# **CURSO INTENSIVO 2022**

# Física ITA - 2022

# **Ondulatória 2**

**Prof. Toni Burgatto** 





# Sumário

In	trodução	3
1.	Interferência e definições	3
	1.1. Distribuição de energia e interferência	3
	1.2. Condições de interferência	3
	1.3. Princípio de Huygens	4
	1.4. Tópicos importantes da interferência	5
2.	Diferença de caminho óptico	6
3.	Experiência de Young	8
	3.1. Princípio da experiência de Young	8
	3.2. Análise teórica	9
4.	Interferência em filmes finos	15
5.	Anéis de Newton	18
6.	Difração	19
	6.1. Difração em fendas simples	21
7.	Análise dimensional	26
	7.1. Grandezas físicas fundamentais e derivadas	26
	7.2. Expressões dimensionais	26
	7.3. Homogeneidade dimensional	28
8.	Lista de questões	29
9.	Gabarito sem comentários	39
10	). Lista de questões comentadas	40
	. Considerações finais	
12	2. Referências bibliográficas	63
1.3	B. Versão de aula	63



# Introdução

Iniciaremos o estudo de Interferência e análise dimensional nesta aula. Nos tópicos de interferência iremos construir uma abordagem completa para todos as situações possíveis que podes ser cobradas no vestibular ITA.

Esse assunto é muito importante para esses dois vestibulares. Diferentemente da aula anterior, Ondulatória I, é interessante que o aluno se dedique a entender todas as demonstrações.

Nos tópicos de análise dimensional, cabe ao aluno entender a dinâmica de resolução dos problemas. Não é necessária decorar nenhum tipo de formula ou notação.

Vamos começar por algumas questões do IME na nossa lista de questões, pois elas são mais simples. O ITA busca questões com ideias e sacadas mais difíceis, por isso pegamos mais embasamento nas questões iniciais do IME.

Conte comigo nessa jornada. Quaisquer dúvidas, críticas ou sugestões entre em contato pelo fórum de dúvidas do Estratégia ou se preferir:



# 1. Interferência e definições

# 1.1. Distribuição de energia e interferência

Na aula anterior, vimos o que acontece quando duas ondas se propagam no mesmo meio. Quando isso ocorre, a onda total, em qualquer ponto e momento do tempo, é governada pelo princípio da superposição.

Se uma única fonte de luz estiver presente no meio, a distribuição de energia é uniforme. No entanto, se houver dois fornecedores adjacentes exatamente semelhantes, a distribuição não permanecerá mais uniforme. Em alguns lugares, a energia é máxima, enquanto em outros lugares a energia é mínima; é claro que a energia total do sistema permanece a mesma.

Esta a modificação na distribuição de energia devido à presença de duas ou mais fontes, exatamente semelhantes, é um caso específico da superposição de onda e é conhecido como **interferência**.

# 1.2. Condições de interferência

Para obter um padrão de interferência sustentado (permanente ou estável) e observável, as seguintes condições devem ser cumpridas.



#### 1.2.1. Fontes devem ser coerentes

A fim de produzir um padrão de interferência estável, as ondas individuais devem manter uma relação de fase constante umas com as outras, isto é, as duas fontes interferentes devem emitir ondas com uma diferença de fase constante entre elas.

Se a diferença de fase entre duas fontes não permanecer constante, os locais dos máximos e mínimos mudarão. No caso de ondas mecânicas, é possível manter uma relação de fase constante entre duas fontes diferentes. Mas, no caso da luz, duas fontes de luz diferentes não podem ser coerentes. Isso ocorre pela maneira como a luz é emitida.

Em fontes de luz comuns, os átomos ganham excesso de energia por agitação térmica ou por impacto com elétrons acelerados. Um átomo "excitado" de tal maneira começa a irradiar energia continua até perder toda a energia que pode, normalmente em um tempo da ordem de  $10^{-10} s$ .

Os inúmeros átomos de uma fonte irradiam normalmente em uma coordenação de fase aleatória e não sincronizada, e a luz emitida de duas fontes não tem uma coordenação de fase definida. Portanto, para obter uma interferência estável na luz, uma única fonte é dividida em duas fontes coerentes. Qualquer mudança de fase aleatória na fonte afeta essas fontes secundárias igualmente e não altera sua fase relativa. A luz do laser é muito mais coerente que a luz comum, por exemplo.

#### 1.2.2. Mesma frequência ou comprimento de onda

A coordenação de fase entre duas ondas pode ser mantida constante apenas quando suas frequências são iguais. Assim, podemos dizer que duas fontes coerentes devem ter a mesma frequência.

### 1.2.3. Igualdade de amplitudes

As amplitudes de duas ondas que se interferem devem ser iguais ou aproximadamente iguais. Caso contrário, a diferença entre as intensidades de máximos e mínimos será muito pequena e o contraste será baixo. O contraste máximo é, no entanto, obtido quando $A_1=A_2$ , porque a intensidade mínima será zero.

# 1.3. Princípio de Huygens

A teoria ondulatória escrita por Huygens se baseia em construções geométricas que permitem prever onde estará uma dada frente de onda em algum instante de tempo se conhecermos a sua posição atual. Essas construções se norteiam pelo **princípio de Huygens**, que diz:

Todos os pontos de uma frente de onda se comportam como fontes pontuais de ondas secundárias. Depois de um intervalo de tempo t, a nova posição da frente de onda é dada por uma superfície tangente a essas ondas secundárias.



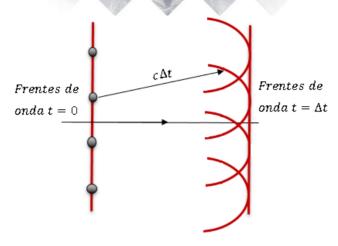


Figura 1: A propagação de uma onda plana, de acordo com Huygens.

A figura acima mostra que os pontos em cinza da primeira reta vertical se comportaram como fontes pontuais. Esse fenômeno é exatamente o proposto por Huygens. Cada ponto da frente de onda se comportando como um novo irradiador ondulatório.

## 1.4. Tópicos importantes da interferência

#### 1.4.1. Propriedade 1

Considere duas fontes coerentes  $S_1$  e  $S_2$ . As fontes emitem ondas que se superpõem no ponto P. A diferença de fase em P é  $\Phi$  (que é constante). Se a amplitude das ondas individuais em P são  $A_1$  e  $A_2$ , a amplitude resultante em P será:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_2A_1cos\Phi}$$

Deste modo, a intensidade resultante em P é dada por:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_2I_1}cos\Phi$$

Se a fontes fossem incoerentes, a intensidade resultante em P seria:

$$I=I_1+I_2$$

#### 1.4.2. Propriedade 2

Uma única fonte é dividida em duas fontes coerentes para obter interferência consistente da luz. Isso pode ser feito de diferentes maneiras:

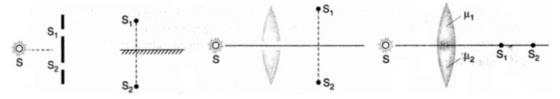


Figura 2: Maneiras de se obter fontes coerentes.

Assim, podemos ter fontes coerentes com: fenda dupla; espelho plano; e lentes esféricas.



# 2. Diferença de caminho óptico

Do estudo de ondulatória e da óptica geométrica, descobrimos que o comprimento de uma onda progressiva depende da velocidade e que a velocidade da luz em um meio depende do índice de refração. Isto quer dizer que o comprimento de onda depende do índice de refração.

Considere que uma luz monocromática tem um comprimento de onda  $\lambda$  e uma velocidade c no vácuo. A mesma luz monocromática tem comprimento $\lambda_n$  e uma velocidade v em um meio de índice de refração n. A frequência da luz em ambos os meios deve ser a mesma.

$$f = f_n \Rightarrow \frac{c}{\lambda} = \frac{v}{\lambda_n} \Rightarrow \lambda_n = \lambda \cdot \frac{v}{c}$$

O índice de refração do material é dado por  $n = \frac{c}{v}$ , então:

$$\lambda_n = \frac{\lambda}{n}$$

A equação acima relaciona o comprimento de onda no vácuo com o comprimento de onda em um meio de índice de refração n.

O fato de o comprimento de onda mudar com o índice de refração faz com que se possa ter interferência de ondas devido a uma diferença de caminho óptico seguido pela luz.

Considere ondas de luz que se propagam no ar. O comprimento de onda das ondas luminosas no ar vale  $\lambda$ . As ondas de luz encontram dos meios diferentes. Parte dessas ondas atravessa o meio 1, de índice de refração  $n_1$  e comprimento L e a outra parte dessas ondas atravessa o meio 2, de índice de refração  $n_2$  e comprimento L. Veja a figura abaixo.

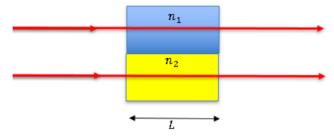


Figura 3: Raios de onda atravessam meios diferentes.

Após as ondas deixarem os meios (1 e 2), elas voltam a ter o mesmo comprimento de onda  $\lambda$  no ar. Entretanto, ao passarem pelos meios 1 e 2, os comprimentos de onda eram diferentes e, portanto, as ondas não podem mais estar em fase.

A diferença de fase entre duas ondas luminosas pode ser alterada se elas atravessarem meios com índices de refração diferentes.

#### **2.1.** Diferença de caminho $\Delta x$

Para calcular a diferença de caminho é preciso definir uma grandeza chamada **número de comprimentos de onda** N. Essa grandeza é a razão entre o tamanho do meio (no caso da figura 3 seria L) e o comprimento de onda da luz daquele meio.



$$N_n = \frac{L}{\lambda_n}$$

 $N_n$  é a quantidade numérica de comprimentos de onda que estão contidos ("cabem") naquele meio. Para os meios 1 e 2, da Figura 3, calcularemos os valores de  $N_1$  e  $N_2$ .

$$N_1 = \frac{L}{\lambda_1} = \frac{L}{\frac{\lambda}{n_1}} = \frac{L \cdot n_1}{\lambda}$$

$$N_2 = \frac{L}{\lambda_2} = \frac{L}{\frac{\lambda}{n_2}} = \frac{L \cdot n_2}{\lambda}$$

Deste modo, a diferença de caminho é definida como:

$$\Delta x = |N_1 - N_2| \cdot \lambda$$

Considerando  $n_2 > n_1$ :

$$\Delta x = L(n_2 - n_1)$$

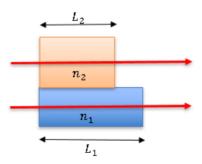
#### 2.2. Diferença de fase $\Delta\Phi$

Para toda diferença de caminho podemos associar uma diferença de fase. Utilizando a formula anterior, podemos calcular a diferença de fase entre os raios emergentes dos meios 1 e 2.

$$\frac{\Delta\Phi}{2\pi} = \frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{L(n_2 - n_1)}{\lambda} : \Delta\Phi = \frac{2\pi L(n_2 - n_1)}{\lambda}$$

1.

Duas ondas luminosas no ar, de comprimento de onda 600 nm, estão inicialmente em fase. As ondas passam por camadas de plástico como na figura abaixo.  $L_1=4,00~\mu m,~L_2=3,50~\mu m,~n_1=1,4~e~n_2=1,6$ .



Qual é a diferença de fase quando as ondas saem dos dois blocos?

#### Comentário:

Primeiramente, iremos encontrar o número de comprimentos de onda no plástico superior.

$$N_2 = \frac{L_2 \cdot n_2}{\lambda} = \frac{3.5 \cdot 10^{-6} \cdot 1.6}{600 \cdot 10^{-9}} = 9.\overline{3} \text{ compriments de onda}$$

Agora, iremos encontrar o número de comprimentos de onda contidos na distância  $L_1-L_2$ .



$$N_{Ar} = \frac{L}{\lambda} = \frac{L_1 - L_2}{\lambda} = \frac{0.5 \cdot 10^{-6}}{600 \cdot 10^{-9}} = 0.8\overline{3} \ compriments \ de \ onda$$

Assim, para o raio superior temos uma total de:

$$N_{superior} \cong 10,17$$
 comprimentos de onda

Para o plástico inferior:

$$N_1 = \frac{L_1 \cdot n_1}{\lambda} = \frac{4.5 \cdot 10^{-6} \cdot 1.4}{600 \cdot 10^{-9}} = 10.5 \ compriments \ de \ onda$$

Assim, para o raio inferior temos uma total de:

$$N_{inferior} = N_1 = 10,5$$
 comprimentos de onda

Para encontrarmos a diferença de caminho, fazemos:

$$\Delta x = L \cdot |(N_{superior} - N_{inferior})|$$

$$\Delta x = L_1 \cdot |(N_{superior} - N_{inferior})|$$

$$\Delta x = 3.5 \cdot 10^{-6} \cdot |(10.17 - 10.5)|$$

$$\Delta x = 1.32 \cdot 10^{-6} m$$

Para calcular a diferença de fase fazemos:

$$\frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{\Delta \Phi}{2\pi} : \Delta \Phi = 4.4\pi \, rad$$

# 3. Experiência de Young

# 3.1. Princípio da experiência de Young

A luz monocromática (comprimento de onda único) de uma fenda vertical estreita S cai sobre duas outras fendas estreitas  $S_1$  e  $S_2$ , muito próximas umas das outras e paralelas a S.  $S_1$  e  $S_2$ , atuam como duas fontes coerentes (ambas derivadas de S). Se S,  $S_1$  e  $S_2$ , forem todas muito estreitas, a difração (curvatura da luz em aberturas cuja largura é da ordem da onda de luz) faz com que os feixes emergentes se espalhem para a região além das fendas.

A superposição ocorre na área sombreada, onde os feixes difratados se sobrepõem. Faixas verticais brilhantes e escuras alternadas igualmente espaçadas (franjas de interferência) podem ser observadas em uma tela posicionada a alguma distância das fendas. Se  $S_1$  ou  $S_2$ , for coberta, as franjas desaparecerão.



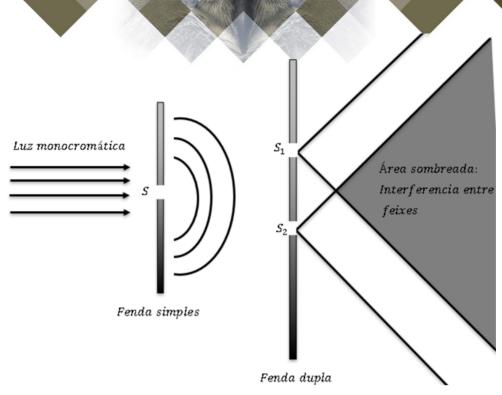


Figura 4: Ilustração do experimento de Young.

#### 3.2. Análise teórica

Iremos determinar mma expressão para a separação de duas franjas brilhantes (ou escuras).

A figura abaixo mostra as ondas de luz que atravessam  $S_1$  e  $S_2$ , e se encontram em um ponto arbitrário P no anteparo. A distância entre as fendas é d e elas estão separadas por uma distância D do anteparo. Iremos analisar a interferência em um P que dista y da reta mediatriz ao segmento  $S_2S_1$ .

As raios de luz vermelho e azul se encontram no P se interferindo. Entre as fendas e o anteparo há uma diferença de caminho óptico. Essa diferença é produzida pela diferença nos comprimentos percorridos pelos raios. Note que o raio azul percorre uma distância maior que o raio vermelho.

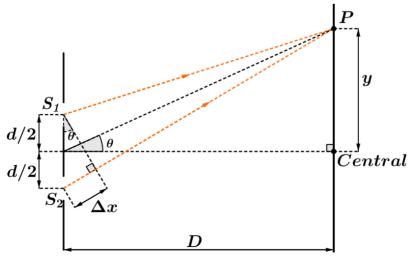


Figura 5: Desenho esquemático dos elementos no experimento de Young.



A diferença de caminho entre os raios é dada por  $\Delta x$ . Essa diferença é dada por:

$$\Delta x = S_2 P - S_1 P$$

Se considerarmos que  $D\gg d$ , que é de fato uma boa aproximação, temos os raios azul e vermelho sendo praticamente paralelos. Deste fato, decorre que:

$$S_2P - S_1P = d \cdot sen\theta$$

Desta maneira, temos:

$$\Delta x = d \cdot sen\theta$$

#### 3.2.1. Análise da interferência

Uma diferença de caminho óptico produzida por uma diferença de caminho leva a formação de um padrão de interferência.

Se a diferença de caminho for um **número inteiro** teremos sempre uma **interferência construtiva**.

Se a diferença de caminho for um número não inteiro teremos uma interferência destrutiva.

#### 3.2.2. Interferência construtiva

Para a interferência construtiva temos:

$$d \cdot sen\theta = K \cdot \lambda, \ K \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$$

Na interferência construtiva temos a formação das **franjas claras**. Isso quer dizer que a há máxima de intensidade luminosa em P para uma interferência construtiva.

#### 3.2.3. Interferência destrutiva

Para a interferência construtiva temos:

$$d \cdot sen\theta = \left(K + \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda, \quad K \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$$

Na interferência destrutiva temos a formação das **franjas escuras**. Isso quer dizer que a há mínimo de intensidade luminosa em P para uma interferência destrutiva.

## 3.2.4. Posição das franjas

Para determinar a posição vertical y das franjas, utilizaremos novamente a aproximação  $D\gg d$ . Neste caso, temos:

$$sen\theta \approx tg\theta = \frac{y}{D}$$

• Interferencia construtiva:

$$dsen\theta = K \cdot \lambda \Rightarrow d\frac{y}{D} = K \cdot \lambda$$



$$y_{franjas-claras} = \frac{K \cdot \lambda \cdot D}{d}, \ k \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$$

Interferência destrutiva:

$$y_{franjas-escuras} = \frac{\left(K + \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda \cdot D}{d}, \quad k \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$$

#### 3.2.5. Nomenclatura e posição no anteparo

As posições que as franjas ocupam no anteparo recebem uma nomenclatura própria.

- Maximo central: é o ponto em que não diferença de caminho entre os raios que chegam ao anteparo. Normalmente, representamos esse ponto por O.
- Primeira franja clara, primeiro máximo ou máximo de ordem 1: são os pontos em que a diferença de caminho entre os raios que chegam ao anteparo vale exatamente  $\lambda$ .
- N-ésima franja clara, n-ésimo máximo ou máximo de ordem n: são os pontos em que a diferença de caminho entre os raios que chegam ao anteparo vale exatamente  $(n \cdot \lambda)$ .
- Primeira franja escura, primeiro mínimo ou mínimo de ordem 1: são os pontos em que a diferença de caminho entre os raios que chegam ao anteparo vale exatamente  $0.5\lambda$ .
- N-ésima franja escura, n-ésimo mínimo ou mínimo de ordem n: são os pontos em que a diferença de caminho entre os raios que chegam ao anteparo vale exatamente  $\left([n-1]+\frac{1}{2}\right)\cdot\lambda$ .

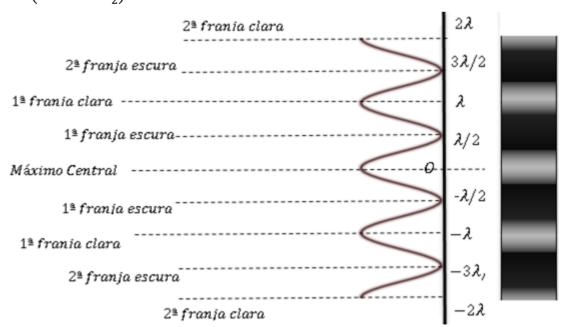


Figura 6: Padrão de interferência para algumas ordens.



#### 3.2.6. Interfranja

Interfranja é a distância entre duas franjas consecutivas claras ou escuras. Para o experimento de Young a interferfranja para franjas claras ou escuras é a mesma e vale w. Matematicamente:

$$y_K - y_{K-1} = \frac{\left(K - (K-1)\right) \cdot \lambda \cdot D}{d} = w$$

$$w = \frac{\lambda \cdot D}{d}$$

Percebe-se que  $w \propto \lambda$ , deste modo:

• Se o experimento de Young for imerso em um líquido de indíce de refração n, então o comprimento de onda diminuirá por um fator 1/n. Logo, a interfranja também diminuirá.

#### 3.2.7. Diferença de fase $\Phi$

A diferença de caminho entre os raios produz uma diferença de caminho é dada por:

$$\frac{\Phi}{2\pi} = \frac{dsen\theta}{\lambda}$$

Para os dois tipos de interferências, temos:

• Interferência construtiva:

$$\Phi = \frac{2\pi \cdot (K \cdot \lambda)}{\lambda}$$

$$\Phi = 2\pi K, K \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$$

• Interferência destrutiva:

$$\Phi = \frac{2\pi \left(K + \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda}{\lambda}$$

$$\Phi = 2\pi \left(K + \frac{1}{2}\right), K \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$$

#### 3.2.8. Padrão de intensidade

Iremos analisar a intensidade da onda no anteparo. Para isso, consideraremos que as fontes são coerentes e geram a mesma intensidade  $I_0$ . Assim, a intensidade resultante em um ponto qualquer P é:

$$I = I_0 + I_0 + 2\sqrt{I_0 I_0} \cos \Phi$$

Em que  $\Phi$  é a diferença de fase. Desta maneira, temos:

$$I = 4I_0 \cdot \cos^2\left(\frac{\Phi}{2}\right)$$

• Interferência construtiva:



$$\Phi = 2\pi K, K \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$$

$$I = 4I_0 \cdot cos^2(\pi K), K \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$$

Podemos notar que as intensidades são máximas e valem sempre  $4I_0$  para qualquer valor de ordem para uma franja clara.

#### • Interferência destrutiva:

$$\Phi = 2\pi \left(K + \frac{1}{2}\right), K \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$$

$$I = 4I_0 \cdot cos^2 \left(\pi \left(K + \frac{1}{2}\right)\right), K \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$$

Podemos notar que as intensidades são nulas para qualquer valor de ordem para uma franja escura.

Desta maneira, podemos montar o seguinte diagrama para as intensidades em um experimento de Young.

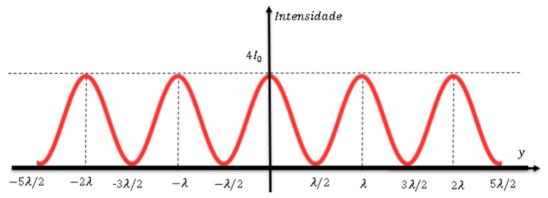
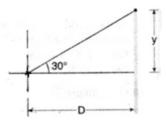


Figura 7: Padrão de intensidade no experimento de Young.

#### 2.

Duas fendas estão separadas por uma distância 0,32 mm. Um feixe de luz de comprimento de onda 500 nm incide sobre as fendas, produzindo um padrão de interferência em um anteparo. Determine o número de máximos observados no intervalo  $-30^{\circ} < \theta < 30^{\circ}$ .



#### Comentários:

O valor da interfranja vale:

$$w = \frac{\lambda D}{d}$$



E temos também:

$$y = \frac{D}{\sqrt{3}}$$

Assim, o número de máximos para uma distância y é dado por:

$$n = \frac{y}{w} = \frac{\frac{D}{\sqrt{3}}}{\frac{\lambda D}{d}}$$

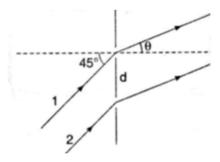
$$n = \frac{d}{\lambda\sqrt{3}} \Rightarrow n = \frac{0.32 \cdot 10^{-3}}{500 \cdot 10^{-9} \cdot \sqrt{3}} = 369,5$$

Dessa maneira, o número de máximos obtidos (incluindo o central) é:

$$N = 2 \cdot 369 + 1 \div \boxed{N = 739}$$

3.

A distância entre duas fendas no experimento de Young é dada por  $d=20\lambda$ , em que  $\lambda$  é o comprimento de onda da luz usada no experimento. Encontre o valor de  $\theta$  para que o terceiro máximo ser obtido.



#### **Comentários:**

Os raios inicialemente não estão em fase. Assim, há uma diferença de caminho inicial entre os raios (1) e (2).

Antes de atingir as fendas o raio (1) percorre maior distância. Entretanto, após passarem sobre as fenda, o raio (2) percorre maior distância. Não podemos dizer que diferença de caminho é maior que a outra, dessa forma usaremos o módulo.

$$|dsen\theta - dsen45^{\circ}| = 3\lambda$$

(I) Para  $dsen\theta - dsen45 > 0 \rightarrow 45^{\circ} < \theta < 90^{\circ}$ :

$$dsen\theta - dsen45 = 3\lambda$$

$$20\lambda sen\theta - 20\lambda sen45 = 3\lambda$$

$$sen\theta = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{3}{20} : \theta = 59^{\circ}$$

É um valor condizente.

(II) Para  $dsen\theta - dsen45 < 0 \rightarrow 0 < \theta < 45^{\circ}$ :



$$dsen\theta - dsen45 = -3\lambda$$
$$20\lambda sen\theta - 20\lambda sen45 = -3\lambda$$
$$sen\theta = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{3}{20} : \theta = 34^{\circ}$$

Também é um valor condizente. Dessa meneira, para esses dois valores de  $\theta$  temos um máximo.

# 4. Interferência em filmes finos

As cores de uma bolha de sabão ou de uma mancha de óleo são causadas pela interferência das ondas luminosas refletidas pelas superfícies anterior e posteirior de um filme fino. Para que ocorra a interferência, a espessura do filme deve ser da mesma ordem que o comprimento de onda da luz incidente.

Considere um filme fino de indice de refração n de espessura e. O filme está entre dois meios de índices de refração  $n_1$  e  $n_2$ , conforme a figura abaixo. Um raio de luz de comprimento de onda  $\lambda$  (no ar) incide sobre o filme.

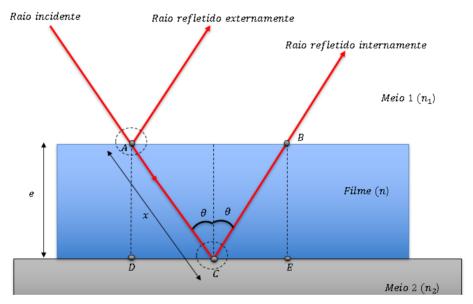


Figura 8: Representação do filme fino.

Antes de começarmos nosso estudo quantitativo em relação aos filmes finos, faremos umas considerações:

• Os raios incidente, refletivo externamente e refletido internamente são paralelos. A imagem acima é uma representação que facilita a análise do sistema, entretanto, o angulo de incidencia é praticamente zero ( $\theta \approx 0^{\circ}$ ) e, portanto, a representação correta seria a da figura 9.



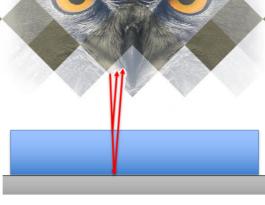


Figura 9: Raios luminosos são praticamente perpendiculares ao filme.

• Como os raios são praticamente paralelos, não há refração nos pontos A e C.

A interferência nos filmes finos ocorre entre o raio refletido externamente e o raio refletido internamente.

#### 4.1. Diferença de caminho

A diferença de caminho existente entre o raio refletido externamente e o raio refletido internamente é dada pela geometria do  $\Delta ABC$ . Como os raios são praticamente paralalelos, o valor de x se aproxima do valor da espessura do filme e

Desta maneira, a diferença de caminho entre os raios é 2e.

$$\Delta x = 2e$$

#### 4.2. Inversão de fase

Sabemos que ao atingir uma interface entre dois meios um raio de luz refrata e reflete. A refração não causa inversão de fase no raio luminoso. Entretanto, a reflexão pode causar a inversão de fase.

Dado um raio de luz se propagando um meio de índice de refração  $n_1$ , em direção a um meio de indice de refração  $n_2$ . A reflexão na interface entre o meio 1 e o meio 2:

- Inverte fase  $\Delta \Phi = 180^\circ = \pi \ \leftrightarrow \ n_1 < n_2$
- Não inverte fase  $\Delta\Phi=0 \ \leftrightarrow \ n_1>n_2$

# 4.3. Produção da interferência

A diferença de caminho entre os raios refletidos internamente e externamente é produzida no interior do filme. Dessa maneira, não podemos esquecer de usar o comprimento de onda do filme para a interferência.

Para encontrar o padrão construtivo ou destrutivo devemos saber se há ou não inversão de fase. Para isso, faremos a tabela abaixo referente a figura 8.



Relação entre os índices de refração	Inversão de fase	Interferência construtiva	Interferencia destrutiva
$n_1 < n_2$ e $n_2 < n_3$	Ocorre inversão de fase nos pontos A e C. Desta maneira, há inversão de fase: $\Delta\Phi=2\pi=0$ Portanto, como se não houvesse inversão de fase.	$2e = K \cdot \frac{\lambda}{n}$ $K \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$	$2e = \left(K + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{\lambda}{n}$ $K \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$
$n_1 < n_2$ e $n_2 > n_3$	Ocorre inversão de fase apenas no ponto A. Desta maneira, há inversão de fase: $\Delta \Phi = \pi$	$2e = \left(K + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{\lambda}{n}$ $K \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$	$2e = K \cdot \frac{\lambda}{n}$ $K \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$
$n_1 > n_2$ e $n_2 < n_3$	Ocorre inversão de fase apenas no ponto C. Desta maneira, há inversão de fase: $\Delta\Phi=\pi$	$2e = \left(K + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{\lambda}{n}$ $K \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$	$2e = K \cdot \frac{\lambda}{n}$ $K \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$
$n_1>n_2$ e $n_2>n_3$	Não ocorre nenhuma inversão de fase: $\Delta\Phi=0$	$2e = K \cdot \frac{\lambda}{n}$ $K \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$	$2e = \left(K + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{\lambda}{n}$ $K \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$

A tabela acima mostra todas as combinações possíveis para o filme fino que está entre dois meios diferentes. Note que a análise principal está sobre os índices de refração e, consequentemente, sobre as inversões de fase.



# 5. Anéis de Newton

Os anéis de Newton são um padrão de interferência cujas franjas são circulares de (raio r) e concêntricas. Esse padrão de interferência é produzido por um filme de ar localizado entre uma lâmina e uma lente plano-convexa de raio R e centro O.

Raios luminosos ( $comprimento de onda \lambda no ar$ ) incidem primeiramente na lente, uma parte refrata e a outra parte reflete. Os primeiros raios refletidos são chamados de raios refletidos superiormente.

Agora, o raio que refratou reflete na lâmina e, posteriormente, segue seu caminho até o olho do observador. Os raios que refletiram na lâmina e seguiram até o observador são chamados de raios refletidos inferiormente.

Note que a diferença de caminho entre os raios refletidos superiormente e os raios refletidos inferiormente é justamente a diferença de caminho produzida por um filme fino de ar. Considerando que a espessura desse filme seja *e*, iremos encontrá-la.

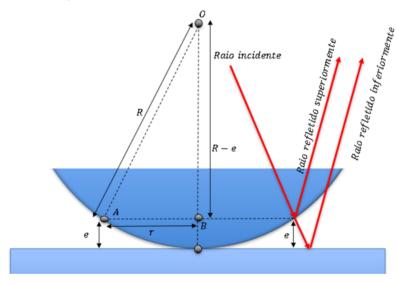


Figura 10: Representação do experimento que produz os Anéis de Newton.

Utilizando a figura 10, temos o triângulo retangulo AOB. Podemos aplicar o Teorema de Pitágora nesse triângulo:

$$R^2 = r^2 + (R - e)^2 \Rightarrow r^2 + e^2 = 2Re$$

Considera-se que o raio do anel (r) é muito maior que a espessura do filme fino (e). Portanto, temos:

$$r^{2} + e^{2} \approx r^{2}$$

$$r^{2} = 2Re \Rightarrow \boxed{2e = \frac{r^{2}}{R}}$$

Deste modo, encontramos a diferença de caminho entre o raio refletido superiormente e o raio refletido inferiormente. Considerando que a lâmina e a lente são feitas de materias mais refringente que o ar, temos inversão de fase apenas na reflexão do raio refletido inferiormente.



Portanto, a inversão de fase é:

$$\Delta \Phi = \pi$$

Assim, os padrões de interferência são:

Interferência construtiva: formam aneis claros.

$$2e = \left(K + \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda = \frac{r^2}{R} : r_{anel,claro} = \sqrt{\left(K + \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda \cdot R}$$

• Interferência destrutiva: formam aneis escuros.

$$2e = K \cdot \lambda = \frac{r^2}{R} : r_{anel,escuro} = \sqrt{K \cdot \lambda \cdot R}$$

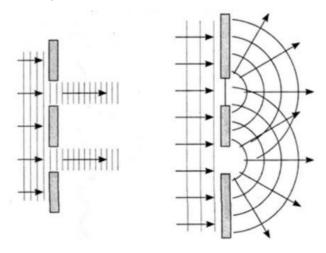
A Figura 11, abaixo representada, mostra os aneís formados pelo experimento da figura 9. Note que o ponto central é uma interferência destrutiva.



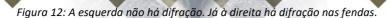
Figura 11: Representação dos Anéis de Newton.

# 6. Difração

Quando as ondas de luz passam através de uma pequena abertura, em vez de um ponto nítido de luz, um padrão de interferência é observado. Esse comportamento indica que a luz, depois de passar pela abertura, se espalha para além do caminho estreito definido pela abertura para regiões que ficarão na sombra, se a luz viajar em linha reta.







Na figura 12, o desenho da esquerda mostra o que aconteceria se a onda não difratasse. O desenho da direita mostra a difração nas fendas.

Outras ondas, como ondas sonoras e ondas de água, também têm essa propriedade de se espalhar ao passar por aberturas ou por bordas afiadas. O fenômeno, conhecido como difração, pode ser descrito apenas com um modelo de onda para a luz.

Em geral, a difração ocorre quando as ondas passam por pequenas aberturas, em torno de obstáculos, ou passam por arestas vivas, como mostrado na figura 12. Quando um objeto opaco é colocado entre uma região sombreada e uma região iluminada. A região iluminada acima da sombra do objeto contém franjas claras e escuras alternadas. Tal exibição é chamada de **padrão de difração**.

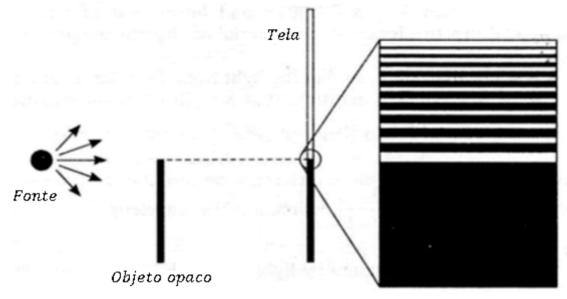


Figura 13: Padrão de interferência devido ao objeto opaco.

Neste tópico, restringiremos nossa atenção à difração de **Fraunhofer**, que ocorre, por exemplo, quando todos os raios que passam por uma fenda estreita são aproximadamente paralelos uns aos outros. Isso pode ser alcançado experimentalmente, colocando a tela longe da abertura usada para criar a difração ou usando uma lente convergente para focalizar os raios depois que eles passam pela abertura, como mostrado na figura 13.



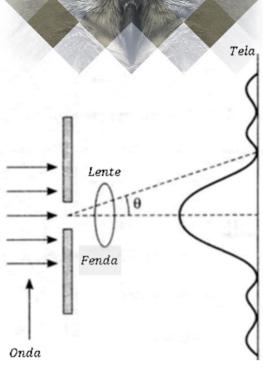


Figura 14: Difração de Fraunhofer na fenda simples.

# 6.1. Difração em fendas simples

Até agora, assumimos que as fendas são fontes pontuais de luz. Nesta seção, abandonamos essa suposição e vemos como a largura finita das fendas é a base para entender a difração de Fraunhofer.

Podemos deduzir algumas características importantes desse fenômeno examinando as ondas provenientes de várias partes da fenda, como mostra a figura 15. De acordo com o princípio de Huygens, cada parte da fenda atua como fonte de ondas de luz. Portanto, a luz de uma porção da fenda pode interferir com a luz de outra porção, e a intensidade da luz resultante na tela depende da direção  $\theta$ .

Para analisar o padrão de difração, é conveniente dividir a fenda em duas metades, como mostra a figura 15. Tendo em mente que todas as ondas estão em fase quando saem da fenda, considere os raios 1 e 3. Enquanto esses dois raios viajam em direção a tela (à direita da figura 15), o raio 1 viaja mais longe que o raio 3 em uma quantidade igual à diferença de caminho  $\frac{a}{2} \cdot sen\theta$ , em que a é a largura da fenda.

Da mesma forma, a diferença de caminho entre os raios 2 e 4 também é  $\frac{u}{2} \cdot sen\theta$ . Se essa diferença de caminho é exatamente metade de um comprimento de onda (correspondente a uma diferença de fase de 180°), as duas ondas se cancelam e resultam em interferência destrutiva. Isso é verdade para quaisquer dois raios que se originam em pontos separados pela metade da largura da fenda, pois a diferença de fase entre dois desses pontos é de 180°.

Portanto, as ondas da metade superior da fenda interferem destrutivamente com as ondas da metade inferior quando:



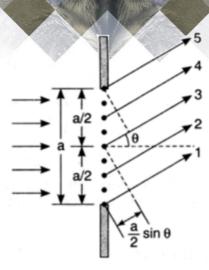


Figura 15: Fenda simples e raios luminosos.

$$\frac{a}{2} \cdot sen\theta = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow a \cdot sen\theta = \lambda$$

Se nos dividíssemos a fenda em quatro partes e usássemos um raciocínio análogo, teríamos:

$$a \cdot sen\theta = 2\lambda$$

Se nos dividíssemos a fenda em seis partes, teríamos:

$$a \cdot sen\theta = 3\lambda$$

Desta maneira, a condição geral para descrever os mínimos (interferência destrutiva) é:

$$a \cdot sen\theta = K \cdot \lambda, \qquad K \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$$

Esta equação fornece os valores de  $\theta$  para os quais o padrão de difração tem intensidade de luz zero, isto é, quando uma franja escura é formada. No entanto, nada nos diz sobre a variação na intensidade da luz ao longo da tela.

As características gerais da distribuição de intensidade são mostradas na figura 16. É observada uma ampla franja central brilhante; essa franja é acompanhada por franjas brilhantes muito mais fracas, alternadas com franjas escuras.

As várias franjas escuras ocorrem nos valores de  $\theta$  que satisfazem a equação acima. Cada pico de franja brilhante fica aproximadamente a meio caminho entre seus mínimos marginais escuros. Observe que o máximo central brilhante é duas vezes maior que o máximo secundário.

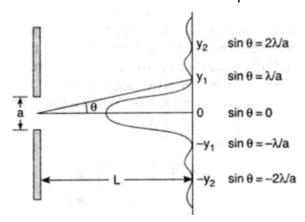


Figura 16: Padrão de intensidade da fenda simples



## 6.1.1. Largura do máximo central (e)

O máximo central tem largura corresponde ao dobro do primeiro mínimo:

$$e = 2 \cdot y_1 : e = \frac{2 \cdot L \cdot \lambda}{a}$$

#### 6.1.2. Intensidade na fenda simples

Utilizando o conceito de fasores podemos determinar a distrubuição de intensidade de difração para uma fenda simples. A intensidade varia da seguinte maneira:

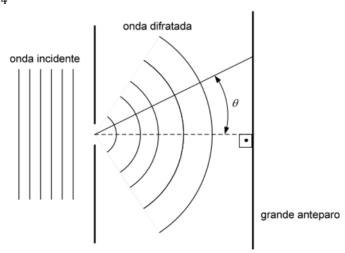
$$I = I_0 \cdot \left(\frac{sen\left(\frac{\beta}{2}\right)}{\frac{\beta}{2}}\right)^2, com \frac{\beta}{2} = \frac{\pi \cdot a \cdot sen\theta}{\lambda}$$

Deste modo, temos:

$$I = I_0 \cdot \left( \frac{sen\left(\frac{\pi \cdot a \cdot sen\theta}{\lambda}\right)}{\frac{\pi \cdot a \cdot sen\theta}{\lambda}} \right)^2$$

## 4. (IME-2016)

Uma fenda é iluminada com luz monocromática cujo comprimento de onda é igual a 510 nm. Em um grande anteparo, capaz de refletir toda a luz que atravessa a fenda, são observados apenas cinco mínimos de intensidade de cada lado do máximo central. Sabendo que um dos mínimos encontrase em  $\theta$ , tal que  $sen\theta = \frac{3}{4} e cos\theta = \sqrt{7}/4$ , determine a largura da fenda.



#### **Comentários:**

Para os mínimos na difração, temos:



$$d \cdot sen\theta = m \cdot \lambda \Rightarrow sen\theta = \frac{m \cdot \lambda}{d}$$

Perceba que os senos de  $\theta$  estão em progressão aritmética de razão  $r=\frac{\lambda}{d}$ .

$$sen\theta_1 = r$$
;  $sen\theta_2 = 2r$ ;  $sen\theta_3 = 3r$ ;  $sen\theta_4 = 4r$ ; e  $sen\theta_5 = 5r$ 

Como são observador apenas cinco mínimos, 5r < 1~e~6r > 1. Desta maneira, apenas  $sen\theta_4 = 4r = \frac{3}{4}$  satisfaz as desigualdades acima e, portanto, temos que  $\theta$  corresponde ao quatro mínimo.

Dessa forma, temos:

$$d \cdot \frac{3}{4} = 4 \cdot 510 \ nm \Rightarrow \boxed{d = 2,72 \cdot 10^{-6}}$$

#### 6.1.3. Polarização de onda eletromagnética

Como já vimos, uma onda eletromagnética pode ser representada por:

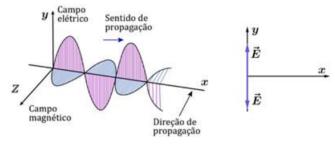


Figura 17: Luz polarizada verticalmente orientada para a direita.

A figura 17 mostra uma onda eletromagnética com o campo eletrico oscilando paralelamente ao eixo y. Chamamos o plano que contém o vetor  $\vec{E}$  em instantes sucessivos de tempo de **plano de polarização da onda** ( na figura 17, dizemos que a onda é plano-polarizada na direção y).

Para representar a polarização da onda, utilizamos a orientação do campo elétrico em uma vista frontal do plano de oscilação. As setas de duas cabeças mostra que, para um observador, o campo elétrico oscila verticalmente, alternando continuamente entre o sentido positivo e o sentido negativo do eixo y.

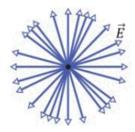


Figura 18: Luz não polarizada orientada para fora do papel. O campo elétrico está em todas as direções do plano.

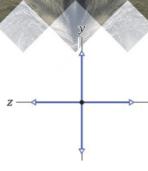


Figura 19: Representação simplificada de luz não polarizada.

Um canal de televisão sempre transmite ondas com mesma polarização. Entretanto, o Sol ou uma lâmpada eletrica emite ondas eletromagnéticas não polarizadas. Em uma onda não polarizada, a direção do campo elétrico muda aleatoriamente com o tempo, ainda que a direção permaneça perpendicular à direção de propagação da onda.

Quando uma onda está **parcialmente polarizada**, nós representamos o campo elétrico por setas de diferentes tamanhos. Na direção onde o campo elétrico passa mais tempo, desenhamos setas mais comprida.

É muito importante definir uma direção de polarização. É possível transformar a luz não polarizada em polarizada, quando passamos ela por um filtro polarizador. Um filtro polarizador é uma folha de plastico que contém moléculas bem longas.

Na construção de um filtro, a folha é esticada para que as moléculas se alinhem. Dessa forma, ao passar a luz pela folha, as componentes do campo elétrico paralelas às moléculas conseguem atravessar, mas as componentes perpendiculares às moléculas são absorvidas e desaparecem.

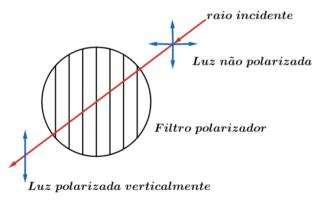


Figura 20: Luz não polarizada se polariza após passar por um filtro polarizador. A direção de polarização é a mesma do filtro.

Dizemos que a componente do campo eletrico paralela à direção de polarização é transmitida pelo filtro polarizador, enquanto a componente perpendicular é absorvida.

Quando uma luz não polarizada passa por um filtro polarizador, apenas metade da intensidade da luz emerge do filtro, isto é,  $I_{passa}=I_0/2$ . Essa regra é conhecido como regra da metade. Lembre-se que esssa regra só é válida para a luz não polarizada que incide no filtro polarizador.

Agora, vamos supor que a luz incidente em um filtro polarizador seja polarizada. Podemos separar o campo elétrico em duas componentes em relação à direção de polarização do filtro.



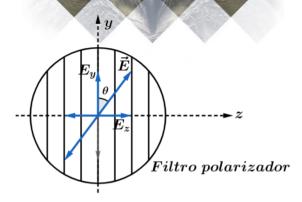


Figura 21: Luz polarizada atravessando um filtro polarizador. O ângulo θ é tomado na direção de  $\vec{E}$  em relação a direção de polarização do filtro.

Assim, na direção direção de polarização do filtro, temos:

$$E_{v} = E \cos(\theta)$$

A intensidade de uma onda eletromagnética é proporcional ao quadrado do módulo do campo elétrico ( $I=E_{rms}^2/cm_0$ ). Dessa forma, a intensidade I da onda que emerge do filtro é proporcional a  $E_y^2$  e a intensidade  $I_0$  da onda original é proporcional a  $E^2$ . A relação entre I e  $I_0$  é dada pela lei de Mallus que diz:

$$I = I_0 \cos^2(\theta)$$

Lembre-se que essa lei é válida apenas para o caso da onda que incide no filtro ser polarizada. Pela lei de Mallus, vemos que a Intensidade transmitida é máxima quando a luz incidente polarizada tiver direção paralela à direção de polarização do filtro. Quando isso ocorre, percebemos que  $\theta=0^{\circ}$ . Por outro lado, vemos que a intensidade transmitida será nula, quando a direção de polarização da luz for perpendicular à direção de polarização do filtro ( $\theta=90^{\circ}$ ).

# 7. Análise dimensional

A análise dimensional é uma ferramenta física que é utilizada para identificar grandezas, obter unidades, verificar homogeneidade de equações e prever expressões matemáticas a partir de conclusões experimetais.

#### 7.1. Grandezas físicas fundamentais e derivadas

**Grandezas fundamentais** são aquelas cujo o conceito independe de outras grandezas. As grandezas fundamentais são: comprimento (L); masssa (M); tempo (T); corrente elétrica (I); e temperatura ( $\theta$ ). Todas as demais grandezas são **derivadas** dessas cinco.

# 7.2. Expressões dimensionais

Qualquer grandeza física pode ser escrita como sendo o produto de potencias das cinco grandezas fundamentais  $L, M, T, I \in \theta$ .



Cada produto, com seus respectivos expoentes em cada grandeza fundamental, identifica uma grandeza física e dá se o nome de **expressão dimensional**.

Como exemplo, temos as grandezas A e B e suas respectivas expressões dimensionais.

$$[A] = M^a \cdot L^b \cdot T^c$$
$$[B] = M^d \cdot L^f \cdot T^g \cdot I^h$$

Se uma grandeza for independente de alguma das grandezas fundamentais temos um expoente nulo na potencia daquela grandeza fundamental e, portanto, ela não precisa ser escrita na expressão dimensional.

Iremos calcular algumas expressões dimensionais.

**1.** Velocidade  $\left(v = \frac{\Delta S}{\Delta t}\right)$ : como  $[\Delta S] = L$  e  $[\Delta t] = T$ , temos:

$$[v] = \frac{L}{T} \Rightarrow \boxed{[v] = L^1 \cdot T^{-1}}$$

**2.** Aceleração  $\left(a = \frac{\Delta v}{\Delta t}\right)$ : como  $\left[\Delta v\right] = L^1 \cdot T^{-1}$  e  $\left[\Delta t\right] = T$ , temos:

$$[a] = \frac{L^1 \cdot T^{-1}}{T} \Rightarrow \boxed{[a] = L^1 \cdot T^{-2}}$$

**3. Força** ( $F = m \cdot a$ ): como [a] =  $L^1 \cdot T^{-2}$  e [m] = M, temos:

$$F] = M \cdot L^1 \cdot T^{-2}$$

**4. Trabalho**  $(\tau = \mathbf{F} \cdot \mathbf{d})$ : como  $[\tau] = M \cdot L^1 \cdot T^{-2}$  e [d] = L, temos:

$$[\tau] = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$$

**5. Quantidade de movimento**  $(p = m \cdot v)$ : como  $[v] = L^1 \cdot T^{-1}$  e [m] = M, temos:

$$[\tau] = M \cdot L^1 \cdot T^{-1}$$

**6. Calor específico sensível**  $\left(c = \frac{Q}{m\Delta\theta}\right)$ : como  $[\tau] = [Q] = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$  , [m] = M e  $[\Delta\theta] = \theta$ , temos:

$$c] = L^2 \cdot T^{-2} \cdot \theta^{-1}$$

**7.Carga elétrica**  $(q = i \cdot \Delta t)$ : como [i] = I e  $[\Delta t] = T$ , temos:

$$[i] = I \cdot T$$

Por outro lado, ao conhecermos a expressão dimensional de uma dada grandeza física, podemos determinar facilmente sua unidade de medida em termos das unidades do sistema internacional.

No SI, massa é o **kilograma**, comprimento é o **metro**, tempo é o **segundo**, temperatura é o **Kelvin** e corrente é o **Ampere**. Então:

• Força:  $[F] = M \cdot L^1 \cdot T^{-2}$ .



Unidade do SI =  $kg \cdot m^1 \cdot s^{-2} = Newton(N)$ .

- Energia  $[E] = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$ . Unidade do SI =  $kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} = Joule(J)$ .
- Resistência elétrica  $[R] = M \cdot L^2 \cdot T^{-3} \cdot I^{-2}$ . Unidade do SI =  $kg \cdot m^2 \cdot s^{-3} \cdot A^{-2} = Ohm (\Omega)$ .

# 7.3. Homogeneidade dimensional

Para que uma equação física seja verdadeira, ela deve ser dimensionalmente homogênea. Ambos os membros da igualdade devem possuir a mesma unidade de medida.

Considere as equações (1) e (2), em que A, B e C são grandezas físicas e [A], [B] e [C] são suas respectivas dimensionais.

$$(1)A = B + C$$

(2) 
$$A = B.C$$

Para que ocorra a homogeneidade, devemos ter:

Para a equação 1: 
$$[A] = [B] = [C]$$

Para a equação 2: 
$$[A] = [B] \cdot [C]$$

# 5. (ITA 2002)

Em um experimento verificou-se a proporcionalidade existente entre energia e a frequência de emissão de uma radiação característica. Nesse caso, a constante de proporcionalidade, em termos dimensionais, é equivalente a:

a) Força.

- b) Quantidade de movimento.
- c) Momento angular.

- d) Pressão.
- e) Potência.

#### Comentário:

Podemos associar energia e frequência utilizando a formula:

$$E = k \cdot f \Rightarrow [E] = [k] \cdot [f]$$

Das dimensionais, temos:

$$[E] = M \cdot L^2 \cdot T^{-2} \Rightarrow [f] = T^{-1}$$

Portanto, temos:

$$[k] = M \cdot L^2 \cdot T^{-1}$$

Essa dimensional corresponde exatamente com a dimensional do momento angular

$$\vec{L} = \vec{r} \cdot \vec{p} = L^2 M^1 T^{-1}$$

Gabarito: C

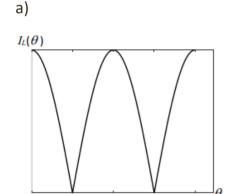


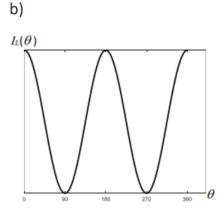


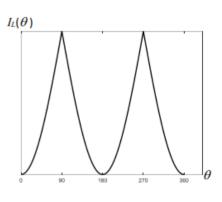
# 8. Lista de questões

#### 1. (IME - 2020)

Um indivíduo instalou uma fonte de luz monocromática linearmente polarizada na roda do seu carro, irradiando em direção ortogonal à roda e paralela ao solo. O veículo está em movimento retilíneo em velocidade constante. Um detector linearmente polarizado desloca-se, acompanhando o eixo da roda, na mesma velocidade e sentido do carro. O gráfico da intensidade luminosa ( $I_L$ ) captada pelo detector, em função do ângulo ( $\theta$ ), em graus, entre os planos de polarização da luz e do detector, é:

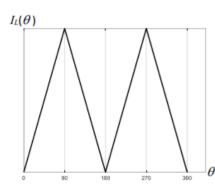


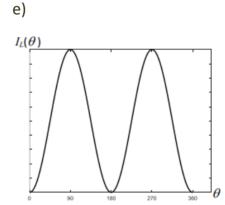




c)

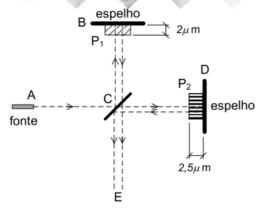












Uma fonte luminosa A emite uma luz com comprimento de onda  $\lambda=500~nm$ , no vácuo, na direção de um anteparo localizado em C. Em frente ao espelho localizado em B, encontra-se a película  $P_1$  com índice de refração  $n_1=1,25$  e, em frente ao espelho localizado em D, encontra-se uma a película  $P_2$  com índice de refração  $n_2$ .

#### Observações:

- os espelhos equidistam do centro do anteparo C;
- após ser emitido do ponto A, o feixe de luz reflete em direção a B e refrata em direção a D;
- após refletir em B, o feixe refrata diretamente em direção a E; e
- após refletir em D, o feixe volta a refletir totalmente em C em direção a E.

O menor índice de refração  $n_2$  para que ocorra interferência totalmente destrutiva para um observador localizado em E, é

#### 3. (IME - 2019)

Considere as seguintes grandezas e suas dimensionais: Calor específico - [c]; Coeficiente de dilatação térmica -  $[\alpha]$ ; Constante eletrostática - [k]; e Permeabilidade magnética -  $[\mu]$ .

A alternativa que expressa uma grandeza adimensional é:

a) 
$$[c][\alpha]^{-1}[k][\mu]$$

b) 
$$[c][\alpha]^{-1}[k]^{-1}[\mu]$$

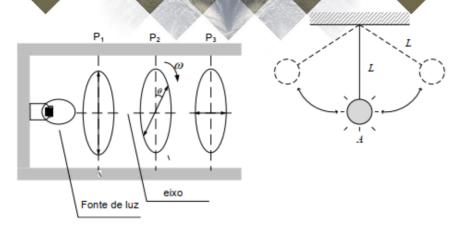
c) 
$$[c][\alpha]^{-1}[k][\mu]^{-1}$$

d) 
$$[c][\alpha]^{-2}[k][\mu]^{-2}$$

e) 
$$[c][\alpha]^{-2}[k]^{-1}[\mu]^{-2}$$

## 4. (IME – 2019)





Um estroboscópio foi montado utilizando-se uma fonte de luz branca e três polarizadores, conforme mostra a figura. Os polarizadores  $P_1$  e  $P_3$  estão com seus planos de polarização ortogonais e o polarizador  $P_2$  gira com frequência angular constante  $\omega$ , em torno do eixo, e no sentido, conforme indicados na figura. Em um ambiente completamente escuro, a luz estroboscópica ilumina a massa de um pêndulo simples sempre que ela passa no ponto A, indicado na figura, dando a impressão de que a massa está parada na posição inferior do pêndulo. Sabendo que a aceleração da gravidade é g, determine:

- a) a intensidade da luz estroboscópica em função do ângulo  $\theta$ , entre os planos de polarização de  $P_1$  e  $P_2$ ;
- b) o comprimento L do pêndulo.

#### Dado:

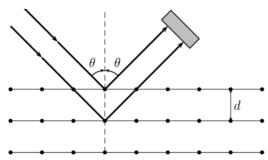
ullet intensidade máxima da luz estroboscópica iluminando o pêndulo, se os três polarizadores estivessem alinhados:  $I_0$ .

#### Observação:

- estroboscópio: instrumento usado para iluminar, de maneira intermitente, um objeto; e
- considere que a visão humana só é capaz de perceber a intensidade luminosa quando ela é máxima.

#### 5. (ITA-2018)

Com um certo material, cujas camadas atômicas interdistam de uma distância d, interage um feixe de radiação que é detectado em um ângulo  $\theta$  conforme a figura. Tal experimento é realizado em duas situações





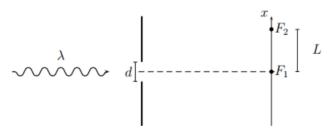
- (I) O feixe de raios X monocromáticos, com sua intensidade de radiação medida por um detector, resultando numa distribuição de intensidade em função de  $\theta$ , com valor máximo para  $\theta=\alpha$ , e
- (II) o feixe é composto por elétrons monoenergeticos, com a contagem do número de elétrons por segundo para cada ângulo medido, resultando no seu valor máximo para  $\theta = \beta$ .

Assinale a opção com possíveis mudanças que implicam a alteração simultânea dos ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  medidos.

- a) Aumenta-se a intensidade do feixe de raio X e diminui-se a velocidade dos elétrons.
- b) Aumenta-se a frequência dos raios X e triplica-se o número de elétrons no feixe.
- c) Aumenta-se o comprimento de onda dos raios X e a energia cinética dos elétrons.
- d) Dobram-se a distância entre as camadas d (pela escolha de outro material) e o comprimento de onda dos raios X. Além disso, diminui-se a velocidade dos elétrons pela metade.
- e) Diminui-se a intensidade dos raios X e aumenta-se a energia dos elétrons.

#### 6. (ITA-2017)

A figura mostra dois anteparos opacos à radiação, sendo um com fenda de tamanho variável d, com centro na posição x=0, e o outro com dois fotodetectores de intensidade de radiação, tal que F1 se situa em x=0 e F2, em x=L>4d. No sistema incide radiação eletromagnética de comprimento de onda  $\lambda$  constante.



Num primeiro experimento, a relação entre d e  $\lambda$  é tal que  $d\gg\lambda$  e são feitas as seguintes afirmativas:

- (I) Só F1 detecta radiação.
- (II) F1 e F2 detectam radiação.
- (III) F1 não detecta e F2 detecta radiação.

Num segundo experimento, d é reduzido até a ordem do comprimento de  $\lambda$  e, neste caso, são feitas estas afirmativas:

- (IV) F2 detecta radiação de menor intensidade que a detectada em F1.
- (V) Só F1 detecta radiação.
- (VI) Só F2 detecta radiação.

Assinale as afirmativas possíveis para a detecção da radiação em ambos os experimentos.

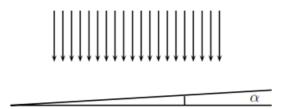
a) I, II e IV b) I, IV e V c) II, IV e V d) III, V e IV e) I, IV e VI



#### 7. (ITA-2015)

Luz que pode ser decomposta em componentes de comprimento de onda com 480 nm e 600 nm, incide verticalmente em uma cunha de vidro com ângulo de abertura  $\alpha=3,00^\circ$  e índice de refração de 1,5, conforme a figura, formando linhas de interferência destrutivas. Qual é a distância entre essas linhas?

- a) 11,5  $\mu m$
- b) 12,8 μm
- c) 16,0 µm
- d) 22,9  $\mu m$
- e) 32,0  $\mu m$



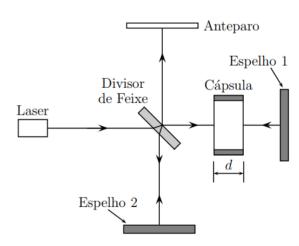
#### 8. (ITA-2014)

Sobre uma placa de vidro plana é colocada uma lente plano-côncava, com 1,5 de índice de refração e concavidade de 8,00 m de raio voltada para baixo. Com a lente iluminada perpendicularmente de cima por uma luz de comprimento de onda 589 nm (no ar), aparece um padrão de interferência com um ponto escuro central circundado por anéis, dos quais 50 são escuros, inclusive o mais externo na borda da lente. Este padrão de interferência aparece devido ao filme de ar entre a lente e a placa de vidro (como esquematizado na figura). A espessura da camada de ar no centro do padrão de interferência e a distância focal da lente são, respectivamente,

- a)  $14,7 \ \mu m \ e 10,0m$
- b) 14,7  $\mu m e 16,0m$
- c) 238,0  $\mu m e 8,0 m$
- d) 35,2 μm e 16,0m
- e) 29,4  $\mu m e 16,0m$

## 9. (ITA-2014)

A figura mostra um interferômetro de Michelson adaptado para determinar o índice de refração do ar. As características do padrão de interferência dos dois feixes incidentes no anteparo dependem da diferença de fase entre eles, neste caso, influenciada pela cápsula contendo ar. Reduzindo a pressão na cápsula de 1 atm até zero (vácuo), nota-se que a ordem das franjas de interferência sofre um deslocamento de N, ou seja, a franja de ordem 0 passa a ocupar o lugar da de ordem N, a franja de ordem 1 ocupa o lugar da de ordem N+1, e assim sucessivamente. Sendo d a



espessura da cápsula e  $\lambda$  o comprimento de onda da luz no vácuo, o índice de refração do ar é igual a:





b)  $N\lambda/2d$ 

c)  $1 + N\lambda/d$ 

d)  $1 + N\lambda/2d$ 

e)  $1 - N\lambda/d$ 

#### 10. (ITA-2014)

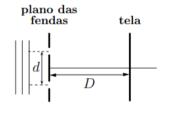
Uma luz monocromática incide perpendicularmente num plano com três pequenos orifícios circulares formando um triângulo equilátero, acarretando um padrão de interferência em um anteparo paralelo ao triângulo, com o máximo de intensidade num ponto P equidistante dos orifícios. Assinale as respectivas reduções da intensidade luminosa em P com um e com dois orifícios tampados.

## 11. (ITA-2014)

Em uma experiencia de Young, uma luz magenta, constituída por uma mistura de luz vermelha  $(\lambda = 660 \, nm)$  e luz azul  $(\lambda = 440 \, nm)$  de mesma intensidade da luz vermelha, incide perpendicularmente num plano onde atravessa duas fendas paralelas separadas de  $22 \mu m$  e alcança um anteparo paralelo ao plano, a 5,00 m de distância. Neste, há um semieixo Oy perpendicular à direção das fendas, cuja origem também está a 5,00 m de distância do ponto médio entre estas. Obtenha o primeiro valor de y > 0 onde há um máximo de luz magenta (intensidades máximas de vermelho e azul no mesmo local). Se necessário, utilize  $tan\theta \cong$  $sen\theta$ , para  $\theta \ll 1 \, rad$ .

#### 12. (ITA-2013)

Num experimento clássico de Young, d representa a distância entre as fendas e D a distância entre o plano destas fendas e a tela de projeção das franjas de interferência, como ilustrado na figura. Num primeiro experimento, no ar, utiliza-se luz de comprimento de onda  $\lambda_1$  e, num segundo experimento, na água, utiliza-se luz cujo comprimento de onda no ar é  $\lambda_2$ . As franjas de interferência dos experimentos são registradas



numa mesma tela. Sendo o índice de refração da água igual a n, assinale a expressão para a distância entre as franjas de interferência construtiva de ordem m para o primeiro experimento e as de ordem M para o segundo experimento.

a) 
$$\left| \frac{D(M\lambda_2 - mn\lambda_1)}{nd} \right|$$
 b)  $\left| \frac{D(M\lambda_2 - m\lambda_1)}{nd} \right|$  c)  $\left| \frac{D(M\lambda_2 - mn\lambda_1)}{d} \right|$ 

b) 
$$\left| \frac{D(M\lambda_2 - m\lambda_1)}{nd} \right|$$

c) 
$$\frac{D(M\lambda_2 - mn\lambda_1)}{d}$$

d) 
$$\left| \frac{D(M\lambda_2 - m\lambda_1)}{d} \right|$$

d) 
$$\left| \frac{D(M\lambda_2 - m\lambda_1)}{d} \right|$$
 e)  $\left| \frac{D(Mn\lambda_2 - m\lambda_1)}{d} \right|$ 

# 13. (ITA-2013)

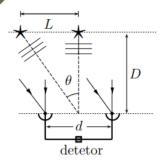
Um prato de plástico com índice de refração 1,5 é colocado no interior de um forno de microondas que opera a uma frequência de  $2,5.10^9$  Hz. Supondo que as micro-ondas incidam perpendicularmente ao prato, pode-se afirmar que a mínima espessura deste em que ocorre o máximo de reflexão das micro-ondas é de:

- a) 1,0 cm
- b) 2,0 cm
- c) 3,0 cm
- d) 4,0 cm
- e) 5,0 cm

# 14. (ITA-2013)



Dois radiotelescópios num mesmo plano com duas estrelas operam com um interferômetro na frequência de 2,1 Ghz. As estrelas são interdistantes de L=5,0 anos-luz e situam-se a uma distância  $D=2,5\cdot 10^7$  anos-luz da Terra. Ver figura. Calcule a separação mínima d, entre os dois radiotelescópios necessária para distinguir as estrelas. Se necessário, utilize  $tan\theta\cong sen\theta$ , para  $\theta\ll 1$  rad.

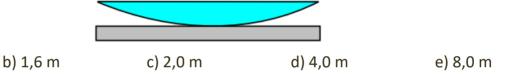


#### 15. (ITA-2011)

Um filme fino de sabão é sustentado verticalmente no ar por uma argola. A parte superior do filme aparece escura quando é observada por meio de luz branca refletida. Abaixo da parte escura aparecem bandas coloridas. A primeira banda tem cor vermelha ou azul? Justifique sua resposta.

#### 16. (ITA-2010)

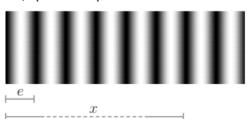
Um feixe luminoso vertical, de 500 nm de comprimento de onda, incide sobre uma lente planoconvexa apoiada numa lâmina horizontal de vidro, como mostra a figura. Devido à variação da espessura da camada de ar existente entre a lente e a lâmina, torna-se visível sobre a lente uma sucessão de anéis claros e escuros, chamados de anéis de Newton. Sabendo-se que o diâmetro do menor anel escuro mede 2 mm, a superfície convexa da lente deve ter um raio de



## 17. (ITA-2009)

a) 1,0 m

Uma lâmina de vidro com índice de refração n em forma de cunha é iluminada perpendicularmente por uma luz monocromática de comprimento de onda  $\lambda$ . Os raios refletidos pela superfície superior e pela inferior apresentam uma série de franjas escuras com espaçamento e entre elas, sendo que a m-ésima encontra-se a uma distância x do vértice. Assinale o ângulo  $\theta$ , em radianos, que as superfícies da cunha formam entre si.



a) 
$$\theta = \frac{\lambda}{2ne}$$
  
d)  $\theta = \frac{(2m+1)\lambda}{4nme}$ 

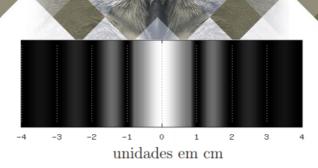
b) 
$$\theta = \frac{\lambda}{4ne}$$
  
e)  $\theta = \frac{(2m-1)\lambda}{4nme}$ 

c) 
$$\theta = \frac{(m+1)\lambda}{2nme}$$

# 18. (ITA-2010)

Luz monocromática, com 500 nm de comprimento de onda, incide numa fenda retangular em uma placa, ocasionando a dada figura de difração sobre um anteparo a 10 cm de distância. Então, a largura da fenda é

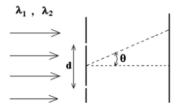




- a)  $1,25 \mu m$
- b)  $2,5 \mu m$
- c) 5.0 *µm*
- d) 12,5 μm
- e)  $25,0 \mu m$

#### 19. (ITA-2008)

Um feixe de luz é composto de luzes de comprimentos de ondas  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$ , sendo  $\lambda_1$  15% maior que  $\lambda_2$ . Esse feixe de luz incide perpendicularmente num anteparo com dois pequenos orifícios, separados entre si por uma distância d. A luz que sai dos orifícios é projetada num segundo anteparo, onde se observa uma figura de interferência. Pode-se afirmar então, que:

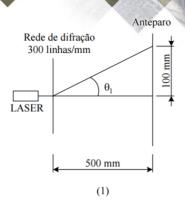


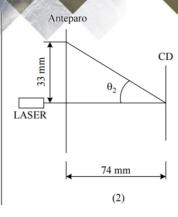
- a) o ângulo de  $arcsen\left(\frac{5\lambda_1}{d}\right)$  corresponde à posição onde somente a luz de comprimento de onda  $\lambda_1$  é observada.
- b) o ângulo de  $arcsen\left(\frac{10\lambda_1}{d}\right)$  corresponde à posição onde somente a luz de comprimento de onda  $\lambda_1$  é observada.
- c) o ângulo de  $arcsen\left(\frac{15\lambda_1}{d}\right)$  corresponde à posição onde somente a luz de comprimento de onda  $\lambda_1$  é observada.
- d) o ângulo de  $arcsen\left(\frac{10\lambda_2}{d}\right)$  corresponde à posição onde somente a luz de comprimento de onda  $\lambda_2$  é observada.
- e) o ângulo de  $arcsen\left(\frac{15\lambda_2}{d}\right)$  corresponde à posição onde somente a luz de comprimento de onda  $\lambda_2$  é observada.

## 20. (ITA-2006)

Para se determinar o espaçamento entre duas trilhas adjacentes de um CD, forma montados dois arranjos:







- 1. O arranjo da figura (1), usando uma rede de difração de 300 linhas por mm, um LASER e um anteparo. Neste arranjo, mediu-se a distância do máximo de ordem 0 ao máximo de ordem 1 da figura de interferência formada no anteparo.
- 2. O arranjo da figura (2), usando o mesmo LASER, o CD e um anteparo com um orifício para a passagem do feixe de luz. Neste arranjo, mediu-se também a distância no máximo de ordem 0 ao máximo de ordem 1 da figura de interferência. Considerando nas duas situações  $\theta_1$  e  $\theta_2$  angulos pequenos, a distância entre duas trilhas adjacentes do CD é de:
- a)  $2.7 \cdot 10^{-7} m$
- b)  $3 \cdot 10^{-7} m$
- c)  $7.4 \cdot 10^{-6} m$

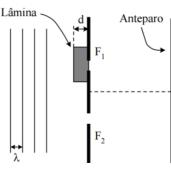
- d)  $1.5 \cdot 10^{-6} m$
- e)  $3.7 \cdot 10^{-5} m$

### 21. (ITA-2005)

Uma fina película de fluoreto de magnésio recobre o espelho retrovisor de um carro a fim de reduzir a reflexão luminosa. Determine a menor espessura da película para que produza a reflexão mínima no centro do espectro visível. Considere que o comprimento de onda  $\lambda=5500~A$ , o índice de refração do vidro  $n_V=1,5$  e, o da película,  $n_p=1,3$ . Admita a incidência luminosa como quase perpendicular ao espelho.

### 22. (ITA-2004)

Num experimento de duas fendas de Young, com luz monocromática de comprimento de onda  $\lambda$ , coloca-se uma lâmina delgada de vidro ( $n_V=1,6$ ) sobre uma das fendas. Isto produz um deslocamento das franjas na figura de interferência. Considere que o efeito da lâmina é alterar a fase da onda. Nestas circunstâncias, pode-se afirmar que a espessura d da lâmina, que provoca o deslocamento da franja central brilhante (ordem zero) para a posição que era ocupada pela franja brilhante de primeira ordem, é igual a:

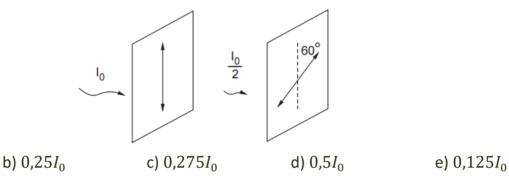


- a)  $0.38\lambda$
- b)  $0.60\lambda$
- c)  $\lambda$
- d)  $1,2\lambda$
- e) 1,7 $\lambda$



### 23. (ITA-2000)

Uma luz não-polarizada de intensidade  $I_0$  ao passar pelo primeiro polaróide tem sua intensidade reduzida pela metade, como mostra a figura. A luz caminha em direção a um segundo polaróide que tem seu eixo inclinado em um ângulo de 60° em relação ao primeiro. A intensidade de luz que emerge do segundo polaróide é:



### 24. (ITA 2018)

a)  $I_0$ 

Ondas gravitacionais foram previstas por Einstein em 1916 e diretamente detectadas pela primeira vez em 2015. Sob determinadas condições, um sistema girando com velocidade angular  $\omega$  irradia tais ondas com potência proporcional a  $Gc^{\beta}Q^{\gamma}\omega^{\delta}$ , em que G é a constante de gravitação universal; c a velocidade da luz e Q, uma grandeza que tem unidade  $kg \cdot m^2$ . Assinale a alternativa correta.

a)
$$\beta = -5, \gamma = 2, \delta = 6$$

b) 
$$\beta = -3/5$$
,  $\gamma = 4/3$ ,  $\delta = 4$ 

c) 
$$\beta = -10/3, \gamma = 5/3, \delta = 5$$
 d)  $\beta = 0, \gamma = 1, \delta = 3$ 

d) 
$$\beta = 0$$
,  $\gamma = 1$ ,  $\delta = 3$ 

e) 
$$\beta = -10$$
,  $\gamma = 3$ ,  $\delta = 9$ 





# 9. Gabarito sem comentários

1. B

2. B

3. B

4. a)  $I_0$  b)  $L=rac{g}{4\omega^2}$ 

5. C

6. B

7. C

8. B

9. D

10. A 11. 30 cm

12. A

13.B

14.357 km

15. azul

16. C

17. A

18. C

19.B

20. D

21.1058 A

22.E

23.E

24. A

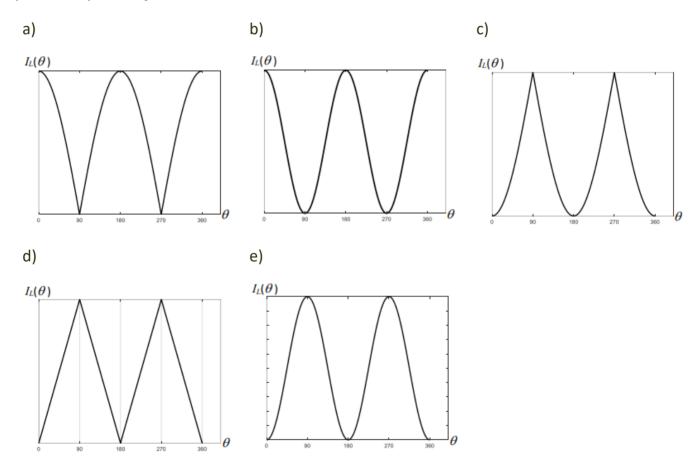




# 10. Lista de questões comentadas

### 1. (IME - 2020)

Um indivíduo instalou uma fonte de luz monocromática linearmente polarizada na roda do seu carro, irradiando em direção ortogonal à roda e paralela ao solo. O veículo está em movimento retilíneo em velocidade constante. Um detector linearmente polarizado desloca-se, acompanhando o eixo da roda, na mesma velocidade e sentido do carro. O gráfico da intensidade luminosa ( $I_L$ ) captada pelo detector, em função do ângulo ( $\theta$ ), em graus, entre os planos de polarização da luz e do detector, é:

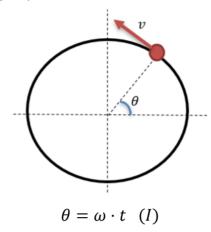


#### Comentários:

A análise do exercício permite simplificar uma enorme quantidade de contas. Isso ocorre devido ao fato de a velocidade do observador ser a mesma que a do centro da roda do carro.



Desta maneira, para o observador, a roda apenas realiza um movimento circular uniforme. Considere um movimento de rotação puro da roda.



Para a polarização de uma onda, podemos utilizar a lei de Malus. A lei de Malus relaciona a intensidade com o ângulo de polarização.

$$I = I_0 \cdot cos^2 \theta$$

Utilizando a equação (I), vem:

$$I = I_0 \cdot \cos^2(\omega \cdot t)$$

Podemos utilizar a seguinte transformação trigonométrica:

$$\cos^2\theta = \frac{\cos(2\theta) + 1}{2}$$

Transformando, temos:

$$I = I_0 \cdot \left(\frac{\cos(2 \cdot \omega \cdot t) + 1}{2}\right) \Rightarrow I = \frac{I_0}{2} + \frac{I_0}{2} \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t)$$

Percebemos que a forma do gráfico é do tipo cossenóide. Notamos que pela expressão acima, podemos eliminar as alternativas (C), (D) e (E).

Para chegar na alternativa correta, podemos analisar a primeira derivada da função intensidade.

$$\frac{dI}{d\theta} = -I_0 \cdot \text{sen}(2\theta)$$

Para os pontos  $\theta = \frac{\pi}{2}e \ \theta = \frac{3\pi}{2}$ , temos a seguinte expressão:

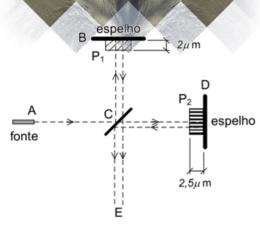
$$\left(\frac{dI}{d\theta}\right)_{\frac{\pi}{2}} = -I_0 \Rightarrow \left(\frac{dI}{d\theta}\right)_{\frac{3\pi}{2}} = I_0$$

Notamos que há derivada nesses pontos. Na alternativa (A) esses pontos não apresentam derivada. Assim, percebe-se que a única alternativa correta é a (B).

#### Gabarito: B

### 2. (IME - 2020)





Uma fonte luminosa A emite uma luz com comprimento de onda  $\lambda=500~nm$ , no vácuo, na direção de um anteparo localizado em C. Em frente ao espelho localizado em B, encontra-se a película  $P_1$  com índice de refração  $n_1=1,25$  e, em frente ao espelho localizado em D, encontra-se uma a película  $P_2$  com índice de refração  $n_2$ .

### Observações:

- os espelhos equidistam do centro do anteparo C;
- após ser emitido do ponto A, o feixe de luz reflete em direção a B e refrata em direção a D;
- após refletir em B, o feixe refrata diretamente em direção a E; e
- após refletir em D, o feixe volta a refletir totalmente em C em direção a E.

O menor índice de refração  $n_2$  para que ocorra interferência totalmente destrutiva para um observador localizado em E, é

### Comentários:

Repare que no ar o caminho vertical NO AR é 0,5  $\mu m$  maior que o horizontal (tanto na ida quanto na volta), entretanto, podemos desprezar essa diferença se percebermos que 0,5  $\mu m$  é exatamente o comprimento de onda, logo, isso não gera diferenças de fase na analise e podemos pensar exclusivamente nos efeitos das películas.

Usando a diferença de caminhos ópticos (CO), em que  $CO = \Delta x \cdot n$ , temos que para a primeira interferência destrutiva a diferença de caminhos óticos é  $\frac{\lambda}{2}$ .

Assim, como o único trecho diferente entre os dois caminhos é a parte das lâminas e lembrando que temos que considerar que o raio vai e volta dentro da lâmina (um fator 2), fazemos:

 $|2d_1 \cdot n_1 - 2 \cdot d_2 \cdot n_2| = \frac{\lambda}{2}$ , substituindo os dados temos dois valores (módulo)  $n_2 = 0.95$  ou  $n_2 = 1.05$ , mesmo que 0,95 seja menor ele é impossível, pois n é definido como  $n = \frac{c}{v}$ , em que c é a velocidade da luz (máxima possível), o que garante que  $n \ge 1$ .

Se o comprimento NO AR não fosse múltiplo do comprimento de onda em questão, bastaríamos acrescentar esse caminho ótico na análise do problema, com  $n_{ar}$ =1.

Assim, ficaríamos com : 
$$|(2d_1 \cdot n_1 + 2 \cdot 0.5 \cdot n_{ar}) - 2 \cdot d_2 \cdot n_2| = n_{impar} \cdot \frac{\lambda}{2}$$



### Gabarito: B

### 3. (IME - 2019)

Considere as seguintes grandezas e suas dimensionais: Calor específico - [c]; Coeficiente de dilatação térmica -  $[\alpha]$ ; Constante eletrostática - [k]; e Permeabilidade magnética -  $[\mu]$ .

A alternativa que expressa uma grandeza adimensional é:

a) 
$$[c][\alpha]^{-1}[k][\mu]$$

a) 
$$[c][\alpha]^{-1}[k][\mu]$$
 b)  $[c][\alpha]^{-1}[k]^{-1}[\mu]$  c)  $[c][\alpha]^{-1}[k][\mu]^{-1}$ 

c) 
$$[c][\alpha]^{-1}[k][\mu]^{-1}$$

d) 
$$[c][\alpha]^{-2}[k][\mu]^{-2}$$

d) 
$$[c][\alpha]^{-2}[k][\mu]^{-2}$$
 e)  $[c][\alpha]^{-2}[k]^{-1}[\mu]^{-2}$ 

#### Comentários:

Para resolver este problema, devemos determinar x, y, z e w de tal forma que a grandeza A seia adimensional:

$$[A] = [c]^x [\alpha]^y [k]^z [\mu]^w = 1$$

Da análise dimensional, devemos lembrar qual a dimensão de cada um dos termos em questão:

• 
$$[c] = \frac{[Q]}{[m][\Delta\theta]} = \frac{ML^2T^{-2}}{M\cdot\theta} = L^2T^{-2}\theta^{-1};$$

• 
$$\left[\alpha\right] = \frac{1}{\left[\Lambda\theta\right]} = \theta^{-1};$$

• 
$$[k] = \frac{[F][d^2]}{[O][q]} = \frac{MLT^{-2}L^2}{(TI)(TI)} = ML^3T^{-4}I^{-2}$$
, lembrando que  $Q = i \cdot \Delta t$ ; e

• 
$$[\mu] = \frac{[B][R]}{[i]} = \frac{[F]}{[i][l]} \cdot \frac{[R]}{[i]} = \frac{MLT^{-2}}{IL} \frac{L}{I} = MLT^{-2}I^{-2}$$

Portanto:

$$1 = (L^{2}T^{-2}\theta^{-1})^{x} \cdot (\theta^{-1})^{y} \cdot (ML^{3}T^{-4}I^{-2})^{z} \cdot (MLT^{-2}I^{-2})^{w}$$
$$1 = M^{z+w} \cdot L^{2x+3z+w} \cdot T^{-2x-4z-2w} \cdot I^{-2z-2w} \cdot \theta^{-x-y}$$

Dessa forma, temos o seguinte sistema linear:

$$\begin{cases}
\theta: -x - y = 0 \Rightarrow y = -x \\
M \in I: z + w = 0 \Rightarrow z = -w \\
L: 2x + 3z + w = 0 \Rightarrow 2x - 3w + w = 0 \Rightarrow w = x \\
T: -2x - 4z - 2w = 0 \Rightarrow -2x + 4w - 2w = 0 \Rightarrow w = x
\end{cases}$$

Portanto:

$$(x, y, z, w) = (x, -x, -x, x)$$

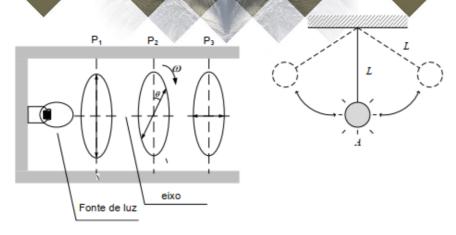
Dentre as alternativas apresentadas, a única que satisfaz essa condição é a B, em que x=1:

$$(x, y, z, w) = (1, -1, -1, 1)$$

#### Gabarito: B

### 4. (IME - 2019)





Um estroboscópio foi montado utilizando-se uma fonte de luz branca e três polarizadores, conforme mostra a figura. Os polarizadores  $P_1$  e  $P_3$  estão com seus planos de polarização ortogonais e o polarizador  $P_2$  gira com frequência angular constante  $\omega$ , em torno do eixo, e no sentido, conforme indicados na figura. Em um ambiente completamente escuro, a luz estroboscópica ilumina a massa de um pêndulo simples sempre que ela passa no ponto A, indicado na figura, dando a impressão de que a massa está parada na posição inferior do pêndulo. Sabendo que a aceleração da gravidade é g, determine:

- a) a intensidade da luz estroboscópica em função do ângulo  $\theta$ , entre os planos de polarização de  $P_1$  e  $P_2$ ;
- b) o comprimento L do pêndulo.

#### Dado:

ullet intensidade máxima da luz estroboscópica iluminando o pêndulo, se os três polarizadores estivessem alinhados:  $I_0$ .

### Observação:

- estroboscópio: instrumento usado para iluminar, de maneira intermitente, um objeto; e
- considere que a visão humana só é capaz de perceber a intensidade luminosa quando ela é máxima.

#### Comentários:

a) A lei de Malus nos diz que a intensidade da onda polarizada I diminui para  $I \cdot \cos^2 \theta$  quando passa por um polarizador, ao passo que a luz natural e a circularmente polarizada diminuem sua intensidade pela metade.

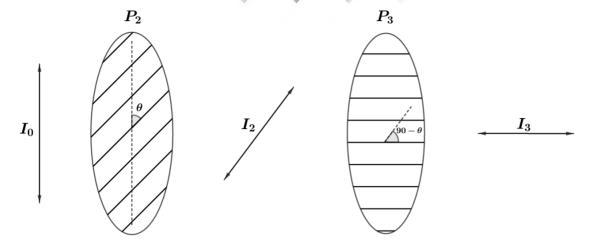
Segundo o enunciado, quando os 3 polarizadores estão alinhados, a intensidade na saída de  $P_3$  é  $I_0$ . Com isso, concluímos que na saída de  $P_1$  a intensidade é  $I_0$ .

Portanto, a intensidade  $I_1$  desejada na questão é igual a  $I_0$ . Note que a intensidade não depende de  $\theta$ , já que a componente de luz não atravessou  $P_2$  ainda. Essa dependência ocorre entre  $P_2$  e  $P_3$ , pela lei de Malus:

$$I_2 = I_1 \cdot \cos^2 \theta = I_0 \cdot \cos^2 \theta$$



b) Para o polarizador  $P_3$ , temos que:



Novamente pela lei de Malus, temos:

$$I_3 = I_2 \cdot \cos^2(90 - \theta) \Rightarrow I_3 = I_0 \cdot \cos^2\theta \cdot \cos^2(90 - \theta)$$
$$I = I_0 \cdot \cos^2\theta \cdot sen^2\theta \Rightarrow I_3 = I_0 \cdot \frac{[sen(2\theta)]^2}{4}$$

Então, vemos que os máximos de intensidade ocorrem em  $\frac{\pi}{4}$ ,  $\frac{3\pi}{4}$ ,  $\frac{5\pi}{4}$  e  $\frac{7\pi}{4}$ , isto é, em uma volta completa de  $P_2$  temos 4 momentos de máximos.

Para dar a impressão de que a massa do pêndulo está parada na posição inferior do pêndulo, devemos ter que:

$$\frac{T_{P_2}}{4} = \frac{T_{p\hat{\mathbf{e}}ndulo}}{2}$$

Lembrando que, segundo as observações do enunciado, a visão humana só é capaz de perceber a intensidade luminosa quando ela é máxima. Portanto:

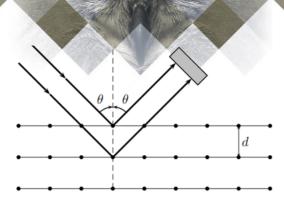
$$\frac{1}{4} \cdot \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \boxed{L = \frac{g}{4\omega^2}}$$

Gabarito: a)  $I_0$  b)  $L=rac{g}{4\omega^2}$ 

### 5. (ITA-2018)

Com um certo material, cujas camadas atômicas interdistam de uma distância d, interage um feixe de radiação que é detectado em um ângulo  $\theta$  conforme a figura. Tal experimento é realizado em duas situações





- (I) O feixe de raios X monocromáticos, com sua intensidade de radiação medida por um detector, resultando numa distribuição de intensidade em função de  $\theta$ , com valor máximo para  $\theta=\alpha$ , e
- (II) o feixe é composto por elétrons monoenergeticos, com a contagem do número de elétrons por segundo para cada ângulo medido, resultando no seu valor máximo para  $\theta = \beta$ .

Assinale a opção com possíveis mudanças que implicam a alteração simultânea dos ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  medidos.

- a) Aumenta-se a intensidade do feixe de raio X e diminui-se a velocidade dos elétrons.
- b) Aumenta-se a frequência dos raios X e triplica-se o número de elétrons no feixe.
- c) Aumenta-se o comprimento de onda dos raios X e a energia cinética dos elétrons.
- d) Dobram-se a distância entre as camadas d (pela escolha de outro material) e o comprimento de onda dos raios X. Além disso, diminui-se a velocidade dos elétrons pela metade.
- e) Diminui-se a intensidade dos raios X e aumenta-se a energia dos elétrons.

#### Comentários:

O comprimento de onda comportamento ondulatório do elétron é de:

$$\lambda_1 = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$$

O comprimento de onda dos raios X é  $\lambda_2$ . Assim, para interferência construtiva no primeiro máximo detectado:

$$\cos \alpha = \frac{\lambda_2}{2 \cdot d}$$

$$\cos \beta = \frac{\lambda_1}{2 \cdot d} = \frac{h}{2 \cdot m \cdot d \cdot v}$$

Ao aumentar-se o comprimento de onda dos raios X e a energia cinética dos elétrons ( $\uparrow v \uparrow \lambda_2$ ), varia-se os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$ .

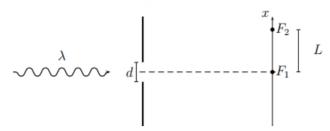
### Gabarito: C

### 6. (ITA-2017)

A figura mostra dois anteparos opacos à radiação, sendo um com fenda de tamanho variável d, com centro na posição x=0, e o outro com dois fotodetectores de intensidade de radiação,



tal que F1 se situa em x=0 e F2, em x=L>4d. No sistema incide radiação eletromagnética de comprimento de onda  $\lambda$  constante.



Num primeiro experimento, a relação entre d e  $\lambda$  é tal que  $d\gg\lambda$  e são feitas as seguintes afirmativas:

- (I) Só F1 detecta radiação.
- (II) F1 e F2 detectam radiação.
- (III) F1 não detecta e F2 detecta radiação.

Num segundo experimento, d é reduzido até a ordem do comprimento de  $\lambda$  e, neste caso, são feitas estas afirmativas:

- (IV) F2 detecta radiação de menor intensidade que a detectada em F1.
- (V) Só F1 detecta radiação.
- (VI) Só F2 detecta radiação.

Assinale as afirmativas possíveis para a detecção da radiação em ambos os experimentos.

a) I, II e IV b) I, IV e V c) II, IV e V d) III, V e IV e) I, IV e VI

#### Comentários:

No primeiro experimento, como  $d\gg\lambda$ , não ocorre difração da onda. (Para a difração  $d\cong\lambda$ ). Portanto, somente  $F_1$  detecta radiação considerando que a onda segue propagando-se reta.

No segundo experimento, existe difração. Entretanto, devido à falta de informações acerca de L, d e as demais grandezas associadas ao problema, não tem como saber se  $F_2$  é um ponto de mínimo, nesse caso  $F_2$  não detectaria radiação. Caso não seja ponto de mínimo, será detectado radiação, entretanto, sua intensidade será menor.

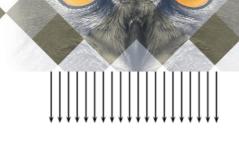
Logo as alternativas corretas são: I, IV  $\mathbf{V}$ .

#### Gabarito: B

### 7. (ITA-2015)

Luz que pode ser decomposta em componentes de comprimento de onda com 480 nm e 600 nm, incide verticalmente em uma cunha de vidro com ângulo de abertura  $\alpha=3,00^\circ$  e índice de refração de 1,5, conforme a figura, formando linhas de interferência destrutivas. Qual é a distância entre essas linhas?





- a) 11,5  $\mu m$
- b) 12,8 μm
- c) 16,0  $\mu m$
- d) 22,9  $\mu m$
- e)  $32,0 \mu m$

#### Comentários:

A interferência destrutiva é formada pela sobreposição de duas ondas. A primeira é a onda refletida na interface ar-cunha. Como a cunha apresenta um índice de refração maior, a onda refletida inverte sua fase. A segunda onda é a onda refletida na interface cunha-ar.

 $\alpha$ 

Como a cunha apresenta maior índice, não ocorre inversão de fase. Portanto, tem-se ondas em oposição de fase com interferência destrutiva. Isso implica que:

$$\Delta x = n \cdot \lambda$$
 (n pertence aos inteiros)

A diferença de caminho foi de  $2 \cdot e$  onde e é a espessura do prisma. Como a diferença de caminho ocorreu dentro do prisma, para a equação mostrada anteriormente deve utilizar-se o lambda da cunha, ou seja:

$$2 \cdot e = n \cdot \lambda_n$$

Em que  $\lambda_{\nu}$  é o comprimento de onda no vidro.

$$e = n \cdot \frac{\lambda_v}{2} \Rightarrow tg \ \alpha = \frac{e}{d} \Rightarrow e = d \cdot tg \ \alpha$$

Em que d é a distância até a aresta do prisma.

$$\frac{\lambda_v}{\lambda_{ar}} = \frac{n_{ar}}{n_v} \Rightarrow \lambda_v = \lambda_{ar} \cdot \frac{n_{ar}}{n_v}$$

Juntando as equações:

$$\frac{n}{2} \cdot \lambda_{ar} \cdot \frac{n_{ar}}{n_n} = d \cdot tg \ \alpha$$

Mas,  $\alpha=3^{\circ}$  é muito pequeno, portanto, utiliza-se a aproximação para pequenos ângulos:

$$tg \ \alpha \cong \alpha = \frac{\pi}{60}$$

Assim:

$$d = \frac{30 \cdot n \cdot \lambda_{ar} \cdot n_{ar}}{n_v \cdot \pi}$$

Esta é a distância medida a partir da aresta do prisma em que ocorre interferência destrutiva. Para que ocorra interferência para a luz de comprimento  $480\ nm$ :

$$d_{480} = n_1 \cdot 480 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{30 \cdot n_{ar}}{n_v \cdot \pi}$$



Para a luz de comprimento 600 nm:

$$d_{600} = n_2 \cdot 600 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{30 \cdot n_{ar}}{n_v \cdot \pi}$$

Assim, para que ocorra uma franja completamente escura  $d_{480}=d_{600}.$  Isto é, ocorre interferência destrutiva para ambas as ondas. Assim:

$$n_1 \cdot 480 = n_2 \cdot 600 \Rightarrow n_1 = \frac{5}{4} \cdot n_2$$

Portanto, para a franja escura 4k da onda de 600 nm, ocorre também a franja escura 5k da onda de 480 nm. Assim, a distância entre duas franjas escuras seguidas será a distância de 4 franjas escuras para a onda de 600 nm ou de 5 franjas para a onda de 480 nm. Assim:

$$D = 5 \cdot 480 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{30 \cdot n_{ar}}{n_{v} \cdot \pi} \cong 15,27 \ \mu m$$

**Gabarito: C** 

### 8. (ITA-2014)

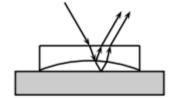
Sobre uma placa de vidro plana é colocada uma lente plano-côncava, com 1,5 de índice de refração e concavidade de 8,00 m de raio voltada para baixo. Com a lente iluminada perpendicularmente de cima por uma luz de comprimento de onda 589 nm (no ar), aparece um padrão de interferência com um ponto escuro central circundado por anéis, dos quais 50 são escuros, inclusive o mais externo na borda da lente. Este padrão de interferência aparece devido ao filme de ar entre a lente e a placa de vidro (como esquematizado na figura). A espessura da camada de ar no centro do padrão de interferência e a distância focal da lente são, respectivamente,



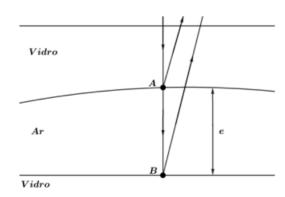
b) 14,7 
$$\mu m e - 16,0m$$

c) 238,0 
$$\mu m e - 8,0 m$$

e) 
$$29,4 \mu m e - 16,0m$$



### Comentários:





Os raios refletidos foram desenhados com um ângulo apenas para diferenciá-los. Na realidade, voltam por onde vieram. Em A ocorre reflexão sem inversão de fase, enquanto em Bocorre reflexão com inversão de fase. Portanto, para que ocorra interferência destrutiva entre o raio refletido em A e o refletido em B, é necessário que haja uma diferença de percurso é de:

$$\Delta x = n \cdot \lambda$$

Como a diferença de percurso ocorre no ar, utiliza-se o comprimento da onda no ar. Sabe-se também que a diferença de caminho é de 2 vezes a espessura da camada de ar. Logo:

$$2 \cdot e = n \cdot \lambda \Rightarrow e = \frac{n}{2} \cdot \lambda$$

Para o escuro central, n = 50:

$$e_{m\acute{a}x} = \frac{50}{2} \cdot 589 \cdot 10^{-9} = 14,725 \ \mu m$$

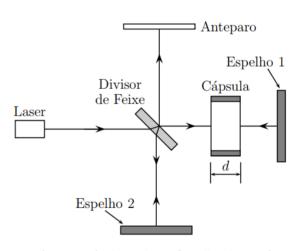
Pela equação dos fabricantes de lente:

$$\begin{split} \frac{1}{f} &= \left(\frac{n_{lente}}{n_{meio}} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \\ \frac{1}{f} &= \left(\frac{1,5}{1} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{-8}\right) \Rightarrow \frac{1}{f} = -\frac{1}{16} \\ & \therefore f = -16 \ cm \end{split}$$

#### Gabarito: B

### 9. (ITA-2014)

A figura mostra um interferômetro de Michelson adaptado para determinar o índice de refração do ar. As características do padrão de interferência dos dois feixes incidentes no anteparo dependem da diferença de fase entre eles, neste caso, influenciada pela cápsula contendo ar. Reduzindo a pressão na cápsula de 1 atm até zero (vácuo), nota-se que a ordem das franjas de interferência sofre um deslocamento de N, ou seja, a franja de ordem 0 passa a ocupar o lugar da de ordem N, a franja de ordem 1 ocupa o lugar da de ordem N+1, e assim sucessivamente. Sendo d a



espessura da cápsula e  $\lambda$  o comprimento de onda da luz no vácuo, o índice de refração do ar é igual a:

- a) $N\lambda/d$
- b)  $N\lambda/2d$
- c)  $1 + N\lambda/d$  d)  $1 + N\lambda/2d$  e)  $1 N\lambda/d$

#### Comentários:

Para a cápsula com vácuo, a diferença de fase entre as ondas refletidas no espelho 1 e espelho 2 fica:



$$\Delta \phi = \frac{2 \cdot d}{\lambda_{ar}} \cdot 2 \cdot \pi - \frac{2 \cdot d}{\lambda_{v\'{a}cuo}} \cdot 2 \cdot \pi$$

$$\Delta \phi = 4 \cdot \pi \cdot d \cdot \left(\frac{1}{\lambda_{ar}} - \frac{1}{\lambda_{v\acute{a}cuo}}\right)$$

Mas:

$$\frac{\lambda_{ar}}{\lambda_{v\acute{a}cuo}} = \frac{n_{v\acute{a}cuo}}{n_{ar}} \Rightarrow \lambda_{ar} = \lambda_{v\acute{a}cuo} \cdot \frac{n_{v\acute{a}cuo}}{n_{ar}}$$

$$\Delta \phi = \frac{4 \cdot \pi \cdot d}{\lambda_{v\acute{a}cuo}} \cdot \left(\frac{n_{ar}}{n_{v\acute{a}cuo}} - 1\right)$$

Substituindo  $n_{v\acute{a}cuo} = 1$  e  $\lambda_{v\acute{a}cuo} = \lambda$ :

$$\Delta \phi = \frac{4 \cdot \pi \cdot d}{\lambda} \cdot (n_{ar} - 1)$$

Para ordem N:

$$2 \cdot \pi \cdot N = \frac{4 \cdot \pi \cdot d}{\lambda} \cdot (n_{ar} - 1) \therefore n_{ar} = 1 + \frac{N \cdot \lambda}{2 \cdot d}$$

### Gabarito: D

### 10. (ITA-2014)

Uma luz monocromática incide perpendicularmente num plano com três pequenos orifícios circulares formando um triângulo equilátero, acarretando um padrão de interferência em um anteparo paralelo ao triângulo, com o máximo de intensidade num ponto P equidistante dos orifícios. Assinale as respectivas reduções da intensidade luminosa em P com um e com dois orifícios tampados.

### Comentários:

Para n fontes coerentes e iguais (mesma frequência e potência), a intensidade resultante é:

$$I_n = n^2 \cdot I_1$$

Em que:  $I_n$  é a intensidade resultante de n fontes; e  $I_1$  é a intensidade de uma fonte. Assim, para todos os orifícios destampados:

$$I_3 = 9 \cdot I_1$$

Para um orifício tampado:

$$I_2 = 4 \cdot I_1$$

Para dois orifícios tampados:

$$I_1 = I_1$$

A redução para um orifício tampado fica:



$$\frac{I_2}{I_3} = \frac{4}{9}$$

A redução para dois orifícios tampado fica:

$$\frac{I_1}{I_3} = \frac{1}{9}$$

Gabarito: A

### 11. (ITA-2014)

Em uma experiencia de Young, uma luz magenta, constituída por uma mistura de luz vermelha ( $\lambda=660~nm$ ) e luz azul ( $\lambda=440~nm$ ) de mesma intensidade da luz vermelha, incide perpendicularmente num plano onde atravessa duas fendas paralelas separadas de  $22~\mu m$  e alcança um anteparo paralelo ao plano, a 5,00 m de distância. Neste, há um semieixo Oy perpendicular à direção das fendas, cuja origem também está a 5,00 m de distância do ponto médio entre estas. Obtenha o primeiro valor de y>0 onde há um máximo de luz magenta (intensidades máximas de vermelho e azul no mesmo local). Se necessário, utilize  $tan\theta\cong sen\theta$ , para  $\theta\ll 1~rad$ .

#### **Comentários:**

Para um experimento de Young, a diferença de caminho vinda de cada orifício pode ser aproximada por:

$$\Delta x \cong a \cdot \frac{y}{D}$$

Em que: a é a distância entre os orifícios; y é a distância vertical medida a partir do centro do anteparo; e D é a distância entre a placa de orifícios e o anteparo. Para que ocorra interferência construtiva:

$$\Delta x = n \cdot \lambda$$

$$n \cdot \lambda = a \cdot \frac{y}{D} \Rightarrow n \cdot \lambda = 22 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{y}{5}$$

Para interferência construtiva da luz vermelha e azul:

$$n_{azul} \cdot \lambda_{azul} = n_{vermelho} \cdot \lambda_{vermelho}$$
 $n_{azul} \cdot 440 = n_{vermelho} \cdot 660 \Rightarrow n_{azul} = \frac{3}{2} \cdot n_{vermelho}$ 

Como os n's devem ser números inteiros, o primeiro máximo ocorre para o terceiro máximo do azul ou para o segundo máximo do vermelho. Substituindo na expressão anterior:

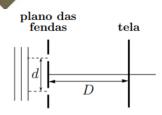
$$y = \frac{5 \cdot n_{vermelho} \cdot \lambda_{vermelho}}{22 \cdot 10^{-6}} = \frac{5 \cdot 2 \cdot 660 \cdot 10^{-9}}{22 \cdot 10^{-6}} = 0.3 \text{ m}$$

Gabarito: 30 cm

12. (ITA-2013)



Num experimento clássico de Young, d representa a distância entre as fendas e D a distância entre o plano destas fendas e a tela de projeção das franjas de interferência, como ilustrado na figura. Num primeiro experimento, no ar, utiliza-se luz de comprimento de onda  $\lambda_1$  e, num segundo experimento, na água, utiliza-se luz cujo comprimento de onda no ar é  $\lambda_2$ . As franjas de interferência dos experimentos são



registradas numa mesma tela. Sendo o índice de refração da água igual a n, assinale a expressão para a distância entre as franjas de interferência construtiva de ordem m para o primeiro experimento e as de ordem M para o segundo experimento.

a) 
$$\left| \frac{D(M\lambda_2 - mn\lambda_1)}{nd} \right|$$

b) 
$$\left| \frac{D(M\lambda_2 - m\lambda_1)}{nd} \right|$$

c) 
$$\left| \frac{D(M\lambda_2 - \min \lambda_1)}{d} \right|$$

d) 
$$\left| \frac{D(M\lambda_2 - m\lambda_1)}{d} \right|$$

a) 
$$\left| \frac{D(M\lambda_2 - mn\lambda_1)}{nd} \right|$$
 b)  $\left| \frac{D(M\lambda_2 - m\lambda_1)}{nd} \right|$  c)  $\left| \frac{D(M\lambda_2 - mn\lambda_1)}{d} \right|$  d)  $\left| \frac{D(M\lambda_2 - m\lambda_1)}{d} \right|$ 

#### Comentários:

Utilizando a fórmula da questão anterior, para interferências construtivas:

$$y = \frac{n \cdot \lambda \cdot D}{d}$$

Para a interferência de ordem m no ar:

$$y_1 = \frac{m \cdot \lambda_1 \cdot D}{d}$$

Para a interferência de ordem *M* na água:

$$y_2 = \frac{M \cdot \lambda_{\acute{a}gua} \cdot D}{d}$$

E:

$$\frac{\lambda_{\acute{a}gua}}{\lambda_{ar}} = \frac{n_{ar}}{n_{\acute{a}gua}} \Rightarrow \lambda_{\acute{a}gua} = \lambda_2 \cdot \frac{1}{n}$$

Assim:

$$y_2 = \frac{M \cdot \lambda_2 \cdot D}{n \cdot d}$$

A diferença entre os dois é dado por:

$$|y_1 - y_2| = \left| \frac{D(M \cdot \lambda_2 - m \cdot \lambda_1 \cdot n)}{n \cdot d} \right|$$

### Gabarito: A

### 13. (ITA-2013)

Um prato de plástico com índice de refração 1,5 é colocado no interior de um forno de microondas que opera a uma frequência de 2,5. 109 Hz. Supondo que as micro-ondas incidam perpendicularmente ao prato, pode-se afirmar que a mínima espessura deste em que ocorre o máximo de reflexão das micro-ondas é de:





b) 2,0 cm

c) 3,0 cm

d) 4,0 cm

e) 5,0 cm

#### Comentários:

O máximo de reflexão ocorre na interferência construtiva. A mínima espessura do prato é suficiente para que haja a primeira interferência construtiva. As ondas que interferem são: a que reflete na interface ar-prato (com inversão de fase) e a que reflete na "saída" do prato (sem inversão de fase).

Para que haja interferência construtiva de ondas com diferença de fase:

$$\Delta x = n_i \cdot \frac{\lambda}{2}$$

Em que:  $\Delta x$  é a diferença de percurso;  $n_i$  é um número ímpar; e  $\lambda$  é o comprimento de onda no meio. Como a diferença de caminho ocorre no prato plástico:

$$\Delta x = \frac{\lambda_{plástico}}{2}$$

Mas:

$$\lambda_{pl\acute{a}stico} = \frac{\lambda}{n_{pl\acute{a}stico}} = \frac{\frac{c}{f}}{n_{pl\acute{a}stico}} = \frac{3 \cdot 10^8}{2,5 \cdot 10^9 \cdot 1,5} = 0,08$$

A diferença de caminho é duas vezes a espessura do prato:

$$\Delta x = 2 \cdot e$$

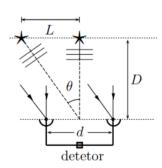
Logo:

$$e = \frac{\lambda_{plástico}}{4} = \frac{8}{4} \cdot 10^{-2} = 2 \ cm$$

#### Gabarito: B

#### 14. (ITA-2013)

Dois radiotelescópios num mesmo plano com duas estrelas operam com um interferômetro na frequência de 2,1 Ghz. As estrelas são interdistantes de L=5,0 anos-luz e situam-se a uma distância  $D=2,5\cdot 10^7$  anos-luz da Terra. Ver figura. Calcule a separação mínima d, entre os dois radiotelescópios necessária para distinguir as estrelas. Se necessário, utilize  $tan\theta\cong sen\theta$ , para  $\theta\ll 1$  rad.



#### Comentários:

Aproximando o sistema à um experimento de fenda dupla, dois pontos de máxima consecutivos distam de um valor y dado por:

$$y = \lambda \cdot \frac{D}{L}$$

E:



$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{2.1 \cdot 10^9} = \frac{1}{7} m$$

$$y = \frac{1}{7} \cdot \frac{2,5 \cdot 10^7}{5} = \frac{1}{14} \cdot 10^7$$

Para realizar a distinção, entretanto, é necessário que um radiotelescópio esteja sobre um ponto de máximo enquanto o outro está sobre um ponto de mínimo. Assim:

$$d = \frac{y}{2} = \frac{1}{28} \cdot 10^7 \cong 357 \ km$$

Gabarito: 357 km

### 15. (ITA-2011)

Um filme fino de sabão é sustentado verticalmente no ar por uma argola. A parte superior do filme aparece escura quando é observada por meio de luz branca refletida. Abaixo da parte escura aparecem bandas coloridas. A primeira banda tem cor vermelha ou azul? Justifique sua resposta.

#### Comentários:

Ocorrem duas reflexões, uma na interface ar-sabão (com inversão de fase) e uma na interface sabão-ar (sem inversão de fase). Para que ocorra interferência construtiva entre ondas em oposição de fase:

$$\Delta x = n_i \cdot \frac{\lambda}{2}$$

Em que:  $\Delta x$  é a diferença de percurso;  $n_i$  é um número ímpar; e  $\lambda$  é o comprimento de onda no meio. Como a diferença de caminho ocorre no prato plástico:

$$\Delta x = n_i \cdot \frac{\lambda_{sab\~ao}}{2}$$

E:

$$\Delta x = 2 \cdot d$$

Em que d é a espessura da película.

$$2 \cdot d = n_i \cdot \frac{\lambda_{sab\tilde{a}o}}{2} \Rightarrow \frac{4 \cdot d}{n_i} = \lambda_{sab\tilde{a}o}$$

Considerando que se analisa apenas para as primeiras interferências construtivas:

$$4 \cdot d = \lambda_{sabão}$$

Como a espessura vai crescendo de cima para baixo, o comprimento de ondas com interferência construtiva vai crescendo. Portanto, a primeira cor visível será aquela com menor  $\lambda$ , ou seja, o azul.

Gabarito: Azul

16. (ITA-2010)



Um feixe luminoso vertical, de 500 nm de comprimento de onda, incide sobre uma lente planoconvexa apoiada numa lâmina horizontal de vidro, como mostra a figura. Devido à variação da espessura da camada de ar existente entre a lente e a lâmina, torna-se visível sobre a lente uma sucessão de anéis claros e escuros, chamados de anéis de Newton. Sabendo-se que o diâmetro do menor anel escuro mede 2 mm, a superfície convexa da lente deve ter um raio de



- a) 1,0 m
- b) 1,6 m
- c) 2,0 m
- d) 4,0 m
- e) 8,0 m

#### Comentários:

Para discos de Newton:

$$r = \sqrt{2 \cdot R \cdot d}$$

Em que: r é o raio do anel; R é o raio de curvatura da lente; e d é a diferença de caminho. Para interferência destrutiva:

$$2 \cdot d = n \cdot \lambda$$

Assim:

$$r = \sqrt{R \cdot n \cdot \lambda}$$

Logo, o diâmetro é dado por:

$$D = 2 \cdot \sqrt{R \cdot n \cdot \lambda}$$

Substituindo:

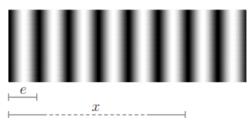
$$2 \cdot 10^{-3} = 2 \cdot \sqrt{R \cdot 1 \cdot 500 \cdot 10^{-9}}$$

$$10^{-6} = R \cdot 0.5 \cdot 10^{-6} : R = 2 m$$

### **Gabarito: C**

### 17. (ITA-2009)

Uma lâmina de vidro com índice de refração n em forma de cunha é iluminada perpendicularmente por uma luz monocromática de comprimento de onda  $\lambda$ . Os raios refletidos pela superfície superior e pela inferior apresentam uma série de franjas escuras com espaçamento e entre elas, sendo que a m-ésima encontra-se a uma distância x do vértice. Assinale o ângulo  $\theta$ , em radianos, que as superfícies da cunha formam entre si.





a)
$$\theta = \lambda/2ne$$

b) 
$$\theta = \lambda/4ne$$

c) 
$$\theta = \frac{(m+1)\lambda}{2nme}$$

d) 
$$\theta = \frac{(2m+1)\lambda}{4nme}$$

e) 
$$\theta = \frac{(2m-1)\lambda}{4nme}$$

#### Comentários:

Ocorrem duas ondas refletidas. A primeira, com inversão de fase, ocorre na superfície superior, a segunda, sem inversão de fase, ocorre na superfície inferior. Para uma interferência destrutiva:

$$\Delta x = k \cdot \lambda$$

Em que:  $\Delta x$  é a diferença de caminho; k é um número inteiro; e  $\lambda$  é o comprimento de onda no meio. Logo:

$$\lambda_{cunha} = \frac{\lambda}{n}$$

E, a diferença de caminho  $\Delta x$  é dado por duas vezes a espessura da cunha.

$$\Delta x = 2 \cdot d$$

Mas, a espessura da cunha (d) é dado por:

$$d = l \cdot sen \theta$$

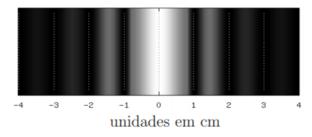
Em que l é a distância medida sobre a superfície superior da cunha até a aresta e  $\theta \ll 1$ , logo  $\theta \cong sen \ \theta \cong tg \ \theta$ . Juntando os resultados, para a m-ésima franja escura:

$$2 \cdot m \cdot e \cdot \theta = m \cdot \frac{\lambda}{n} : \theta = \frac{\lambda}{2 \cdot e \cdot n}$$

#### Gabarito: A

### 18. (ITA-2010)

Luz monocromática, com 500 nm de comprimento de onda, incide numa fenda retangular em uma placa, ocasionando a dada figura de difração sobre um anteparo a 10 cm de distância. Então, a largura da fenda é



- a)  $1,25 \mu m$
- b)  $2,5 \, \mu m$
- c)  $5,0 \mu m$
- d) 12,5  $\mu m$
- e) 25,0  $\mu m$

### Comentários:

Para interferência destrutiva em fenda simples:

$$a \cdot sen \theta = n \cdot \lambda$$

E:



$$sen \theta \cong tg \theta = \frac{y}{D}$$

Assim:

$$a \cdot \frac{y}{D} = n \cdot \lambda$$

Em que:  $\alpha$  é o tamanho da fenda; y é a distância ao centro do anteparo de um dado ponto; D é a distância do anteparo ao orifício; n é a ordem da franja; e  $\lambda$  é o comprimento de onda.

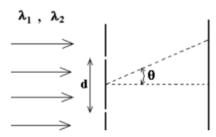
Substituindo os dados da figura (y = 1 cm e n = 1):

$$a \cdot \frac{10^{-2}}{10^{-1}} = 1 \cdot 5 \cdot 10^{-7} \ \therefore \ a = 5 \cdot 10^{-6}$$

### Gabarito: C

### 19. (ITA-2008)

Um feixe de luz é composto de luzes de comprimentos de ondas  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$ , sendo  $\lambda_1$  15% maior que  $\lambda_2$ . Esse feixe de luz incide perpendicularmente num anteparo com dois pequenos orifícios, separados entre si por uma distância d. A luz que sai dos orifícios é projetada num segundo anteparo, onde se observa uma figura de interferência. Pode-se afirmar então, que:



- a) o ângulo de  $arcsen\left(\frac{5\lambda_1}{d}\right)$  corresponde à posição onde somente a luz de comprimento de onda  $\lambda_1$  é observada.
- b) o ângulo de  $arcsen\left(\frac{10\lambda_1}{d}\right)$  corresponde à posição onde somente a luz de comprimento de onda  $\lambda_1$  é observada.
- c) o ângulo de  $arcsen\left(\frac{15\lambda_1}{d}\right)$  corresponde à posição onde somente a luz de comprimento de onda  $\lambda_1$  é observada.
- d) o ângulo de  $arcsen\left(\frac{10\lambda_2}{d}\right)$  corresponde à posição onde somente a luz de comprimento de onda  $\lambda_2$  é observada.
- e) o ângulo de  $arcsen\left(\frac{15\lambda_2}{d}\right)$  corresponde à posição onde somente a luz de comprimento de onda  $\lambda_2$  é observada.

#### Comentários:

Para o experimento de Young, a interferência construtiva ocorre para:

$$d \cdot sen \theta = n \cdot \lambda$$



Para a onda 1:

$$\theta = arcsen\left(\frac{n \cdot \lambda_1}{d}\right)$$

Para a onda 2:

$$\theta = arcsen\left(\frac{n \cdot \lambda_2}{d}\right)$$

Os pontos de interferência destrutiva são dados por:

$$d \cdot sen \ \theta = n_i \cdot \frac{\lambda}{2}$$

Em que  $n_i$  são números ímpares. Para a onda 1:

$$\theta = arcsen\left(\frac{n_i \cdot \lambda_1}{2 \cdot d}\right)$$

Para a onda 2:

$$\theta = arcsen\left(\frac{n_i \cdot \lambda_2}{2 \cdot d}\right)$$

Para que somente a onda 1 seja visível, ocorre interferência construtiva para a onda 1 e destrutiva para a onda 2:

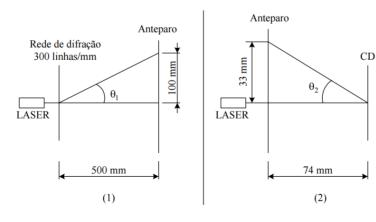
$$n \cdot \frac{\lambda_1}{d} = n_i \cdot \frac{\lambda_2}{2 \cdot d}$$
$$2 \cdot n \cdot 1,15 \cdot \lambda_2 = n_i \cdot \lambda_2 \div 2,3 \cdot n = n_i$$

Como n e  $n_i$  pertencem aos naturais, n deve ser múltiplo de 10. Portanto, se n=10k, observa-se somente o comprimento de onda  $\lambda_1$ . Assim, a letra B está correta.

### Gabarito: B

### 20. (ITA-2006)

Para se determinar o espaçamento entre duas trilhas adjacentes de um CD, forma montados dois arranjos:





- 1. O arranjo da figura (1), usando uma rede de difração de 300 linhas por mm, um LASER e um anteparo. Neste arranjo, mediu-se a distância do máximo de ordem 0 ao máximo de ordem 1 da figura de interferência formada no anteparo.
- 2. O arranjo da figura (2), usando o mesmo LASER, o CD e um anteparo com um orifício para a passagem do feixe de luz. Neste arranjo, mediu-se também a distância no máximo de ordem 0 ao máximo de ordem 1 da figura de interferência. Considerando nas duas situações  $\theta_1$  e  $\theta_2$  angulos pequenos, a distância entre duas trilhas adjacentes do CD é de:

a) 
$$2.7 \cdot 10^{-7} m$$

b) 
$$3 \cdot 10^{-7} m$$

c) 
$$7.4 \cdot 10^{-6} m$$

d) 
$$1.5 \cdot 10^{-6} m$$

e) 
$$3.7 \cdot 10^{-5} m$$

#### Comentários:

Para interferência construtiva em uma rede de difração:

$$d \cdot sen \theta = n \cdot \lambda$$

Em que: d é a distância entre dois orifícios;  $\theta$  é o ângulo entre a direção do feixe e a horizontal; n é a ordem da franja; e  $\lambda$  é o comprimento de onda. Para a situação 1, utilizando-se  $sen \theta_1 \cong tg \theta_1$ :

$$\frac{1}{300} \cdot 10^{-3} \cdot \frac{100}{500} = 1 \cdot \lambda$$
$$\lambda = 6.67 \cdot 10^{-7} \, m$$

Portanto, descobriu-se o comprimento de onda do laser. Agora, analisar-se-á a situação 2.

Para interferência construtiva, mantém-se a relação  $d\cdot sen\ \theta=n\cdot\lambda$ . Assim, utilizando-se novamente a aproximação  $sen\ \theta_2\cong tg\ \theta_2$ :

$$d \cdot \frac{33}{74} = 1 \cdot 6,67 \cdot 10^{-7} : d = 1,495 \cdot 10^{-6} m$$

#### Gabarito: D

### 21. (ITA-2005)

Uma fina película de fluoreto de magnésio recobre o espelho retrovisor de um carro a fim de reduzir a reflexão luminosa. Determine a menor espessura da película para que produza a reflexão mínima no centro do espectro visível. Considere que o comprimento de onda  $\lambda=5500\,A$ , o índice de refração do vidro  $n_V=1,5$  e, o da película,  $n_p=1,3$ . Admita a incidência luminosa como quase perpendicular ao espelho.

#### Comentários:

Ocorrem duas reflexões, sendo uma entre o ar e o fluoreto de magnésio e a outra entre o fluoreto de magnésio de o vidro. Ambas ocorrem com inversão de fase, portanto, ambas as ondas refletidas estão em fase. Para que ocorra interferência destrutiva:

$$\Delta x = n_i \cdot \frac{\lambda}{2}$$

Para o fluoreto de magnésio:



$$\lambda = \frac{5500}{1,3} A$$

E, a diferença de caminho é de:

$$\Delta x = 2 \cdot e$$

Logo:

$$2 \cdot e = n_i \cdot \frac{5500}{2,6}$$

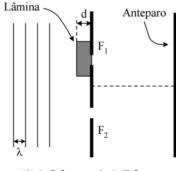
Para a espessura mínima,  $n_i = 1$ . Assim:

$$e = \frac{5500}{5.2} \cong 1057,7 A$$

Gabarito: 1058 A

### 22. (ITA-2004)

Num experimento de duas fendas de Young, com luz monocromática de comprimento de onda  $\lambda$ , coloca-se uma lâmina delgada de vidro ( $n_V=1,6$ ) sobre uma das fendas. Isto produz um deslocamento das franjas na figura de interferência. Considere que o efeito da lâmina é alterar a fase da onda. Nestas circunstâncias, pode-se afirmar que a espessura d da lâmina, que provoca o deslocamento da franja central brilhante (ordem zero) para a posição que era ocupada pela franja brilhante de primeira ordem, é igual a:



- a)  $0.38\lambda$
- b)  $0.60\lambda$
- c)  $\lambda$
- d)  $1,2\lambda$
- e)  $1,7\lambda$

#### Comentários:

Para deslocar-se a franja central, a lâmina de vidro deve gerar uma diferença de fase de  $2 \cdot \pi$ . A diferença de fase gerada pela lâmina é dada por:

$$\left| \frac{e}{\lambda_{ar}} - \frac{e}{\lambda_{vidro}} \right| \cdot 2 \cdot \pi = \Delta \phi$$

E:

$$\lambda_{vidro} = \lambda_{ar} \cdot \frac{n_{ar}}{n_{vidro}} = \lambda \cdot \frac{1}{1.6}$$

Assim:

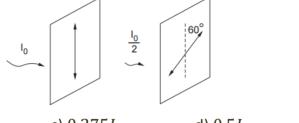
$$\left|\frac{e}{\lambda} - \frac{e}{\lambda} \cdot 1,6\right| \cdot 2 \cdot \pi = 2 \cdot \pi \Rightarrow \frac{e}{\lambda} \cdot 0,6 = 1 \Rightarrow e = \lambda \cdot 1,67$$



#### Gabarito: E

### 23. (ITA-2000)

Uma luz não-polarizada de intensidade  $I_0$  ao passar pelo primeiro polaróide tem sua intensidade reduzida pela metade, como mostra a figura. A luz caminha em direção a um segundo polaróide que tem seu eixo inclinado em um ângulo de  $60^\circ$  em relação ao primeiro. A intensidade de luz que emerge do segundo polaróide é:



a)  $I_0$ 

b)  $0.25I_0$ 

c)  $0.275I_0$ 

d)  $0.5I_0$ 

e)  $0.125I_0$ 

### Comentários:

Ao passar pelo primeiro polaroide, a intensidade fica  $0.5 \cdot I_0$ . Pela Lei de Malus:

$$I' = (0.5 \cdot I_0) \cdot (\cos 60^\circ)^2 = 0.5 \cdot I_0 \cdot \frac{1}{4} = 0.125 \cdot I_0$$

#### Gabarito: E

### 24. (ITA 2018)

Ondas gravitacionais foram previstas por Einstein em 1916 e diretamente detectadas pela primeira vez em 2015. Sob determinadas condições, um sistema girando com velocidade angular  $\omega$  irradia tais ondas com potência proporcional a  $Gc^\beta Q^\gamma \omega^\delta$ , em que G é a constante de gravitação universal; c a velocidade da luz e Q, uma grandeza que tem unidade  $kg \cdot m^2$ . Assinale a alternativa correta.

a)
$$\beta = -5$$
,  $\gamma = 2$ ,  $\delta = 6$ 

b) 
$$\beta = -3/5$$
,  $\gamma = 4/3$ ,  $\delta = 4$ 

c) 
$$\beta = -10/3, \gamma = 5/3, \delta = 5$$

d) 
$$\beta = 0, \gamma = 1, \delta = 3$$

e) 
$$\beta = -10$$
,  $\gamma = 3$ ,  $\delta = 9$ 

### **Comentários**

A potência irradiada é dada por:

$$P = k \cdot Gc^{\beta}Q^{\gamma}\omega^{\delta}$$
$$[P] = [k] \cdot [G][c]^{\beta}[Q]^{\gamma}[\omega]^{\delta}$$

Das dimensionais:

$$[P] = M^1L^2T^{-3}; \ [k] = 1; \ [G] = M^{-1}L^3T^{-2}; \ [c] = L^1T^{-1}; \ [Q] = M^1L^2; \mathrm{e} \ [\omega] = T^{-1}$$

Assim, temos:

$$[M^1L^2T^{-3}] = [M^{-1}L^3T^{-2}][L^1T^{-1}]^\beta [M^1L^2]^\gamma [T^{-1}]^\delta$$



Formamos o seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} 1 = -1 + \gamma \\ 2 = 3 + \beta + 2\gamma \Rightarrow \boxed{\gamma = 2; \ \beta = -5, \delta = 6} \\ -3 = -2 - \beta - \delta \end{cases}$$

Gabarito: A

## 11. Considerações finais

Chegamos ao final da nossa aula. Relembre os principais conceitos estudados nessa aula e tenha no sangue todos os conceitos vistos até agora.

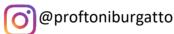
Estude com calma e muita atenção o fenômeno da interferência e suas condições. Além disso, grave bem o princípio de Huygens, pois ele é cobrado no ITA com questões teóricas difíceis.

Fique atento ao capítulo sobre diferença de caminho óptico. Além disso, preste muita atenção no capítulo sobre experimento de Young. Ele é muito importante para a história da Física e o ITA adora aprofundar nele. Por isso, revise toda a análise teórica.

Por fim, finalizamos a aula com análise dimensional. Fazer a análise dimensional após resolver um problema literal é uma ótima ferramenta para verificar a veracidade de sua resposta na prova.

Conte comigo nessa jornada. Quaisquer dúvidas, críticas ou sugestões entre em contato pelo fórum de dúvidas do Estratégia ou se preferir:





## 12. Referências bibliográficas

- [1] Pandey, DC. Understanding Physics.
- [2] Sharma, B.M. Physics for IIT-JEE Waves and Thermodinamic. 1. Ed. Cengage Learning's.

## 13. Versão de aula

Versão da aula	Data de atualização
1.0	21/08/2021