Tên : Vòng Vĩnh Phú
MSSV: 19110413

Với $A \in C_{mXm}$

Bài Tập 1 CMR: Nếu A là ma trận khả nghịch thì các vector cột của nó sẽ tạo 1 cơ sở cho không gian C^m

Proof:
Giả sử: A là ma trận khả nghịch, $A \in C_{mXm}$
Ta có: Nếu A là ma trận khả nghịch thì A là ma trận vuông có hạng đầy đủ
$\Rightarrow$ Các vector cột của nó độc lập tuyến tính

- Lại có: Nếu các vector cột của A độc lập tuyến tính, vậy nó là cơ sở cho không gian sinh bởi A(range(A)) hay toàn bộ C^m (ĐPCM)

Bài Tập 2 CMR: Nếu A là ma trận khả nghịch có cấp m thì tồn tại duy nhất ma trận Z sao cho $A.Z = Z.A = I$

Proof:
Giả sử: Z là ma trận cấp m, gọi A là ma trận khả nghịch của Z, ma trận đơn vị I có các vector đơn vị với 1 tại vị trí j và 0 tại các vị trí khác được viết dưới dạng e_j với

$$e_j = \sum_{i=1}^{m} a_{ij} z_i \tag{1}$$

Sao cho a_j biểu diễn bằng cột j của A khi đó (1) được viết lại $e_j = Za_j$ phương trình này có dạng của phương trình $b_j = Ac_j = \sum_{i=1}^{m} c_{kj} a_k$ vậy ta có thể viết lại dưới dạng $\left[e_1 \middle| \ldots \middle| e_m \right] = I = ZA$ với 1 ma trận Z cấp m bất kỳ có duy nhất 1 ma trận A khả nghịch

Mặt khác ta có $ZA = I$ với Z và A là 2 ma trận cấp vuông cấp m nên $AZA = IA \rightarrow AI = IA$ vậy ta có $A.Z = Z.A = I$ (ĐPCM)