

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Corso di laurea in Informatica, a.a. 2023/2024
Prova scritta di Metodi Matematici e Statistici del 30 gennaio 2024
Dott. G. Nastasi

Quesito 1

Il tempo di vita di un dispositivo meccanico sottoposto a vibrazioni durante un test segue una distribuzione esponenziale con media 400 ore.

1. Qual è la probabilità che il dispositivo fallisca il test in meno di 100 ore?
2. Qual è la probabilità che il dispositivo operi per più di 500 ore prima di rompersi?
3. Sapendo che il dispositivo ha operato per 400 ore senza fallire il test, qual è la probabilità che fallisca nelle prossime 100 ore?
4. Quante ore di funzionamento sono necessarie per affermare che il dispositivo fallisca il test con probabilità superiore al 95%?

Quesito 2

Si ritiene che i grammi di solidi rimossi da un materiale (y) siano correlati al tempo di asciugatura (x) espresso in ore. Da uno studio sperimentale si ottengono le 10 misurazioni riportate nella seguente tabella.

| | | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | 2.5 | 3.0 | 3.5 | 4.0 | 4.5 | 5.0 | 5.5 | 6.0 | 6.5 | 7.0 |
| y | 4.3 | 1.5 | 1.8 | 4.9 | 4.2 | 4.8 | 5.8 | 6.2 | 7.0 | 7.9 |

1. Si determinino i coefficienti della retta di regressione e i loro intervalli di confidenza al 95%. Si calcoli il coefficiente di determinazione.
2. Si rappresentino i dati e la retta di regressione in uno stesso grafico.
3. Si stimi la quantità in grammi di solidi rimossi a 4.25 ore.
4. Si effettui il test di indipendenza con un livello di significatività $\alpha = 0.05$ commentandone l'esito.

Quesito 3

Una variabile aleatoria X ha densità

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x & x \in [0, 2] \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

1. Decrivere e implementare un algoritmo per generare numeri pseudo-casuali con distribuzione X utilizzando il metodo del rigetto.
2. Generare numericamente 10^5 di questi numeri e costruire un istogramma. Verificare infine che essi seguano approssimativamente la distribuzione assegnata sovrapponendo all'istogramma il grafico di $f(x)$ in $[0, 2]$.

Durata della prova: 2 ore.

Ciascun quesito vale 10 punti.

Per superare la prova occorre ottenere almeno 18 punti su 30.