

Simplex

Tarea 2

Integrantes: Vincko Fabres A.
Daniel Hevia T.
Profesor: Jaime Ortega P.
Auxiliares: Macarena Osorio A.
Ayudantes: Vania Alvarado F.
Martín Navarrete C.

Fecha de entrega: 9 de diciembre de 2019
Santiago, Chile

Índice de Contenidos

1. Preliminares	1
2. Planteamiento	3
3. Código	6
4. Resultados y Analisis	9

Lista de Tablas

1. Oferta máxima mensual	1
2. Demanda	1
3. Costo fijo	1
4. Costo transporte y producción	2
5. Planta 1, envío a cada planta mensualmente	9
6. Planta 2, envío a cada planta mensualmente	9
7. Planta 3, envío a cada planta mensualmente	9
8. Planta 4, envío a cada planta mensualmente	9
9. Planta 5, envío a cada planta mensualmente	9
10. Cantidad producida por planta mensualmente	10
11. Stock de cada planta mensualmente	10

Lista de Códigos

1. Resolución del problema en Gurobi	6
--	---

1. Preliminares

Considere 5 plantas automotrices, las cuales disponen de una cierta cantidad de autos mensuales para entregar (su oferta máxima mensual). Como se ve en la tabla, para los próximos 4 meses:

Tabla 1: Oferta máxima mensual

Mes\Planta	1	2	3	4	5
1	500	450	450	500	500
2	400	400	400	400	400
3	400	450	450	450	400
4	300	350	350	300	300

Además hay 10 importadores en diversos países, que demandan esos autos en cantidades fijas cada mes, dato que es conocido de antemano para los próximos 4 meses, como se ve en tabla:

Tabla 2: Demanda

Mes\importadora	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	100	50	150	150	100	200	200	200	200	200
2	0	100	100	100	50	50	50	50	50	50
3	100	200	100	200	100	200	100	200	100	200
4	300	250	100	50	25	25	25	25	25	25

Si una planta está activa en un mes dado, es decir, debe entregar al menos una unidad, entonces debe pagar un costo fijo K_{ti} . Si la planta no está activa, ese costo es cero, como muestra la tabla:

Tabla 3: Costo fijo

K_{ij}	1	2	3	4	5
1	12000	13000	14000	15000	16000
2	10000	100000	50000	50000	50000
3	50000	40000	30000	20000	10000
4	30000	30000	20000	20000	10000

Por cada unidad entregada por una planta i , para enviar a un importador j , la planta incurre en un costo dado por C_{ij} (que es esencialmente el costo de transporte, más el costo de producción), que es el siguiente:

Tabla 4: Costo transporte y producción

C_{jk}	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	10	10	10	10	10	15	15	15	15	15
2	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
3	8	8	8	8	8	8	10	10	10	10
4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
5	5	5	5	5	5	6	6	6	6	6

Suponga que si en un mes dado, la cantidad producida por una planta no es entregada completamente, entonces, la puede guardar para entregarla al mes siguiente a un costo fijo de inventario de 2 por unidad. Se debe determinar las cantidades producidas por cada centro y las entregas en cada mes a los consumidores, de manera de minimizar el costo total. Suponga también que la producción se lleva a cabo durante todo el mes y se entrega el último día.

2. Planteamiento

El problema plantea la minimización del costo total, para conocer eso es necesario saber cuánto, cuándo y dónde debe producir la empresa, al igual que, cuánto y dónde debe guardar stock (que tiene asociado un precio) para suplir la demanda de las importadoras. Para plantear la función antes debemos hacer algunas definiciones.

Se definen los índices:

1. j numero de planta, $j \in 1, 2, 3, 4, 5$
2. i mes en cuestión, $i \in 1, 2, 3, 4$
3. k numero de importadora, $k \in 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$

Se definen las variables:

1. $P_{j,i}$ la producción de la planta j en el mes i .
2. $S_{j,i}$ el stock en bodega de la planta j en el mes i .
3. $E_{j,k,i}$ el envío de la planta j a la importadora k en el mes i
4. $W_{j,i}$ variable de activación, que permite saber si la planta j se encuentra activa en el mes i .

Se definen los parámetros:

1. $C_{j,k}$ al costo unitario de producción y transporte de la planta j a la importadora k .
2. $K_{i,j}$ costo de activación de la planta j en el mes i .
3. $d_{i,k}$ la demanda de la importadora k en un mes i .
4. $q_{i,j}$ la oferta máxima de la planta j en un mes i .

Notar que todos los parámetros provienen de las Tablas 1, 2, 3 y 4.

De esta manera la función objetivo $\sum_{k=1}^{10} \sum_{j=1}^5 \sum_{i=1}^4 E_{i,k,j} C_{j,k} + 2S_{j,i} + K_{i,j} W_{j,i}$ que representa los gastos que incurre la empresa.

Y las restricciones en lo que finalmente llevarán al resultado esperado:

- $\sum_{k=1}^{10} E_{j,k,i} \leq q_{i,j}$ que dice que los envíos no pueden superar la cantidad máxima de autos que puede ofrecer cada planta
- $P_{j,i} \leq q_{i,j}$ la cantidad producida tiene que ser menor a la oferta máxima por planta
- $\sum_{j=1}^5 E_{j,k,i} = d_{i,k}$ de aquí se puede deducir que por cada importadora, todo los envíos que reciba ésta tiene que cumplir la demanda requerida.
- $P_{j,i} + S_{j,i-1} \geq \sum_{k=1}^{10} E_{j,k,i}$ la cual nos dice que la producción más el stock de la planta son mayores o iguales a los envíos realizados por esta.

- $S_{j,i} = P_{j,i} + S_{j,i-1} - \sum_{k=1}^{10} E_{j,k,i}$ el stock de un mes viene dado por la producción de ese mes, más el stock que quedó del mes anterior menos los envíos realizados por la empresa a las importadoras.
- $M * W_{j,i} \geq \sum_{k=1}^{10} E_{j,k,i}$ con M suficientemente grande. Permite saber si una planta está activa o no (basta con que entregue 1 auto una planta para estar activa)
- $\sum_{j=1}^4 P_{j,i} + S_{j,i-1} \geq \sum_{k=1}^{10} d_{i,k}$ la suma de toda la producción y stock es siempre mayor a la suma de lo demandado por las importadoras.
- $E_{j,k,i} \geq 0, P_{j,i} \geq 0, S_{j,i} \geq 0$ y $W_{j,i} \geq 0$ naturaleza de variables.
- $S_{j,0} = 0$ y $S_{j,4} = 0$ condiciones iniciales.

En resumen, el problema a resolver:

$$\text{Min } \sum_{k=1}^{10} \sum_{j=1}^5 \sum_{i=1}^4 E_{i,k,j} C_{j,k} + 2S_{j,i} + K_{i,j} W_{j,i}$$

$$\begin{aligned} \text{s.a: } & \sum_{k=1}^{10} E_{j,k,i} \leq q_{i,j} \\ & P_{j,i} \leq q_{i,j} \\ & \sum_{j=1}^5 E_{j,k,i} = d_{i,k} \\ & P_{j,i} + S_{j,i-1} \geq \sum_{k=1}^{10} E_{j,k,i} \\ & S_{j,i} = P_{j,i} + S_{j,i-1} - \sum_{k=1}^{10} E_{j,k,i} \\ & MW_{j,i} \geq \sum_{k=1}^{10} E_{j,k,i} \\ & \sum_{j=1}^4 P_{j,i} + S_{j,i-1} \geq \sum_{k=1}^{10} d_{i,k} \\ & S_{j,0} = 0 \\ & S_{j,4} = 0 \\ & E_{j,k,i} \geq 0 \\ & P_{j,i} \geq 0 \\ & S_{j,i} \geq 0 \\ & W_{j,i} \geq 0 \end{aligned}$$

Con M suficientemente grande.

3. Código

Código 1: Resolución del problema en Gurobi

```

1
2 from gurobipy import *
3 model=Model("SimpleLP")
4
5 plantas={1:1, 2:2, 3:3, 4:4, 5:5}
6 importadoras={1:1, 2:2, 3:3, 4:4, 5:5, 6:6, 7:7, 8:8, 9:9, 10:10}
7 meses = [0, 1, 2, 3, 4]
8 oferta_max={ (1,1):500,(1,2):400,(1,3):400,(1,4):300,(2,1):450,(2,2):400,(2,3):450,(2,4):350,(3,1)
               :450,(3,2):400,(3,3):450,(3,4):350,(4,1):500,(4,2):400,(4,3):450,(4,4):300,
               (5,1):500,(5,2):400,(5,3):400,(5,4):300}
9
10
11 #Oferta Maxima: oferta_max[(planta,mes):cantidad maxima para ofrecer]
12
13
14 demanda={ (1,1):100,(1,2):0,(1,3):100,(1,4):300, (2,1):50,(2,2):100,(2,3):200,(2,4):250, (3,1):150,(3,2)
             :100,(3,3):100,(3,4):100, (4,1):150,(4,2):100,(4,3):200,(4,4):50, (5,1):100,(5,2):50,(5,3):100,(5,4):25,
             (6,1):200,(6,2):50,(6,3):200,(6,4):25, (7,1):200,(7,2):50,(7,3):100,(7,4):25, (8,1):200,(8,2)
             :50,(8,3):200,(8,4):25, (9,1):200,(9,2):50,(9,3):100,(9,4):25, (10,1):200,(10,2):50,(10,3):200,(10,4)
             :25}
15
16
17 #Demanda: demanda[(importadora,mes):cantidad demandada]
18
19
20 costo_k={ (1,1):12000,(1,2):10000,(1,3):50000,(1,4):30000,(2,1):13000,(2,2):100000,(2,3):40000,(2,4)
            :30000,(3,1):14000,(3,2):50000,(3,3):30000,(3,4):20000,(4,1):15000,(4,2):50000,(4,3):20000,(4,4)
            :20000,
            (5,1):16000,(5,2):50000,(5,3):10000,(5,4):10000}
21
22
23 #Costo fijo por uso: costo_k[(planta,mes):costo]
24
25
26 costo_c={ (1,1):10,(1,2):10,(1,3):10,(1,4):10,(1,5):10,(1,6):15,(1,7):15,(1,8):15,(1,9):15,(1,10):15,(2,1)
            :5,(2,2):5,(2,3):5,(2,4):5,(2,5):5,(2,6):5,(2,7):5,(2,8):5,(2,9):5,(2,10):5,
            (3,1):8,(3,2):8,(3,3):8,(3,4):8,(3,5):8,(3,6):8,(3,7):10,(3,8):10,(3,9):10,(3,10):10,(4,1):5,(4,2)
            :5,(4,3):5,(4,4):5,(4,5):5,(4,6):5,(4,7):5,(4,8):5,(4,9):5,(4,10):5,
            (5,1):5,(5,2):5,(5,3):5,(5,4):5,(5,5):5,(5,6):6,(5,7):6,(5,8):6,(5,9):6,(5,10):6}
27
28
29
30 #Costo fijo por transporte y producción: costo_c[(planta,importador):costo]
31
32
33 x = model.addVars(plantas.keys(), importadoras.keys(), meses, name= 'x', vtype= 'I')#Envío
    dependiente de planta,importadora y mes
34 y = model.addVars(plantas.keys(), meses, name= 'y', vtype= 'I') #Produccion dependiente de planta
    y mes
35 z = model.addVars(plantas.keys(), meses, name= 'y', vtype= 'I') #Stock dependiente de planta y
    mes
36 w = model.addVars(plantas.keys(), meses, name= 'y', vtype= 'I') #Actividad de la planta

```



```

dependiente de planta y mes
37
38
39 for i in meses[1:]:
40
41     for j in plantas:
42         model.addConstr(quicksum(x[j,k,i] for k in importadoras)<=oferta_max[j,i])
43         model.addConstr(y[j,i]<=oferta_max[j,i])
44
45     for j in importadoras:
46         model.addConstr(quicksum(x[k,j,i]for k in plantas)==demanda[j,i])
47
48     for j in plantas:
49         model.addConstr(y[j,i]+z[j,i-1]>=quicksum(x[j,k,i] for k in importadoras))
50
51
52     for j in plantas:
53         model.addConstr(z[j,i]==y[j,i]+z[j,i-1]-quicksum(x[j,k,i] for k in importadoras))
54
55     for j in plantas:
56         model.addConstr(10000000000000000000000000000*w[j,i]>=quicksum(x[j,k,i] for k in
importadoras))
57
58
59     model.addConstr(quicksum(y[j,i]+z[j,i-1] for j in plantas)>=quicksum(demanda[j,i] for j in
importadoras) )
60     for j in plantas:
61         for k in importadoras:
62             model.addConstr(x[j,k,i]>=0)
63     for j in plantas:
64         model.addConstr(y[j,i]>=0)
65         model.addConstr(z[j,i]>=0)
66         model.addConstr(w[j,i]>=0)
67 for i in plantas:
68     model.addConstr(z[i,0]==0)
69     model.addConstr(z[i,4]==0)
70
71 model.setObjective(quicksum(quicksum(w[j,i]*costo_k[j,i]+2*z[j,i]+ quicksum(x[j,k,i]*costo_c[j,k]for
k in importadoras) for i in meses[1:]) for j in plantas), GRB.MINIMIZE)
72 #Funcion Objetivo
73 model.update()
74 model.optimize()
75 print()
76 print("Optimal value=", model.ObjVal) #Printear valor optimo
77
78 for i in plantas:
79     print('Planta__ %s' %(i))
80     for j in meses[1:]:
81         print('Mes__ %s' %(j))
82         print('Produccion__: %s' %(y[i,j].X))
83         print('Stock__: %s' %(z[i,j].X))
84         for k in importadoras:
```

```
85     print('Envio importadora_ %s: %s' %(k,x[i,k,j].X))
86 #Printeo de cantidad producida por centro cada mes y la cantidad entregada a los importadores cada
    mes
```

4. Resultados y Analisis

En las siguientes tablas se observa la cantidad enviada en cada planta para minimizar costos:

Tabla 5: Planta 1, envío a cada planta mensualmente

Mes\Envío importadora	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	150	0	0	0	0	0	0
2	0	100	0	50	50	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 6: Planta 2, envío a cada planta mensualmente

Mes\Envío importadora	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	0	0	200	200	50	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	50	0	0	100	100	0	100	0	100	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 7: Planta 3, envío a cada planta mensualmente

Mes\Envío importadora	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	50	100	0	100	200	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	200	0	0	0	0
4	250	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 8: Planta 4, envío a cada planta mensualmente

Mes\Envío importadora	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	100	0	50	0	0	0	0	0	150	200
2	0	0	100	50	0	50	50	50	50	50
3	50	0	0	0	0	0	0	200	0	200
4	0	0	100	50	25	25	25	25	25	25

Tabla 9: Planta 5, envío a cada planta mensualmente

Mes\Envío importadora	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	200	100	100	0	0	0	0	0	0
4	50	250	0	0	0	0	0	0	0	0

Para enviar, las plantas deben producir, siendo la producción mensual por planta:

Tabla 10: Cantidad producida por planta mensualmente

Mes\Planta	1	2	3	4	5
1	150	450	450	500	0
2	200	0	0	400	0
3	0	450	200	450	400
4	0	0	250	300	300

Por consiguiente analizando las tablas de envío y producción podemos notar que el resto de producción que no es enviado debe ser conservado en bodega como se muestra a continuación:

Tabla 11: Stock de cada planta mensualmente

Mes\planta	1	2	3	4	5
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0

Siendo resultado óptimo obtenido, es decir, el que genera un costo mínimo 290,950,0.

Es importante notar de las Tablas 5, 6, 7, 8, 9 los envíos a las importadoras son hechos únicamente por una planta en particular, es decir, no hay importadora que reciba autos de 2 o más plantas diferentes, esto se puede deber a que al elegir una planta con el coste (coste fijo k y coste fijo c) mas bajo, producir es más viable, entonces como la planta le es mas barato producir para cierta importadora, para ese mes, esta se va a encargar de suplir su demanda.

Observando el comportamiento de las tablas 5,6,7,8,9 y 10 se aprecia la siguiente conducta en la producción; si esta produce, lo hace al máximo de su capacidad. Si al llegar al tope de la producción la demanda total aún no se satisface se busca la siguiente planta que incurra en menor gasto para producir nuevamente hasta el máximo de su capacidad si es necesario para suplir la demanda total, en caso de que sea suplida y aún pueda producir, esta decide no producir para no almacenar en bodega e incurrir en un costo de almacenaje ya que es la opción más viable. Este comportamiento se puede atribuir al costo de producción (coste fijo k) ya que se activan en primera instancia las plantas con menor coste, el segundo factor a considerar es el costo de la planta para transportar el producto hasta una importadora (costo fijo c), por último el hecho de no almacenar aparte del costo de bodega podría ser que por distribuir ese producto se debe pagar en ese mes el costo de actividad (costo fijo k) lo que no es viable.