UERJ - IPRJ - DMC

Métodos Numéricos para Equações Diferenciais – 2024/1 Trabalhos 3 e 4

Este texto apresenta as propostas dos Trabalhos 3 e 4 para a Disciplina de Métodos Numéricos para Equações Diferenciais. Mais informações úteis (como, por exemplo, questões sobre estabilidade numérica), assim como explicações mais detalhadas, ocorrerão em aula até a entrega dos trabalhos. A organização dos trabalhos será avaliada.

Elabore testes envolvendo refinamento de malha no espaço (aumento progressivo no número de nós, n_x , na malha computacional). Avalie a solução para diferentes tempos finais de simulação (utilizar discussão em sala de aula) e para a variação de propriedades dos modelos e parâmetros numéricos. Cada equipe terá o seu conjunto padrão de dados (utilizar discussão em sala de aula). Apresente os resultados usando gráficos e/ou tabelas em um arquivo .pdf (enviado para o email gsouza@iprj.uerj.br), com as listagens dos códigos desenvolvidos.

1 Trabalho 3

Em um determinado fenômeno físico, tem-se a validade do seguinte modelo:

$$\frac{\partial C}{\partial t} - \alpha \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + kC = 0, \qquad 0 < x < L_x, \tag{1}$$

onde α e k são constantes, sendo L_x o comprimento total do domínio. Determine o perfil de C em função de x e dependente do tempo t utilizando o método de diferenças finitas e considerando as seguintes condições de contorno

$$C(x=0) = C_E$$
 e $\left(\frac{\partial C}{\partial x}\right)_{L_x} = 0.$ (2)

Utilize uma formulação totalmente implícita oriunda da aplicação de aproximações atrasada no tempo e centrada no espaço.

2 Trabalho 4

Em um determinado fenômeno físico, tem-se a validade do seguinte modelo:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} - \alpha \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = 0, \qquad 0 < x < L_x, \tag{3}$$

onde α e u são positivos, sendo L_x o comprimento total do domínio. Determine o perfil de C em função de x e dependente do tempo t utilizando o método de diferenças finitas e considerando as seguintes condições de contorno

$$C(x=0) = C_E$$
 e $\left(\frac{\partial C}{\partial x}\right)_{L_x} = 0.$ (4)

Utilize uma formulação explícita oriunda da aplicação de aproximações avançada no tempo, centrada no espaço para a derivada segunda e recuada no espaço para a derivada primeira espacial. Para o passo de tempo considere a restrição

$$\Delta t \le \frac{1}{\frac{2\alpha}{\Delta x^2} + \frac{u}{\Delta x}}.$$
 (5)