Tên: Vòng Vĩnh Phú MSSV: 19110413

Cho A có phân rã QR

$A = \hat{Q}\hat{R}$

$\Rightarrow P = \hat{Q}\hat{Q}^*$

CM

ta có $A = \hat{Q}\hat{R} \Rightarrow A^* = \hat{R}^{-1}\hat{Q}^*$

$AA^* = \hat{Q}\hat{R}\hat{R}^{-1}\hat{Q}^*$ (~~$AA^* = I$~~)

$\Rightarrow I = \hat{Q}\hat{Q}^*$

$\Leftrightarrow x = \hat{Q}\hat{Q}^* x$

Khi đó $\hat{Q}\hat{Q}^* x$ là hình chiếu xuống kg rage (Q)

mặt khác ta có $Px = x$ với $x \in$ rage (Q)

Khi đó

$Px = \hat{Q}\hat{Q}^* x$

$\Leftrightarrow P = \hat{Q}\hat{Q}^*$

Tên : Vòng Vĩnh Phú   MSSV: 19110413

Cho A có phân rã SVD

$A = \hat{U}\hat{\Sigma}\hat{V}$

$\Rightarrow P = \hat{U}\hat{U}^*$

Ta có $A = \hat{U}\hat{\Sigma}\hat{V}$ ~~$\Rightarrow A^*$~~, $A^* = \hat{U}\hat{\Sigma}\hat{V}^*$

$P = A(A^*A)^{-1}A^*$

$= \hat{U}\hat{\Sigma}\hat{V}^*(\hat{V}\hat{\Sigma}\hat{U}^*\hat{U}\hat{\Sigma}\hat{V}^*)^{-1}\hat{V}\hat{\Sigma}\hat{U}^*$

$= \hat{U}\hat{\Sigma}\hat{V}^*(\hat{V}\hat{\Sigma}^2\hat{V}^*)^{-1}\hat{V}\hat{\Sigma}\hat{U}^*$

$= \hat{U}\hat{\Sigma}\hat{V}^*\hat{V}\hat{\Sigma}^{-2}\hat{V}^*\hat{V}\hat{\Sigma}\hat{U}^*$

$= \hat{U}\hat{\Sigma}\hat{\Sigma}^{-2}\hat{\Sigma}\hat{U}^* = \hat{U}\hat{U}^*$

Chứng minh $P = A(A^*A)^{-1}A^*$

Với v tuỳ ý tới phép chiếu trực giao $y \in range(A)$ của nó, $y - v$ trực giao với range(A) ~~nên ta có thể~~

điều này cho thấy y thoả mãn $a_j^*(y - v) = 0 \ \forall j$

vì $y \in range(A) \Rightarrow y = Ax \Rightarrow a_j^*(Ax - v) = 0 \ \forall$

$\Leftrightarrow A^*(Ax - v) = 0$

$\Leftrightarrow A^*Ax = A^*v$

$\Rightarrow x = (A^*A)^{-1}A^*v$

- phép chiếu của v, $y = Ax \Rightarrow y = A(A^*A)^{-1}A^*v$

Do đó $P = A(A^*A)^{-1}A^*$