

Bài 3: BẢNG BĂM (HASH TABLE)

Phép băm được đề xuất và hiện thực trên máy tính từ những năm 50 của thế kỷ 20. Nó dựa trên ý tưởng: biến đổi giá trị khóa thành một số (xử lý băm) và sử dụng số này để đánh chỉ cho bảng dữ liệu.

Các phép toán trên các cấu trúc dữ liệu như danh sách, cây nhị phân,... phần lớn được thực hiện bằng cách so sánh các phần tử của cấu trúc, do vậy thời gian truy xuất không nhanh và phụ thuộc vào kích thước của cấu trúc.

Trong bài này chúng ta sẽ khảo sát một cấu trúc dữ liệu mới được gọi là bảng băm (hash table). Các phép toán trên bảng băm sẽ giúp hạn chế số lần so sánh, và vì vậy sẽ cố gắng giảm thiểu được thời gian truy xuất. Độ phức tạp của các phép toán trên bảng băm thường có bậc là $O(1)$ và không phụ thuộc vào kích thước của bảng băm.

Các khái niệm chính trên cấu trúc bảng băm:

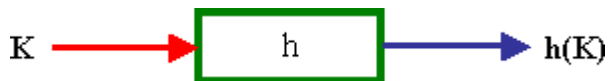
- Phép băm hay hàm băm (hash function)
- Tập khóa của các phần tử trên bảng băm
- Tập địa chỉ trên bảng băm
- Phép toán thêm phần tử vào bảng băm
- Phép toán xóa một phần tử trên bảng băm
- Phép toán tìm kiếm trên bảng băm

Thông thường bảng băm được sử dụng khi cần xử lý các bài toán có dữ liệu lớn và được lưu trữ ở bộ nhớ ngoài.

1. PHÉP BẮM (Hash Function)

Định nghĩa:

Trong hầu hết các ứng dụng, khoá được dùng như một phương thức để truy xuất dữ liệu. Hàm băm được dùng để ánh xạ giá trị khóa vào một dãy các địa chỉ của bảng băm (hình 1).



Hình 1

Khóa có thể là dạng số hay số dạng chuỗi. Giả sử có 2 khóa phân biệt k_i và k_j nếu $h(k_i)=h(k_j)$ thì hàm băm bị đụng độ.

Một hàm băm tốt phải thỏa mãn các điều kiện sau:

Tính toán nhanh.

Các khóa được phân bố đều trong bảng.

Ít xảy ra đụng độ.

Xử lý được các loại khóa có kiểu dữ liệu khác nhau

Hàm Băm sử dụng Phương pháp chia

Dùng số dư: $h(k) = k \bmod m$

k là khóa, m là kích thước của bảng.

Như vậy $h(k)$ sẽ nhận: $0, 1, 2, \dots, m-1$.

Việc chọn m sẽ ảnh hưởng đến $h(k)$.

Nếu chọn $m=2^p$ thì giá trị của $h(k)$ sẽ là p bit cuối cùng của k trong biểu diễn nhị phân.

Nếu chọn $m=10^p$ thì giá trị của $h(k)$ sẽ là p chữ số cuối cùng trong biểu diễn thập phân của k .

Trong 2 ví dụ trên giá trị $h(k)$ không phụ thuộc đầy đủ vào khóa k mà chỉ phụ thuộc vào p bit (p chữ số) cuối cùng trong khóa k . Tốt nhất ta nên chọn m sao cho $h(k)$ phụ thuộc đầy đủ vào khóa k . Thông thường chọn m là số nguyên tố.

VD: Bảng băm có 4000 mục, chọn $m = 4093$

Hàm Băm sử dụng Phương pháp nhân

$$h(k) = \lfloor m * (k * A \bmod 1) \rfloor$$

k là khóa, m là kích thước bảng, A là hằng số: $0 < A < 1$

Chọn m và A

Theo Knuth thì chọn A bằng giá trị sau:

$$A = (\sqrt{5} - 1)/2 = 0.6180339887\dots$$

m thường chọn $m = 2^p$

VD: $k=123456$; $m=10000$

$$H(k) = \lfloor 10000 (123456 * 0.6180339887 \bmod 1) \rfloor$$

$$H(k) = \lfloor 10000 (76300.0041089472 \bmod 1) \rfloor$$

$$H(k) = \lfloor 10000 (0.0041089472) \rfloor$$

$$H(k) = 41$$

Phép băm phổ quát (universal hashing)

Việc chọn hàm băm không tốt có thể dẫn đến xác suất đụng độ cao.

Giải pháp:

- Lựa chọn hàm băm h ngẫu nhiên.
- Khởi tạo một tập các hàm băm H phổ quát và từ đó h được chọn ngẫu nhiên.

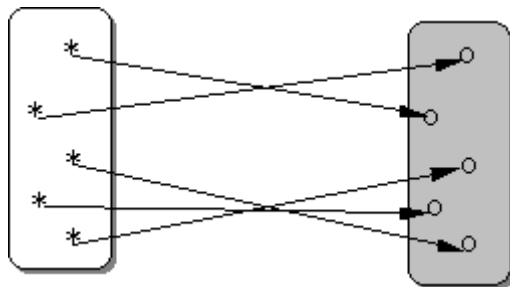
Cho H là một tập hợp hữu hạn các hàm băm: ánh xạ các khóa k từ tập khóa U vào miền giá trị $\{0, 1, 2, \dots, m-1\}$. Tập H là phổ quát nếu với mọi $\forall f \in H$ và 2 khoá phân biệt k_1, k_2 ta có xác suất: $\Pr\{f(k_1) = f(k_2)\} \leq 1/m$

2. BẢNG BĂM (Hash Table - Direct-address table)

Phần này sẽ trình bày các vấn đề chính:

- Mô tả cấu trúc bảng băm tổng quát (thông qua hàm băm, tập khóa, tập địa chỉ)
- Các phép toán trên bảng băm như thêm phần tử (insert), loại bỏ (remove), tìm kiếm (search), ...

a. Mô tả dữ liệu



Tập khóa K

Hàm băm

Tập địa chỉ M

Giả sử

- K: tập các khoá (set of keys)
- M: tập các địa chỉ (set of addresses).
- $h(k)$: hàm băm dùng để ánh xạ một khoá k từ tập các khoá K thành một địa chỉ tương ứng trong tập M.

b. Các phép toán trên bảng băm

- Khởi tạo (Initialize): Khởi tạo bảng băm, cấp phát vùng nhớ hay qui định số phần tử (kích thước) của bảng băm
- Kiểm tra rỗng (Empty): kiểm tra bảng băm có rỗng hay không?
- Lấy kích thước của bảng băm (Size): Cho biết số phần tử hiện có trong bảng băm
- Tìm kiếm (Search): Tìm kiếm một phần tử trong bảng băm theo khoá k chỉ định trước.
- Thêm mới phần tử (Insert): Thêm một phần tử vào bảng băm. Sau khi thêm số phần tử hiện có của bảng băm tăng thêm một đơn vị.
- Loại bỏ (Remove): Loại bỏ một phần tử ra khỏi bảng băm, và số phần tử sẽ giảm đi một.
- Sao chép (Copy): Tạo một bảng băm mới từ một bảng băm cũ đã có.
- Xử lý các khóa trong bảng băm (Traverse): xử lý toàn bộ khóa trong bảng băm theo thứ tự địa chỉ từ nhỏ đến lớn.

Các Bảng băm thông dụng:

Với mỗi loại bảng băm cần thiết phải xác định tập **khóa K**, xác định tập **địa chỉ M** và xây dựng hàm **băm h** cho phù hợp.

*) Bảng băm với phương pháp kết nối trực tiếp: mỗi địa chỉ của bảng băm tương ứng một danh sách liên kết. Các phần tử bị xung đột được kết nối với nhau trên một danh sách liên kết.

*) Bảng băm với phương pháp kết nối hợp nhất: bảng băm này được cài đặt bằng danh sách kê, mỗi phần tử có hai trường: trường key chứa khóa của phần tử và trường next chỉ phần tử kế bị xung đột. Các phần tử bị xung đột được kết nối nhau qua trường kết nối next.

*) Bảng băm với phương pháp dò tuần tự: Khi thêm phần tử vào bảng băm nếu bị đụng độ thì sẽ dò địa chỉ kế tiếp... cho đến khi gặp địa chỉ trống đầu tiên thì thêm phần tử vào địa chỉ này.

*) Bảng băm với phương pháp dò bậc hai: ví dụ khi thêm phần tử vào bảng băm này, nếu băm lần đầu bị xung đột thì sẽ dò đến địa chỉ mới, ở lần dò thứ i sẽ xét phần tử cách i^2 cho đến khi gặp địa chỉ trống đầu tiên thì thêm phần tử vào địa chỉ này.

*) Bảng băm với phương pháp băm kép: bảng băm này dùng hai hàm băm khác nhau, băm lần đầu với hàm băm thứ nhất nếu bị xung đột thì xét địa chỉ khác bằng hàm băm thứ hai.

Ưu điểm của các Bảng băm:

Bảng băm là một cấu trúc dung hòa giữa thời gian truy xuất và dung lượng bộ nhớ:

- Nếu không có sự giới hạn về bộ nhớ thì chúng ta có thể xây dựng bảng băm với mỗi khóa ứng với một địa chỉ với mong muốn thời gian truy xuất tức thời.

- Nếu dung lượng bộ nhớ có giới hạn thì tổ chức một số khóa có cùng địa chỉ, khi đó tốc độ truy xuất sẽ giảm.

Bảng băm được ứng dụng nhiều trong thực tế, rất thích hợp khi tổ chức dữ liệu có kích thước lớn và được lưu trữ ở bộ nhớ ngoài.

3. Các phương pháp tránh xảy ra đụng độ

2.4.1. Bảng băm với phương pháp kết nối trực tiếp (Direct chaining Method)

Bảng băm được cài đặt bằng các danh sách liên kết, các phần tử trên bảng băm được “băm” thành M danh sách liên kết (từ danh sách 0 đến danh sách M-1). Các phần tử bị xung đột tại địa chỉ i được kết nối trực tiếp với nhau qua danh sách liên kết i. Chẳng hạn, với M=10, các phần tử có hàng đơn vị là 9 sẽ được băm vào danh sách liên kết i = 9.

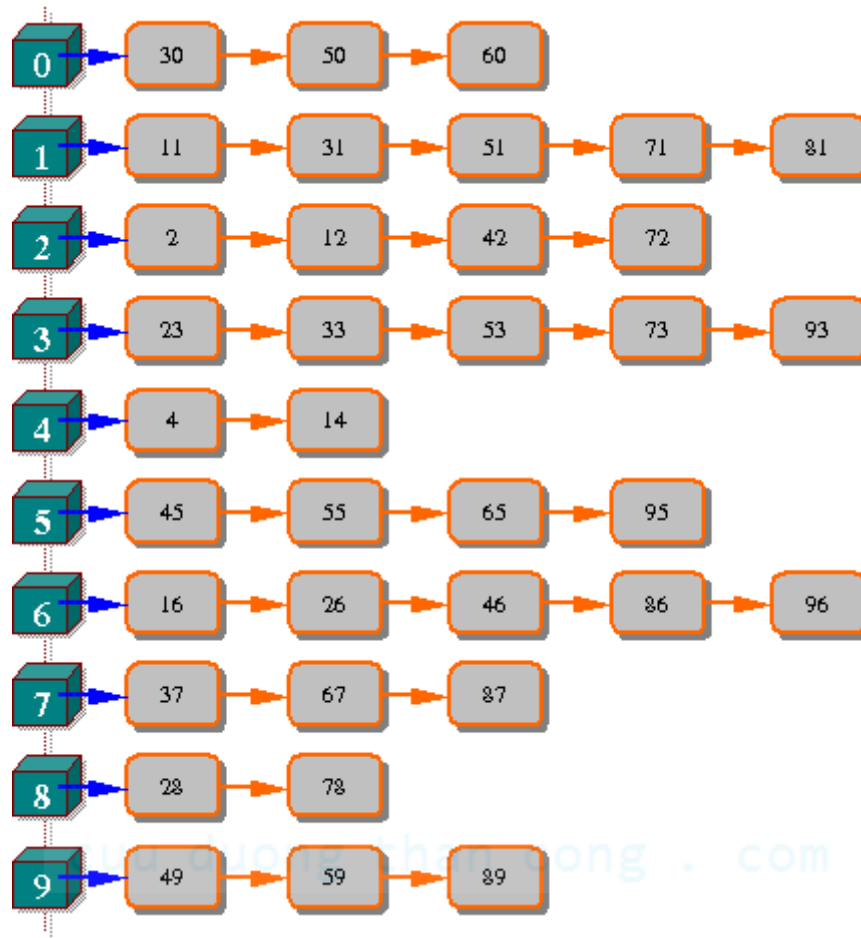
Khi thêm một phần tử có khóa k vào bảng băm, hàm băm f(k) sẽ xác định địa chỉ i trong khoảng từ 0 đến M-1 ứng với danh sách liên kết i mà phần tử này sẽ được thêm vào.

Khi tìm một phần tử có khóa k vào bảng băm, hàm băm f(k) cũng sẽ xác định địa chỉ i trong khoảng từ 0 đến M-1 ứng với danh sách liên kết i có thể chứa phần tử này. Như vậy, việc tìm kiếm phần tử trên bảng băm sẽ được quy về bài toán tìm kiếm một phần tử trên danh sách liên kết.

Để minh họa ta xét bảng băm có cấu trúc như sau:

- Tập khóa K: tập số tự nhiên
- Tập địa chỉ M: gồm 10 địa chỉ ($M = \{0, 1, \dots, 9\}$)
- Hàm băm $h(\text{key}) = \text{key} \% 10$.

30, 50, 60, 11, 21, 31, ...



Hình 1.6. bảng băm với phương pháp kết nối trực tiếp

Hình trên minh họa bảng băm vừa mô tả. Theo hình vẽ, bảng băm đã "băm" phần tử trong tập khoá K theo 10 danh sách liên kết khác nhau, mỗi danh sách liên kết gọi là một bucket:

- Bucket 0 gồm những phần tử có khóa tận cùng bằng 0.
- Bucket $i(i=0 \mid \dots \mid 9)$ gồm những phần tử có khóa tận cùng bằng i .
- Khi khởi động bảng băm, con trỏ đầu của các bucket là NULL.

Theo cấu trúc này, với tác vụ insert, hàm băm $h(k)$ sẽ được dùng để tính địa chỉ của khoá k , tức là xác định bucket chứa phần tử và đặt phần tử cần chèn vào bucket này.

Với tác vụ search, hàm băm sẽ được dùng để tính địa chỉ và tìm phần tử trên bucket tương ứng

- + $i=h(k) \Rightarrow$ thuộc danh sách thu I (bucket[i])
- + tìm kiếm khoá K trên danh sách bucket[i]

Cài đặt bảng băm dùng phương pháp kết nối trực tiếp :

a. Khai báo cấu trúc bảng băm:

```
#define M 100
struct nodes
{ int key;
  struct nodes *next };
typedef struct nodes *NODEPTR; //khai bao kieu con tro chi nut
/*khai bao mang bucket chua M con tro dau cua Mbucket */
NODEPTR bucket[M];
BT: xay dung bang bam theo PP ket noi truc tiep
```

b. Các phép toán:

- Tính giá trị hàm băm: Giả sử chúng ta chọn hàm băm dạng %: $h(key) = key \% M$.

- Phép toán initbuckets: khởi tạo các bucket bằng Null.

- Phép toán emmptybucket(b): kiểm tra bucket b có bị rỗng không?

- Phép toán emmpty: Kiểm tra bảng băm có rỗng không?

- Phép toán insert: Thêm phần tử có khóa k vào bảng băm.

+ $i = h(k)$

+ ktra bucket [i]: neu rong =>cc o nho cho bucket, gan khoa k

them phan tu co khoa k vao ds theo thu tu tang dan.

- Phép toán remove: Xóa phần tử có khóa k trong bảng băm.

- Phép toán clear: Xóa tất cả các phần tử trong bảng băm.

- Phép toán traversebucket: Xử lý tất cả các phần tử trong bucket b.

- Phép toán traverse: Xử lý tất cả các phần tử trong bảng băm.

- Phép toán search: Tìm kiếm một phần tử trong bảng băm, nếu không tìm thấy hàm này trả về hàm NULL, nếu tìm thấy hàm này trả về địa chỉ của phần tử có khóa k.

B1: Tìm danh sách liên kết có thể chứa khóa k

$b = h(k); \quad p = \text{bucket}[b];$

B2: Tìm khóa k trong danh sách liên kết p.

Nhận xét bảng băm dùng phương pháp kết nối trực tiếp:

Bảng băm dùng phương pháp kết nối trực tiếp sẽ "băm" n phần tử vào danh sách liên kết (M bucket).

Để tốc độ thực hiện các phép toán trên bảng hiệu quả thì cần chọn hàm băm sao cho băm đều n phần tử của bảng băm cho M bucket, lúc này trung bình mỗi bucket sẽ có n/M phần tử. Chẳng hạn, phép toán search sẽ thực hiện việc tìm kiếm tuần tự trên bucket nên thời gian tìm kiếm lúc này có bậc $O(n/M)$ – nghĩa là, nhanh gấp M lần so với việc tìm kiếm trên một danh sách liên kết có n phần tử.

Nếu chọn M càng lớn thì tốc độ thực hiện các phép toán trên bảng băm càng nhanh, tuy nhiên lại càng dùng nhiều bộ nhớ. Do vậy, cần điều chỉnh M để dung hòa giữa tốc độ truy xuất và dung lượng bộ nhớ.

- Nếu chọn $M=n$ thì năng suất tương đương với truy xuất trên mảng (có bậc $O(1)$), tuy nhiên tốn nhiều bộ nhớ.

2.4.2. Bảng băm với phương pháp kết nối hợp nhất

Mô tả:

- Cấu trúc dữ liệu: Tương tự như trong trường hợp cài đặt bằng phương pháp kết nối trực tiếp, bảng băm trong trường hợp này được cài đặt bằng danh sách liên kết dùng mảng, có M phần tử. Các phần tử bị xung đột tại một địa chỉ được kết nối nhau qua một danh sách liên kết. Mỗi phần tử của bảng băm gồm hai trường:

- Trường key: chứa khóa của mỗi phần tử
- Trường next: con trỏ chỉ đến phần tử kế tiếp nếu có xung đột.

- Khởi động: Khi khởi động, tất cả trường key của các phần tử trong bảng băm được gán bởi giá trị NullKey, còn tất cả các trường next được gán -1.

- Thêm mới một phần tử: Khi thêm mới một phần tử có khóa key vào bảng băm, hàm băm $h(key)$ sẽ xác định địa chỉ i trong khoảng từ 0 đến $M-1$.

- Nếu chưa bị xung đột thì thêm phần tử mới vào địa chỉ này.

- Nếu bị xung đột thì phần tử mới được cấp phát là phần tử trống phía cuối mảng. Cập nhật liên kết next sao cho các phần tử bị xung đột hình thành một danh sách liên kết.

- Tìm kiếm: Khi tìm kiếm một phần tử có khóa key trong bảng băm, hàm băm $h(key)$ sẽ giúp giới hạn phạm vi tìm kiếm bằng cách xác định địa chỉ i trong

khoảng từ 0 đến M-1, và việc tìm kiếm phần tử khóa có khoá key trong danh sách liên kết sẽ xuất phát từ địa chỉ i.

Để minh họa cho bảng băm với phương pháp kết nối hợp nhất, xét ví dụ sau:

Giả sử, khảo sát bảng băm có cấu trúc như sau:

- Tập khóa K: tập số tự nhiên
- Tập địa chỉ M: gồm 10 địa chỉ ($M=\{0, 1, \dots, 9\}$)
- Hàm băm $f(\text{key}) = \text{key} \% 10$.

VD:

Key : 11 12 21 1 13

Hash: 1 2 1 1 3

Add	Key	Next
0	NullKey	-1
1	NullKey	-1
...	NullKey	-1
M-1	NullKey	-1

Add	Key	Next
0	NullKey	-1
1	11	9
2	12	-1
3	13	-1
...	NullKey	-1
8	1	-1
9	21	8

Khai báo cấu trúc bảng băm:

```
#define NULLKEY -1
#define M 100
typedef struct node
{
    int key; //khoa của nút trên bảng băm
    int next; //con trỏ chỉ nút kế tiếp khi có xung đột
} NODE;
```

NODE hashtable[M]; //Khai bao bang bam

Cài đặt bảng băm dùng phương pháp kết nối hợp nhất:

2.4.3. Bảng băm với phương pháp dò tuần tự

Mô tả:

- Cấu trúc dữ liệu: Bảng băm trong trường hợp này được cài đặt bằng danh sách kè có M phần tử, mỗi phần tử của bảng băm là một mẫu tin có một trường key để chứa khoá của phần tử. Khi khởi động bảng băm thì tất cả trường key được gán NullKey;

- Khi thêm phần tử có khoá key vào bảng băm, hàm băm $h(key)$ sẽ xác định địa chỉ i trong khoảng từ 0 đến $M-1$:

· Nếu chưa bị xung đột thì thêm phần tử mới vào địa chỉ này.

· Nếu bị xung đột thì hàm băm lại lần 1, hàm h_1 sẽ xét địa chỉ kế tiếp, nếu lại bị xung đột thì hàm băm thì hàm băm lại lần 2, hàm h_2 sẽ xét địa chỉ kế tiếp nữa, ..., và quá trình cứ thế cho đến khi nào tìm được địa chỉ trống và thêm phần tử mới vào địa chỉ này.

- Khi tìm một phần tử có khoá key trong bảng băm, hàm băm $h(key)$ sẽ xác định địa chỉ i trong khoảng từ 0 đến $M-1$, tìm phần tử khoá key trong bảng băm xuất phát từ địa chỉ i .

Hàm băm lại lần i được biểu diễn bằng công thức sau:

$f(key) = (f(key) + i) \% M$ với $f(key)$ là hàm băm chính của bảng băm.

Lưu ý địa chỉ dò tìm kế tiếp là địa chỉ 0 nếu đã dò đến cuối bảng.

Giả sử, khảo sát bảng băm có cấu trúc như sau:

- Tập khóa K: tập số tự nhiên
- Tập địa chỉ M: gồm 10 địa chỉ ($M = \{0, 1, \dots, 9\}$)
- Hàm băm $h(key) = key \% 10$.

Hình thể hiện thêm các nút 32, 53, 22, 92, 17, 34, 24, 37, 56 vào bảng băm.

0	NULL	0	NULL	0	NULL	0	NULL	0	56
1	NULL	1	NULL	1	NULL	1	NULL	1	NULL
2	32	2	32	2	32	2	32	2	32
3	53	3	53	3	53	3	53	3	53
4	NULL	4	22	4	22	4	22	4	22
5	NULL	5	92	5	92	5	92	5	92
6	NULL	6	NULL	6	34	6	34	6	34
7	NULL	7	NULL	7	17	7	17	7	17
8	NULL	8	NULL	8	NULL	8	24	8	24
9	NULL	9	NULL	9	NULL	9	37	9	37

Khai báo cấu trúc bảng băm:

```
#define NULLKEY -1
```

```
#define M 100
```

```
struct node
```

```
{
```

```
int key; //khoa của nút trên bảng băm
```

```
};
```

```
struct node hashtable[M]; //Khai báo bảng băm có M nút
```

Cài đặt bảng băm dùng phương pháp dò tuyến tính:

2.4.4. Bảng băm với phương pháp dò bậc hai

Mô tả:

- Bảng băm trong trường hợp này được cài đặt bằng danh sách kê có M phần tử, mỗi phần tử của bảng băm là một mẫu tin có một trường key để chứa khóa các phần tử.
- Khi khởi động bảng băm thì tất cả trường key bị gán NULLKEY.

Khi thêm phần tử có khóa key vào bảng băm, hàm băm $h(key)$ sẽ xác định địa chỉ i trong khoảng từ 0 đến $M-1$.

- Nếu chưa bị xung đột thì thêm phần tử mới vào địa chỉ i này.
- Nếu bị xung đột thì hàm băm lại lần 1 h_1 sẽ xét địa chỉ cách i là 1^2 , nếu lại bị xung đột thì hàm băm lại lần 2 h_2 sẽ xét địa chỉ cách i $2^2, \dots$, quá trình cứ thế cho đến khi nào tìm được trống và thêm phần tử vào địa chỉ này.
- Khi tìm kiếm một phần tử có khóa key trong bảng băm thì xét phần tử tại địa chỉ $i=f(key)$, nếu chưa tìm thấy thì xét phần tử cách i $1^2, 2^2, \dots$, quá trình cứ thế cho đến khi tìm được khóa (trường hợp tìm thấy) hoặc rơi vào địa chỉ trống (trường hợp không tìm thấy).
- Hàm băm lại lần thứ i được biểu diễn bằng công thức sau:

$$f_i(key) = (f(key) + i^2) \% M$$

với $f(key)$ là hàm băm chính của bảng băm.

Nếu đã dò đến cuối bảng thì trở về dò lại từ đầu bảng.

Bảng băm minh họa có cấu trúc như sau:

- Tập khóa K: tập số tự nhiên
- Tập địa chỉ M: gồm 10 địa chỉ ($M=\{0, 1, \dots, 9\}$)
- Hàm băm $f(key) = key \% 10$.

Khai báo cấu trúc bảng băm:

```
#define NULLKEY -1
```

```
#define M 101
```

```
/*
```

M là số nút có trên bảng băm, để chứa các nút nhập vào bảng băm, chọn M là số nguyên tố

```
*/
```

```
// Khai báo nút của bảng băm
```

```
struct node
```

```
{
```

```
int key; //Khoa của nút trên bảng băm
```

```
};
```

```
// Khai báo bảng băm có M nút
```

```
struct node hashtable[M];
```

```
int N;
```

Cài đặt bảng băm dùng phương pháp dò bậc hai:

Hàm băm: Giả sử chúng ta chọn hàm băm dạng%: $f(key) = key \% 10$.

```
int hashfunc(int key)
```

```
{
```

```
return(key% 10);
```

```
}
```

Phép toán initialize

```
void initialize()
```

```
{
```

```
int i;
```

```
for(i=0; i<M;i++) hashtable[i].key = NULLKEY;
```

```
N=0; //số nút hiện có trong bảng 0
```

```
}
```

Phép toán empty:

```
int empty()
```

```
{
```

```
return(N == 0 ? TRUE : FALSE);
```

```
}
```

Phép toán full:

```
int full()
{
return(N == M-1 ?TRUE :FALSE);
}
```

Phép toán search:

Tìm phần tử có khóa k trên bảng băm, nếu không tìm thấy hàm này trả về trị M, nếu tìm thấy hàm này trả về địa chỉ tìm thấy.

```
int search(int k)
{
int i, d;
i = hashfuns(k);
d = 1;
while(hashtable[i].key!=k&&hashtable[i].key !=NULLKEY)
{
//Băm lại (theo phương pháp bậc hai)
i = (i+d) % M;
d = d+2;
}
hashtable[i].key =k; N = N+1;
return(i);
}
```

2.4.5. Bảng băm với phương pháp băm kép

Mô tả:

Phương pháp băm kép dùng hai hàm băm bất kì, ví dụ chọn hai hàm băm như sau:

$h1(key) = key \% M.$

$h2(key) = (M-2)-key \% (M-2).$

Bảng băm trong trường hợp này được cài đặt bằng danh sách kê có M phần tử, mỗi phần tử của bảng băm là một mẫu tin có một trường key để lưu khoá các phần tử.

- Khi khởi động bảng băm, tất cả trường key được gán NULLKEY.
- Khi thêm phần tử có khoá key vào bảng băm, thì $i=h1(key)$ và $j=h2(key)$ sẽ xác định địa chỉ i và j trong khoảng từ 0 đến M-1:
 - Nếu chưa bị xung đột thì thêm phần tử mới tại địa chỉ i này.
 - Nếu bị xung đột thì hàm băm lại lần 1 h1 sẽ xét địa chỉ mới $i+j$, nếu lại bị xung đột thì hàm băm lại lần 2 h2 sẽ xét địa chỉ $i+2j$, ..., quá trình cứ thế cho đến khi nào tìm được địa chỉ trống và thêm phần tử vào địa chỉ này.
- Khi tìm kiếm một phần tử có khoá key trong bảng băm, hàm băm $i=h1(key)$ và $j=h2(key)$ sẽ xác định địa chỉ i và j trong khoảng từ 0 đến M-1. Xét phần tử tại địa chỉ i, nếu chưa tìm thấy thì xét tiếp phần tử $i+j$, $i+2j$, ..., quá trình cứ thế cho đến khi nào tìm được khoá (trường hợp tìm thấy) hoặc bị rơi vào địa chỉ trống (trường hợp không tìm thấy).

Bảng băm dùng hai hàm băm khác nhau, hàm băm lại của phương pháp băm kép được tính theo hai giá trị: i (kết quả hàm băm thứ nhất) và j (kết quả hàm băm thứ hai) theo một công thức bất kì. Nếu đã dò đến cuối bảng thì trở về dò lại từ đầu bảng.

Bảng băm minh họa có cấu trúc như sau:

- Tập khóa K: tập số tự nhiên
- Tập địa chỉ M: gồm 11 địa chỉ ($M=\{0, 1, \dots, 10\}$)
- Chọn hàm băm $f1(key)=key \% 11$ và $f2(key)=9-key \% 9$.

Khai báo

```
#define NULLKEY -1
#define M 101 /*M là số nút có trên bảng băm, dù để chưa các nút nhập vào
bảng băm, chọn M là số nguyên tố */

struct node
{
    int key; //khóa của nút trên bảng băm
};

struct node hashtable[M]; //khai báo bảng băm có M nút
```