

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Corso di laurea in Informatica, a.a. 2023/2024
Prova scritta di Metodi Matematici e Statistici del 15 febbraio 2024
Dott. G. Nastasi

Quesito 1

È noto che il numero di pezzi guasti fabbricati in una giornata di lavoro di una catena di produzione A segue una distribuzione di Poisson di media 2.

1. Qual è la probabilità che in un giorno siano stati prodotti esattamente 3 pezzi guasti?
2. Qual è la probabilità che in un giorno siano stati prodotti tra 2 e 5 pezzi guasti (estremi inclusi)?

Si mette in opera una nuova catena di produzione B . È noto che il numero di pezzi guasti fabbricati in una giornata di lavoro mediante B segue una distribuzione di Poisson di media 1.5.

3. Si trovi la legge della variabile aleatoria che conta complessivamente il numero di pezzi guasti prodotti (cioè provenienti indifferentemente da A o da B) e si calcoli la sua media e la sua varianza.
4. Qual è la probabilità che in un giorno siano stati prodotti complessivamente un numero di pezzi guasti compreso tra 3 e 6 (estremi inclusi)?

Quesito 2

Il contenuto di sodio (in milligrammi) di 30 scatole di cereali è riportato di seguito

131.15, 130.69, 130.91, 129.54, 129.64, 128.77, 130.72,
128.33, 128.24, 129.65, 130.14, 129.29, 128.71, 129.00, 129.39,
130.42, 129.53, 130.12, 129.78, 130.92, 131.15, 130.69, 130.91,
129.54, 129.64, 128.77, 130.72, 128.33, 128.24, 129.65.

1. Si calcoli la media campionaria, la deviazione standard e l'intervallo di confidenza per la media con livello di fiducia 0.01.
2. Rappresentare graficamente i dati mediante un istogramma e mediante un box-plot.
3. Si testi l'ipotesi che il contenuto medio di sodio sia di 130 mg utilizzando $\alpha = 0.05$. Si calcoli il p-value del test precedente.
4. È possibile affermare che il contenuto di sodio è distribuito normalmente nelle scatole? Giustificare la risposta.

Quesito 3

Si consideri la catena di Markov sui vertici di un triangolo equilatero definita come segue. Ad ogni istante ci si può spostare da un vertice a quello adiacente in senso orario con probabilità p e in senso antiorario con probabilità $1 - p$, con $0 < p < 1$.

1. Determinare la matrice di transizione.
2. Fissato $p = 1/3$ mostrare che la catena è regolare.
3. Fissato $p = 1/3$ determinare la distribuzione stazionaria.
4. Indicato con $E = \{1, 2, 3\}$ l'insieme degli stati, determinare il valore di p per cui la distribuzione uniforme su E sia reversibile.

Durata della prova: 2 ore.

Ciascun quesito vale 10 punti.

Per superare la prova occorre ottenere almeno 18 punti su 30.