Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Eléctrica

Tarea 2

Integrantes: Vincko Fabres Á.
Profesor: Cesár Azurdia M.
Auxiliar: Sandy Bolufe
Pablo Palacios J.
Javier Rojas C.
Diego S. Wistuba La Torre
Ayudantes: Martín D. Cádiz
Catalina Murua F.

Fecha de entrega: Miércoles 9 de Junio de 2021
Santiago, Chile

Índice de Contenidos

Índice de Figuras

1. P1

Realice en forma detallada el diagrama de bloques de un sistema de comunicaciones digital:transmisor, canal y receptor.

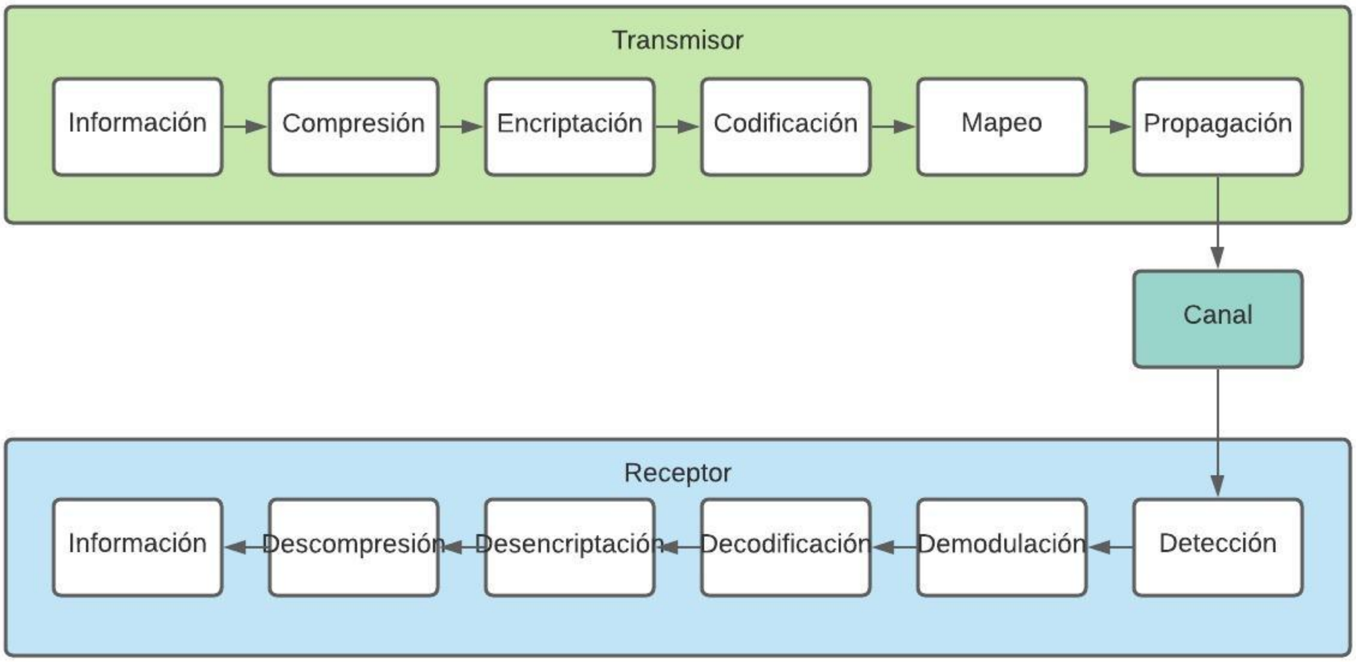

Figura 1: Diagrama comunicaciones digitales

Explique en qué consiste y la función de cada uno de los sub-bloques del sistema.

- Información: Este es el string de 1 y 0 que fue generado a partir del formato (transductor de entrada)
- Compresión:Debido a que son señales digitales es posible comprimir los datos, eliminando redundancias, esto debido a que la banda utilizada es restringida.
- Codificación: La codificación agrega bits de redundancia con el fin de disminuir los errores en la recepción
- Mapeo:Para cada secuencia se modula por pulsos en frecuencia, amplitud o fase
- Propagación:para propagar la señal esta se modula en pasa banda mediante medios fisicos, una vez que se recibe, para repropagarlo se deben filtrar errores antes de amplificar nuevamente la salida.
- Detección: Al recibir la señal se aplica un filtro para trabajar nuevamente en banda base.
- Demodulación: Se genera un proceso de estimación de la señal debido al caracter aleatorio de estya.

- Decodificador: Utiliza los bits de redundancia para ver si el mensaje recibido presenta errores.
- Descompresión: los datos vuelven a ser de su tamaño original ya que serán enviados a su formato.
- Información: El string de 1 y 0 está listo para ser llevado a un transductor de salida

2. P2

Explique en forma detallada, ¿por qué la mayoría de los sistemas de comunicaciones actuales están siendo implementados mediante técnicas digitales en lugar de sistemas analógicos?

Debido a las ventajas presentes en las técnicas digitales, tales como la facilidad de compresión de la información, mayor escalabilidad y reproducción debido al bajo costo de implementación y que su contraparte analógica posee complicaciones (descalibraciones, factores fisicos que influyen en desempeño versus contra código de facil reproducción en otros procesadores), la facilidad que posee para eliminar información redundante, lo que se traduce en compresión de datos, la fidelidad de la señal es más controlable y el hecho de que una señal digital puede ser reconstruida eliminando el ruido.

3. P3

Explique el concepto de máxima capacidad de Shannon en un canal perfecto, con ruido blanco gaussiano aditivo (AWGN) y señales interferentes ¿Cuáles son las variables físicas que definen la capacidad del canal?

La capacidad de canal establecida por Shannon establece una cota superior teórica para la cantidad de información transmitida sin errores para un ancho de banda acotado, potencia finita y en presencia de ruido blanco aditivo (AWNG), esta relación está dada por la relación:

$$C = W log_2(1 + \frac{P}{P_N})[bps] \tag{1}$$

Siendo C la capacidad de canal, W el ancho de banda del canal medido en Hz, P la potencia promedio transmitida en W y P_N la potencia del ruido, que incluye tanto la interferencia como distorsión. El cociente entre P y P_N se conoce como SINR.

¿Cuál es la máxima tasa de transmisión teórica que se admite en un canal de 200 KHz, 5MHz y 20MHz para un SINR de -5, 0, 3, 6, 9 y 15 dB? ¿Qué sucede al incrementar el ancho de banda y SINR del enlace de comunicación?

Sabiendo que la SINR en dB está dada por:

$$\text{SINR(dB)} = 10log_{10}(\frac{P}{P_N}) \tag{2}$$

Se puede obtener el valor de SINR, con lo que se tienen los parámetros necesarios para obtener la capacidad de canal para cada ancho de banda y SINR(dB)= [-5, 0, 3, 6, 9 y 15], los resultados obtenidos respectivamente son:

$$\text{Para ancho de banda } 200KHz$$
$$C = 79.28183223262276\, Kbps$$
$$C = 200.0\, Kbps$$
$$C = 316.53647098231124\, Kbps$$
$$C = 463.29123592525195\, Kbps$$
$$C = 632.1608847826049\, Kbps$$
$$C = 1005.5615346701039\, Kbps$$

$$\text{Para ancho de banda } 5MHz$$
$$C = 1982.045805815569\, Kbps$$
$$C = 5000.0\, Kbps$$
$$C = 7913.411774557781\, Kbps$$
$$C = 11582.280898131297\, Kbps$$
$$C = 15804.022119565121\, Kbps$$
$$C = 25139.038366752597\, Kbps$$

$$\text{Para ancho de banda } 200MHz$$
$$C = 7928.183223262276\, Kbps$$
$$C = 20000.0\, Kbps$$
$$C = 31653.647098231126\, Kbps$$
$$C = 46329.12359252519\, Kbps$$
$$C = 63216.088478260484\, Kbps$$
$$C = 100556.15346701039\, Kbps$$

Al incrementar tanto el ancho de banda como el SINR del enlace de comunicación la capacidad de canal aumenta.

Calcule la eficiencia espectral de los casos presentados en el inciso b) y analice los resultados

La eficiencia espectral esta dada por $\frac{C}{W}$, con lo que se obtiene una eficiencia espectral:

$$Para ancho de banda\, 200KHz:$$
$$0.3964091611631138\,[bps/Hz]$$
$$1.0\,[bps/Hz]$$
$$1.582682354911556\,[bps/Hz]$$
$$2.3164561796262597\,[bps/Hz]$$
$$3.1608044239130244\,[bps/Hz]$$
$$5.0278076733505195\,[bps/Hz]$$

$$Para ancho de banda\, 5MHz:$$
$$0.3964091611631138\,[bps/Hz]$$
$$1.0\,[bps/Hz]$$
$$1.582682354911556\,[bps/Hz]$$
$$2.3164561796262597\,[bps/Hz]$$
$$3.1608044239130244\,[bps/Hz]$$
$$5.0278076733505195\,[bps/Hz]$$

$$Para ancho de banda\, 200MHz:$$
$$0.3964091611631138\,[bps/Hz]$$
$$1.0\,[bps/Hz]$$
$$1.582682354911556\,[bps/Hz]$$
$$2.3164561796262597\,[bps/Hz]$$
$$3.1608044239130244\,[bps/Hz]$$
$$5.0278076733505195\,[bps/Hz]$$

Los resultados de eficiencia espectral son exactamente los mismos a pesar de la utilización de diferentes anchos de banda, esto se debe a que el cálculo de esta normaliza los resultados, siendo el ancho de banda un parámetro indiferente, no así la potencia de transmisión y potencia de ruido e interferencias. Por último se anexa una curva de eficiencia espectral, siendo las otras 2 análogas.

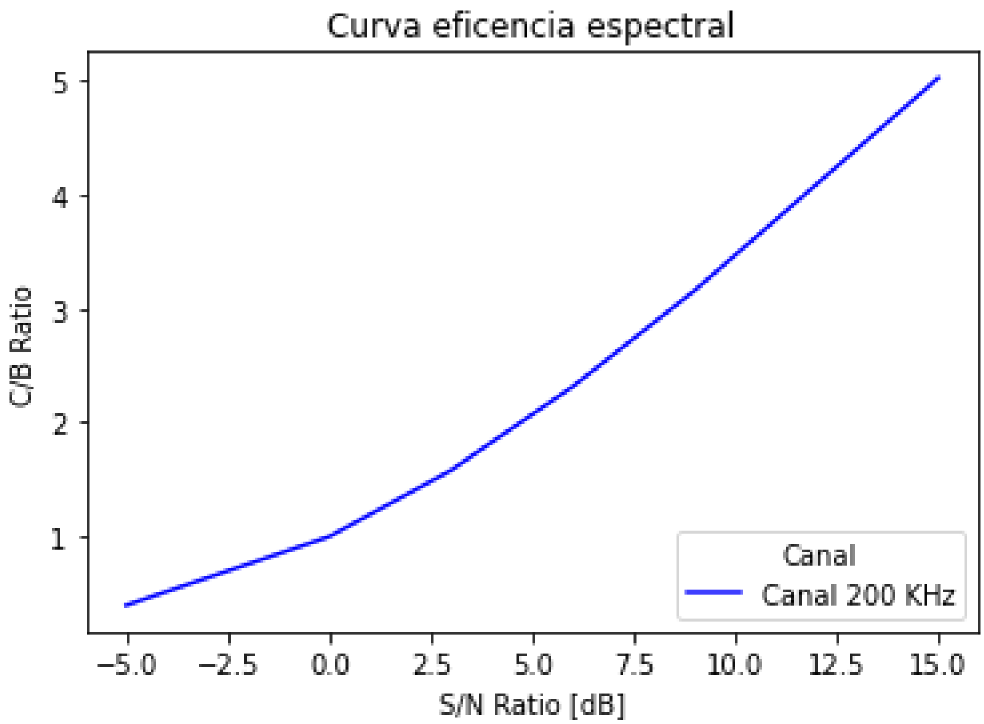

Figura 2: Curva eficiencia espectral

4. P4

En caso tuviéramos acceso a un ancho de banda infinito, ¿cuál sería la capacidad del canal únicamente tomando en cuenta ruido blanco Gaussiano aditivo (haga la derivación analítica)?

Para esto se debe resolver el limite:

$$\lim_{W \to \infty} C = \lim_{W \to \infty} W log_2(1 + \frac{P}{WN}) \tag{3}$$

Siendo C la capacidad de canal, W el ancho de banda del canal medido en Hz, P la potencia promedio transmitida en W y N potencia de densidad espectral del ruido aditivo.

Por otra parte:

$$\lim_{x \to \infty} (1 + x)^{(\frac{1}{x})} = e \tag{4}$$

Realizando operaciones convenientes:

$$\begin{aligned} C &= \lim_{W\to\infty} W log_2(1+\frac{P}{WN}) \\ C &= \lim_{W\to\infty} W\frac{PN}{PN} log_2(1+\frac{P}{WN}) \\ C &= \lim_{W\to\infty} \frac{P}{N} log_2(1+\frac{P}{NW})^{(\frac{NW}{P})} \end{aligned} \tag{5}$$

Utilizando el resultado de 4 en la ecuación:

$$C = \lim_{W\to\infty} \frac{P}{N} log_2(e)$$

Realizando cambio de base

$$C = \lim_{W\to\infty} \frac{P}{N} \frac{\cancelto{1}{ln(e)}}{ln(2)}$$

Con lo cual la capacidad de canal considerando únicamente el ruido blanco Gaussiano aditivo y ancho de banda infinito está dado por la expresión $C = \frac{P}{N*Ln(2)}$.

En caso tuviéramos acceso a un ancho de banda infinito, ¿cuál sería la capacidad del canal tomando en cuenta ruido blanco Gaussiano aditivo y potencia de señales interferentes (haga la derivación analítica)?

El desarrollo es de forma análoga, incluyendo la potencia de señales interferentes, con lo cual la capacidad de canal está dada por la expresión:

$$\lim_{W\to\infty} C = \lim_{W\to\infty} W log_2(1+\frac{P}{P_N})$$

Donde esta vez P_N es la potencia de ruido aditivo e interferencias e I se considerará como potencia de densidad espectral de interencias, es decir, $P_N = W(N+I)$.
Con el supuesto anterior la capacidad de canal se desarrolla de forma análoga, siendo su resultado $C = \frac{P}{(N+I)*Ln(2)}$.

¿Qué sucedería en el caso en que nuestro enlace fuese afectado por un canal "extremadamente ruidoso"(SNR $\to 0$)?.

En este caso la expresión a analizar es la siguiente:

$$\begin{aligned} \lim_{\text{SNR}\to 0} C &= \lim_{\text{SNR}\to 0} W log_2(1+\text{SNR}) \\ \lim_{\text{SNR}\to 0} C &= \lim_{\text{SNR}\to 0} W log_2(1+\cancelto{0}{\text{SNR}}) \\ \lim_{\text{SNR}\to 0} C &= \lim_{\text{SNR}\to 0} W \cancelto{0}{log_2(1+\text{SNR}})) \\ \lim_{\text{SNR}\to 0} C &= 0 \end{aligned} \tag{6}$$

En el caso de un canal ruidoso su capacidad de canal es $C = 0$,dado que la capacidad de canal mide la transferencia de bit sin errores, este resultado sería el esperado en este tipo de canal.

5. P5

Una fuente DMS tiene un alfabeto de 10 símbolos. Los símbolos de la fuente DMZ A, B, C, D, E, F, G, H, I, J ocurren con probabilidades 0.13, 0.08, 0.15, 0.05, 0.17, 0.11, 0.10, 0.08, 0.12, 0.01, respectivamente.
Calcule la entropía H del sistema de los elementos del set de la fuente DMZ A, B, C, D, E, F, G, H, I,J.
El cálculo de entropía está dado por:

$$H(X) = -\sum_{i}^{n} P(x_i)log_2(P(x_i)) \tag{7}$$

Al utilizar la expresión en el set de la fuente se obtiene que la entropía es 3.142874561692801 [bit/caracter].Este calculo se realiza en codigo anexo.

Calcule la auto-información de los mensajes X=JEBAH, W=ACGD y Z=AIFGH. Interprete los resultados obtenidos por X, W y Z.

Los simbolos son estadísticamente independientes y la expresión de autoinformación es la siguiente:

$$\begin{aligned} I(x) &= log_2(\frac{1}{P(X)}) \\ I(x) &= -log_2(P(x)) \end{aligned} \tag{8}$$

Como los simbolos son independientes:

$$P(X) = P(JEBAH) = P(J)P(E)P(B)P(A)P(H)$$

La probabilidad de cada simbolo es dada en enunciado, la probabilidad P(W) y P(Z) se calculan de forma análoga. Una vez obtenidas las probabilidades se utilizan en la expresión 8, dando como resultados segun codigo anexado:
I(X)= 19.43137838948219 [bit/caracter]
I(W)= 13.324238255574564 [bit/caracter]
I(Z)= 16.152519016486714 [bit/caracter]

6. P6

El idioma español está compuesto por 27 diferentes caracteres.
Calcule el promedio ponderado de la auto-información en bits/carácter para el idioma español, asumiendo que cada uno de los 27 caracteres del alfabeto tienen la misma po-

sibilidad de ocurrencia.

El promedio ponderado de la autoinformación es la entropía, es decir, se debe calcular la entropía del alfabeto español.
Como se asume que cada caracter tiene la misma posibilidad de ocurrencia, para cada letra se tiene que la probabilidad es $P(letra_i) = P(letra_j) = \frac{1}{27}$, de esta forma la entropía del idioma español esta dado por la expresión:

$$\begin{aligned} H(\text{Español}) &= -\sum_{i}^{n} P(x_i) log_2(P(x_i)) \\ H(\text{Español}) &= -\sum_{1}^{27} \frac{1}{27} log_2(\frac{1}{27}) \end{aligned} \tag{9}$$

Dando de resultado una entropía de 4.754887502163469 [bit/carácter].El cálculo se puede apreciar en el código anexado.

En todos los idiomas, incluido el español, los caracteres no son empleados con la misma frecuencia. El caso del inciso a) representa el límite superior del promedio de información contenida en cada carácter. Calcule el promedio ponderado de la auto-información en bits/carácter asumiendo las siguientes probabilidades de ocurrencia:

A12,08%,B1,42%,C4,68%,D5,86%,E13,68%,F0,69%,G1,01%,H0,70%,I6,25%,J0,44%,K0,02%,L4,97%,M3,15%,N6,71%,Ñ0,31%,O8,68%,P2,51%,Q0,88%,R6,87%,S7,98%,T4,63%,U3,93%,V0,90%,W0,01%,X0,22%,Y0,90%,Z0,52%

Figura 3: Probabilidad de ocurrencia

Utilizando la fórmula de entropía se obtiene H(alfabeto español)= 4.035289498512195 [bit/carácter]

Determine la auto-información proporcionada por las siguientes palabras en bits/-carácter: "estudiante", "universidad", "ingeniería", "eléctrica", "información", "telecomunicaciones". Interprete los resultados obtenidos.

Se debe calcular la autoinformación de cada palabra asumiendo simbolos estadisticamente independientes.
Los resultados son:

$$\begin{aligned} I(\text{'ESTUDIANTE'}) &= 37.962008631224315[bits/carácter] \\ I(\text{'UNIVERSIDAD'}) &= 44.97882167306066[bits/carácter] \\ I(\text{'INGENIERIA'}) &= 39.077161203779006[bits/carácter] \\ I(\text{'ELECTRICA'}) &= 34.25072311449129[bits/carácter] \\ I(\text{'INFORMACION'}) &= 46.34530281576369[bits/carácter] \\ I(\text{'TELECOMUNICACIONES'}) &= 69.82709237107812[bits/carácter] \end{aligned}$$

Estos resultados fueron calculados mediante codigo de anexo.

De los resultados es posible notar que la autoinformación no depende del largo del mensaje, sino de los simbolos que este porta, ya que cada simbolo posee una diferente estadistica de incidencia. Por otra parte sabiendo que mayor autoinformación es mayor la cantidad de informacióјn entregada tenemos que la autoinformación será pequeña a medida que el mensaje transmitido sea muy probable (caracteres co mayor probabilidad).