២ ប្រព័ន្ធសមីការ

១. ប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី 1 មានបីអញ្ញាត

សមីការដឺក្រេទី1 មានបីអញ្ញាតផ្គុំគ្នាបង្កើតបានជាប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី1 មានបីអញ្ញាត ។ គេប្រើវិធីបំបាត់ដោយបូកបំបាត់ ឬ វិធីបំបាត់ដោយជំនួសក្នុងការដោះស្រាយ

វិធាន ៖ ក្នុងការដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី 1 មានបីអញ្ញាត

- ✍ **ជំហានទី១ ៖** សរសេរសមីការទាំងអស់ជាទម្រង់ស្តង់ដា
- ✍ **ជំហានទី២ ៖** ជ្រើសរើសអញ្ញាតមួយដែលត្រូវបំបាត់ បន្ទាប់មកជ្រើសរើសពីរសមីការក្នុងចំណោមបីសមីការទាំងបី រួចបំបាត់អញ្ញាតដែលត្រូវជ្រើសរើស
- ✍ **ជំហានទី៣ ៖** ជ្រើសរើសពីរសមីការផ្សេងទៀត រួចបំបាត់អញ្ញាតដដែល ដែលបានជ្រើសរើសនៅជំហានទី២
- ✍ **ជំហានទី៤ ៖** ដោះស្រាយសមីការ ពីរអញ្ញាតដែលបានមកពីជំហានទី២ និងជំហានទី៣
- ✍ **ជំហានទី៥ ៖** ជំនួសចម្លើយដែលរកឃើញនៅជំហានទី ៤ដើម្បីរកអញ្ញាតផ្សេងមួយទៀតដែលនៅសល់

ឧទាហរណ៍ ១.១. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី 1 មានបីអញ្ញាត $\begin{cases} x+y+z=13 \\ x+2y-z=7 \\ 3x-y+z=23 \end{cases}$ ។

ដំណោះស្រាយ.

ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

យើងបាន $\begin{cases} x+y+z=13 & (1) \\ x+2y-z=7 & (2) \\ 3x-y+z=23 & (3) \end{cases}$

យក $(1)+(2)$ និង $(2)+(3)$ យើងបាន $\begin{cases} 2x+3y=20 & (4) \\ 4x+y=30 & (5) \end{cases}$

យក $(5)\times 3$ យើងបាន $\begin{cases} 2x+3y=20 & (4) \\ 12x+3y=90 & (6) \end{cases}$

យក $(6)-(4)$ នាំឱ្យ $10x=70$ នាំឱ្យ $x=\dfrac{70}{10}=7$

ចំពោះ $x=7$ តាមសមីការ (5) យើងបាន $4\times 7+y=30$ នាំឱ្យ $y=30-28=2$

យក $x=7$ និង $y=2$ ជំនួសក្នុង (1) យើងបាន $7+2+z=13$ នាំឱ្យ $z=13-9=4$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានចម្លើយ $x = 7$, $y = 2$ និង $z = 4$ ។

■

២. ប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី១ និងសមីការដឺក្រេទី២

ប្រព័ន្ធសមីការនេះ ផ្គុំដោយសមីការដឺក្រេទី១ និងសមីការដឺក្រេទី២មានពីរអញ្ញាត ។
គេប្រើវិធីបំបាត់អញ្ញាតដោយជំនួសក្នុងការដោះស្រាយ ។

វិធាន ៖ ដើម្បីដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី១ និងសមីការដឺក្រេទី២មានពីរអញ្ញាតគេត្រូវ

- ទាញរកតម្លៃនៃអញ្ញាតណាមួយពីសមីការដឺក្រេទី១ ជួសចូលក្នុងសមីការដឺក្រេទី២
- ដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២ មានមួយអញ្ញាត (តាមរូបមន្ត Δ ឬ តាមផលគុណកត្តា...)
- យកឫសសមីការដែលរកឃើញជួសចូលក្នុងសមីការដឺក្រេទី១វិញ ទាញរកតម្លៃនៃអថេរមួយទៀត រួចសន្និដ្ឋានគូចម្លើយ ។

ឧទាហរណ៍ ២.១. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} y = x - 1 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$ ។

ដំណោះស្រាយ. យើងបាន $\begin{cases} y = x - 1 & (1) \\ x^2 + y^2 = 13 & (2) \end{cases}$

យក (1) ជំនួសក្នុង (2) គេបាន $x^2 + (x-1)^2 = 13$

$$x^2 + x^2 - 2x + 1 = 13$$
$$2x^2 - 2x - 12 = 0$$
$$x^2 - x - 6 = 0$$
$$(x+2)(x-3) = 0$$

យើងបាន $x + 2 = 0$ ឬ $x - 3 = 0$ នាំឱ្យ $x = -2$ ឬ $x = 3$
ចំពោះ $x = -2$ នោះតាម (1) យើងបាន $y = -2 - 1 = -3$
ចំពោះ $x = 3$ នោះតាម (1) យើងបាន $y = 3 - 1 = 2$
ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $(x = -2\ ,\ y = -3)$ ឬ $(x = 3\ ,\ y = 2)$ ។ ■

ឧទាហរណ៍ ២.២. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ x + y - 2 = 0 \end{cases}$ ។

ដំណោះស្រាយ.

យើងបាន $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 & (1) \\ y = 2 - x & (2) \end{cases}$

យក (2) ជំនួសក្នុង (1)

យើងបាន $x^2+(2-x)^2=10$

$x^2+4-4x+x^2-10=0$

$2x^2-4x-6=0$

$x^2-2x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0$

នាំឱ្យ $x+1=0$ ឬ $x-3=0$ នាំឱ្យ $x=-1$ ឬ $x=3$

ចំពោះ $x=-1$ នោះតាម (2) យើងបាន $y=2-(-1)=3$

ចំពោះ $x=3$ នោះតាម (2) យើងបាន $y=2-3=-1$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានចម្លើយ $(x=-1\,,\ y=3)$ ឬ $(x=3\,,\ y=-1)$ ។ ■

៣. សមីការដឺក្រេលំដាប់ខ្ពស់ងាយ

សមីការដែលតាងដោយ ៖ (ពហុធាដែលមានដឺក្រេ n) ហៅថា **សមីការដឺក្រេទី n** ។

! **វិធាន** ៖ ដើម្បីដោះស្រាយសមីការដឺក្រេលំដាប់ខ្ពស់ងាយគេត្រូវដាក់សមីការឱ្យទៅជាផលគុណកត្តា ។

ឧទាហរណ៍ ៣.១. ដោះស្រាយសមីការ $x^3=1$ ។

ដំណោះស្រាយ.

យើងបាន $x^3=1$

$x^3-1=0$

$(x-1)(x^2+x+1)=0$

យើងបាន $x-1=0$ ឬ $x^2+x+1=0$

ចំពោះ $x+1=0$ នាំឱ្យ $x=-1$

ចំពោះ $x^2+x+1=0$ មាន $\Delta=1^2-4(1)(1)=-3$

គេបាន $x=\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ ឬ $x=\dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2}$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x=1$ ឬ $x=\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ ឬ $x=\dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2}$ ។

■

ឧទាហរណ៍ ៣.២. ដោះស្រាយសមីការ $x^3+2x^2-3x-6=0$ ។

ដំណោះស្រាយ.

យើងបាន $x^3+2x^2-3x-6=0$

$x^2(x+2)-3(x+2)=0$

$(x+2)(x^2-3)=0$

នោះគេទាញបាន $x+2=0$ ឬ $x^2-3=0$ នាំឱ្យ $x=-2$ ឬ $x=\pm\sqrt{3}$ ។

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x=-2$ ឬ $x=-\sqrt{3}$ ឬ $x=\sqrt{3}$ ។

■

៤. ទ្រឹស្តីបទសំណល់

កាលណាគេចែកពហុធា $f(x)$ និង ទ្វេធាដឺក្រេទី 1 $x-a$ នោះ គេបានសំណល់ជាចំនួនថេរ ។

ទ្រឹស្តីបទ ៤.១. ទ្រឹស្តីបទសំណល់ បើ R ជាសំណល់កក្នុងការចែកកន្សោមពហុធា $f(x)$ នឹង $x-\alpha$ នោះគេបាន $R=f(\alpha)$

សម្រាយបញ្ជាក់.
យើងយក $q(x)$ ជាផលចែករវាង $f(x)$ នឹង $x-\alpha$ និង R ជាសំណល់
នោះគេបាន $f(x)=(x-\alpha)q(x)+R \quad (1)$
យើងជំនួស α ក្នុងសមីការ (1) គេបាន $f(\alpha)=(\alpha-\alpha)q(\alpha)+R$
សមមូល $f(\alpha)=R$

$$\begin{array}{r|l} f(x) & x-\alpha \\ \cline{2-2} \dots & q(x) \\ \cline{1-1} R & \end{array}$$

ដូចនេះ $f(\alpha)=R$ ។

■

ឧទាហរណ៍ ៤.១. ចូររកសំណល់នៃការចែក $f(x)=x^3+3x+4$ នឹង $x-2$ ។

ដំណោះស្រាយ.
យើងមាន $x-2=0$ នាំឱ្យ $x=2$
តាមទ្រឹស្តីបទសំណល់ $f(2)=2^3+3(2)+4=18$

ដូចនេះ សំណល់ $R=18$ ។

■

ឧទាហរណ៍ ៤.២. ចូររកសំណល់នៃការចែក $f(x)=x^3+3x+4$ នឹង $x+3$ ។

ដំណោះស្រាយ.
យើងមាន $x+3=0$ នាំឱ្យ $x=-3$
តាមទ្រឹស្តីបទសំណល់ $R=f(2)=(-3)^3+3(-3)+4=-27-9+4=-32$

ដូចនេះ សំណល់ $R=-32$ ។

■

ឧទាហរណ៍ ៤.៣. ចូររកសំណល់នៃវិធីចែក $f(x)=x^3+2x-12$ នឹង $x+1$ ។

ដំណោះស្រាយ.
យើងមាន $x+1=0$ នាំឱ្យ $x=-1$
តាមទ្រឹស្តីបទសំណល់ $R=f(-1)=(-1)^3+2(-1)-12=-1-2-12=-15$

ដូចនេះ សំណល់ $R=-15$ ។

■

៥. ទ្រឹស្តីបទផលគុណកត្តា

ទ្រឹស្តីបទ ៥.១. គេមានពហុធា $f(x)$ ។ បើ α ជាចម្លើយនៃសមីការ $f(x)=0$ នោះគេបាន $x-\alpha$ ជាកត្តា របស់ពហុធា $f(x)$ ។មានន័យថា $f(x)=(x-\alpha)q(x)$ ដែល $q(x)$ ជាផលចែកនៃ $f(x)$ និង $x-\alpha$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់.
យក $q(x)$ ជាផលចែកនៃ $f(x)$ នឹង $x-\alpha$ ដែលមានសំណល់ R
នាំឱ្យ $f(x)=(x-\alpha)q(x)+R$
គេបាន $f(\alpha)=(\alpha-\alpha)q(\alpha)+R$ សមមូល $f(\alpha)=R$
ដោយ α ជាចម្លើយនៃសមីការ $f(x)=0$ នោះ $f(\alpha)=0$
នាំឱ្យ $f(\alpha)=R=0$ ឬ $R=0$
ហេតុនេះ $f(x)=(x-\alpha)q(x)$ ។ ■

សម្គាល់ ៖

✍ ដោយ $f(x)=(x-\alpha)q(x)$ គេបាន $f(x)$ ចែកដាច់នឹង $x-\alpha$ ។

✍ បើ $f(\alpha)=0$ គេបាន $f(x)$ ចែកដាច់នឹង $x-\alpha$ ។

✍ ពហុធា $f(x)$ ចែកដាច់នឹងទ្វេធាដឺក្រេទី 1 $ax+b$ បើសិនជា $f\left(-\dfrac{b}{a}\right)=0$ ។

ឧទាហរណ៍ ៥.១. គេមានពហុធា $f(x)=x^3-2x^2-5x+6$ ។ តើ $f(x)$ ចែកដាច់នឹង $x-3$ ដែរឬទេ ? តើ $x+3$ ជាកត្តានៃ $f(x)$ ដែរឬទេ ?

ដំណោះស្រាយ.

- យើងមាន $x-3=0$ នាំឱ្យ $x=3$
  គេបាន $f(3)=3^3-2(3)^2-5(3)+6$
  $=27-18-15+6$
  $=0$
  ដោយ $f(3)=0$ នោះតាមទ្រឹស្តីបទកត្តាគេបាន $f(x)$ ចែកដាច់នឹង $x-3$

  ដូចនេះ $f(x)$ ចែកដាច់នឹង $x-3$ ។

- យើងមាន $x+3=0$ នាំឱ្យ $x=-3$
  គេបាន $f(-3)=(-3)^3-2(-3)^2-5(-3)+6$
  $=-27-18+15+6$
  $=-24$
  ដោយ $f(-3)=-24\neq 0$ នោះតាមទ្រឹស្តីបទកត្តាគេបាន $x+3$ មិនមែនជាកត្តានៃ $f(x)$ ទេ ។

  ដូចនេះ $x+3$ មិនមែនជាកត្តានៃ $f(x)$ ទេ ។

■