

Chương 6: Chứng minh trong logic mệnh đề

Biểu diễn tri thức nhờ logic vị từ

- Tri thức được thể hiện dưới dạng lớp của các biểu thức logic và cơ sở tri thức giải bài toán được thiết lập trên cơ sở lớp của các biểu thức logic này
- Luật suy diễn và thủ tục chứng minh tri thức được lập luận trên cơ sở toán học logic với các yêu cầu đặt ra của bài toán
- Với phương pháp biểu diễn này cung cấp ý tưởng để tiếp cận với ngôn ngữ lập trình Prolog trong lĩnh vực trí tuệ nhân tạo
- Biểu diễn tri thức nhờ logic vị từ còn được gọi là một ngôn ngữ biểu diễn dùng để mã hóa tri thức dưới dạng sao cho dễ lập trình với ngôn ngữ lập trình Prolog

Nội dung

- Phép toán mệnh đề
- Biểu diễn sự kiện đơn giản
- Dạng hội chuẩn CNF
- Thuật toán hợp giải
- Suy diễn tiến
- Suy diễn lùi

Logic

- Cần công cụ để biểu diễn và sử dụng tri thức của con người
- Logic: “Khoa học về lập luận, chứng minh và suy nghĩ hay suy diễn”
- Logic là một công cụ để biểu diễn và xử lý tri thức

Logic là gì?

- Một ngôn ngữ hình thức

- Cú pháp: biểu thức nào là hợp lệ
- Ngữ nghĩa: biểu thức hợp lệ có nghĩa gì?
- Hệ chứng minh: một cách xử lý các biểu thức có cú pháp để có được một biểu thức có cú pháp khác

- Chứng minh để làm gì?

- Từ các quan sát → kết luận về thế giới
- Trạng thái & hành động → TT của trạng thái tiếp theo

- Hai loại logic: Logic mệnh đề và logic vị từ

Phép toán mệnh đề

- **Mệnh đề:** là các câu khẳng định về thế giới
- Mệnh đề có thể đúng (true) hoặc sai (false)
- Mệnh đề đơn giản:

Đồng là một kim loại \Rightarrow Đúng

Gỗ là một kim loại \Rightarrow Sai

Hôm nay là thứ Hai \Rightarrow Sai

- Ký hiệu trong phép tính mệnh đề:

- Ký hiệu mệnh đề: P, Q, R, S,...

- Ký hiệu chân lý: true, false

- Các phép toán logic: \wedge (hội), \vee (tuyển), \neg (phủ định),

\Rightarrow (kéo theo), \Leftrightarrow (tương đương)

Phép toán mệnh đề ...

- Định nghĩa *câu* trong phép tính mệnh đề:
 - Mỗi ký hiệu mệnh đề, ký hiệu chân lý là một câu
 - Phủ định của một câu là một câu
 - Hội, tuyển, kéo theo, tương đương của hai câu là một câu.
- Ký hiệu (), [] được dùng để nhóm các ký hiệu vào các biểu thức con.
- Một *biểu thức mệnh đề* được gọi là một *câu* (hay *công thức dạng chuẩn*- WFF: Well-Formed Formula) \Leftrightarrow nó có thể được tạo thành từ những ký hiệu hợp lệ thông qua một dãy các luật trên.

Ví dụ: $((P \wedge Q) \Rightarrow R) = \neg P \vee (\neg Q \vee R)$

Tác giả: Nguyễn Văn Hòa

Phép toán mệnh đề ...

■ Mệnh đề tương đương

□ **Dạng hấp thu**

$$A \wedge (A \vee B) = A$$

$$A \vee (A \wedge B) = A$$

$$A \wedge (\neg A \vee B) = A \wedge B$$

$$A \vee (\neg A \wedge B) = A \vee B$$

□ **Dạng De Morgan**

$$\neg (A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$$

$$\neg (A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$$

■ **Dạng khác**

$$A \Rightarrow B = \neg A \vee B$$

$$\neg (A \Rightarrow B) = A \wedge \neg B$$

$$A \Rightarrow B = A \wedge \neg B \Rightarrow \text{FALSE}$$

Phép toán mệnh đề ...

■ Các luật suy diễn

■ Luật Modus Ponens (MP)

$$A, A \Rightarrow B \quad \therefore \quad B$$

■ Luật Modus Tollens (MT)

$$A \Rightarrow B, \neg B \quad \therefore \quad \neg A$$

■ Luật Hội

$$A, B \quad \therefore \quad A \wedge B$$

■ Luật đơn giản

$$A \wedge B \quad \therefore \quad A \quad \text{Tác giả: Nguyễn Văn Hòa}$$

■ Luật Cộng

$$A \quad \therefore \quad A \vee B$$

■ Luật tam đoạn luận tuyền

$$A \vee B, \neg A \quad \therefore \quad B$$

■ Luật tam đoạn luận giả thiết

$$A \Rightarrow B, B \Rightarrow C \quad \therefore \quad A \Rightarrow C$$

Biểu diễn sự kiện đơn giản: VD1

Câu	Biểu diễn
It is raining	RAINING
It is sunny	SUNNY
It is Windy	WINDY
If it is raining, then it is not sunny	RAINING \rightarrow \neg SUNNY

Một cách biểu diễn facts trong logic mệnh đề

Biểu diễn sự kiện đơn giản: VD2

Câu	Biểu diễn
Socrates is a man	SOCRATESMAN
Plato is a man	PLATOMAN
All men are mortal	MORTALMAN

Một cách biểu diễn facts trong logic mệnh đề

Nhược điểm:

1. Không có sự tương tự giữa Socrates và Plato
2. Không nói lên được từng phần tử của man là mortal.
→ Không suy diễn được gì.

Biểu diễn sự kiện đơn giản...

- Sử dụng logic vị từ cấp 1 (PC)

- Ví dụ

Câu	Biểu diễn
Socrates is a man	$\text{man}(\text{socrates})$
Plato is a man	$\text{man}(\text{plato})$
All men are mortal	$\forall X (\text{man}(X) \rightarrow \text{mortal}(X))$

Một cách biểu diễn facts trong logic vị từ

Biểu diễn sự kiện đơn giản...

■ Suy diễn

Câu	Suy ra được
Socrates is a man	Socrates is mortal
All men are mortal	

Biểu diễn	Suy ra được
man(socrates)	mortal(socrates)
$\forall X (\text{man}(X) \rightarrow \text{mortal}(X))$	

Dạng hội chuẩn CNF (Conjunctive normal form)

- Công thức dạng hội chuẩn có dạng

$$(A \vee B \vee \neg C) \wedge (B \vee D) \wedge (\neg A) \wedge (B \vee C)$$

- $(A \vee B \vee \neg C)$ là một clause
- $A, B, \neg C$ là các literal mà mỗi cái là biến hay phủ định của biến
- Mỗi clause phải được thỏa và được thỏa theo nhiều cách
- Mỗi câu trong logic mệnh đề đều có thể viết dưới dạng CNF

Chuyển đổi thành CNF

- Loại bỏ dấu mũi tên ($\Leftrightarrow \Rightarrow \Leftarrow$) bằng định nghĩa tương đương
- Đưa phủ định vào bằng luật De Morgan
 - $\neg(A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B$
 - $\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$
- Phân phối **or** (\vee) vào **and** (\wedge)
 - $A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$
- Mọi câu đều có thể chuyển đổi về dạng CNF

Ví dụ chuyển đổi CNF

$$(A \vee B) \Rightarrow (C \Rightarrow D)$$

- 1. Loại bỏ mũi tên

$$\neg(A \vee B) \vee (\neg C \vee D)$$

- 2. Đưa phủ định vào

$$(\neg A \wedge \neg B) \vee (\neg C \vee D)$$

- 3. Phân phối

$$(\neg A \vee \neg C \vee D) \wedge (\neg B \vee \neg C \vee D)$$

Hợp giải mệnh đề

- Luật hợp giải

$$\alpha \vee \neg\beta$$

$$\gamma \vee \beta$$

$$\alpha \vee \gamma$$

- Hợp giải Robison – chứng minh phản chứng

- Muốn chứng minh cơ sở tri thức $(KB) \Rightarrow \alpha$, chúng ta chứng minh điều ngược lại $KB \Rightarrow \neg\alpha$ là sai.

Thuật toán hợp giải (Robinson)

- Biến đổi tất cả các mệnh đề về dạng chuẩn CNF
- Lắp phủ định kết luận đưa vào KB
- Lặp
 - Nếu trong BK có 2 mệnh đề phủ định nhau ($\neg p$ và p) thì trả về **true**
 - Nếu có 2 mệnh đề chứa các literal (ký hiệu) phủ định nhau thì áp dụng hợp giải
 - Lặp cho đến khi không thể áp dụng tiếp hợp giải
- Trả về **false**

Thuật toán hợp giải: ví dụ

Cho tập:

1. P
2. $(P \wedge Q) \rightarrow R$
3. $(S \vee T) \rightarrow Q$
4. T

Chứng minh: R

Phủ định biểu
thức cần chứng
minh

Biểu thức	Chuẩn hoá
P	P
$(P \wedge Q) \rightarrow R$	$\neg P \vee \neg Q \vee R$
$(S \vee T) \rightarrow Q$	$\neg S \vee Q$
	$\neg T \vee Q$
T	T
$\neg R$	$\neg R$

Thuật toán hợp giải: ví dụ

■ Chứng minh

STT	Clauses	Ghi chú
1	P	Tiền đề (p)
2	$\neg P \vee \neg Q \vee R$	p
3	$\neg S \vee Q$	p
4	$\neg T \vee Q$	p
5	T	p
6	$\neg R$	P
7	$\neg P \vee \neg Q$	2,6
8	$\neg Q$	1,7
9	$\neg T$	4,8
10	\square	5,9

Thuật toán hợp giải: ví dụ

- Ví dụ: Chứng minh hình thức bằng luật phân giải cho đoạn văn sau đây:

“ Nam hoặc là chuyên gia hoặc là người cá biệt. Nếu Nam là chuyên gia thì Nam có nhiều báo cáo có tiếng và được đồng nghiệp tin cậy. Nếu Nam có nhiều báo cáo có tiếng thì hộp thư của Nam có nhiều thư. Nếu Nam là người cá biệt thì Nam không được bạn bè tôn trọng. Quan sát thấy rằng, hộp thư của Nam không có nhiều thư “.

chứng minh: “Nam không được bạn bè tôn trọng.”

Luật phân giải: ví dụ ...

■ Các mệnh đề:

- $P1 = \text{“Nam là chuyên gia”}$
- $P2 = \text{“Nam là người cá biệt”}$
- $P3 = \text{“Nam có nhiều báo cáo có tiếng”}$
- $P4 = \text{“Nam được đồng nghiệp tin cậy”}$
- $P5 = \text{“Hộp thư của Nam có nhiều thư”}$
- $P6 = \text{“Nam được bạn bè tôn trọng”}$

■ Các câu:

1. $(P1 \wedge \neg P2) \vee (\neg P1 \wedge P2)$
2. $P1 \rightarrow (P3 \wedge P4)$
3. $P3 \rightarrow P5$
4. $P2 \rightarrow \neg P6$
5. $\neg P5$

Luật phân giải: ví dụ ...

Biểu thức	STT	Clauses	Ghi chú
$(P1 \wedge \neg P2) \vee (\neg P1 \wedge P2)$	1	$P1 \vee P2$	P
	2	$\neg P1 \vee \neg P2$	P
$P1 \rightarrow (P3 \wedge P4)$	3	$\neg P1 \vee P3$	P
	4	$\neg P1 \vee P4$	P
$P3 \rightarrow P5$	5	$\neg P3 \vee P5$	P
$P2 \rightarrow \neg P6$	6	$\neg P2 \vee \neg P6$	P
$\neg P5$	7	$\neg P5$	P
$\neg(\neg P6)$	8	$P6$	P

Phủ định của kết luận

Luật phân giải: ví dụ ...

■ Chứng minh

Biểu thức	STT	Clauses	Ghi chú
	9	$\neg P2$	6,8
	10	P1	1,9
	11	P3	10,3
	12	P5	11,5
	13	\square	12,7

Suy diễn tiến & suy diễn lùi

- Logic dạng Horn

- KB = nối liền của các mệnh Horn

- Mệnh đề Horn =

- Biến mệnh đề, hay

- (nối rời các biến) \Rightarrow biến

- Tam đoạn luận

- $\alpha \Rightarrow \beta, \alpha$

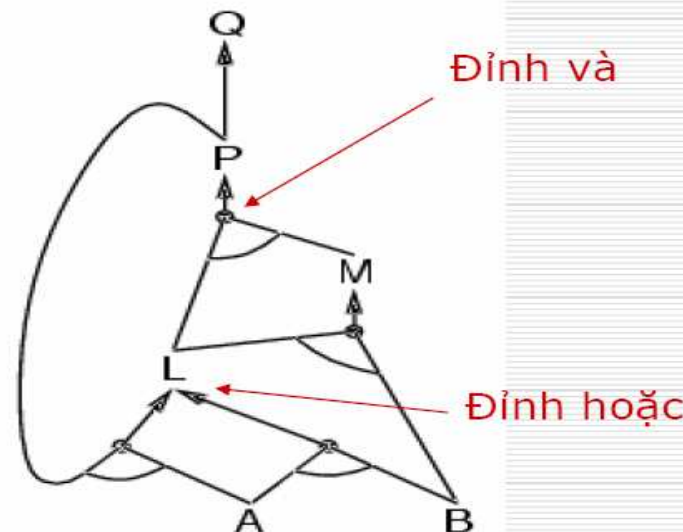
- β

- Có thể sử dụng với suy diễn tiến và suy diễn lùi

Suy diễn tiến

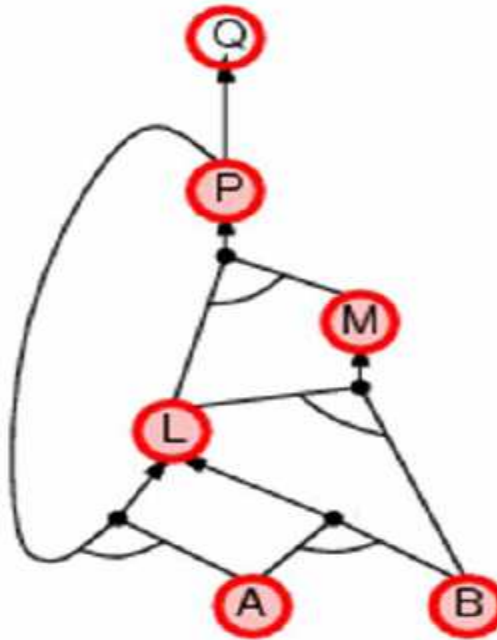
- Ý tưởng: kích hoạt tất cả các luật mà tiền đề của nó thỏa trong KB
 - Bổ sung kết luận vào KB lần cho đến khi được kết luận

$P \Rightarrow Q$
 $L \wedge M \Rightarrow P$
 $B \wedge L \Rightarrow M$
 $A \wedge P \Rightarrow L$
 $A \wedge B \Rightarrow L$
 A
 B



Suy diễn tiến & suy diễn lùi (tt)

■ Suy diễn tiến: ví dụ



Suy diễn lùi

- Ý tưởng: quay lùi từ câu hỏi q
 - Chứng minh q bằng
 - Kiểm tra q đã biết chưa, hay
 - Chứng minh q bằng cách suy diễn lùi tất cả tiền đề của một luật rút ra từ q

Suy diễn tiến & suy diễn lùi (tt)

■ Suy diễn lùi : ví dụ

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

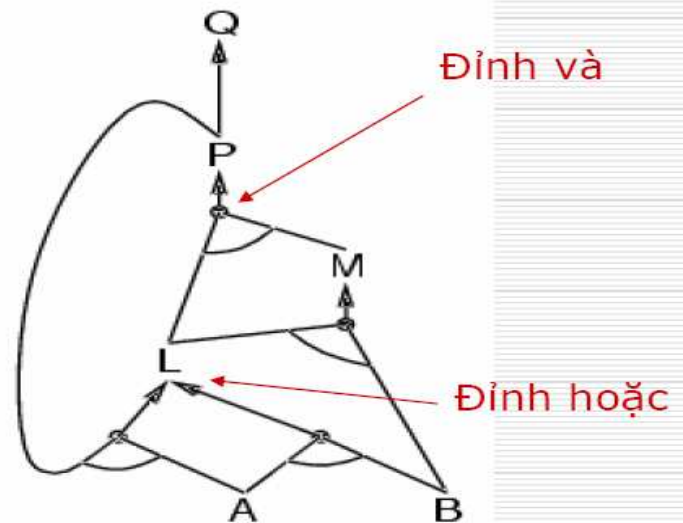
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

A

B



Suy diễn tiến & suy diễn lùi (tt)

- Suy diễn lùi : ví dụ

