Exercício aula 8

1) Usando a prova direta e a prova indireta (redução ao absurdo) demonstre a validade dos seguintes argumentos:

a) (p v q) -> (p -> (s ^ t)), (p ^ r) ⊦ t V r

p . r (Premissa)
t v r (SD L.1)

b) (p → q) ^ (r → s) , (t → u) , (u → v) , ~q V ~v) ⊦ ~p V ~t

~(~p V ~t) (Premissa Provisória)
p . t (DN,1)
p (S,2)
t (S,2)
(p -> q) . (r -> s) (Premissa)
(p -> q) (S,5)
q (MP, 7, 3)
(t -> u) (Premissa)
u (MP, 4,8)
(u -> v) (Premissa)
v (MP, 9,10)
~q V ~v (Premissa Falsa, pois "v" e "q" são verdadeiras)
~p V ~t (Conclusão Contraditória)

c) {j →g, ¬j→ t, g → c, ¬c} ⊦ t

(j -> g) (Premissa)
(g -> c) (Premissa)
(j -> c) (SH 1,2)
¬c (Premissa)
¬j (MT 3,4)
¬j→ t (Premissa)
T (MP 5,6) Conclusão

2) Usando a prova direta e a prova do condicional demonstre a validade dos seguintes argumentos:

a) b → ~c , (d ^ ~b) ⊦ c → ~d

Não válido

b) $(P \vee \neg Q) \wedge (\neg Q \to R) \wedge (P \to S) \wedge \neg R \to S$

$\neg R$ (PP)
$P \vee \neg Q$ (Premissa)
$Q \to P$ (Equivalência L.2)
$P \to S$ (Premissa)
$Q \to S$ (SH, L.3 e 4)
$\neg Q \to R$ (Premissa)
$\neg(\neg Q)$ (MT, L.1 e 6)
Q (DN L.7)
S (MP, L.5 e L.8)
(Argumento Válido)

c) $(A \to (B \vee C)) \wedge \neg B \wedge \neg C \to \neg A$

$\neg C$ (PP)

$\neg B$ (Premissa)

$B \vee C$ (Premissa)

C (SD L.2 e L.3)

(Argumento NÃO Válido)

3) Usando a demonstração direta e por redução ao absurdo avalie a validade do argumento:
(1) Se o time joga bem = "p", então ganha o campeonato = "q". $(p \to q)$
(2) Se o time não joga bem = "$\neg$ p", então o técnico é culpado = "r". $(\neg p \to r)$
(3) Se o time ganha o campeonato = "q", então os torcedores ficam contentes = s. $(q \to s)$
(4) Os torcedores não estão contentes = $\neg$ s. $(\neg s)$
(5) Logo, o técnico é culpado = r.(r) (conclusão)

$(p \to q) \vee (\neg p \to r) \wedge (q \to s) \wedge \neg s \vdash r$

$q \to s$ (Premissa)
$\neg s$ (Premissa)
$\neg q$ (MT, L.1 e L.2)
$\neg (p \to q) \wedge (\neg p \to r)$ (Premissa)
$\neg (p \to q)$ (S, L.4)
$\neg (\neg p \vee q)$ (Equivalência L.5)
$p \wedge \neg q$ (DP L.6)
p (S L.7)
(Argumento não válido)

4) Usando a demonstração por redução ao absurdo avalie a validade do argumento:
(1) Se Ana sente dor de estômago = "p" ela fica irritada = "q". $(p \to q)$

(2) Se Ana toma remédio para dor de cabeça = "r" ela fica com dor de estômago = "p". ($r \to p$)
(3) Ana não está irritada = $\neg q$.
(4) Logo, Ana não tomou remédio para dor de cabeça = $\neg r$.

$(p \to q) \land (r \to p) \land \neg q \land \vdash \neg r$

$p \to q$ (Premissa)

$\neg q$ (Premissa)

$\neg p$ (MT, L.1 e L.2)

$r \to p$ (Premissa)

$\neg r$ (MT, L.4 e L.3) (Conclusão Válida)

5) Usando álgebra proposicional prove o argumento a seguir:
   1- Se o programa possui erros de sintaxe = "p", sua compilação produz mensagem de erro = "r". ($p \to r$)
   2- Se o programa não possui erros de sintaxe = "¬p", sua compilação produz um executável = "s". ($\neg p \to s$)
   3- Se tivermos um programa executável = "s", podemos executá-lo para obter um resultado = "q". ($s \to q$)
   4- Não temos como executar o programa para obter um resultado = "¬q".
   5- Logo, a compilação do programa produz uma mensagem de erro = "r".

   $(p \to r) \lor (\neg p \to s) \land (s \to q) \land \neg q \vdash r$

   1. $s \to q$ (Premissa)
   2. $\neg q$ (Premissa)
   3. $\neg s$ (MT L.1 e L.2)
   4. $(p \to r) \lor (\neg p \to s)$ (Premissa)
   5. $(p \to r) \land \neg (\neg p \to s)$ (SD L.3 e L.4)
   6. $\neg (\neg p \to s)$ (S L.5)
   7. $\neg (\neg p) \lor s$ (EQ L.6)
   8. $p \lor s$ (DN L.7)
   9. p (SD L.8 e L.3)
   10. $(p \to r)$ (Premissa)
   11. R (MP L.9 e L.10) (Conclusão é valida)