvektors, tad tā garums ir atbilstošā nogriežņa garums. Piemēram, vektora $\overrightarrow{KL}$ garums ir vienāds ar nogriežņa KL garumu.

Vektorus pēc to vērsumiem telpā klasificē līdzīgi kā vektorus plaknē.

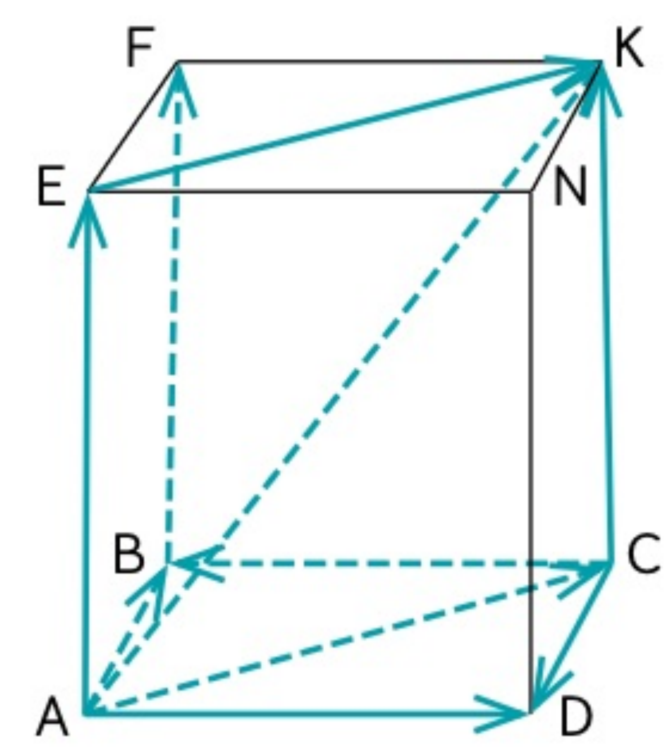
Piemēram, aplūko paralēlskaldni ABCDEFKN (skat. zīm.)!

$\overrightarrow{AC}$ un $\overrightarrow{EK}$ **ir** vienādi vērsti vektori, bet $\overrightarrow{AD}$ un $\overrightarrow{CB}$ ir pretēji vērsti vektori.

$\overrightarrow{AC}$ un $\overrightarrow{AE}$ **nav** ne vienādi vērsti, ne pretēji vērsti vektori, jo tie nav kolineāri vektori.

$\overrightarrow{BF}$ un $\overrightarrow{CK}$ **ir** vienādi vektori, jo tie ir vienādi vērsti vektori un to garumi ir vienādi.

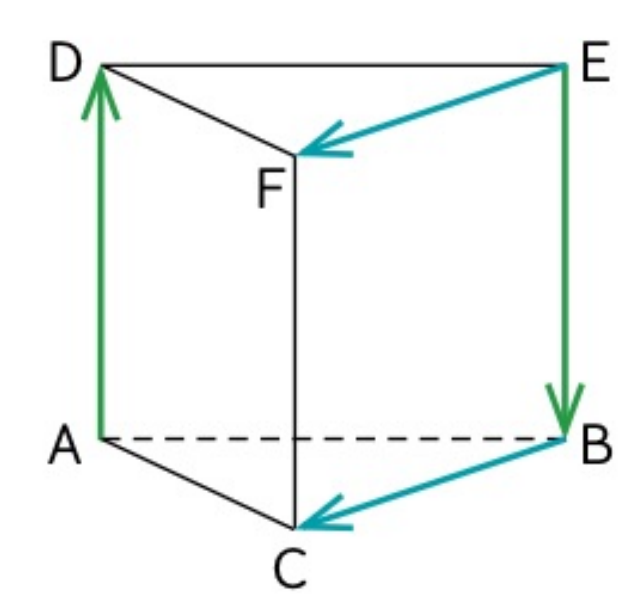
$\overrightarrow{AB}$ un $\overrightarrow{CD}$ **nav** vienādi vērsti vektori, jo pie vienādiem vektoru garumiem to vērsumi ir pretēji.



Uzdevumi

Vienādi un pretēji vērsti vektori telpā. Kolineāri vektori telpā

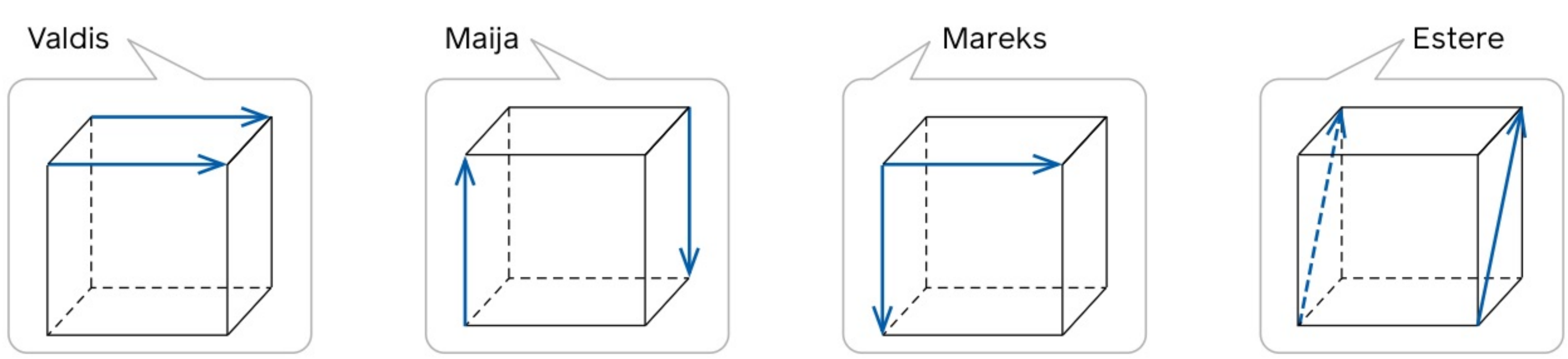
179. Dota taisna trijstūra prizma ABCDEF (skat. zīm.).
Izveido un aizpildi paraugā doto tabulu, un raksturo visus iespējamos zīmējumā atzīmētos vektoru pārus!



Vektori	Vienādi vērsti	Vienādi	Pretēji vērsti	Pretēji	Kolineāri	Nav kolineāri
$\overrightarrow{AD}$ un $\overrightarrow{EB}$			✓	✓	✓	
$\overrightarrow{AD}$ un ...						
...						

Salīdzini savas atbildes ar klasesbiedra atbildēm! Kādus secinājumus var izdarīt, izmantojot tabulā ierakstītos datus?

180. Dots kubs, kurā jāiezīmē vienādu vektoru pāris. Valdis, Maija, Mareks un Estere iezīmēja vektoru pārus, kā parādīts zīmējumos. Izvērtē viņu zīmējumus un pamato, vai vektoru pāri iezīmēti pareizi!



Salīdzini savu pamatojumu ar klasesbiedra pamatojumu!

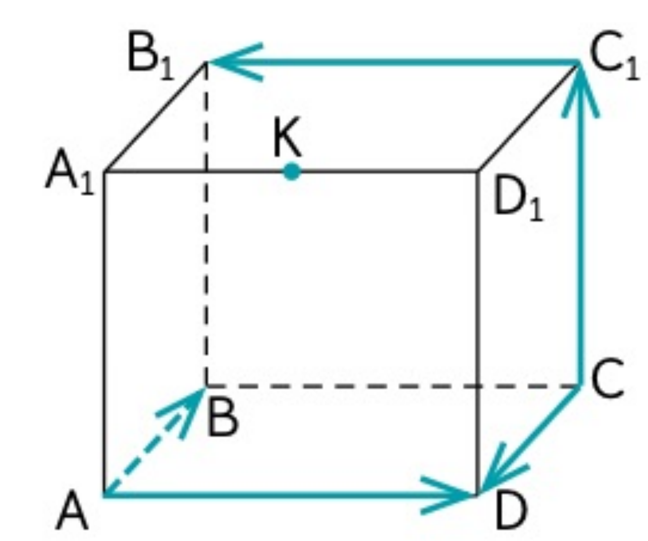
181. Uzzīmē paralēlskaldni $ABCDA_1B_1C_1D_1$! Izvēlies paralēlskaldņa virsotnes kā vektora sākumpunktu vai galapunktu, nosaki visus tos vektorus, kas ir

a) pretēji $\overrightarrow{CB}$, b) pretēji $\overrightarrow{B_1A}$, c) vienādi ar $-\overrightarrow{DC}$!

1. PIEMĒRS

Dots paralēlskaldnis $ABCDA_1B_1C_1D_1$, punkts K ir šķautnes A_1D_1 viduspunkts (skat. zīm.).

Attēlo vektorus $\overrightarrow{AB_1}$ un $\overrightarrow{DK}$ kā divu tādu vektoru summu, kas ir doti zīmējumā!



Lai saskaitītu vai atņemtu vektorus, tiem ir jāatrodas vienā plaknē!

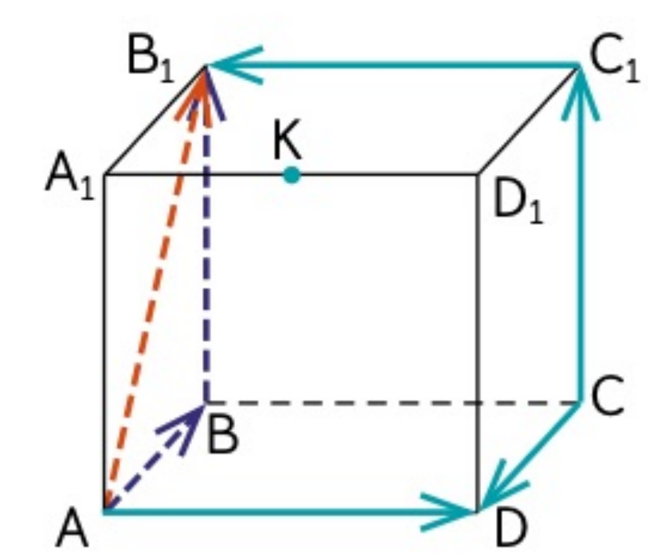
Risinājums

Vispirms secina, ka vektoru $\overrightarrow{AB_1}$ var izteikt ar vektoriem $\overrightarrow{AB}$ un $\overrightarrow{BB_1}$.

$$\overrightarrow{AB_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB_1}$$

Tā kā vektors $\overrightarrow{BB_1}$ nav dots, to aizstāj ar doto vektoru $\overrightarrow{CC_1}$, jo šie vektori ir vienādi.

$$\overrightarrow{AB_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CC_1}$$



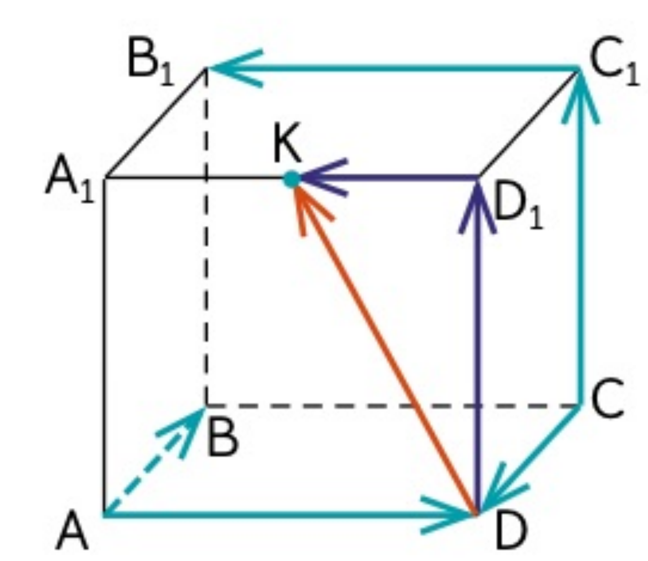
Secina, ka vektoru $\overrightarrow{DK}$ var izteikt ar vektoriem $\overrightarrow{DD_1}$ un $\overrightarrow{D_1K}$.

$$\overrightarrow{DK} = \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{D_1K}$$

Tā kā vektors $\overrightarrow{DD_1}$ nav dots, to aizstāj ar vektoru $\overrightarrow{CC_1}$, jo šie vektori ir vienādi.

Vektors $\overrightarrow{D_1K}$ nav dots, to aizstāj ar paralēlā vektora $\overrightarrow{C_1B_1}$ pusi, jo $\overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{C_1B_1}$ un $\overrightarrow{D_1K} = 0{,}5\overrightarrow{D_1A_1}$.

$$\overrightarrow{DK} = \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{D_1K} = \overrightarrow{CC_1} + 0{,}5\overrightarrow{C_1B_1}$$



Vienādi un pretēji vērsti vektori telpā. Kolineāri vektori telpā

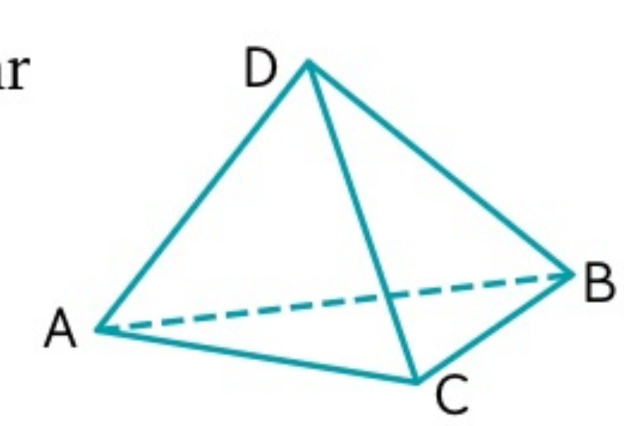
182. Dots paralēlskaldnis $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Kurš no dotajiem vektoriem ir vienāds ar vektoru $\overrightarrow{B_1C_1}$ un $\overrightarrow{AB}$ summu? Paskaidro savu izvēli!

A $\overrightarrow{DC_1}$ B $\overrightarrow{A_1C_1}$ C $\overrightarrow{DB}$ D $\overrightarrow{A_1B}$

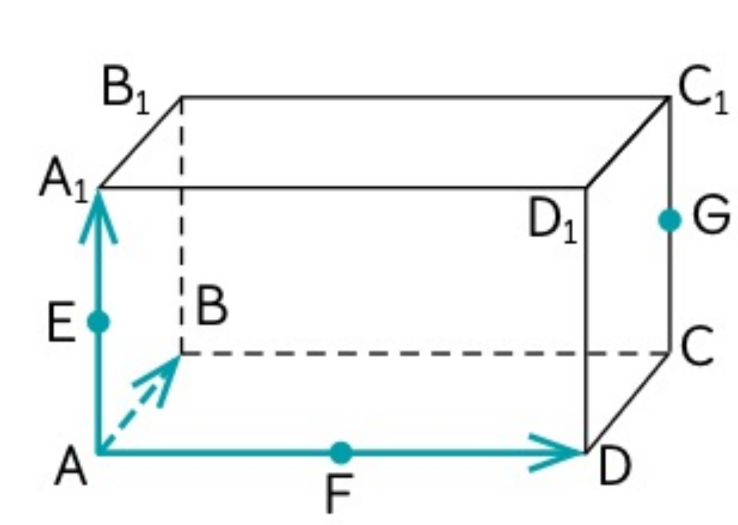
183. Dota piramīda ABCD (skat. zīm.). Kurš vektors vienāds ar

a) $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}$,

b) $\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{BA}$?



184. Paralēlskaldnī $ABCDA_1B_1C_1D_1$ punkti E, F, G attiecīgi ir šķautņu AA_1, AD un CC_1 viduspunkti (skat. zīm.). Zināms, ka $\overrightarrow{AA_1} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{c}$. Izsaki vektorus $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{EC_1}$, $\overrightarrow{B_1C_1}$, $\overrightarrow{FG}$, $\overrightarrow{GD}$, $\overrightarrow{CB_1}$, $\overrightarrow{A_1G}$ ar vektoriem $\vec{a}$, $\vec{b}$ un $\vec{c}$!



185. Uzzīmē paralēlskaldni $ABCDA_1B_1C_1D_1$! Uzraksti un zīmējumā atzīmē vektoru, kas vienāds ar doto vektoru summu!

a) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CC_1}$ b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A_1D_1}$ c) $\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AC}$ d) $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BB_1}$

186. Uzzīmē paralēlskaldni $ABCDA_1B_1C_1D_1$ un apzīmē $\overrightarrow{C_1D_1}$ ar $\vec{a}$, $\overrightarrow{BA_1}$ ar $\vec{b}$ un $\overrightarrow{AD}$ ar $\vec{c}$! Kurš vektors vienāds ar

a) $\vec{a} - \vec{b}$, b) $\vec{a} - \vec{c}$, c) $\vec{b} - \vec{a}$, d) $\vec{c} - \vec{b}$?

187. Dots taisnstūra paralēlskaldnis $KLMNK_1L_1M_1N_1$. Pierādi, ka

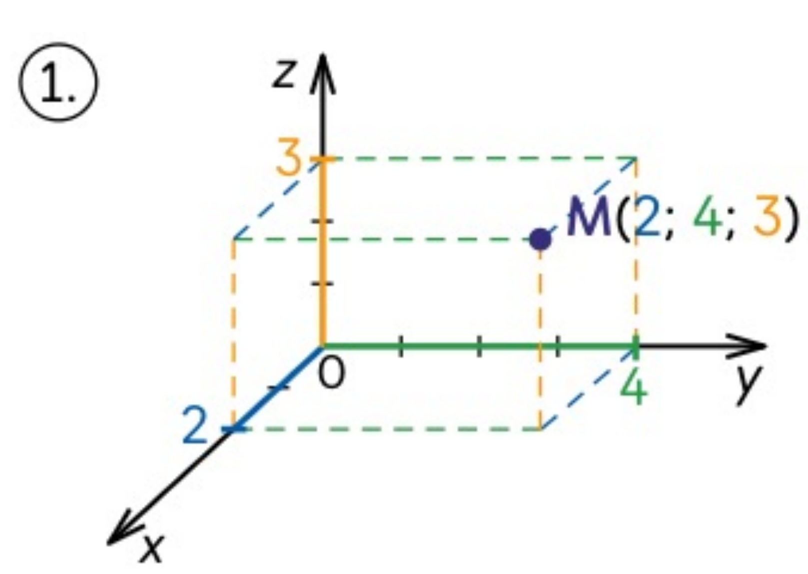
a) $|\overrightarrow{MM_1} + \overrightarrow{MK}| = |\overrightarrow{MK} - \overrightarrow{MM_1}|$, b) $|\overrightarrow{K_1L_1} - \overrightarrow{NL_1}| = |\overrightarrow{ML} + \overrightarrow{MM_1}|$!

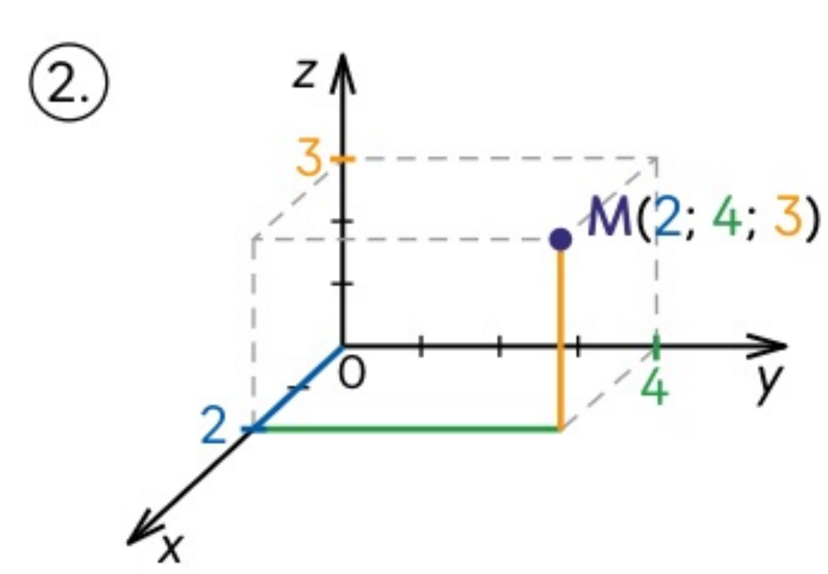
Punkta koordinātas telpā

Dekarta koordinātu sistēmā katru telpas punktu viennozīmīgi raksturo trīs koordinātas — abscisa (x), ordināta (y) un aplikāta (z).

Atceries! Dekarta koordinātu plaknē punktu viennozīmīgi raksturo divas koordinātas — x un y.

Aplūko, kā divos veidos koordinātu sistēmā telpā var atlikt punktu M(2; 4; 3)!

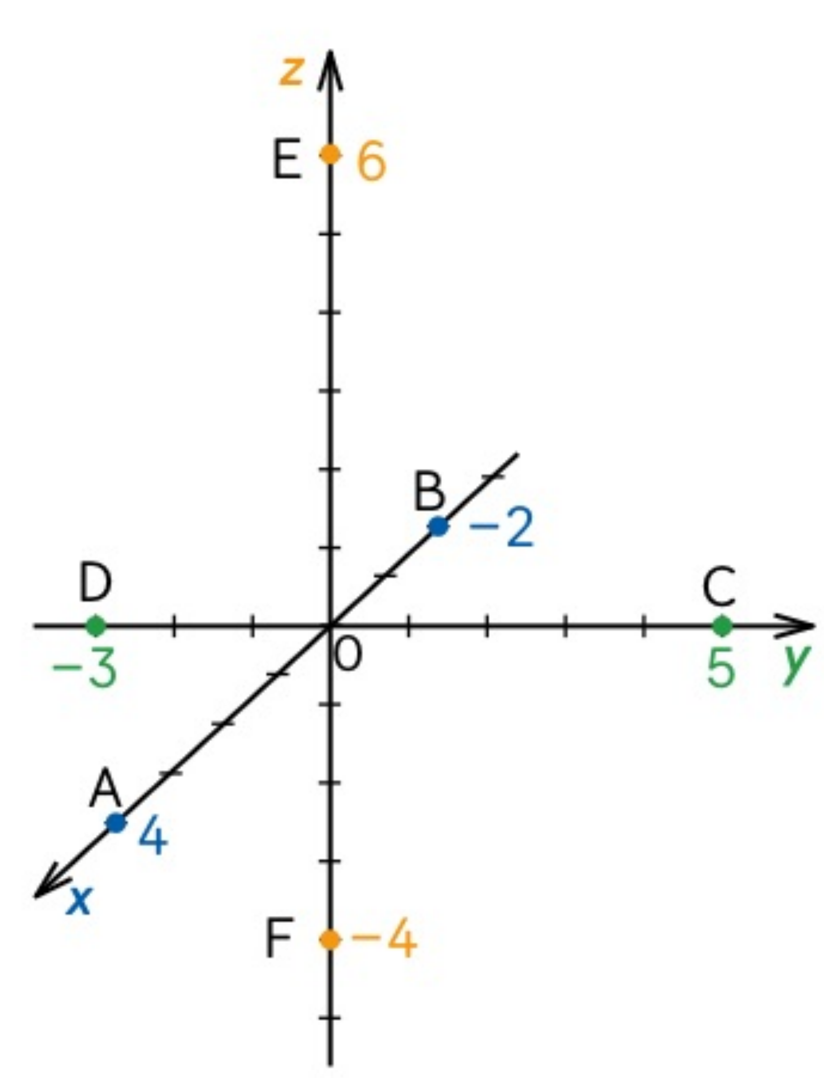




Ja punkts neatrodas ne uz vienas no koordinātu asīm, tad visas tā koordinātas ir skaitļi, kas atšķiras no 0.

Gadījumos, kad punkts atrodas uz kādas no koordinātu asīm, tad divas tā koordinātas ir 0.

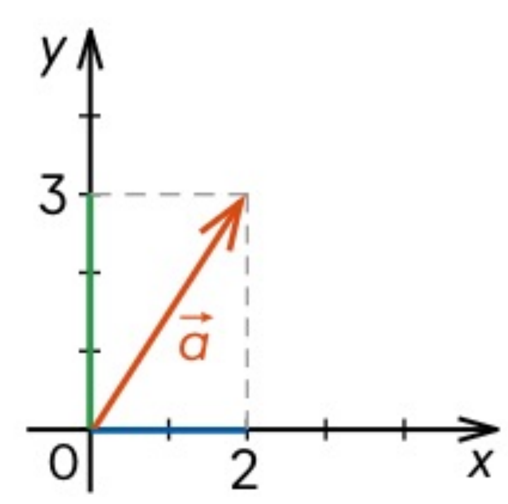
- Ja punkts atrodas uz ***x* ass**, tad tā koordinātas ir **(x; 0; 0)**.
  Zīmējumā A(4; 0; 0) un B(−2; 0; 0).
- Ja punkts atrodas uz ***y* ass**, tad tā koordinātas ir **(0; y; 0)**.
  Zīmējumā C(0; 5; 0) un D(0; −3; 0).
- Ja punkts atrodas uz ***z* ass**, tad tā koordinātas ir **(0; 0; z)**.
  Zīmējumā E(0; 0; 6) un F(0; 0; −4).

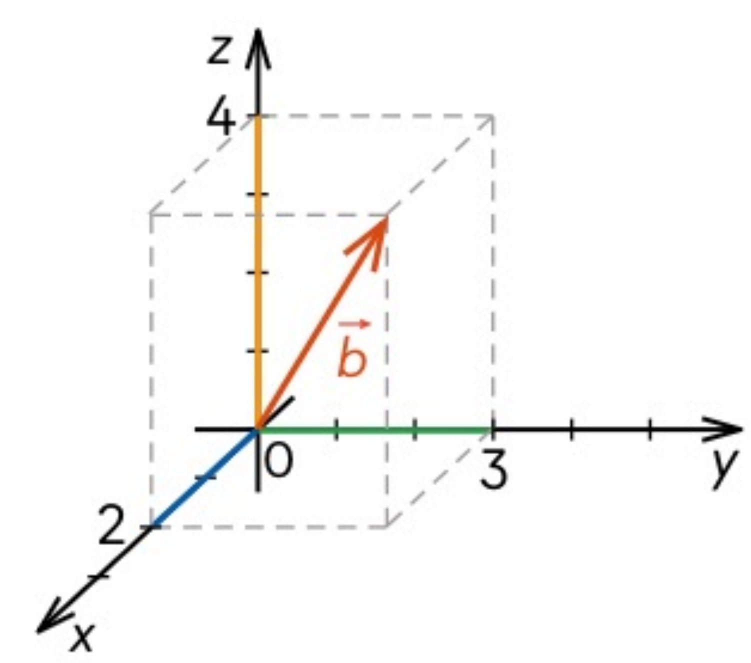


Vektora koordinātas telpā

Lai atliktu vektorus telpā, rīkojas līdzīgi kā plaknes gadījumā.

Piemēram, koordinātu plaknē atlikts vektors $\vec{a} = (2; 3)$ un telpas koordinātu sistēmā atlikts vektors $\vec{b} = (2; 3; 4)$. Salīdzini, kas abās situācijās ir kopīgs, kas — atšķirīgs!





Vektorus telpā var pierakstīt, izmantojot trīs tā koordinātas un atbilstošos vienības vektorus $\vec{i}$, $\vec{j}$ un $\vec{k}$.

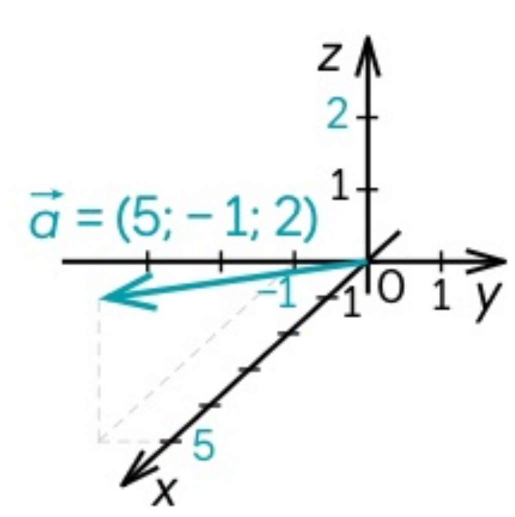
$$\vec{a} = (x; y; z) = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

Atceries!

Vektoru plaknē pieraksta $\overrightarrow{AB} = (x; y)$ vai, izmantojot vienības vektorus, $\overrightarrow{AB} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}$.

Piemērs.

$\vec{a} = (5; -1; 2) = 5\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$

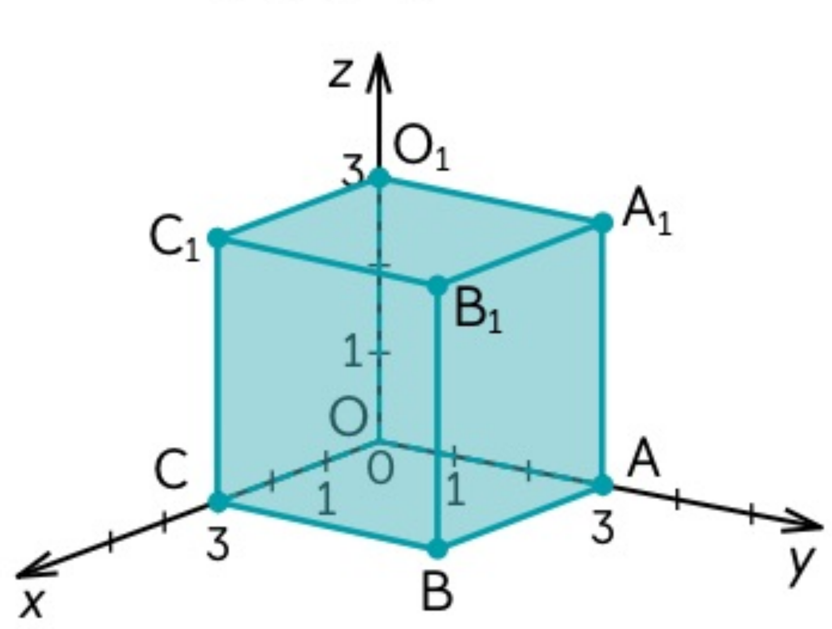


Uzdevumi

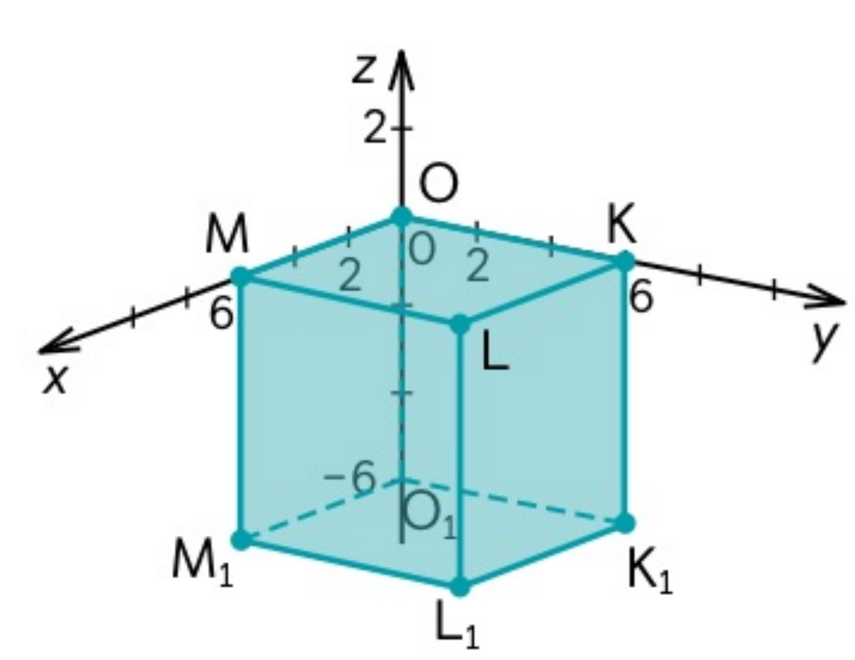
Punkta un vektora koordinātas telpā

188. Dots kubs. Nosaki un uzraksti kuba virsotņu koordinātas!

a) $ABCOA_1B_1C_1O_1$



b) $KLMOK_1L_1M_1O_1$



189. Doti vektori $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - 5\vec{k}$, $\vec{b} = -5\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} - \vec{j}$, $\vec{d} = \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{m} = \vec{k} - \vec{i}$, $\vec{n} = 0{,}7\vec{k}$. Nosaki un uzraksti to koordinātas!

190. Izmanto 188. uzdevumā uzzīmētos kubus $ABCOA_1B_1C_1O_1$ un $KLMOK_1L_1M_1O_1$! Pieraksti vektorus ar vienības vektoriem, ja katra vektora sākumpunkts ir koordinātu sistēmas sākumpunkts, bet galapunkts ir

a) punktā B_1,
b) punktā L_1,
c) punktā A,
d) punktā O_1,
e) punktā C_1,
f) punktā K_1!

191. Raksturo punkta novietojumu telpā, ja tā

a) x un y koordinātas ir 0,
b) x un z koordinātas ir 0,
c) x un y koordinātas ir 0,
d) x koordināta ir 0,
e) y koordinātas ir 0,
f) z koordināta ir 0!

2. PIEMĒRS

Doti punkti $P(-3; 0; 9)$ un $R(6; -11; 5)$. Aprēķini vektora $\overrightarrow{PR}$ koordinātas! Uzraksti vektora $\overrightarrow{RP}$ koordinātas!

Risinājums

Vektora koordinātas aprēķina, no atbilstošās galapunkta koordinātas atņemot atbilstošo sākumpunkta koordinātu.

$\overrightarrow{PR} = (x_R - x_P; y_R - y_P; z_R - z_P)$

$\overrightarrow{PR} = (6 - (-3); -11 - 0; 5 - 9) = \mathbf{(9; -11; -4)}$

Vektoru $\overrightarrow{PR}$ un $\overrightarrow{RP}$ attiecīgās koordinātas ir pretēji skaitļi.

$\overrightarrow{RP} = \mathbf{(-9; 11; 4)}$

192. Aprēķini vektora $\overrightarrow{KL}$ koordinātas, ja

a) $K(3; -2; 7)$ un $L(-5; 12; 3)$,
b) $K(2{,}7; 14; -3{,}5)$ un $L(5{,}3; -2{,}5; 6)$,
c) $K\left(4; -\frac{1}{3}; 0\right)$ un $L\left(\frac{2}{5}; 0; -7\right)$!

193. Doti četri punkti $A(2; 7; -3)$, $B(1; 0; 3)$, $C(-3; -4; 5)$ un $D(-2; 3; -1)$. Nosaki, kuri no vektoriem $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AC}$ un $\overrightarrow{BD}$ ir vienādi!

Atceries! Vektorus sauc par vienādiem, ja to garumi ir vienādi un tie ir vienādi vērsti. Vienādi vērsti vektori ne vienmēr ir vienādi vektori.

194. Aprēķini punkta N koordinātas!

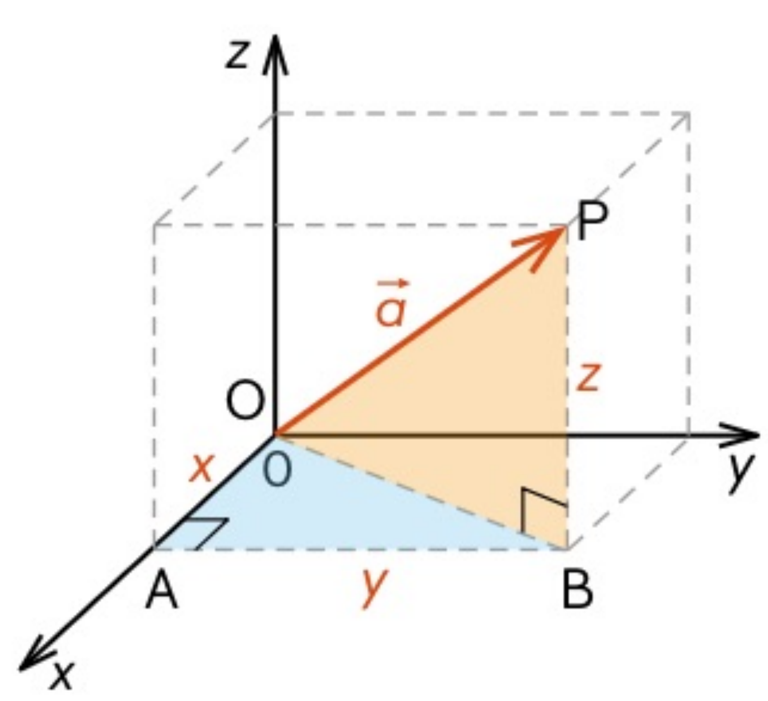
a) $\overrightarrow{MN} = (5; -2; 3)$ un $M(2; 1; -3)$
b) $\overrightarrow{ND} = (-2; -3; 1)$ un $D(3; -5; 2)$

195. M ir nogriežņa AB viduspunkts.

a) $A(2; 1; 3)$ un $B(8; 5; 7)$. Aprēķini punkta M koordinātas!
b) $A(3; 3; 3)$ un $M(4; 7; 5)$. Aprēķini punkta B koordinātas!

Vektora garums telpā

Gan plaknē, gan telpā vektora garumu iespējams aprēķināt, izmantojot vektora koordinātas. Aplūko, kā aprēķināt garumu vispārīgi uzdotam vektoram $\vec{a} = (x; y; z)$, izmantojot Pitagora teorēmu!



Trijstūrī OAB $\sphericalangle A = 90°$.

$OB^2 = OA^2 + AB^2$ (Pēc Pitagora teorēmas.)

$OB^2 = x^2 + y^2$

Trijstūrī OBP $\sphericalangle B = 90°$.

$OP^2 = OB^2 + BP^2$ (Pēc Pitagora teorēmas.)

$OP^2 = x^2 + y^2 + z^2$

$OP = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

$|\vec{a}| = OP$

$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Atceries!

Vispārīgi uzdotam plaknes vektoram $\vec{a} = (x; y)$ garumu aprēķina $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Piemēram, ja $\vec{a} = (5; -1; 2)$, tad

$$|\vec{a}| = \sqrt{5^2 + (-1)^2 + 2^2} = \sqrt{25 + 1 + 4} = \sqrt{30}.$$

Uzdevumi

Vektora garums telpā

196. Aprēķini vektora garumu!

a) $\vec{k} = (2; 3; 6)$ b) $\vec{m} = (0; -5; -12)$ c) $\vec{t} = (-6; 8; -5)$

197. Aprēķini vektora $\overrightarrow{FG}$ garumu!

a) F(4; −4; 0) un G(2; −7; 6) b) F(3; −1; 5) un G(2; 1; −1) c) F(8,1; 0,6; −6) un G(2,1; −2,4; 0)

198. Zināms, ka $|\vec{a}| = 6$. Nosaki vektora $\vec{a}$ nezināmo koordinātu!

a) $\vec{a} = (4; y; -2)$, ja $y > 0$

b) $\vec{a} = (2; y; -4)$, ja $y < 0$

c) $\vec{a} = (x; 5; \sqrt{2})$, $x < 0$

d) $\vec{a} = (-3\sqrt{3}; -1; z)$, $z > 0$

199. Atliec uz ass punktu M, kas atrodas vienādā attālumā no punktiem A un B, ja

a) punkts M atrodas uz abscisu ass un zināms, ka A(1; 7; −3) un B(5; −5; 7),

b) punkts M atrodas uz aplikātu ass un zināms, ka A(2; 4; 1) un B(−3; 2; 5)!

Kādu risināšanas veidu tu izvēlējies: zīmēji zīmējumu, veici tikai aprēķinus vai spriedi vēl kā citādi? Pamato savu risināšanas veida izvēli!

Vektori $\vec{a}$ un $\vec{b}$ **ir kolineāri**, ja vienu vektoru var izteikt kā otra vektora reizinājumu ar skaitli, t. i., ja iespējams atrast tādu skaitli $k \neq 0$, ar kuru izpildās vienādība $\vec{a} = k \cdot \vec{b}$.

Koordinātu formā vektori $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$ un $\vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$ **ir kolineāri**, ja to atbilstošās koordinātas ir proporcionālas.

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} = k$$

3. PIEMĒRS

Vai dotie vektori ir kolineāri? Kā šie vektori ir novietoti?

a) $\vec{a} = (3; 6; 8)$ un $\vec{b} = (6; 12; 16)$

b) $\vec{c} = (1; -1; 3)$ un $\vec{d} = (2; 3; 15)$

Risinājums

Vektori $\vec{a}$ un $\vec{b}$ ($\vec{c}$ un $\vec{d}$) ir kolineāri, ja tos var izteikt formā $\vec{a} = k\vec{b}$ ($\vec{c} = k\vec{d}$) jeb šo vektoru atbilstošās koordinātas ir proporcionālas.

a) Vektoru $\vec{a}$ un $\vec{b}$ koordinātas ir proporcionālas, t. i., $\frac{3}{6} = \frac{6}{12} = \frac{8}{16}$, kur $k = \frac{1}{2}$.

$\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{b}$, tātad vektori $\vec{a}$ un $\vec{b}$ **ir kolineāri**.

Tā kā $k = \frac{1}{2}$, tad vektori $\vec{a}$ un $\vec{b}$ ir vienādi vērsti un vektors $\vec{a}$ ir divas reizes īsāks nekā vektors $\vec{b}$.

b) Vektoru $\vec{c}$ un $\vec{d}$ atbilstošās koordinātas nav proporcionālas.

Nav proporcionālas, piemēram, x un y koordinātas, t. i., $\frac{1}{2} \neq -\frac{1}{3}$.

Tātad vektori $\vec{c}$ un $\vec{d}$ **nav kolineāri**, un šie vektori nav ne vienādi, ne pretēji vērsti.

Kolineāri vektori telpā

200. Nosaki, vai dotie vektoru pāri ir kolineāri!

a) $\vec{i} = (1; 0; 0)$ un $\vec{j} = (0; 1; 0)$

b) $\vec{k} = (-1; -2; -3)$ un $\vec{r} = (4; 5; 6)$

c) $\vec{m} = (0; 0; 0)$ un $\vec{n} = (5; 7; -3)$

d) $\vec{p} = \left(\frac{1}{3}; -1; 5\right)$ un $\vec{q} = (-1; -3; -15)$

Izmantojot programmu *GeoGebra* (vai citu IT rīku), uzzīmē katrā piemērā norādīto vektoru pāri! Paskaidro, vai, izmantojot vektoru pāra zīmējumu, varēsi pamatot vektoru kolinearitāti!

201. Kādām jābūt m un n vērtībām, lai dotie vektori būtu kolineāri?

a) $\vec{a} = (12; 4; n)$ un $\vec{b} = (3; m; 8)$

b) $\vec{a} = (2; m; -9)$ un $\vec{b} = (-6; 9; n)$

c) $\vec{a} = (2; n; 3)$ un $\vec{b} = (3; 2; m)$

d) $\vec{a} = (m; 2; 5)$ un $\vec{b} = (1; -1; n)$

202. Zināms, ka $\vec{a}$ un $\vec{b}$ ir kolineāri vektori. Aprēķini mainīgo x, y un z vērtības!

a) $\vec{a} = (x; y; z)$ un $\vec{b} = (15; 20; 5)$

b) $\vec{a} = (28; y; 42)$ un $\vec{b} = (16; -8; z)$

203. Doti punkti A(4; 4; 0), B(0; 0; 0), C(0; 3; 4) un D(1; 4; 4). Izmantojot vektorus, pierādi, ka ABCD ir vienādsānu trapece!

Atceries!

Lai četrstūris ABCD būtu vienādsānu trapece, jāpierāda, ka
1) viens pretējo malu pāris ir vienāda garuma un neatrodas uz paralēlām taisnēm,
2) otrs pretējo malu pāris atrodas uz paralēlām taisnēm un nav vienāda garuma.

4. PIEMĒRS Noskaidro, vai punkti A(3; −7; 8), B(−5; 4; 1) un C(27; −40; 29) atrodas uz vienas taisnes!

Risinājums

Punkti A, B un C atrodas uz vienas taisnes, ja vektori $\overrightarrow{AB}$ un $\overrightarrow{AC}$ ir kolineāri.

Vektori ir kolineāri, ja izpildās nosacījums $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$.

Nosaka vektoru $\overrightarrow{AB}$ un $\overrightarrow{AC}$ koordinātas.

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$
$\overrightarrow{AB} = (-5 - 3; 4 - (-7); 1 - 8) = (-8; 11; -7)$

$\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A; y_C - y_A; z_C - z_A)$
$\overrightarrow{AC} = (27 - 3; -40 - (-7); 29 - 8) = (24; -33; 21) = (-3 \cdot 8; -3 \cdot 11; -3 \cdot 7)$

Redzams, ka $\overrightarrow{AC} = -3\overrightarrow{AB}$, tāpēc vektori $\overrightarrow{AB}$ un $\overrightarrow{AC}$ ir kolineāri.

Tātad punkti A, B un C atrodas uz vienas taisnes.

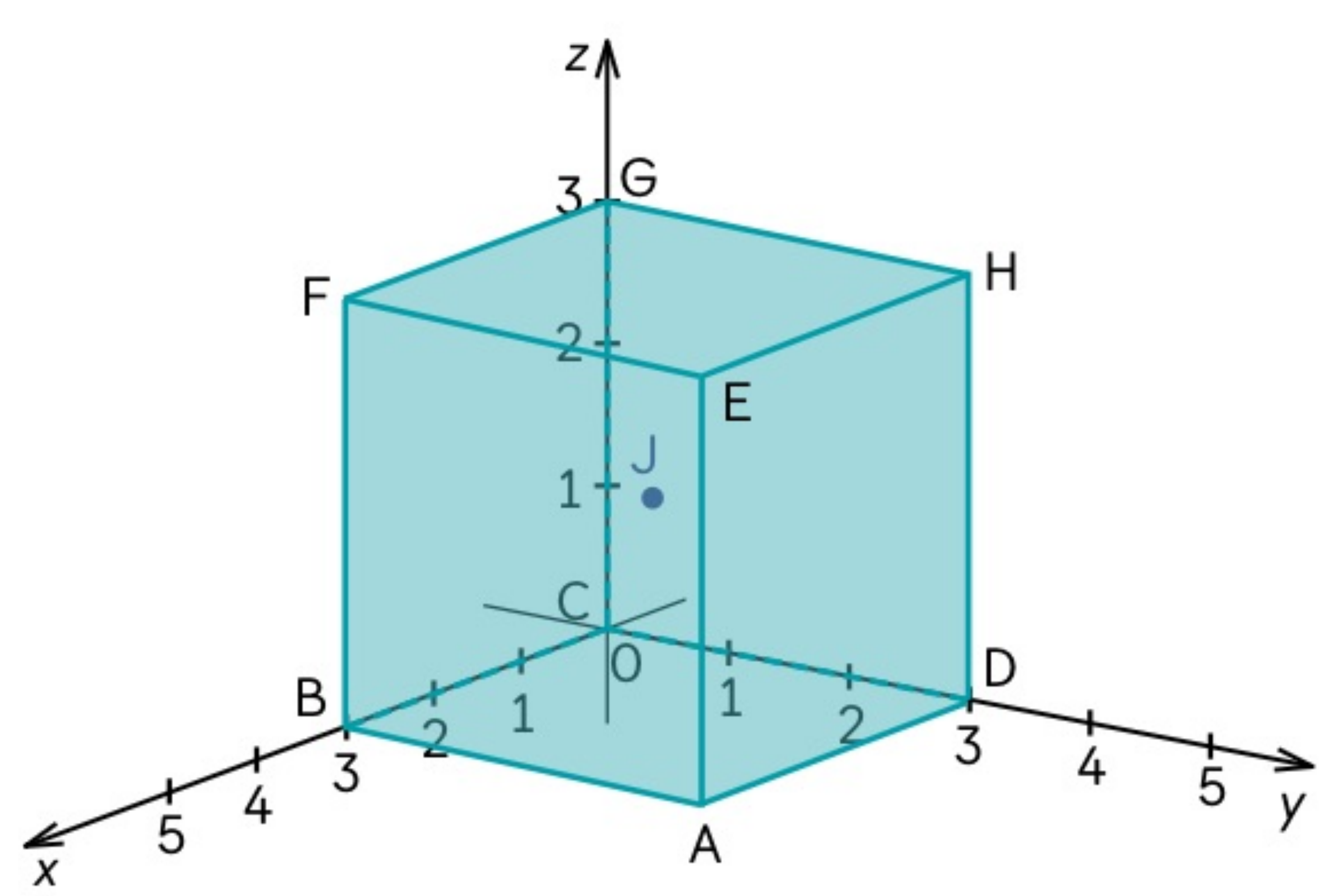
204. Noskaidro, vai dotie punkti atrodas uz vienas taisnes!

a) A(−5; 7; 12), B(4; −8; 3), C(13; −23; −6)
b) A(−4; 8; −2), B(−3; −1; 7), C(−2; −10; −16)

205. Četrstūra ABCD virsotņu koordinātas ir A(1; −2; 3), B(3; 0; 0), C(3; 4; 0) un D(1; 2; 3). Izmantojot vektorus, pierādi, ka četrstūris ABCD ir paralelograms!

206. Doti punkti A(1; 0; k), B(−1; 2; 3) un C(0; 0; 1). Ar kādām k vērtībām trijstūris ABC būs vienādsānu trijstūris? Apskati visus iespējamos gadījumus!

207. Dots kubs ABCDEFGH un punkts J(1,5; 1,5; 1,5) (skat. zīm.).



1) Uzraksti divus kolineārus, vienādus, vienādi vērstus, pretēji vērstus un pretējus vektorus!

2) Uzraksti divus vektorus, kas nav kolineāri!

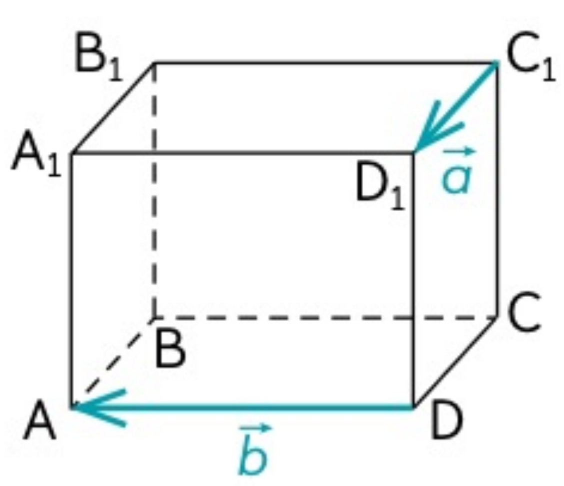
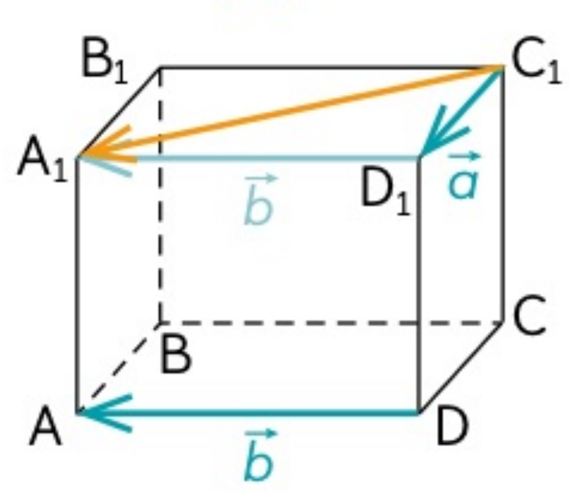
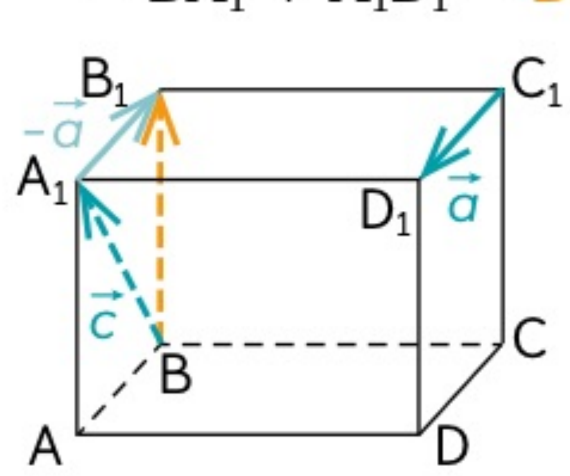
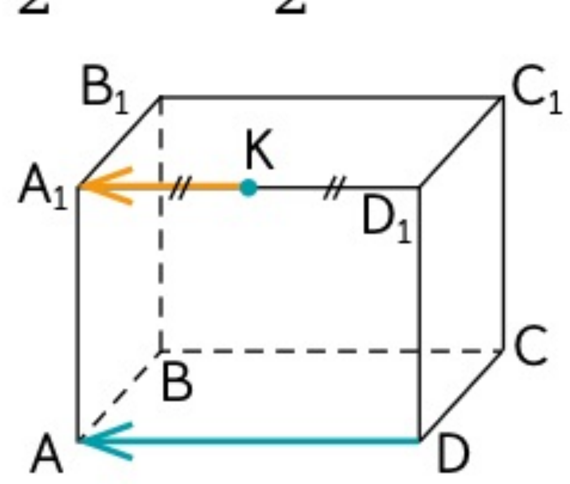
3) Uzraksti divus vektorus, kas nav kolineāri, bet ir vienāda garuma!

4) Nosaki vektora BH garumu!

5) Nosaki, vai punkti B, J un H atrodas uz vienas taisnes!

Darbības ar vektoriem telpā

Lai izpildītu darbības ar vektoriem telpā, izmanto tos pašus likumus, kā veicot darbības ar vektoriem plaknē. Lai izpildītu darbības ar vektoriem ģeometriskā formā, tos novieto vienā plaknē.

Vektori uzdoti ģeometriskā formā	Vektori uzdoti ar koordinātām
$ABCDA_1B_1C_1D_1$ — paralēlskaldnis  	$\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$ un $\vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$ Piemēram, $\vec{a} = (2; 3; -5)$ un $\vec{b} = (-3; 6; 3)$.
$\vec{a} + \vec{b} = \overrightarrow{C_1D_1} + \overrightarrow{AD} =$ $= \overrightarrow{C_1D_1} + \overrightarrow{D_1A_1} =$ $= \overrightarrow{C_1A_1}$  	**Divu (vai vairāku) vektoru summas vektora** katra koordināta ir vienāda ar šo vektoru atbilstošo koordinātu summu. $\boldsymbol{\vec{a} + \vec{b} = (x_1 + x_2;\ y_1 + y_2; z_1 + z_2)}$ Piemēram, $\vec{a} + \vec{b} = (2 + (-3); 3 + 6; -5 + 3) =$ $= (-1; 9; -2)$.
$\vec{c} - \vec{a} = \overrightarrow{BA_1} - \overrightarrow{C_1D_1} =$ $= \overrightarrow{BA_1} - \overrightarrow{B_1A_1} =$ $= \overrightarrow{BA_1} + (-\overrightarrow{B_1A_1}) =$ $= \overrightarrow{BA_1} + \overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{BB_1}$  	**Divu vektoru starpības vektora** katra koordināta ir vienāda ar šo vektoru atbilstošo koordinātu starpību. $\boldsymbol{\vec{a} - \vec{b} = (x_1 - x_2;\ y_1 - y_2; z_1 - z_2)}$ Piemēram, $\vec{a} - \vec{b} = (2 - (-3); 3 - 6; -5 - 3) =$ $= (5; -3; -8)$.
$\frac{1}{2}\overrightarrow{D_1A_1} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{KA_1}$  	**Vektora un dotā skaitļa reizinājuma vektora** katra koordināta ir vienāda ar šī skaitļa un atbilstošās vektora koordinātas reizinājumu. $\boldsymbol{k \cdot \vec{a} = (kx_1; ky_1; kz_1), k \in R}$ Piemēram, $3 \cdot \vec{a} = (3 \cdot 2; 3 \cdot 3; 3 \cdot (-5)) = (6; 9; -15)$.

Izmantojot programmu *GeoGebra* (vai citu IT rīku), uzzīmē vektoru $\vec{a} = (2; 3; -5)$ un $\vec{b} = (-3; 6; 3)$ summas un starpības vektoru, vektora $\vec{a}$ un skaitļa reizinājuma vektoru (skat. tabulu)! Vai modeļi tev dod iespēju labāk izprast veiktās darbības ar vektoriem un to rezultātus?

Uzdevumi

Darbības ar vektoriem telpā

208. Doti vektori $\vec{a} = (3; -5; 2)$, $\vec{b} = (0; 7; -1)$, $\vec{c} = \left(\frac{2}{3}; 0; 0\right)$ un $\vec{d} = (-2{,}7; 3{,}1; 0{,}5)$. Veic darbības ar vektoru koordinātām!

a) $\vec{a} + \vec{b}$ c) $\vec{d} + \vec{c}$ e) $\vec{b} + \vec{a} + \vec{d}$

b) $\vec{b} + \vec{c}$ d) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ f) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d}$

209. Doti vektori $\vec{a} = (5; -1; 1)$, $\vec{b} = (-2; 1; 0)$, $\vec{c} = (0; 0{,}2; 0)$ un $\vec{d} = \left(-\frac{1}{3}; 2\frac{2}{5}; -\frac{1}{7}\right)$. Veic darbības ar vektoru koordinātām!

a) $\vec{a} - \vec{b}$ d) $\vec{d} - \vec{a}$ g) $\vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$ j) $-6\vec{c}$

b) $\vec{b} - \vec{a}$ e) $\vec{c} - \vec{d}$ h) $2\vec{a}$ k) $-\frac{1}{3}\vec{d}$

c) $\vec{a} - \vec{c}$ f) $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ i) $-3\vec{b}$ l) $0{,}2\vec{b}$

210. Izvērtē Ilutas un Martina risinājumus! Kur skolēni pieļāvuši kļūdas?

Doti vektori $\vec{m} = (5; -2; 3{,}6)$ un $\vec{n} = (-7; -1; 4{,}6)$. Aprēķini vektora $3\vec{m} - (\vec{n} - 2\vec{m})$ koordinātas!

Iluta

Vienkāršoju uzdevumu, atveru iekavas un savelku līdzīgos locekļus. Atņemu atbilstošās vektoru koordinātas.

$3\vec{m} - (\vec{n} - 2\vec{m}) =$
$= 3\vec{m} - \vec{n} - 2\vec{m} =$
$= \vec{m} - \vec{n} =$
$= (5 - (-7); -2 - (-1); 3{,}6 - 4{,}6) =$
$= (12; -3; -1)$

Martins

Vienkāršoju uzdevumu, atveru iekavas un savelku līdzīgos locekļus. Uzrakstu visus izteiksmē dotos vektorus ar koordinātām. Sareizinu un tad atņemu vektoru koordinātas.

$3\vec{m} - (\vec{n} - 2\vec{m}) =$
$= 3\vec{m} - \vec{n} + 2\vec{m} =$
$= 5\vec{m} - \vec{n} =$
$= 5 \cdot (5; -2; 3{,}6) - (-7; -1; 4{,}6) =$
$= (25; -2; 3{,}6) - (7; -1; 4{,}6) =$
$= (18; -1; -1)$

Atrisini uzdevumu pareizi!

211. Aprēķini koordinātas vektoram $\vec{p} = 2\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} + \vec{c}$, ja $\vec{a} = (1; -2; 0)$, $\vec{b} = (0; 3; -6)$, $\vec{c} = (-2; 3; 1)$!

212. Doti trīs punkti A(1; 0; 1), B(−1; 1; 2), C(0; 2; −1). Aprēķini punkta D(x; y; z) koordinātas, ja zināms, ka

a) vektori $\overrightarrow{AB}$ un $\overrightarrow{CD}$ ir vienādi,

b) vektoru $\overrightarrow{AB}$ un $\overrightarrow{CD}$ summa ir koordinātu sistēmas sākumpunkts telpā!

213. Vektori $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ un $\vec{b} = \vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$ ir paralelograma divas malas. Aprēķini paralelograma diagonāļu garumu!

214. Doti vektori $\vec{a} = (-4; 2; 3)$ un $\vec{b} = (2; 0; -3)$. Aprēķini vektora $(\vec{a} + 2\vec{b}) - (\vec{a} + 3\vec{b})$ koordinātas!

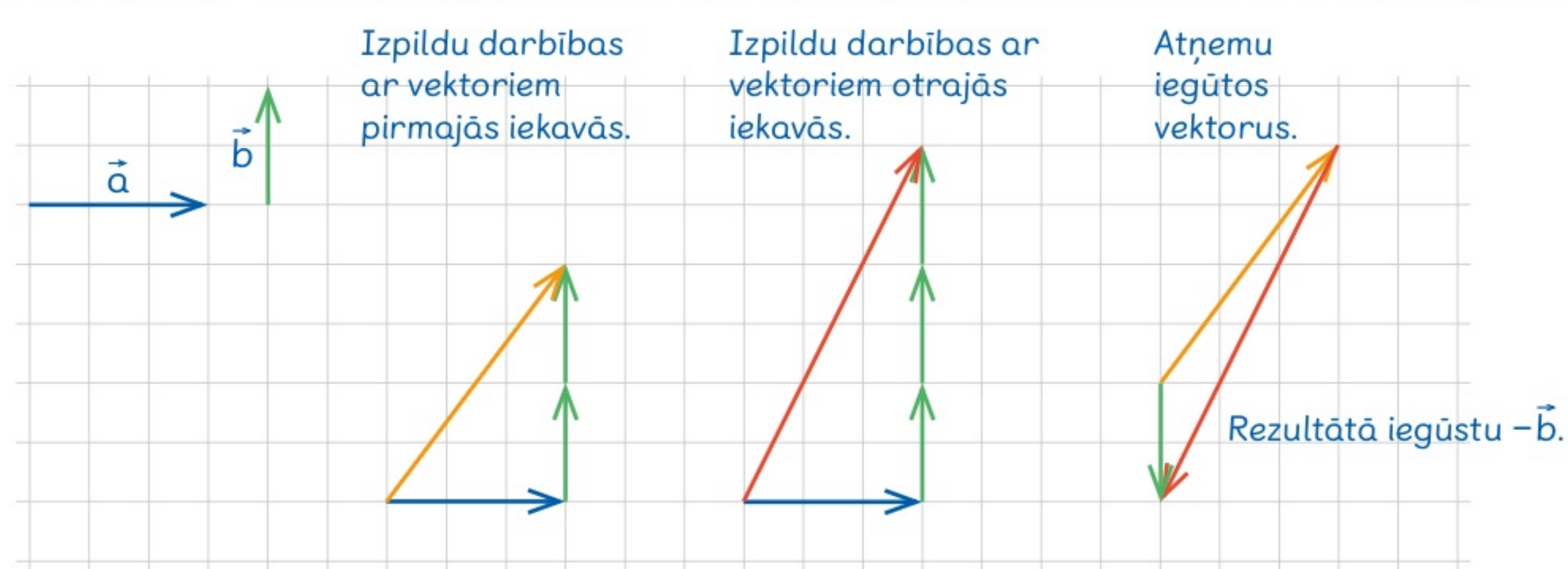
1) Atrisini uzdevumu!
2) Izvērtē un salīdzini savu risinājumu ar Džeinas, Kristera un Klāva risinājumiem!

Džeina

Vispirms vienkāršoju izteiksmi.
$(\vec{a} + 2\vec{b}) - (\vec{a} + 3\vec{b}) = \vec{a} + 2\vec{b} - \vec{a} - 3\vec{b} = -\vec{b}$
$-1 \cdot \vec{b} = (-1 \cdot 2; -1 \cdot 0; -1 \cdot (-3)) = (-2; 0; 3)$

Kristers

Vienkāršoju uzdevumu un izpildu saskaitīšanas un atņemšanas darbības ar vektoriem plaknē.



Atgriežos atpakaļ uz doto uzdevumu — vektora koordinātām telpā, izpildu darbības un noskaidroju vektora $-\vec{b}$ koordinātas, kas ir $(-2; 0; 3)$.

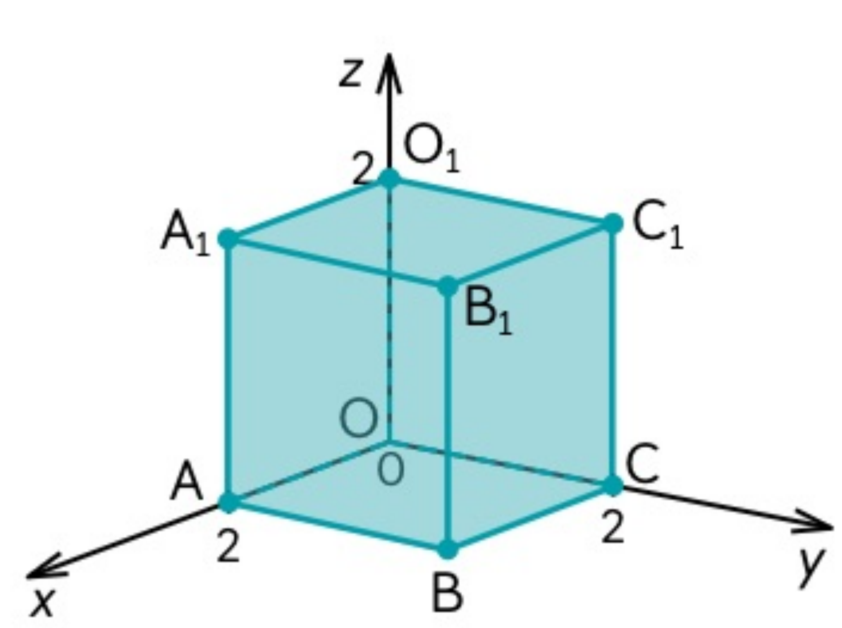
Klāvs

Uzrakstu visus izteiksmē dotos vektorus ar koordinātām. Saskaitu un atņemu atbilstošās vektoru koordinātas.

$$(\vec{a} + 2\vec{b}) - (\vec{a} + 3\vec{b}) = \vec{a}(-4; 2; 3) + 2\vec{b}(4; 0; -6) - \vec{a}(-4; 2; 3) - 3\vec{b}(6; 0; -9) =$$
$$= (-4 + 4 - (-4) - 6; 2 + 0 - 2 - 0; 3 - 6 - 3 - (-9)) =$$
$$= (-2; 0; 3)$$

Pārrunā ar klasesbiedriem visus risinājumus, to korektumu un pierakstu! Izveidojiet ieteikumu sarakstu līdzīgu uzdevumu risināšanai!

215. Nosaki vektoru koordinātas (skat. zīm.) un veic darbības ar tiem!



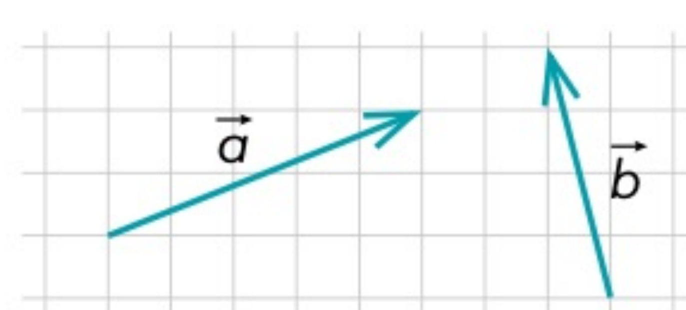
a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ b) $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{C_1C}$ c) $\overrightarrow{AA_1} - \overrightarrow{O_1A_1}$ d) $\overrightarrow{OO_1} - \overrightarrow{O_1C_1}$

Es protu

1. Izmanto 4. lpp. doto terminu sarakstu un papildini savu jau izveidoto atgādni par tiem! Papildini atgādni ar vēl kādu savu piemēru, pretpiemēru vai skaidrojumu! 2 7

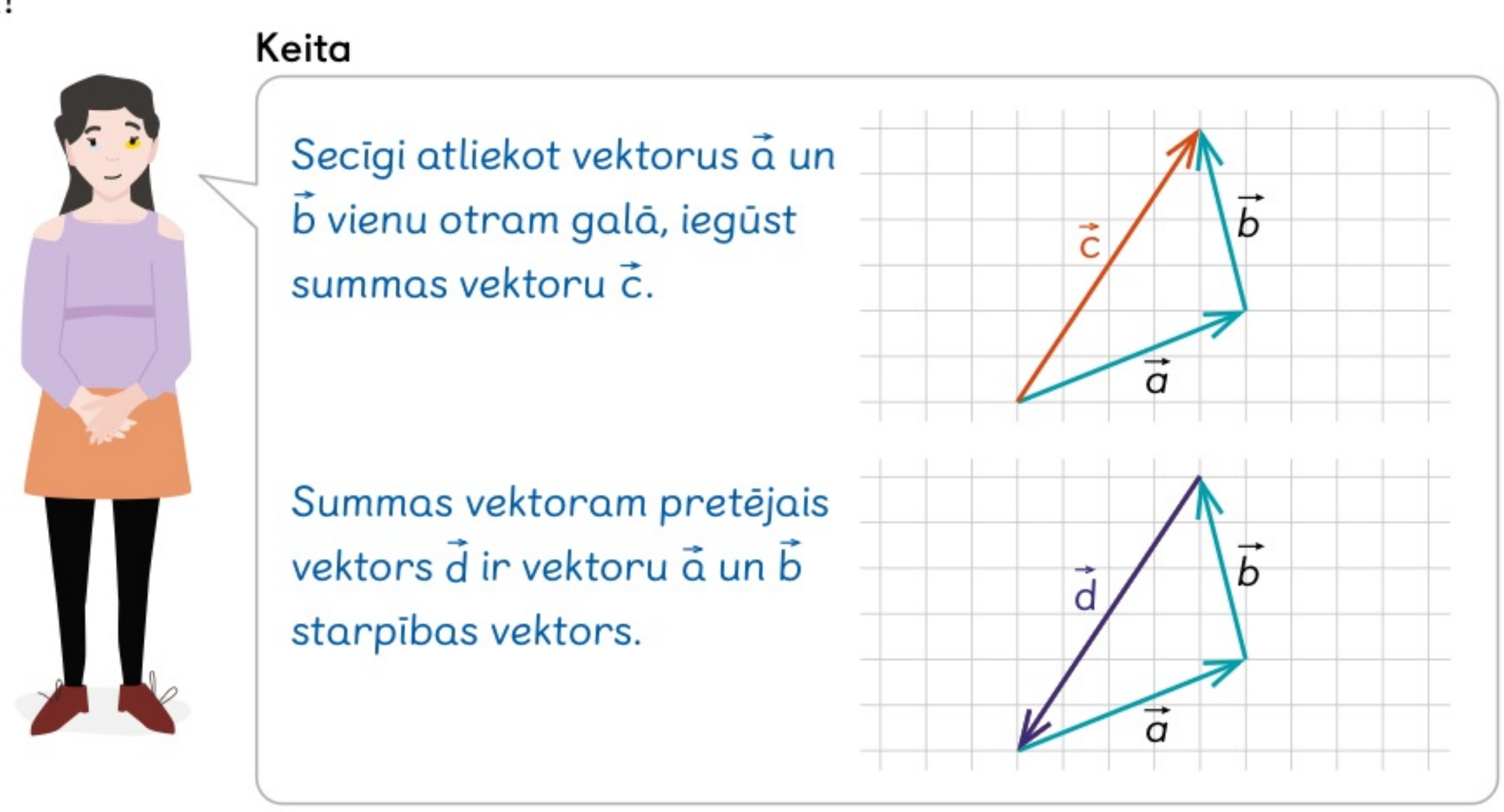
Kas tev palīdz apgūt un paskaidrot jaunos terminus?

2. Aplūko zīmējumu! 2



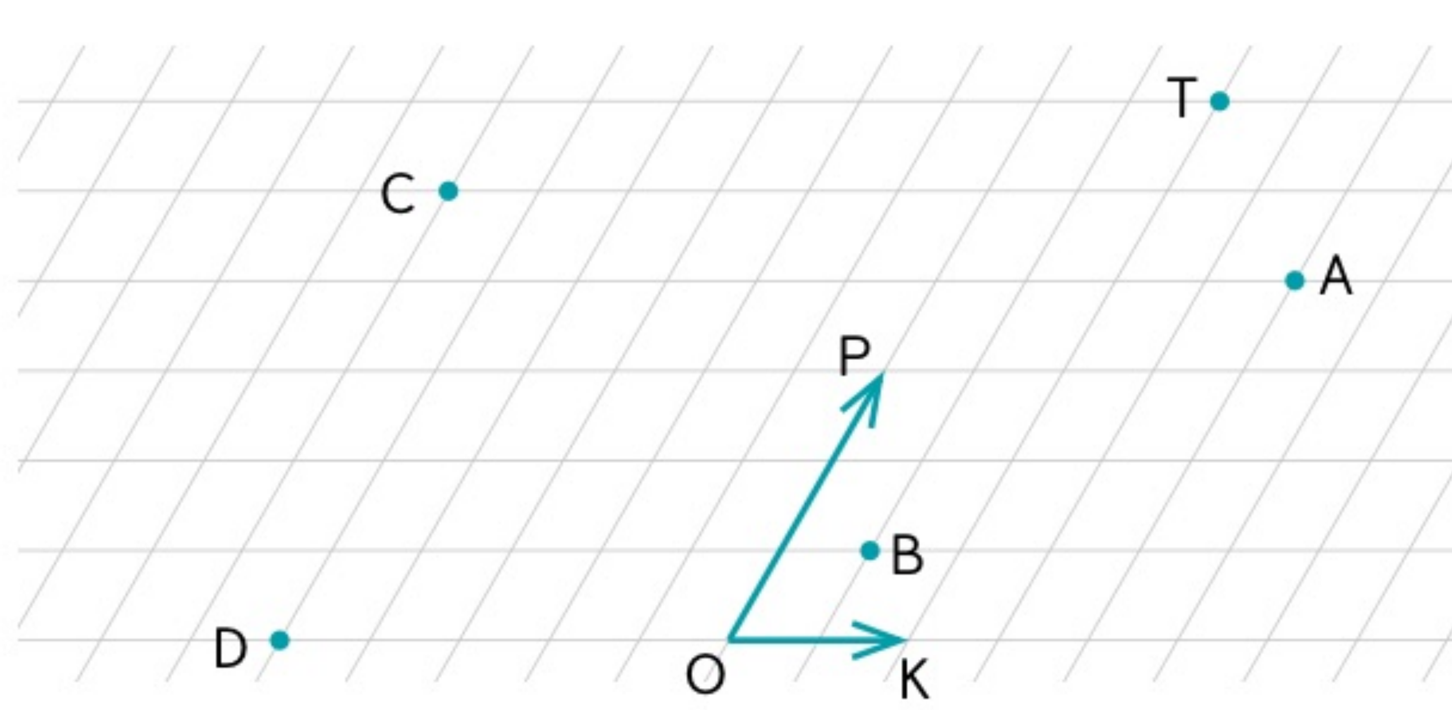
a) Uzzīmē vektoru $\vec{a}$ un $\vec{b}$ (skat. zīm.) summas vektoru un starpības vektoru! Pieraksti tos!

b) Izvērtē Keitas risinājumu un skaidrojumu, izmantojot "*Paslavē! Pajautā! Piedāvā!*" metodi!



Kāpēc, tavuprāt, metodes "*Paslavē! Pajautā! Piedāvā!*" izmantošana ir noderīga mācību procesā?

3. Izsaki vektorus $\overrightarrow{OT}$, $\overrightarrow{OB}$ un $\overrightarrow{TA}$ ar vektoriem $\overrightarrow{OP}$ un $\overrightarrow{OK}$! 3
Izmantojot zīmējumā atliktos punktus, izveido vēl kādu citu vektoru un izsaki to ar vektoriem $\overrightarrow{OP}$ un $\overrightarrow{OK}$!



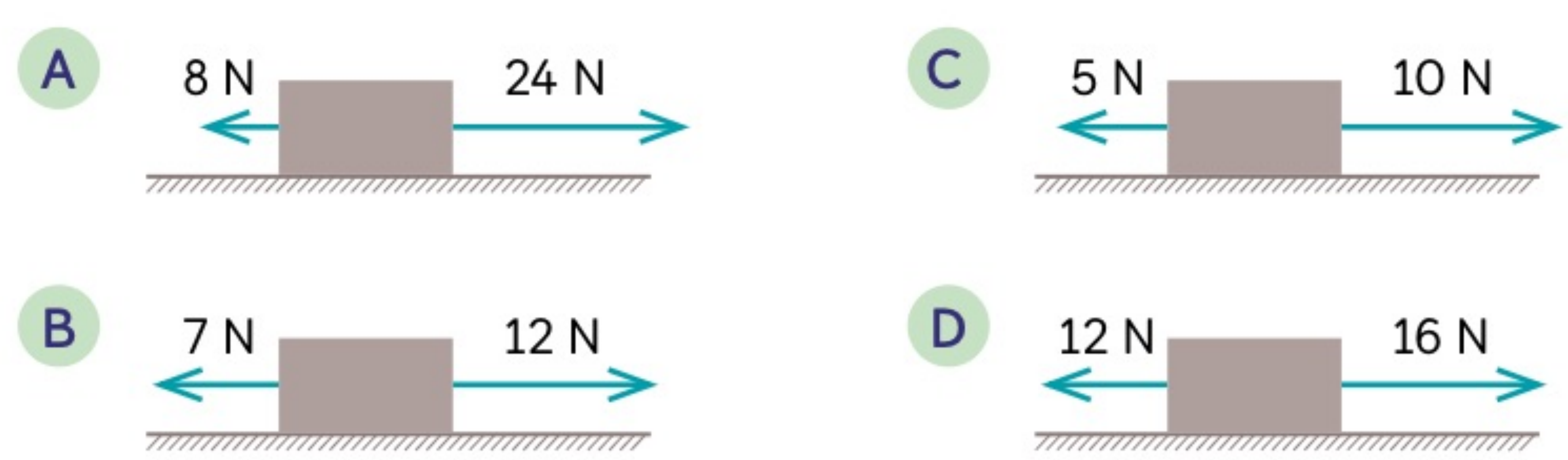
4. Uzraksti un uzzīmē piemēru, kas attēlo vektoru saskaitīšanas 6 10

a) pārvietojamības īpašību $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$,

b) savienojamības īpašību $\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$!

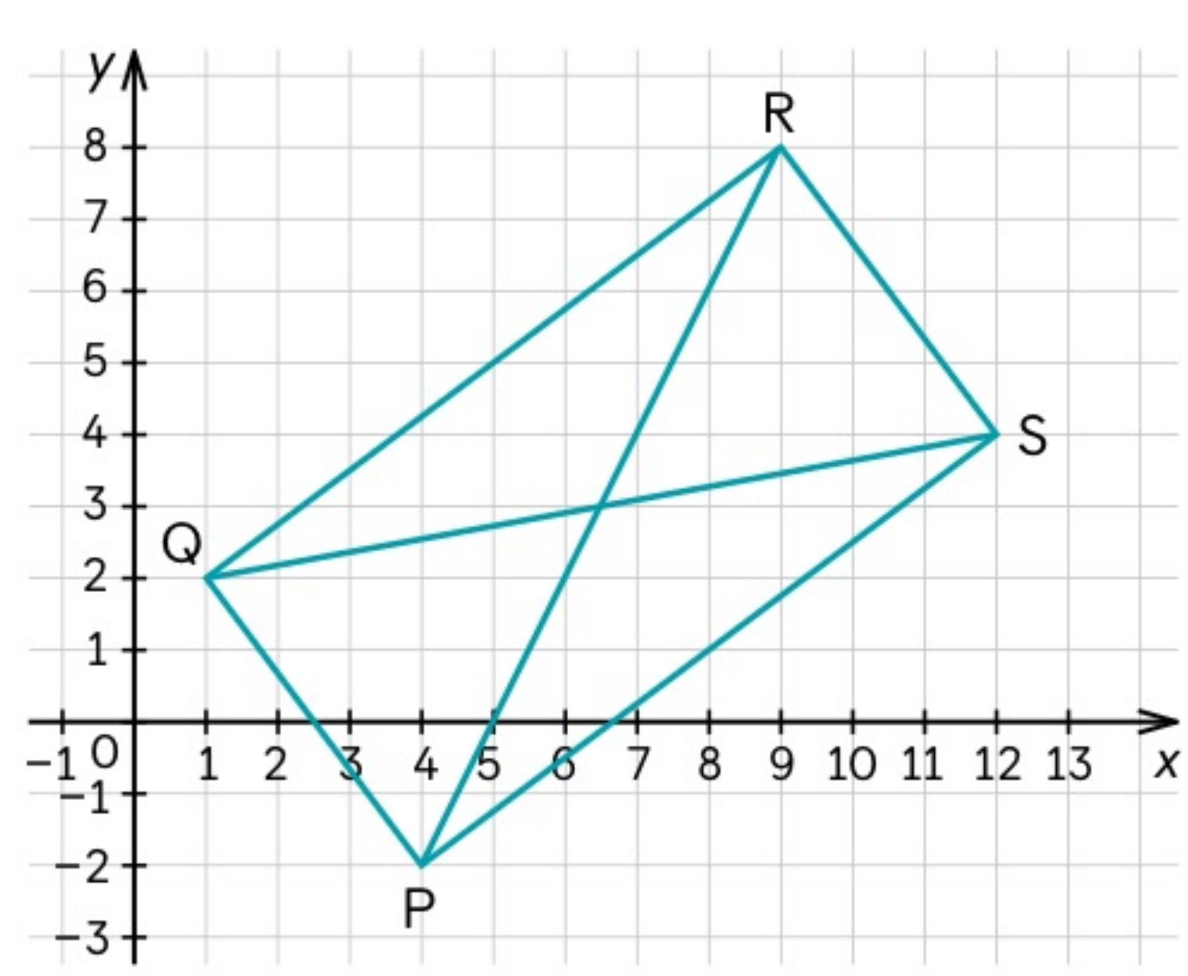
Vai tu izvēlējies vektoru ģeometrisko vai koordinātu formu uzdevuma risinājumam? Pamato savu izvēli!

5. Uz ļoti gludas horizontālas grīdas atrodas kastes. Kastēm pieliek spēkus paralēli grīdas virsmai. Sakārto kastes augošā secībā, ņemot vērā tām pielikto kopspēku! 6 8



Skaidro, kā veici kopspēka noteikšanu un kā sakārtoji kastes!

6. Dots taisnstūris QRSP (skat. zīm.). Aprēķini taisnstūra perimetru! Pamato, ka taisnstūra diagonāles krustojoties dalās uz pusēm! 1 9



7. Izveido savu uzdevumu, kurā izmanto figūru, kas novietota koordinātu plaknē! 1
Veidojot uzdevuma nosacījumus:

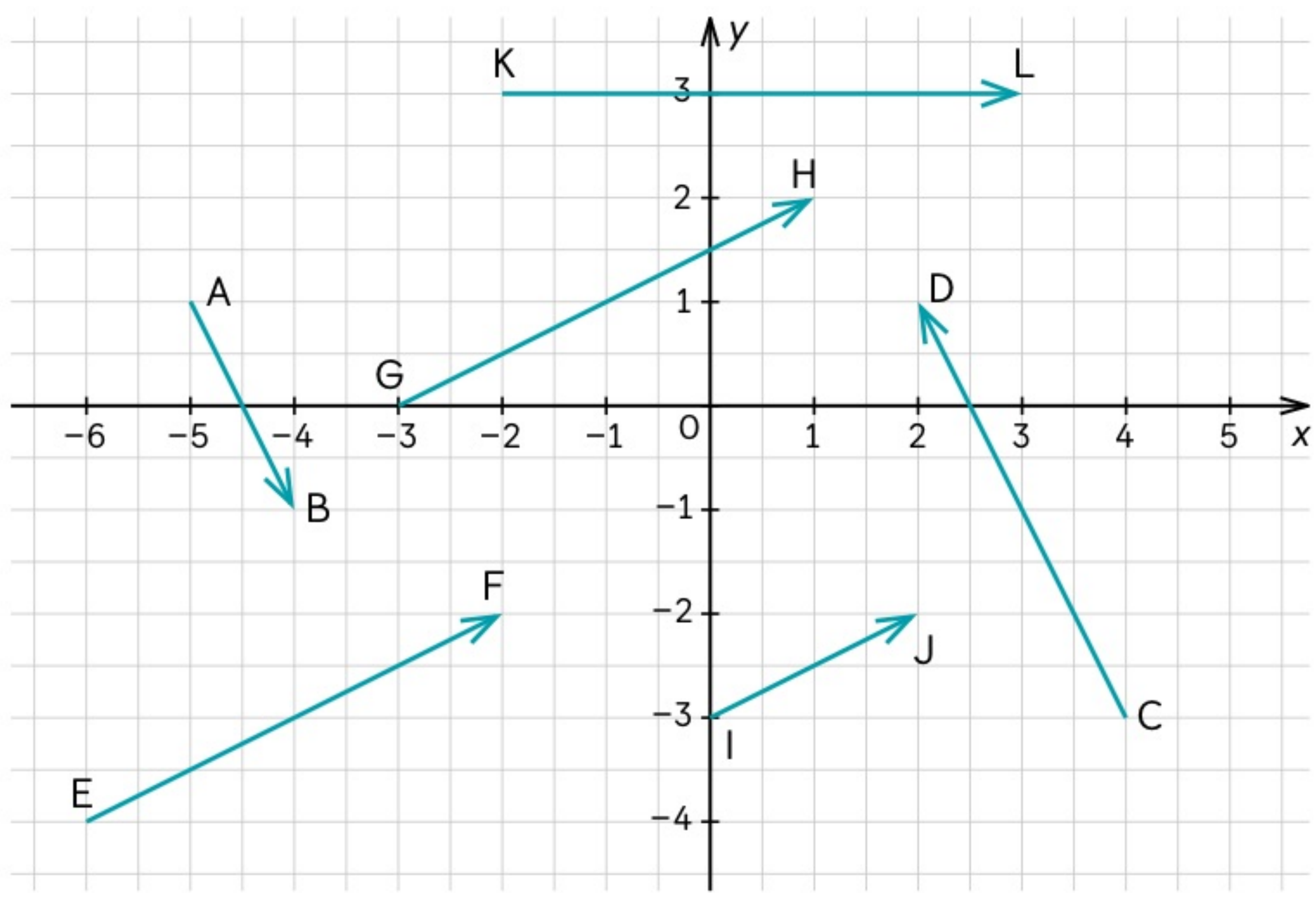
- izvēlies, kura nogriežņa (vai nogriežņu) garums jāaprēķina;
- paredzi arī nepieciešamību aprēķināt kāda nogriežņa viduspunkta koordinātas!

Atceries, ka var veidot arī apvērstu uzdevumu — piemēram, nogriežņa viduspunkta koordinātas jau ir norādītas u. tml.!

Iedod savu uzdevumu atrisināt klasesbiedram!

Kā iespējams pārliecināties, vai izveidotais uzdevums ir korekts?

8. Nosaki zīmējumā redzamo vektoru galapunktu koordinātas un vektoru koordinātas! Kuri vektori ir vienādi, vienādi vērsti, pretēji, pretēji vērsti, kolineāri un kuri nav kolineāri? Pamato savu izvēli!



9. Veido zīmējumus, izmantojot kādu IT rīku (piem., programmu *GeoGebra*)!

a) Koordinātu plaknē uzzīmē vektorus $\vec{a}$ un $\vec{b}$ tā, lai tie būtu vienādi vērsti, bet nebūtu vienādi! Izmantojot vektoru koordinātas, pamato, ka šie vektori ir kolineāri!

b) Izvēlies vienu no saviem **a)** piemērā uzzīmētajiem vektoriem! Attēlo tā projekcijas uz x un y asīm! Nosaki vektora garumu!

c) Rotaļu automašīnu velk aiz auklas ar 35 N lielu spēku. Aukla ar zemi veido 60° lielu leņķi. Izveido koordinātu plaknē atbilstošu zīmējumu!
Nosaki vilcējspēka horizontālo projekciju, izmantojot gan koordinātu plakni, gan veicot aprēķinus!

Kādos gadījumos tu izvēlētos izmantot koordinātu plakni un kad — tikai aprēķinus, lai noteiktu prasīto lielumu? Kā un vai atšķiras precizitāte, izvēloties katru no šiem paņēmieniem?

10. Izvērtē skaidrojumus!

Zinta

Nogriežņa viduspunkta koordinātas aprēķina, saskaitot vai atņemot šī nogriežņa galapunktu koordinātas un to vērtības dalot ar 2.

Olafs

Nogriežņa un vektora garumu var aprēķināt, izmantojot Pitagora teorēmu.

Izvērtē, cik labi tu vari paskaidrot, kā noteici nogriežņa viduspunkta koordinātas un kā aprēķināji nogriežņa un vektora garumu, ja zināmas to galapunktu koordinātas!

11. Uzraksti piemērus un uzzīmē atbilstošu zīmējumu vektoru reizināšanai ar skaitli ģeometriskā un koordinātu formā! Kādu reālu situāciju risināšanā var izmantot vektora reizināšanu ar skaitli? 6 10

12. Doti punkti A(−5; 0), B(−3; 4), C(3; 6) un D(0; 0). Izmantojot vektorus, pamato, vai četrstūris ABCD ir paralelograms! 9

13. Izveido koordinātu sistēmu, izvēloties mērogu! Paskaidro, kā tu izvēlējies koordinātu plaknes sākumpunkta atrašanās vietu, koordinātu asu novietojumu, un vienības nogriežņa garumu! Aprēķini pārvietojumu no punkta A līdz punktam B, izmatojot savu koordinātu plakni! 8 10

Uzraksti, kādas zināšanas un prasmes tev bija nepieciešamas, lai veiktu šo uzdevumu!

14. Doti punkti A(3; −7; 8), B(−5; 4; 1) un C(27; −40; 29). 5 6

a) Noskaidro, vai punkti A, B un C atrodas uz vienas taisnes! Savā risinājumā izmanto vektoru kolinearitātes nosacījumu.
Kā vēl varētu risināt šo uzdevumu?

b) Salīdzini vektoru $\overrightarrow{AC}$ un $\overrightarrow{BC}$ garumus!

c) Aprēķini starpības $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$ vektora koordinātas!

Paskaidro, kā, risinot situācijas ar vektoriem telpā, tu vari izmantot zināšanas par vektoriem plaknē!

Matemātika vidusskolai. Vektori. Mācību grāmata

Ilze France, Evija Slokenberga, Evija Jaunzeme

ISBN 978-9984-11-625-9

1. izdevums — 2023 Tirāžēšanas gads — 2023

Mācību grāmata “Matemātika vidusskolai. Vektori” ir daļa no komplektizdevuma “Matemātika vidusskolai” un izmantojama kopā ar viedtēmām, kas apkopotas platformā *www.soma.lv*. Izdevums ir veidots atbilstoši vispārējās vidējās izglītības standartam (Ministru kabineta 2019. gada 3. septembra noteikumi Nr. 416 “Noteikumi par valsts vispārējās vidējās izglītības standartu un vispārējās vidējās izglītības programmu paraugiem”) un mācību kursa “Matemātika I” programmas paraugam (Valsts izglītības satura centrs | ESF projekts Nr. 8.3.1.1./16/I/002, Kompetenču pieeja mācību saturā).

Izdevums veidots, lai skolēni iegūtu un pilnveidotu savas zināšanas, mācoties individuāli un sadarbībā dažāda lieluma grupās. Izdevumā iekļautie uzdevumi paredzēti, lai attīstu gan skolēnu matemātiskās, gan vispārējās, tostarp komunikācijas, sadarbības, mācīšanās un IT prasmes — plānošanu, jautājumu veidošanu, analizēšanu, secinājumu izdarīšanu. Izdevuma sākumā skolēns var iepazīties ar plānotajiem sasniedzamajiem rezultātiem. Izdevuma noslēgumā, izpildot pašpārbaudes uzdevumus, skolēns varēs pārliecināties, kā šie rezultāti ir sasniegti.

Poligrāfiskais izdevums ir saturiski vienots ar mācību platformu *www.soma.lv*, kur pieejams attiecīgā mācību satura izklāsts, uzdevumi un pašpārbaudes testi ar tūlītēju atgriezenisko saiti.

Redaktore	Ināra Dzērve
Izdevuma dizaineri	Aija Abricka, Liene Magdalēna
Ilustrators	Reinis Lodziņš
Literārā redaktore	Līga Sudare

Izdevumā izmantoti Matīsa Justa un platformas *www.shutterstock.com* fotoattēli.

Izdevējs Lielvārds
Skolas iela 5, Lielvārde, LV-5070
Tālrunis: 67801787
E-pasts: info@lielvards.lv
Mājaslapa: *https://www.lielvards.lv*

NORDIC SWAN ECOLABEL
Printed matter
3041 0984

MIX
Papīrs no atbildīgiem avotiem
Paper from responsible sources
FSC® C008322
Ieguldījums rūpēs par vidi

Tirāžētājs Jelgavas tipogrāfija