

Redes Bayesianas

Lucas Ribeiro Neis
lucasrneis@gmail.com

Vinícius Couto Biermann
viniciusbiermann@hotmail.com

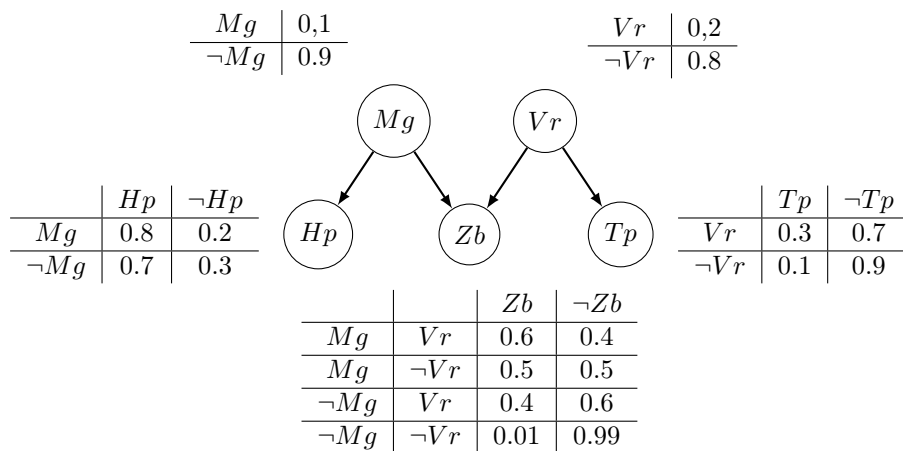
Outubro 2016

1 Introdução

Foi proposto o tema de explicar avistamentos recentes de zumbis no campus da UFSC para que seja posto em prática o conhecimento em raciocínio probabilístico e redes Bayesianas. Foram dadas as seguintes variáveis aleatórias:

- Mg = Um feitiço mágico foi lançado {V, F}
- Vr = Há um surto viral de H1Z1 {V, F}
- Hp = Você vê um Hipogrifo (uma criatura mágica) {V, F}
- Zb = Você vê um Zumbi {V, F}
- Tp = Você vê Viajantes do Tempo em ternos estranhos tentando conter o surto viral. {V, F}

Foi também fornecido uma lista de fatos e probabilidades conjuntas representados pela seguinte rede Bayesiana:



2 Questões

1. Qual é a probabilidade de não ver um Zumbi dado que um feitiço mágico não foi lançado e não há surto viral?

Conseguimos os valores diretamente da tabela de probabilidades de avistamentos de um Zumbi.

$$P(\neg Zb \mid \neg Mg \wedge \neg Vr) = 0,99 = 99\%$$

2. Qual a probabilidade do mundo estar no seguinte estado: (Mg, Hp, Zb, Vr, Tp) ?

$$\begin{aligned} P(Mg, Hp, Zb, Vr, Tp) &= P(Mg) * P(Vr) * P(Hp \mid Mg) * P(Tp \mid Vr) * P(Zb \mid Mg \wedge Vr) \\ &= 0,1 * 0,2 * 0,8 * 0,3 * 0,6 = 0,00288 \approx 0,288\% \end{aligned}$$

3. Qual a probabilidade de ser ver um Zumbi?

$$\begin{aligned}
P(Zb) &= P(Zb \mid Mg \wedge Vr) * P(Mg) * P(Vr) + \\
&\quad P(Zb \mid Mg \wedge \neg Vr) * P(Mg) * P(\neg Vr) + \\
&\quad P(Zb \mid \neg Mg \wedge Vr) * P(\neg Mg) * P(Vr) + \\
&\quad P(Zb \mid \neg Mg \wedge \neg Vr) * P(\neg Mg) * P(\neg Vr) \\
&= 0,6 * 0,1 * 0,2 + 0,5 * 0,1 * 0,8 + 0,4 * 0,9 * 0,2 + 0,01 * 0,9 * 0,8 \\
&= 0,012 + 0,04 + 0,072 + 0,0072 = 0,1312 \approx 13,1\%
\end{aligned}$$

4. Qual a probabilidade de ver um Zumbi dado que está havendo um surto viral?

$$\begin{aligned}
P(Zb \mid Vr) &= P(Zb \mid Vr \wedge Mg) * P(Mg) + P(Zb \mid Vr \wedge \neg Mg) * P(\neg Mg) \\
&= 0,6 * 0,1 + 0,4 * 0,9 = 0,06 + 0,36 = 0,42 = 42\%
\end{aligned}$$

5. Qual a probabilidade de ser ver um Hipogrifo dado que você conseguiu ver um Zumbi?

$$\begin{aligned}
P(Hp \mid Zb) &= \frac{P(Hp, Mg, Zb) + P(Hp, \neg Mg, Zb)}{P(Zb)} \\
&= \frac{P(Mg) * P(Hp \mid Mg) * P(Zb \mid Mg) + P(\neg Mg) * P(Hp \mid \neg Mg) * P(Zb \mid \neg Mg)}{P(Zb)} \\
&= \frac{0,1 * 0,8 * P(Zb \mid Mg) + 0,9 * 0,7 * P(Zb \mid \neg Mg)}{0,1312}
\end{aligned}$$

Para continuar precisamos saber as probabilidades de $P(Zb \mid Mg)$ e $P(Zb \mid \neg Mg)$.

$$\begin{aligned}
P(Zb \mid Mg) &= P(Zb \mid Mg \wedge Vr) * P(Vr) + P(Zb \mid Mg \wedge \neg Vr) * P(\neg Vr) \\
&= 0,6 * 0,2 + 0,5 * 0,8 = 0,12 + 0,4 = 0,52
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P(Zb \mid \neg Mg) &= P(Zb \mid \neg Mg \wedge Vr) * P(Vr) + P(Zb \mid \neg Mg \wedge \neg Vr) * P(\neg Vr) \\
&= 0,4 * 0,2 + 0,01 * 0,8 = 0,08 + 0,008 = 0,088
\end{aligned}$$

Podemos agora continuar na conta anterior substituindo os valores:

$$\begin{aligned}
P(Hp \mid Zb) &= \frac{0,1 * 0,8 * 0,52 + 0,9 * 0,7 * 0,088}{0,1312} \\
&= \frac{0,0416 + 0,05544}{0,1312} \\
&= \frac{0,09704}{0,1312} = 0,7396 \approx 74\%
\end{aligned}$$

6. Qual a probabilidade de se ver um Zumbi dado que você conseguiu ver um Hipogrifo?

$$\begin{aligned}
P(Zb \mid Hp) &= \frac{(P(Zb, Mg, Vr, Hp) + P(Zb, \neg Mg, Vr, Hp) + P(Zb, Mg, \neg Vr, Hp) + P(Zb, \neg Mg, \neg Vr, Hp))}{P(Hp)} \\
&= \frac{(P(Mg) * P(Vr) * P(Hp \mid Mg) * P(Zb \mid Mg \wedge Vr))}{P(Hp)} \\
&\quad + \frac{(P(\neg Mg) * P(Vr) * P(Hp \mid \neg Mg) * P(Zb \mid \neg Mg \wedge Vr))}{P(Hp)} \\
&\quad + \frac{(P(Mg) * P(\neg Vr) * P(Hp \mid Mg) * P(Zb \mid Mg \wedge \neg Vr))}{P(Hp)} \\
&\quad + \frac{(P(\neg Mg) * P(\neg Vr) * P(Hp \mid \neg Mg) * P(Zb \mid \neg Mg \wedge \neg Vr))}{P(Hp)} \\
&= \frac{0,1 * 0,2 * 0,8 * 0,6 + 0,9 * 0,2 * 0,7 * 0,4 + 0,1 * 0,8 * 0,8 * 0,5 + 0,9 * 0,8 * 0,7 * 0,01}{P(Hp)}
\end{aligned}$$

Agora precisamos saber qual a probabilidade de vermos um hipogrifo.

$$\begin{aligned} P(Hp) &= P(Hp \mid Mg) * P(Mg) + P(Hp \mid \neg Mg) * P(\neg Mg) \\ &= 0,8 * 0,1 + 0,7 * 0,9 = 0,71 \end{aligned}$$

Assim, podemos concluir:

$$\begin{aligned} P(Zb \mid Hp) &= \frac{0,1 * 0,2 * 0,8 * 0,6 + 0,9 * 0,2 * 0,7 * 0,4 + 0,1 * 0,8 * 0,8 * 0,5 + 0,9 * 0,8 * 0,7 * 0,01}{0,71} \\ &= \frac{0,0096 + 0,0504 + 0,032 + 0,00504}{0,71} \\ &= \frac{0,9704}{0,71} = 0,136676056 \approx 13,67\% \approx 13,7\% \end{aligned}$$

7. Qual a probabilidade de se ver um Zumbi dado que você conseguiu ver um Hipogrifo e um Viajante do Tempo?

$$\begin{aligned} P(Zb \mid Hp \wedge Tp) &= (P(Zb, Hp, Tp, Mg, Vr) + P(Zb, Hp, Tp, Mg, \neg Vr) + \\ &\quad P(Zb, Hp, Tp, \neg Mg, Vr) + P(Zb, Hp, Tp, \neg Mg, \neg Vr)) / P(Hp \wedge Tp) \\ &= (P(Mg) * P(Vr) * P(Hp \mid Mg) * P(Tp \mid Vr) * P(Zb \mid Mg \wedge Vr) + \\ &\quad P(Mg) * P(\neg Vr) * P(Hp \mid Mg) * P(Tp \mid \neg Vr) * P(Zb \mid Mg \wedge \neg Vr) + \\ &\quad P(\neg Mg) * P(Vr) * P(Hp \mid \neg Mg) * P(Tp \mid Vr) * P(Zb \mid \neg Mg \wedge Vr) + \\ &\quad P(\neg Mg) * P(\neg Vr) * P(Hp \mid \neg Mg) * P(Tp \mid \neg Vr) * P(Zb \mid \neg Mg \wedge \neg Vr)) / P(Hp \wedge Tp) \\ &= (0,1 * 0,2 * 0,8 * 0,3 * 0,6 + \\ &\quad 0,1 * 0,8 * 0,8 * 0,1 * 0,5 + \\ &\quad 0,9 * 0,2 * 0,7 * 0,3 * 0,4 + \\ &\quad 0,9 * 0,8 * 0,7 * 0,1 * 0,01) / (P(Hp) * P(Tp)) \end{aligned}$$

Da questão anterior conseguimos o valor de $P(Hp)$, mas ainda temos que calcular o valor de $P(Tp)$ para finalizar o cálculo.

$$\begin{aligned} P(Tp) &= P(Tp \mid Vr) * P(Vr) + P(Tp \mid \neg Vr) * P(\neg Vr) \\ &= 0,3 * 0,2 + 0,1 * 0,8 = 0,06 + 0,08 = 0,14 \end{aligned}$$

Agora podemos terminar o cálculo anterior.

$$\begin{aligned} P(Zb \mid Hp \wedge Tp) &= \frac{0,00288 + 0,0032 + 0,01512 + 0,000504}{0,71 * 0,14} \\ &= \frac{0,021704}{0,0994} = 0,21835010 \approx 21,8\% \end{aligned}$$