

Equações Lineares

Muitos problemas das ciências naturais e sociais, assim como de engenharia e das ciências físicas, lidam com equações que relacionam dois conjuntos de variáveis, do tipo:

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$$

Que expressa a variável \mathbf{b} em função da variável \mathbf{x} e da constante \mathbf{a} , e é chamada de Equação Linear.

Equações Lineares

A variável **b** também pode ser expressa em função das variáveis **x_1** , **x_2** , ..., **x_n** , (incógnitas a serem encontradas) e das constantes **a_1** , **a_2** , ..., **a_n** , que satisfaçam a seguinte equação linear:

$$a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + \cdots + a_n \cdot x_n = b$$

Em várias aplicações, o valor da variável **b** e as constantes **a_1** , **a_2** , ..., **a_n** , são conhecidos, devendo ser encontrado o valor das incógnitas.

Dada a seguinte equação linear:

$$6.x_1 - 3.x_2 + 4.x_3 = -13,$$

podemos obter qual solução?

Exemplo 1

Sistemas Lineares

Podemos chamar um sistema de **m** equações lineares a **n** incógnitas, ou simplesmente de Sistema Linear, que é um conjunto de **m** equações lineares, cada uma com **n** incógnitas, e pode ser expresso da seguinte forma:

$$\begin{array}{ccccccc} a_{11} \cdot x_1 & + & a_{12} \cdot x_2 & + & \cdots & + & a_{1n} \cdot x_n & = & b_1 \\ a_{21} \cdot x_1 & + & a_{22} \cdot x_2 & + & \cdots & + & a_{2n} \cdot x_n & = & b_2 \\ \vdots & & \vdots & & & & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} \cdot x_1 & + & a_{m2} \cdot x_2 & + & \cdots & + & a_{mn} \cdot x_n & = & b_m \end{array}$$

Sistemas Lineares

$$a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + \cdots + a_{1n} \cdot x_n = b_1$$

$$a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + \cdots + a_{2n} \cdot x_n = b_2$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$a_{m1} \cdot x_1 + a_{m2} \cdot x_2 + \cdots + a_{mn} \cdot x_n = b_m$$

Para encontrarmos uma solução para um sistema linear, devemos utilizar uma técnica chamada de **Método de Eliminação**, ou seja, eliminarmos algumas das incógnitas adicionando um múltiplo de uma equação a outra equação.

Exemplo 2

O diretor de um fundo de investimento tem R\$ 100.000,00 para investir.

As regras do fundo definem que tanto um Certificado de Depósito (CD) como um Título de Longo Prazo (TLP) devem ser utilizados.

O objetivo do diretor é obter um rendimento de R\$ 7.800,00 sobre os seus investimentos por ano.

O CD oferece um retorno de 5% ao ano e o TLP de 9%.

O diretor define um valor x para se investido em CD e um valor y para ser investido em TLP.

Qual o valor de cada investimento?

Exemplo 3

Considere sistema linear abaixo e encontre os valores das variáveis x e y .

$$x - 3.y = -7$$

$$2.x - 6.y = 7$$

Exemplo 4

Considere sistema linear abaixo e encontre os valores das variáveis x , y e z .

$$x + 2.y + 3.z = 6$$

$$2.x - 3.y + 2.z = 14$$

$$3.x + y - z = -2$$

Exemplo 5

Considere sistema linear abaixo e encontre os valores das variáveis x e y .

$$x + 2.y - 3.z = -4$$

$$2.x + y - 3.z = 4$$

Exemplo 6

Considere sistema linear abaixo e encontre os valores das variáveis x e y .

$$x + 2.y = 10$$

$$2.x - 2.y = -4$$

$$3.x + 5.y = 26$$

Exemplo 7

Considere sistema linear abaixo e encontre os valores das variáveis x e y .

$$x + 2.y = 10$$

$$2.x - 2.y = -4$$

$$3.x + 5.y = 20$$