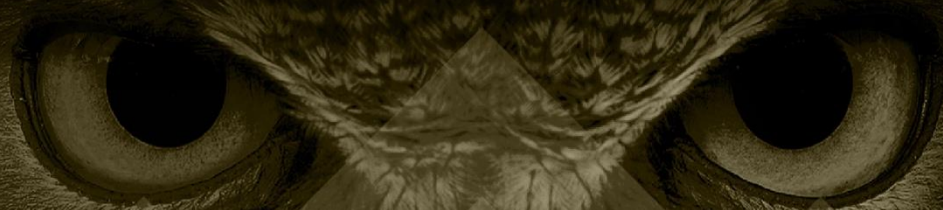


CURSO INTENSIVO 2022



Física

ITA - 2022

**Propagação de calor e Teoria cinética
dos gases**

Prof. Toni Burgatto



Sumário

INTRODUÇÃO	3
1. TRANSFERÊNCIA DE CALOR	3
1.1. Condução	3
1.2. Convecção	8
1.3. Irradiação térmica	9
2. UMA ABORDAGEM DIFERENTE PARA O CÁLCULO DE ϕ	13
3. VARIÁVEIS DE ESTADO E PRINCIPAIS TRANSFORMAÇÕES	18
3.1. Pressão	18
3.2. Temperatura	19
3.3. A lei dos gases ideais	20
3.4. Densidade de um gás ideal	22
3.5. Lei geral dos gases ideais	23
3.6. Mistura física de gases ideais	23
3.7. Transformações gasosas usuais	25
4. A TEORIA CINÉTICA DOS GASES	27
4.1. A pressão exercida por um gás ideal	28
4.2. A energia cinética de um gás ideal	31
4.3. O teorema da equipartição	33
4.4. O livre caminho médio	35
4.5. A distribuição de Maxwell-Boltzmann	35
5. LISTA DE QUESTÕES	37
6. GABARITO SEM COMENTÁRIOS	45
7. LISTA DE QUESTÕES COMENTADAS	46
7. CONSIDERAÇÕES FINAIS DA AULA	70
8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	70
9. VERSÃO DE AULA	71

Introdução

Nesta aula, introduziremos o conceito de fluxo de calor, suas diferentes formas na natureza e daremos uma abordagem mais poderosa para a resolução de questões mais complexas. Além disso, trabalharemos o estudo da cinética dos gases, com temas especiais para os nossos vestibulares, como o teorema da equipartição.

Alguns tópicos como caminho livre médio e distribuição de Maxwell-Boltzmann também serão trabalhados, mas esses temas não são muito recorrentes na prova. Estude com calma tais assuntos, já que eles não são trabalhados em ensino médio e o ITA adora colocar questões puramente teóricas.

Os assuntos trabalhados nessa aula serão importantíssimos para as próximas, principalmente, para o melhor firmar os conceitos e resultados das leis da Termodinâmica.

Caso tenha alguma dúvida entre em contato conosco através do fórum de dúvidas do Estratégia ou se preferir:



1. Transferência de calor

Como já vimos, calor nada mais é que a transferência de energia em consequência de uma diferença de temperatura. Basicamente, existem três processos distintos para a propagação de calor: condução, convecção e radiação.

Como veremos, em todos os mecanismos de transferência de calor, a taxa de resfriamento de um corpo é diretamente proporcional a diferença de temperatura entre o corpo e a vizinhança. Tal fato é conhecido como *lei de Newton para o resfriamento*.

Em situações reais, os três mecanismos ocorrem concomitantemente, mas um dos mecanismos será dominante sobre os outros. Como exemplo se pegarmos um aquecedor de ambiente, ele usa tanto a radiação quanto a convecção. Entretanto, se o elemento aquecedor é o quartzo, então o calor será predominantemente transferido por radiação. Caso o elemento aquecedor seja um metal, então a convecção será predominante na propagação de calor. É comum os aquecedores terem ventiladores que aceleram o mecanismo de convecção.

1.1. Condução

1.1.1. Entendendo o mecanismo da condução térmica

A condução térmica é um mecanismo de transferência de calor na qual a energia é transmitida de partícula para partícula, por intermédio de uma agitação atômico-molecular.

Nesse processo, cada átomo ou molécula quando recebe energia, começa a vibrar com maior intensidade, ou seja, mais energia cinética que os demais. Em seguida, uma fração dessa energia é transferida para a vizinhança que passa a vibrar com maior intensidade. Dessa forma, o calor é transmitido para as regiões mais frias.

Podemos explicar esse fenômeno pelas forças intermoleculares que são praticamente elétricas e magnéticas. Para isso, vamos tomar um sólido que apresenta certa estrutura cristalina, onde as partículas possuem uma coesão devido as forças intermoleculares.

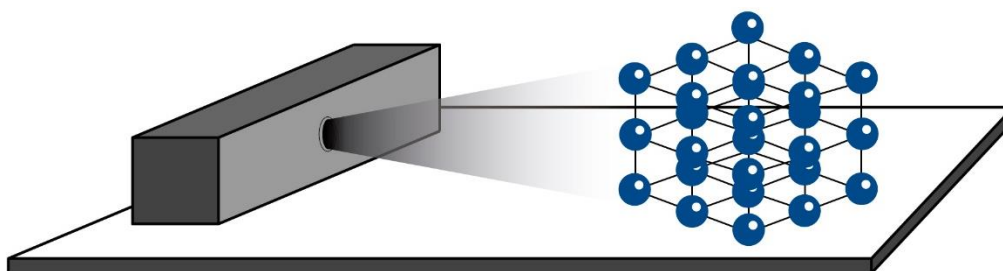


Figura 1: Ampliação de uma porção do sólido, mostrando sua estrutura cristalina.

Nessa estrutura, dizemos que duas moléculas vizinhas estão na **posição de equilíbrio** se a **resultante das forças de interação** entre elas é nula. Quando isso ocorre, denotamos a distância que separa as moléculas por d_0 .

Se a distância entre as duas moléculas for d , tal que $d > d_0$, as forças de interação são predominantemente **atrativas**. É devido a isso que uma barra de ferro pode resistir a esforços de tração, por exemplo.

Por outro lado, se a distância entre as duas moléculas for d , tal que $d < d_0$, as forças de interação são predominantemente **repulsivas**. É devido a isso que uma barra de ferro pode resistir a esforços de compressão, por exemplo.

Quando plotamos a força de interação entre as moléculas vizinhas, temos um gráfico com o seguinte formato:

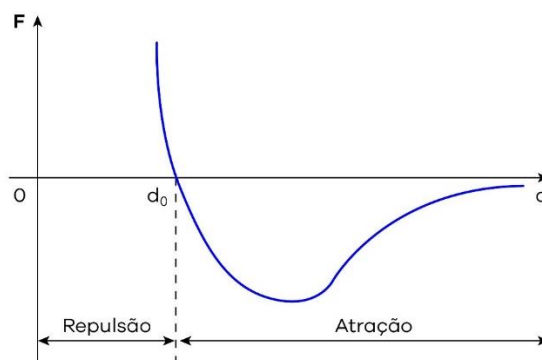


Figura 2: Força de interação intermolecular em função da distância.

Esse gráfico mostra que as moléculas, quando vibram com maior amplitude, se aproximam das moléculas vizinhas, aumentando as forças repulsivas. Como resultado, as moléculas vizinhas são “agitadas” pelas primeiras, intensificando as amplitudes de vibração. Dessa forma, o calor é transferido de molécula a molécula onde elas estão inseridas.

A propagação de calor por condução é observada em diversas substâncias. Nos metais, o mecanismo ocorre com maior rapidez, devido à existência de elétrons livres. Por isso, dizemos que os metais são bons condutores de calor.

Contudo, existem materiais que apresentam baixa condução térmica e são chamados de isolantes térmicos. Como por exemplo, temos a madeira, o isopor, a cerâmica, o tijolo de barro etc.

Observações:

1) O mecanismo da condução não ocorre no vácuo, pois é necessária a presença de um meio material. Por isso, tal processo ocorre apenas nos sólidos e pode verificar-se em certos fluidos, mas com menor intensidade.

2) O único mecanismo de transferência de calor nos sólidos é a condução térmica.

3) O fluxo de calor é sempre da região mais quente para a mais fria.

1.1.2. Cálculo do fluxo de calor (ϕ)

Seja a superfície de área S , atravessada por uma quantidade de calor Q , durante um intervalo de tempo Δt . Define-se fluxo de calor (ϕ) como sendo:

$$\phi = \frac{Q}{\Delta t}$$

No SI, a unidade de fluxo de calor é o watt (W), ou seja, J/s . É comum, entretanto, utilizar as unidades cal/s e cal/min .

Dizemos que a condução de calor através de um condutor está em **regime estacionário ou permanente** quando o fluxo não varia com o tempo. Nessa situação, cada ponto do condutor tem sua temperatura definida e ela não se altera com o passar do tempo, mesmo que esteja passando por ali uma corrente de calor.

Se tomarmos uma barra de um metal em que a extremidade A está na temperatura θ_A e a extremidade B está na temperatura θ_B , no regime estacionário a temperatura ao longo da barra deverá obedecer ao seguinte gráfico:

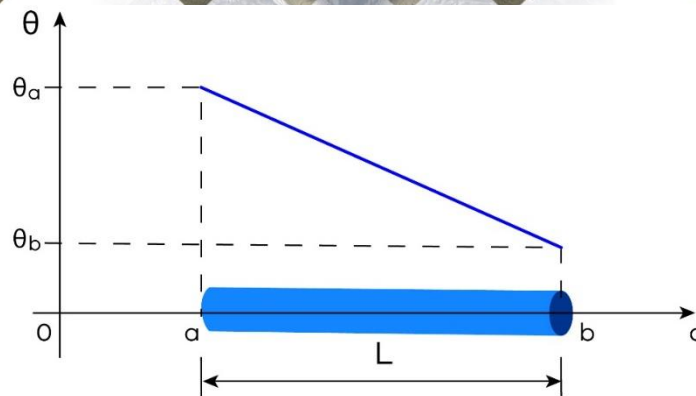


Figura 3: Temperatura em função da distância em uma barra.

Se considerarmos a barra condutora de calor, com as seguintes características:

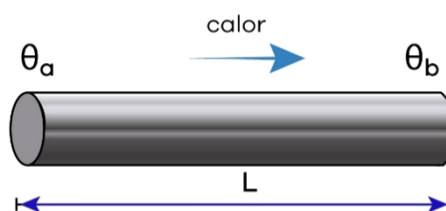


Figura 4: Fluxo de calor em uma barra condutora de calor devido à diferença de temperatura.

Em que L é o comprimento da barra cilíndrica, A a área da secção transversal, θ_a e θ_b as temperaturas das extremidades.

Experimentalmente, o fluxo térmico (ϕ) é diretamente proporcional a diferença de temperatura ($\theta_A - \theta_B$) entre os extremos da barra e a área de secção transversal (A), mas é inversamente proporcional ao comprimento (L). Esse fato é conhecido como Lei de Fourier e matematicamente escreve-se que:

$$\phi = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{K \cdot A \cdot (\theta_A - \theta_B)}{L}$$

Em que K é chamada *coeficiente de condutibilidade térmica* do material (seu valor é uma característica da substância que compõe o material). Bons condutores apresentam K relativamente alto e isolantes térmicos K baixo.

Se tomarmos uma placa plana, com área transversal A e espessura e , podemos aplicar a Lei de Fourier da seguinte forma:

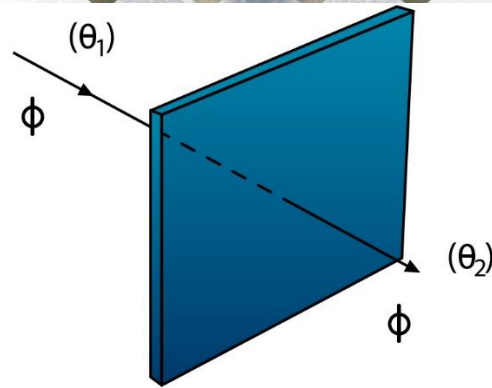


Figura 5: Fluxo de calor por uma placa plana, segundo a lei de Fourier.

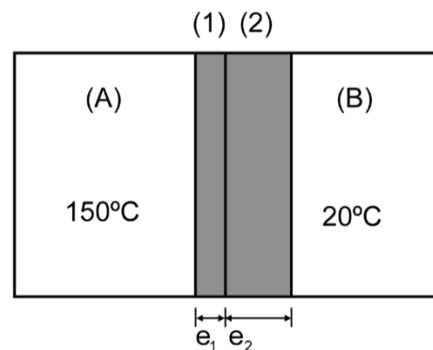
$$\phi = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{K \cdot A \cdot (\theta_1 - \theta_2)}{e}$$

ESCLARECENDO!



1)

Considere duas regiões do espaço separadas por uma placa metálica com formada por dois materiais, como mostra a figura:



As placas possuem as seguintes características:

$$e_1 = 10 \text{ cm e } K_1 = 40 \frac{J}{s \cdot m \cdot ^\circ C}$$

$$e_2 = 20 \text{ cm e } K_2 = 50 \frac{J}{s \cdot m \cdot ^\circ C}$$

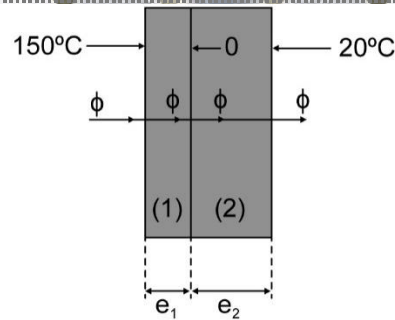
Área da superfície: $A = 10 \text{ m}^2$.

Se for atingido o regime estacionário de condução, calcule:

- a temperatura na junta das paredes.
- o fluxo de calor que atravessa a parede dupla.

Comentários:

- uma vez que atingiu o regime estacionário, o fluxo de calor que atravessa a parede 1 deve ser o mesmo que atravessa a parede 2.



Portanto:

$$\phi_1 = \phi_2$$
$$\frac{K_1 \cdot A \cdot (150 - \theta)}{e_1} = \frac{K_2 \cdot A \cdot (\theta - 20)}{e_2} \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} \cdot \frac{e_2}{e_1} \cdot (150 - \theta) = (\theta - 20)$$
$$\frac{40}{50} \cdot \frac{20}{10} \cdot (150 - \theta) = \theta - 20 \Rightarrow 1,6 \cdot 150 - 1,6 \cdot \theta = \theta - 20$$
$$\boxed{\theta = 100^\circ\text{C}}$$

b) Para calcular o fluxo de calor, basta tomar o fluxo na placa 1, por exemplo:

$$\phi = \frac{K_1 \cdot A \cdot (150 - 100)}{e_1} \Rightarrow \phi = \frac{40 \cdot 10 \cdot 50}{0,1} \therefore \boxed{\phi = 2,0 \cdot 10^5 \text{ J/s}}$$

1.2. Convecção

Denominamos convecção térmica o mecanismo de propagação de energia que ocorre **apenas** nos fluidos, ou seja, nos líquidos, gases e vapores, devido a movimentação das partículas que possuem diferentes temperaturas. Esse processo não ocorre nos sólidos.

A movimentação das partículas é justificada pela diferença de densidade entre as diversas partes do fluido, devido a diferença de temperatura entre as moléculas.

Para melhorar a compreensão desse fenômeno, vamos tomar um recipiente contendo um líquido que é aquecido na sua parte inferior:

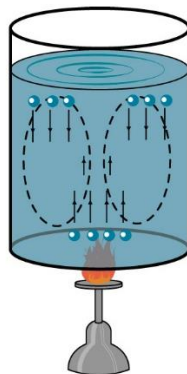


Figura 6: Convecção em um líquido sendo aquecido.

Quando as partículas do fundo ganham energia térmica, se tornam menos densas e sobem; as da parte superior, que estão relativamente mais frias e mais densas, descem. Com isso, formam as

chamadas **correntes de convecção** (a quente denominada ascendente e a fria conhecida como descendente).

Podemos aplicar a convecção em diversas situações reais, como o fato de o congelador das geladeiras estarem na parte superior (ar frio desce e ar quente sobe), a eliminação de gases pelas chaminés (gases quentes (menos densos) sobem etc).

1.3. Irradiação térmica

Existem diversas ondas eletromagnéticas: luz visível, raios X, raios infravermelhos, raios ultravioletas etc. Dentre as citadas, os raios infravermelhos apresentam efeitos térmicos mais acentuados.

Denominamos por **irradiação térmica** a emissão de raios infravermelhos por um corpo. Experimentalmente, verifica-se que quanto maior a temperatura do corpo, maior será a intensidade de energia irradiada.

Chamamos de **poder emissivo** (E) de um corpo a relação entre a potência emitida pela área da superfície emitente (A):

$$E = \frac{P}{A}$$

O poder emissivo (E) é expresso em W/m^2 , depende da natureza da fonte emissora e da sua temperatura.

Em 1879, o físico esloveno Jozef Stefan deduziu a partir de resultados experimentais que:

$$P_r = e \cdot \sigma \cdot A \cdot T^4$$

Em que:

- P_r é a potência irradiada.
- A é a área da superfície.
- σ é a constante de Stefan e vale $\sigma = 5,6703 \cdot \frac{10^{-8}W}{m^2 \cdot K^4}$.
- e é a emissividade da superfície que irradia, ela é uma quantidade adimensional entre 0 e 1 e depende da composição da superfície do corpo.
- T é a temperatura do corpo que irradia em Kelvin.

Se a radiação eletromagnética atinge um objeto opaco, uma parte da radiação é refletida e outra parte absorvida. Objetos coloridos refletem a maior parte da radiação visível, ao passo que objetos escuros absorvem a maior parte dela. Podemos dizer que a taxa na qual um objeto **absorve** a radiação é expressa por:

$$P_{Abs} = e_a \cdot \sigma \cdot A \cdot T^4$$

Em que:

- e_a é a emissividade da superfície do objeto que está absorvendo a energia.
- T_0 é a temperatura da fonte de radiação.
- A é a área da superfície do objeto.

Considere um corpo a uma temperatura T cercado por corpos a temperatura T_0 . Se o corpo emite energia radiante a uma taxa maior do que absorve, $P_r > P_a$, então ele se resfria enquanto sua vizinha absorve a radiação e se aquece. Caso o corpo absorva energia radiante a uma taxa maior do que emite, $P_a > P_r$, então ele se aquece e sua vizinhança se resfria.

Podemos dizer que a potência resultante irradiada por um corpo a temperatura T em um ambiente a uma temperatura T_0 é expressa por:

$$P_{res} = e \cdot \sigma \cdot A \cdot (T^4 - T_0^4)$$

Se $T = T_0$, dizemos que o corpo está em equilíbrio térmico com sua vizinhança, ou seja, ele emite e absorve radiação à mesma taxa.

Considerando um corpo em que incide energia radiante com potência incidente P_i (figura 9). Uma parte da energia incidente é refletida pelo corpo (potência P_R), uma parte é absorvida (P_{Abs}) (converte-se em energia de agitação molecular) e uma parte é transmitida (P_T), atravessando o corpo.

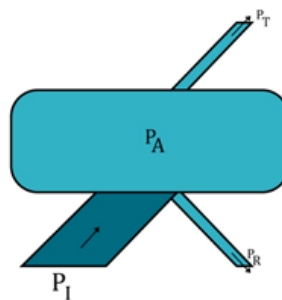


Figura 7: Relação das potências em um corpo.

Pelo balanço de energia, devemos ter que:

$$P_i = P_{Abs} + P_{Reflet} + P_T$$

Dividindo a equação logo acima por P_i , temos que:

$$1 = \frac{P_{Abs}}{P_i} + \frac{P_{Reflet}}{P_i} + \frac{P_T}{P_i}$$

$$1 = r + a + t$$

Em que:

- r : **refletividade** de um corpo é razão entre a potência refletida e a incidente ($r = \frac{P_{Reflet}}{P_i}$).

- a : **absortividade** de um corpo é a razão entre a potência absorvida e a incidente ($a = \frac{P_{bs}}{P_i}$).
- t : **transmissividade** de um corpo é a razão entre a potência transmitida e a incidente ($t = \frac{P_T}{P_i}$).

Quando o corpo não consegue transmitir nenhuma potência, dizemos que ele é **atérmico**, isto é, $P_T = 0$). Para corpos atérmicos, temos que:

$$r + a = 1$$

Define-se **corpo negro** aquele que absorve toda a radiação incidente sobre ele, possuindo emissividade igual a 1. Em outras palavras, para o corpo negro a absortividade é igual a 1 ($a = 1$).

Trata-se de um corpo ideal e, a partir disso, podemos calcular teoricamente as características da radiação emitida por ele.

Observa-se que todo corpo bom absorvedor é um bom emissor. Podemos evidenciar esse fato pelo corpo negro onde temos a maior absortividade e a maior emissividade, em qualquer temperatura.

Entretanto, essa regra geral não vale apenas para corpos negros, como mostra a Lei de Kirchhoff:

.....
Qualquer corpo apresenta a mesma emissividade e absortividade, isto é, $a = e$, para cada temperatura especificada.
.....

Quando diversos corpos são colocados em um mesmo ambiente, todos irradiarão e absorverão energia. Sempre que houver diferença de temperatura, a potência irradia será diferente da absorvida, até que se atinja o equilíbrio térmico. Entretanto, ao alcançar o equilíbrio, não interromperá a irradiação de energia pelos corpos. Trata-se de um equilíbrio dinâmico, pois, em cada corpo, a potência irradiada será igual a potência absorvida.

Dessa forma, não existe a possibilidade de um corpo estar perdendo energia por irradiação, a ponto de chegar ao zero absoluto, já que ele está ganhando energia irradiada pelos outros corpos.

Observação: se tomarmos dois corpos em um mesmo ambiente, a energia emitida por um corpo não necessariamente será a energia absorvida pelo outro, durante um dado intervalo de tempo. Vale lembrar que pode haver reflexão nas superfícies dos corpos. Com isso, se tomarmos um corpo bem polido (claro) em equilíbrio térmico com um corpo escuro, num dado ambiente, o primeiro absorverá com baixa potência (P_{Abs}) e emitirá com baixa potência (P_R), porém $P_{Abs} = P_R$.

Por outro lado, o corpo escuro absorverá com alta potência (P_{Abs}) e irradiará com alta potência (P_R), porém $P_{Abs} = P_R$.

Alguns materiais, como o veludo preto, estão muito próximos de serem considerados corpos negros ideais. Contudo, a melhor aproximação prática de corpo negro ideal é um pequeno orifício em uma cavidade. Como na figura abaixo:

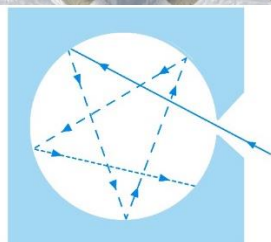


Figura 8: Uma cavidade com um orifício se aproxima muito de um corpo negro ideal. Isso ocorre porque a radiação que entra na cavidade tem pouquíssima chance de escapar antes de ser completamente absorvida. Dessa forma, a radiação emitida pelo orifício, que não foi mostrada na figura, é característica da temperatura das paredes da cavidade.

Dessa forma, a radiação incidente que passa pelo orifício tem poucas chances de ser refletida para fora antes que as paredes a absorvam. Com isso, a radiação emitida pelo orifício é característica da temperatura das paredes da cavidade.

Quando um corpo é aquecido, a taxa de emissão de energia aumenta e a energia irradiada alcança frequências maiores (ou seja, menores comprimentos de onda). Entre 600 °C e 700 °C, uma parte da energia irradiada está no espectro visível e o corpo brilha com uma coloração vermelho-escuro. Se a temperatura aumenta, ele pode emitir um vermelho mais vivo, chegando até a um branco quente.

A figura abaixo mostra como varia a potência irradiada por um corpo negro em função de comprimentos de ondas, para três diferentes temperaturas:

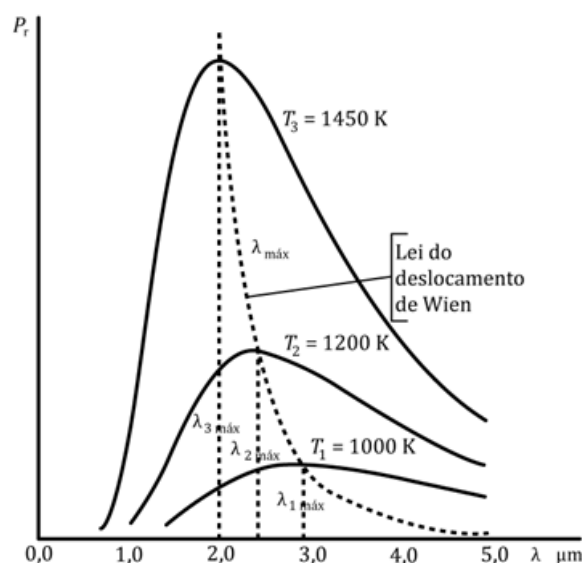


Figura 9: Curva da potência irradiada pelo comprimento de onda para a radiação emitida por um corpo negro. Cada curva do gráfico é referente a temperatura da superfície emissora. O comprimento de onda $\lambda_{máx}$ para o qual a potência emitida é máxima é dada pela lei de Wien.

Em busca de relacionar o comprimento de onda para o qual a potência irradiada é máxima com a temperatura, Wien propôs que:

$$\lambda_{máx} = \frac{2,898 \text{ mm} \cdot \text{K}}{T}$$

Esse resultado é conhecido como lei de deslocamento de Wien. Essa lei é aplicada para determinar a temperatura das superfícies de estrelas pela análise de sua radiação. Além disso, ela pode ser aplicada em termogramas utilizados para detectar câncer, pois o tecido canceroso provoca um aumento da circulação, gerando um pequeno aumento na temperatura da pele.



2)

Em um corpo atérmico, a potência incidente é de 20 kW , sendo que 5 kW é absorvido. Para esse corpo, calcule:

- a) absorptividade. b) transmissividade. c) refletividade.

Comentários:

a) De acordo com a definição, a absorptividade é dada por:

$$a = \frac{P_{Abs}}{P_i} = \frac{5 \text{ kW}}{20 \text{ kW}} = 0,25 \text{ ou } \boxed{a = 25 \%}$$

b) Pelo enunciado, o corpo é atérmico, portanto:

$$\boxed{t = 0}$$

c) Pela definição, a refletividade é expressa por:

$$r = \frac{P_{Reflet}}{P_i} = 1 - (a + t)$$

$$r = 1 - (0,25 + 0) \Rightarrow \boxed{r = 75\%}$$

2. Uma abordagem diferente para o cálculo de ϕ

Denominamos por **gradiente de temperatura** a taxa de variação de temperatura ao longo de uma barra como sendo:

$$\frac{dT}{dx}$$

Considere dT a diferença de temperatura entre dois pontos de um pequeno segmento dx de uma barra.

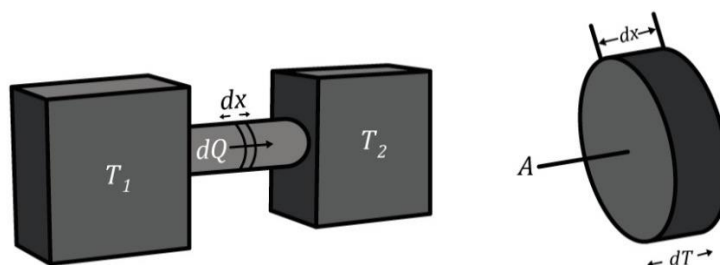


Figura 10: Elemento de comprimento para determinação do fluxo de calor.

Seja dQ a quantidade de calor conduzida através dessa seção reta de área A , durante um intervalo de tempo dt . Chamamos de corrente térmica, representado por I , a quantidade de calor que atravessa a pequena barra de tamanho dx , em um pequeno intervalo de tempo. Em outras palavras:

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

Segunda a Lei de Fourier, podemos escrever que:

$$I = \frac{dQ}{dt} = -k \cdot A \cdot \frac{dT}{dx}$$

Em que k é a condutividade térmica do material e A é a área de secção transversal.

Note que calor leva energia de uma região de maior temperatura para uma região de menor temperatura. Dessa forma, a corrente térmica tem sentido na diminuição de temperatura, por isso o sinal negativo para corrigir esse fato.

Repare que se estivermos no regime estacionário, isto é, a temperatura varia linearmente da extremidade com maior temperatura para a extremidade de menor temperatura, então a equação de corrente térmica se torna:

$$I = -k \cdot A \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

Em módulo, temos:

$$I = k \cdot A \cdot \frac{|\Delta T|}{|\Delta x|}$$

Rearranjando a equação acima, podemos escrever:

$$|\Delta T| = I \cdot \left(\frac{|\Delta x|}{k \cdot A} \right) \text{ ou } I = \frac{|\Delta T|}{\left(\frac{|\Delta x|}{k \cdot A} \right)}$$

Em que $|\Delta T|$ é o módulo da queda de temperatura no sentido da corrente térmica e definimos como resistência térmica R como sendo:

$$R = \frac{|\Delta x|}{k \cdot A}$$

Portanto:

$$|\Delta T| = I \cdot R \text{ ou } I = \frac{|\Delta T|}{R}$$

Alerta spoiler! Ainda não estudamos resistência elétrica e associação de resistores. Entretanto, a analogia feita aqui é muito boa. Podemos associar a corrente elétrica com a corrente térmica, a resistência elétrica com a resistência térmica e a diferença de potencial com a diferença de temperatura. Relembrando a primeira Lei de Ohm, escrevemos que:

$$i = \frac{\Delta V}{R}$$

Ou seja, a corrente elétrica que atravessa um filamento é diretamente proporcional a diferença de potencial imposta nas extremidades do fio e inversamente proporcional a resistência imposta pelo fio.

Em condução térmica, temos as mesmas características. Por exemplo, considere duas paredes, uma com temperatura T_1 e outra com T_2 , onde $T_1 > T_2$, e o material entre eles possui uma condutividade k . Portanto, podemos escrever que:

$$T_1 - T_2 = I \cdot R$$

Em que $R = \frac{|\Delta x|}{k \cdot A}$. Se adicionarmos um material com condutividade k' , na qual a temperatura entre as interfaces é T_3 onde, $T_1 > T_3 > T_2$, então temos que:

$$T_1 - T_3 = I' \cdot R_1 \quad (1)$$

Como sabemos, o fluxo térmico será o mesmo para as duas regiões, logo:

$$T_3 - T_2 = I' \cdot R_2 \quad (2)$$

Com $R_1 = \frac{|\Delta x_1|}{k' \cdot A}$ e $R_2 = \frac{|\Delta x_2|}{k \cdot A}$.

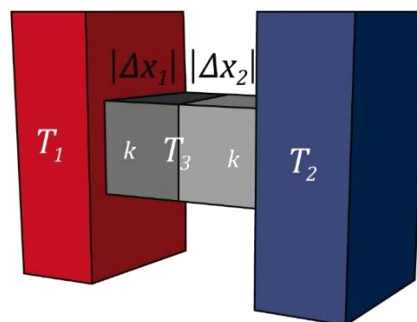


Figura 11: Resistências térmicas em série.

Somando (1) e (2), vem:

$$T_1 - T_2 = I' \cdot (R_1 + R_2)$$

Chamando de $R_1 + R_2 = R_{eq}$, temos finalmente que:

$$T_1 - T_2 = I' \cdot R_{eq} \text{ ou } I' = \frac{T_1 - T_2}{R_{eq}} = \frac{\Delta T}{R_{eq}}$$

Em que R_{eq} é a **resistência térmica equivalente**. Quando fizemos essa configuração, colocamos as duas resistências térmicas em série, pois estão sujeitas a mesma corrente térmica. Logo, para **resistências térmicas em série**, temos que:

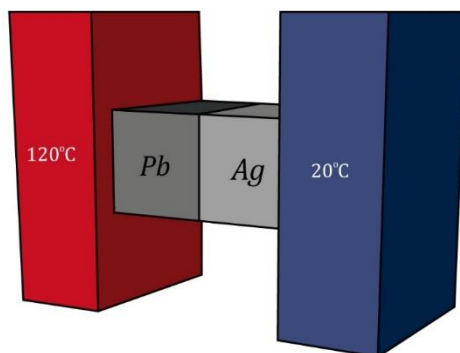
$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$

Com $R_i = \frac{|\Delta x_i|}{k_i \cdot A}$.



3)

Considerando duas barras como resistores térmicos em série, de acordo com a figura.



Sabendo que a $k_{Pb} = 353 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ e $k_{Ag} = 429 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$, determine o fluxo de calor que a atravessa as barras e a temperatura da interface. Considere que a cada material tem comprimento de 5 cm e que a secção transversal tem dimensões 4 cm e 5 cm.

Comentários:

A resistência térmica de cada parte é dada por:

$$R_{Pb} = \frac{|\Delta x_{Pb}|}{k_{Pb} \cdot A} \Rightarrow R_{Pb} = \frac{5 \cdot 10^{-2}}{353 \cdot 4 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow \boxed{R_{Pb} = 0,071 \text{ K/W}}$$

$$R_{Ag} = \frac{|\Delta x_{Ag}|}{k_{Ag} \cdot A} \Rightarrow R_{Ag} = \frac{5 \cdot 10^{-2}}{429 \cdot 4 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow \boxed{R_{Ag} = 0,058 \text{ K/W}}$$

Logo, a resistência térmica equivalente é dada por:

$$R_{eq} = R_{Pb} + R_{Ag} = 0,071 + 0,058$$

$$\boxed{R_{eq} = 0,129 \text{ K/W}}$$

Portanto, o fluxo de calor é de:

$$I = \frac{\Delta T}{R_{eq}} \Rightarrow I = \frac{120 - 20}{0,129} \Rightarrow \boxed{I = 775,2 \text{ W}}$$

Analisando apenas a primeira parte com chumbo, temos que:

$$\Delta T_{Pb} = I \cdot R_{Pb}$$

$$\Delta T_{Pb} = 775,2 \cdot 0,071 = 55,1 \text{ K} = 55,1 \text{ °C} \Rightarrow 120 - T' = 55,1$$

$$\boxed{T' = 64,9 \text{ °C}}$$

Por outro lado, podemos a configuração na qual as barras estão sujeitas a mesma diferença de temperatura, mas a corrente térmica é diferente. Trata-se de **resistências térmicas em paralelo**.

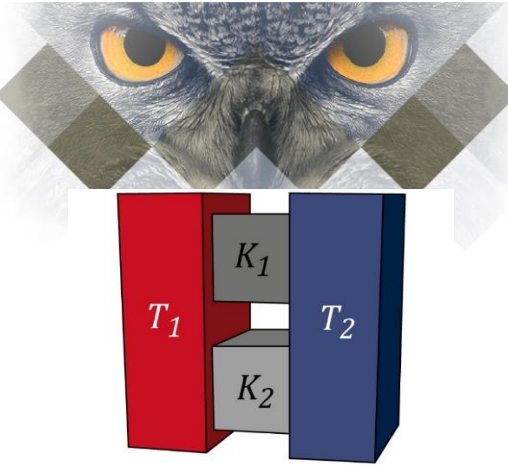


Figura 12: Resistência térmicas em paralelo.

Nesse caso, a corrente térmica total é a soma da corrente térmica em cada barra:

$$I = I_1 + I_2 + \dots$$

$$I = \frac{\Delta T}{R_1} + \frac{\Delta T}{R_2} + \dots \Rightarrow I = \Delta T \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots \right)$$

$$I = \Delta T \cdot \frac{1}{R_{eq}}$$

Portanto, a resistência térmica equivalente é expressa por:

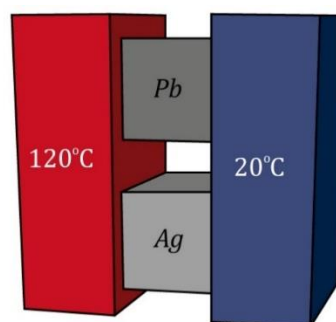
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$$

ESCLARECENDO!



4)

Vamos tomar o exercício 7) resolvido anteriormente, mas considerar que os resistores térmicos (as barras) estejam em paralelo, como na figura abaixo:



Considerando que as barras possuem as mesmas dimensões, ou seja, as mesmas resistências térmicas, determine o fluxo total de calor, e a resistência térmica equivalente.

Comentários:

O fluxo na barra de chumbo é dado por:

$$I_{Pb} = \frac{\Delta T}{R_{Pb}} \Rightarrow I_{Pb} = \frac{120 - 20}{0,071} = 1408,45 \text{ W}$$

Para a prata, temos:

$$I_{Ag} = \frac{\Delta T}{R_{Ag}} \Rightarrow I_{Ag} = \frac{120 - 20}{0,058} = 1724,38 \text{ W}$$

Logo, o fluxo total é de:

$$I = I_{pb} + I_{Ag}$$

$$I = 1408,45 + 1724,38 \therefore \boxed{I = 3132,60 \text{ W}}$$

$$I_{total} = \frac{\Delta T}{R_{eq}} \Rightarrow R_{eq} = \frac{120 - 20}{3132,60} \therefore \boxed{R_{eq} = 0,032 \text{ K/W}}$$

3. Variáveis de estado e principais transformações

Inicialmente, para compreendermos a teoria cinética dos gases são necessárias algumas considerações:

- 1) As moléculas devem ser puntiformes, isto é, volume desprezível.
- 2) O movimento das moléculas deve ser aleatório.
- 3) As únicas interações entre as moléculas são choques perfeitamente elásticos, ou seja, não há perda de energia nos choques.
- 4) As forças intermoleculares devem ser desprezíveis.

Com isso, vamos definir alguns conceitos que serão fundamentais para o nosso estudo de gases.

3.1. Pressão

Você já reparou que é mais fácil você furar a sua pele com uma agulha do que com um livro? Não importa se você aplique força enorme.

A chave para entender essa situação está no conceito de pressão. A pressão é a razão entre a força e a área na qual ela está sendo aplicada.

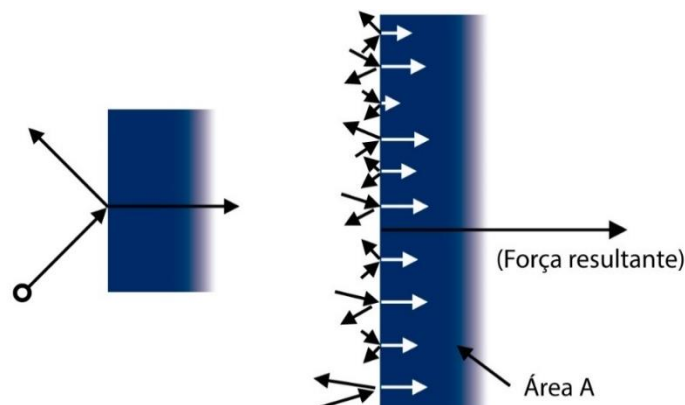


Figura 13: Representação das partículas se chocando com a parede.

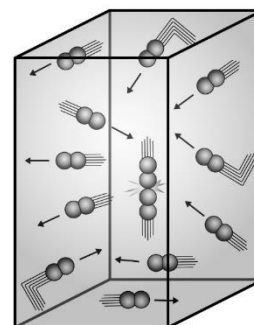
Matematicamente, podemos escrever:

$$P = \frac{F}{A}$$

Devido ao fato de as moléculas de gás estarem sujeitas à agitação térmica, elas eventualmente se chocam entre si e com as paredes do recipiente que as contém.

A pressão interna do gás é o resultado desses choques que ocorrem entre as moléculas de gás e as paredes do recipiente.

A pressão é a variável mais importante para o estudo de um gás, pois ela diz respeito a como nós “sentimos” a substância no estado gasoso.



Por exemplo, a pressão parcial de oxigênio na atmosfera é de $0,21 \text{ atm}$ (o gás corresponde a 21% da atmosfera). Quando você vai viajar de avião – onde a pressão atmosférica é bem menor – ou quando você mergulha – onde a pressão é bem maior – a grande preocupação é de igualar a pressão parcial de oxigênio a $0,21 \text{ atm}$ ou o mais próximo possível desse valor. Desse modo, você vai conseguir respirar normalmente, seja debaixo da água ou na cabine de um avião.

3.2. Temperatura

Na Física, a temperatura diz respeito **ao grau de agitação das partículas**. Quanto maior a temperatura, maior a agitação das partículas.

É importante destacar que, mesmo em um sólido, as partículas ainda usufruem de certa liberdade de movimentação e, por isso, os sólidos também apresentam temperatura.

No caso específico de gases, quanto maior for a temperatura maior será a sua energia interna e, conseqüentemente, a energia cinética de suas partículas.

Existe uma temperatura, denominada **zero absoluto**. O zero absoluto ($0\text{K} = -273,15^\circ\text{C}$) é a menor temperatura que existe, não sendo possível obter uma temperatura mais baixa.

No zero absoluto, **cessa o movimento de translação das moléculas**. No entanto, mesmo no zero absoluto, as moléculas **ainda apresentam energia rotacional e vibracional residual**.

Podemos fazer a afirmação logo acima, utilizando o Princípio da Incerteza de Heisenberg. De acordo com Heisenberg, não é possível determinar com certeza a velocidade e a posição de uma partícula simultaneamente. Se as partículas não possuíssem energia de rotação nem de vibração residual, seríamos capazes de determinar com certeza a sua velocidade, o que violaria o Princípio da Incerteza.

Esse princípio é mais bem estudado em Física Moderna e veremos com mais detalhe apenas em um material para aqueles que irão fazer ITA. No entanto, você precisa saber dessa importante informação, pois é um tema que pode muito bem ser cobrado por um examinador mais impiedoso.

Lembrando que a conversão entre a escala Celsius ($T(^{\circ}\text{C})$) e a escala absoluta Kelvin ($T(\text{K})$) é dada por:

$$T(K) = T(^{\circ}C) + 273,15$$

$$T(K) \cong T(^{\circ}C) + 273$$

É comum utilizar a aproximação para o zero Kelvin como $-273^{\circ}C$. Por exemplo, a temperatura de $27^{\circ}C$, que aparece muito em questões de prova, é equivalente a 300 K , pois $27 + 273 = 300\text{ K}$.

3.3. A lei dos gases ideais

Aqui na Física, não vamos nos preocupar com a sequências histórica dos experimentos, como o de Boyle, onde a temperatura é constante e consegue achar uma relação entre pressão e volume. Vamos apresentar direto a lei dos gases ideais, pois é bem mais prático conhecer ela.

A Lei dos gases ideais é definida como:

$$P \cdot V = N \cdot k \cdot T \quad (\text{Lei dos gases ideais})$$

Em que k é denominada **constante de Boltzmann**. Experimentalmente, determina-se que o valor de k é o mesmo para qualquer tipo de gás:

$$k = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} = 8,617 \cdot 10^{-5} \text{ eV/K}$$

Comumente, a quantidade de um gás é expressa em mol. Um mol de qualquer substância é a quantidade da substância que contém o **número de Avogadro** (N_A) de partículas. Como sabemos da química, $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

Para n mols de uma substância, então o número de moléculas é:

$$N = n \cdot N_A$$

Logo, temos que:

$$P \cdot V = n \cdot N_A \cdot k \cdot T$$

Denotamos $N_A \cdot k = R$ como **constante universal dos gases**. Substituindo valores, temos que:

$$R = N_A \cdot k = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = 0,08206 \frac{\text{L} \cdot \text{atm}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cong 2,0 \frac{\text{cal}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

Quando fazemos o gráfico de $\frac{PV}{nT}$ versus a pressão P para diversos gases, obtemos a seguinte figura:

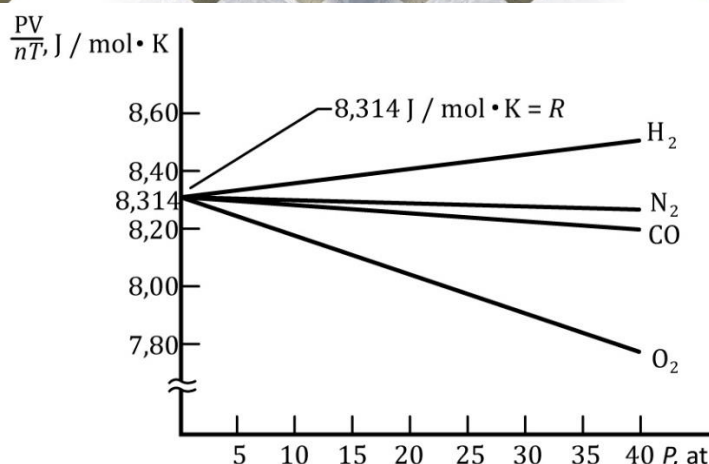


Figura 14: Gráfico de PV/nT pela P para gases reais. Ao variar a quantidade de gás, a pressão também varia. Entretanto, a razão PV/nT se aproxima do mesmo valor ($8,314 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$), para todos os gases, quando suas pressões são reduzidas. Denota-se esse valor por constante universal dos gases, R .

Observe que a razão $\frac{PV}{nT}$ é praticamente constante para uma grande faixa de pressões. Note que para o oxigênio, gás que apresenta maior variação neste gráfico, temos uma variação de aproximadamente 1 por cento entre 0 e 5 atm.

Por isso, dizemos que um gás ideal é aquele que $\frac{PV}{nT}$ é constante para todas as pressões. Em um gás ideal, as funções de estado (temperatura, pressão e volume) se combinam da seguinte forma:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad (\text{Lei dos gases ideais})$$

Essa equação é conhecida como Lei dos Gases Ideais ou ainda equação de Clapeyron. Podemos aplicar essa equação para gases reais que possuam pequena massa específica (logo, pequenas pressões). Mais à frente veremos as correções que devem ser feitas quando saímos da idealidade do gás.

Note que $P \cdot V = N \cdot k \cdot T$ é equivalente a $P \cdot V = n \cdot R \cdot T$. Com a equação de Clapeyron, vemos que basta conhecermos quaisquer duas das três variáveis de estado (P , V e T) para que o estado de uma dada quantidade de gás esteja completamente definido.

Define-se como **estado normal** de um gás pelos seguintes valores de pressão e temperatura:

$$P = 1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg}$$

$$T = 273 \text{ K} (0^\circ \text{C})$$

Geralmente, para indicar o estado normal usamos a sigla CNTP – condições normais de pressão e temperatura. Nessas condições, por exemplo, 1 mol de gás ideal ocupa um volume de 22,4 litros.

Pela equação de Clapeyron, quando fixamos a temperatura em um dado valor, o produto da pressão pelo volume para aquela quantidade de gás torna-se constante. Portanto, dizemos que $P \cdot V = cte$ para aquela temperatura trabalhada. Da matemática, sabemos que ao plotar a curva de pressão versus volume, a curva será uma hipérbole equilátera. Assim, temos as famosas **isotermas**.

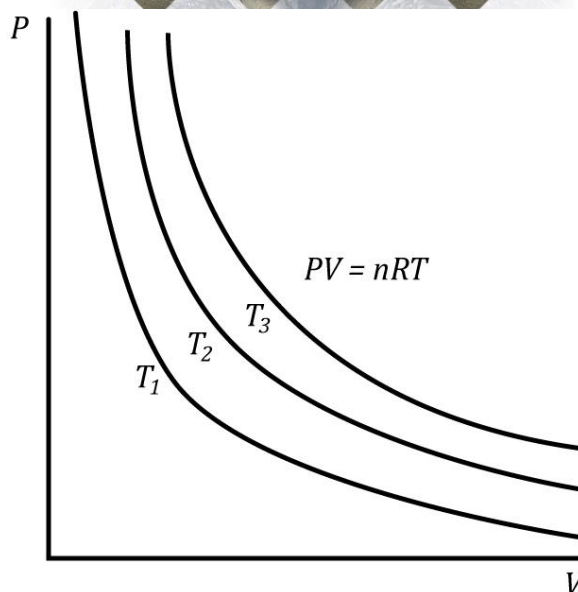


Figura 15: Gráfico da pressão pelo volume, mostrando as isotermas de acordo com as respectivas temperaturas. Podemos relacionar as temperaturas utilizando a equação de Clapeyron.

Além disso, pela matemática sabemos que $T_3 > T_2 > T_1$. Ou seja, a medida que a aumentamos a temperatura fixa com que trabalhamos nosso gás, mais longe ela estará da origem do plano $P - V$.

Por fim, devido ao fato de a molécula de gás ter volume desprezível, a pressão total exercida por uma mistura gasosa pode ser considerada a soma das pressões exercidas individualmente pelos gases da mistura, chamadas de **pressões parciais**. Tudo se passa como que a pressão parcial de cada gás da mistura fosse a pressão que ele exerceria quando ocupasse o recipiente sozinho.

Tal resultado – pressão total igual a soma das pressões parciais – é denominada de **lei das pressões parciais**.

3.4. Densidade de um gás ideal

Dada uma amostra de um gás ideal com massa m , ocupando um volume V , por definição, a densidade do gás é:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Se um único tipo de molécula constituir o gás, a densidade (d) por ser chamada de massa específica (ρ) e a massa pode ser expressa pelo número de mol com a massa molar:

$$m = n \cdot \bar{M}$$

Pela equação de Clapeyron, temos que:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \Rightarrow P \cdot V = \frac{m}{\bar{M}} \cdot R \cdot T$$

$$\frac{P \cdot \bar{M}}{R \cdot T} = \frac{m}{V} \therefore \boxed{\rho = \frac{P \cdot \bar{M}}{R \cdot T}}$$

3.5. Lei geral dos gases ideais

Sem um gás **perfeito** sofre uma transformação em uma das três variáveis de estado (pressão P , volume V e temperatura T), sem alteração de massa, podemos utilizar a chamada **Lei geral dos gases ideais**.

Para isso, vamos obter essa lei por intermédio da equação de Clapeyron. Considerando que uma certa quantidade gás perfeito encontra-se no estado 1 definido por P_1 , V_1 e T_1 . Ao sofrer uma transformação para um estado 2, onde $P_1 \rightarrow P_2$, $V_1 \rightarrow V_2$ e $T_1 \rightarrow T_2$, **mantendo a mesma massa**, podemos aplicar a equação de Clapeyron em cada estado e verificar que:

$$P_1 \cdot V_1 = n \cdot R \cdot T_1 \Rightarrow \frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = n \cdot R$$

$$P_2 \cdot V_2 = n \cdot R \cdot T_2 \Rightarrow \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2} = n \cdot R$$

Portanto:

$$\boxed{\frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2}} \quad \text{Lei geral dos gases ideais}$$

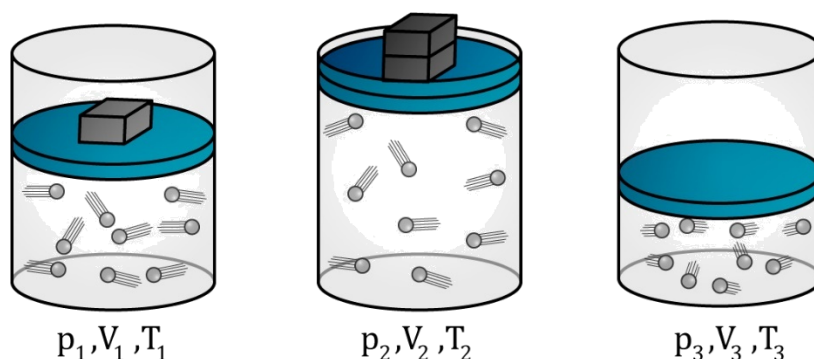


Figura 16: Três possíveis estados para o gás.

Aplicando a Lei geral dos gases para as transformações da figura logo acima, podemos escrever que:

$$\frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2} = \frac{P_3 \cdot V_3}{T_3}$$

3.6. Mistura física de gases ideais

Ao misturarmos vários gases ideais, de forma que não ocorram reações químicas entre as moléculas, ou seja, apenas ocorrem interações físicas entre as partículas, o número de mols da associação é a soma do número de mols de cada componente. Em outras palavras:

$$n_{\text{mistura}} = n_m = n_1 + n_2 + n_3 + \dots$$

A equação de Clapeyron fornece que:

$$n_i = \frac{P_i \cdot V_i}{R \cdot T_i}$$

Assim, temos que:

$$\frac{P_m \cdot V_m}{T_m} = \frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} + \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2} + \frac{P_3 \cdot V_3}{T_3} + \dots$$

Por exemplo, podemos pegar a mistura gasosa entre dois gases A e B, como mostra a figura abaixo:

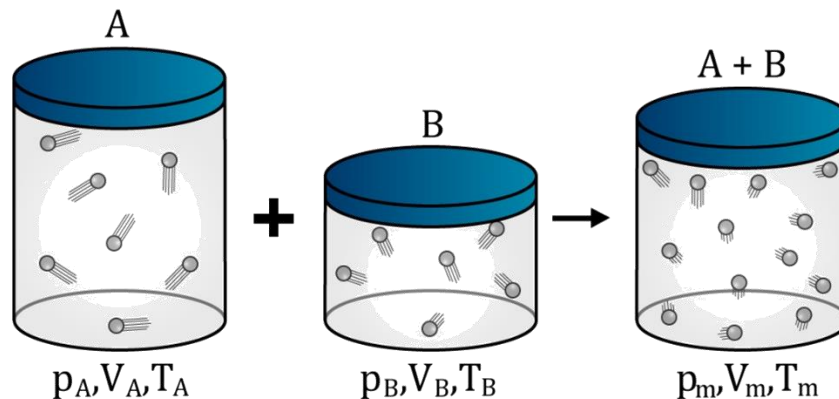


Figura 17: Mistura gasosa.

Portanto, aplicando o conceito que acabamos de ver, escrevemos que:

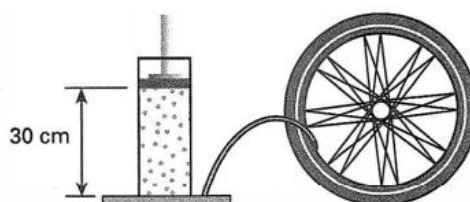
$$\frac{P_m \cdot V_m}{T_m} = \frac{P_A \cdot V_A}{T_A} + \frac{P_B \cdot V_B}{T_B}$$

ESCLARECENDO!



5)

A figura mostra uma bomba de encher pneu de bicicleta. Quando o êmbolo está todo puxado, a uma distância de 30 cm da base, a pressão dentro da bomba é igual à pressão atmosférica normal. A área de secção transversal do pistão da bomba é 24 cm². Um ciclista quer encher ainda mais o pneu da bicicleta, que tem volume 2,4 litros e já está com uma pressão inicial de 3,0 atm. Ele empurra o êmbolo até o final de seu curso. Suponha que o volume do pneu permaneça constante e que o processo possa ser considerado isotérmico e que o volume do tubo que liga a bomba ao pneu seja desprezível. a pressão final do pneu será, então, aproximadamente:



- a) 1,0 atm b) 3,0 atm c) 3,3 atm d) 3,9 atm e) 4,0 atm

Comentários:

De acordo com o enunciado, o processo é isotérmico. No momento em que o êmbolo é empurrado para baixo, temos que o número de mols da mistura dentro do pneu é dado pela soma do número de mols que existe no êmbolo mais o número de mols que já existe no pneu.

Podemos ver como uma mistura gasosa, onde no final só existe os gases no volume do pneu. Além disso, o enunciado diz que o volume do pneu não se altera, logo, podemos escrever que:

$$P_{final}V_{pneu} = P_{emb}V_{emb} + P_{pneu}V_{pneu}$$

$$\text{Volume do êmbolo: } V = A_{base} \cdot h = 24\text{cm}^2 \cdot 30\text{cm} = 24 \cdot 30 \text{ cm}^3 = \frac{24 \cdot 30}{1000} \text{ litros}$$

Portanto:

$$P_{final}2,4 = 1,0 \cdot \frac{24 \cdot 30}{1000} + 3 \cdot 2,4 \Rightarrow P_{final} = 1,0 \cdot \frac{24 \cdot 30}{1000 \cdot 2,4} + 3 \cdot \frac{2,4}{2,4}$$

$$P_{final} = 0,3 + 3 \therefore \boxed{P_{final} = 3,3 \text{ atm}}$$

3.7. Transformações gasosas usuais

Existem três transformações gasosas particulares bem comuns, lembrando que a massa não se altera no nosso caso:

- 1) **Isotérmica:** transformação à temperatura constante.
- 2) **Isobárica:** transformação à pressão constante.
- 3) **Isocórica ou isovolumétrica ou isométrica:** transformação à volume constante.

3.7.1. Transformação isotérmica

Em uma transformação isotérmica ($T = cte$), podemos aplicar a Lei Geral dos Gases:

$$\frac{P_1 \cdot V_1}{T} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T} \Rightarrow \boxed{P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2} \quad \text{Lei de Boyle}$$

Para uma transformação isotérmica, definida a temperatura de trabalho, o produto $P \cdot V$ define uma hipérbole chamada de **isoterma**.

Quanto maior a temperatura, mais afastada da origem se encontra a hipérbole. Tal fato é visto claramente pela equação de Clapeyron:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \Rightarrow T = cte \Rightarrow P \cdot V = k_1 \quad (\text{quanto maior } T \text{ maior } k_1)$$

Graficamente, temos que:

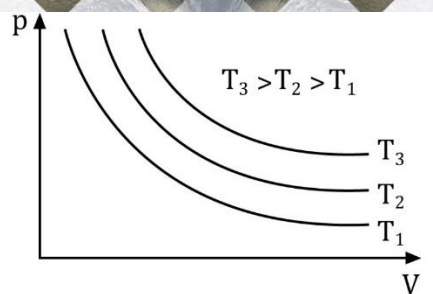


Figura 18: Gráfico da pressão pelo volume, em que $T_3 > T_2 > T_1$.

Uma forma bem comum de conseguir uma transformação isotérmica é variar a pressão e o volume do recipiente de formas bem lentas, pois assim o gás tem tempo o suficiente para entrar em equilíbrio térmico com o ambiente a cada passo da transformação.

3.7.2. Transformação isobárica

Pela Lei Geral dos Gases, em uma transformação isobárica ($P = cte$), podemos escrever que:

$$\frac{P \cdot V_1}{T_1} = \frac{P \cdot V_2}{T_2} \Rightarrow \boxed{\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}} \quad \text{Lei de Charles e Gay - Lussac}$$

Ou seja, em uma transformação isobárica, o volume é diretamente proporcional à sua temperatura absoluta.

Ao plotarmos o gráfico do volume versus a temperatura absoluta do gás, verificamos que se trata de uma reta:

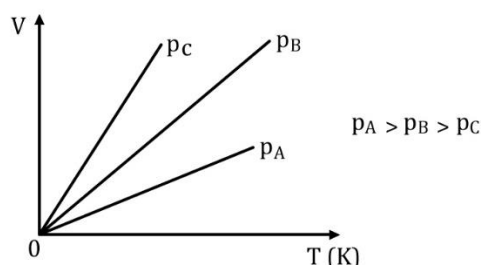


Figura 19: Gráfico do volume pela temperatura na transformação isobárica.

De acordo com a equação de Clapeyron, vemos que:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \Rightarrow V = \left(\frac{n \cdot R}{P} \right) \cdot T$$

Como a pressão é constante, então $\frac{n \cdot R}{P}$ é constante. Logo, a relação entre V e T definem uma reta passando pela origem do nosso eixo (é importante a temperatura em Kelvin). Além disso, à medida que P aumenta, o coeficiente angular da reta ($\frac{n \cdot R}{P}$) se torna menor. Portanto, olhando o gráfico logo acima, concluímos que:

$$\boxed{P_A > P_B > P_C}$$

3.7.3. Transformação isocórica

Aplicando a Lei Geral dos Gases na transformação isocórica ($V = cte$), podemos escrever que:

$$\frac{P_1 \cdot V}{T_1} = \frac{P_2 \cdot V}{T_2} \Rightarrow \boxed{\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}} \text{ Lei de Charles/Gay – Lussac}$$

Ou seja, em uma transformação isocórica, a pressão é diretamente proporcional a temperatura absoluta do gás.

Dessa forma, não alterando o volume, quando aumentarmos a temperatura absoluta do gás ideal, elevaremos a violência de cada choque das moléculas nas paredes do recipiente, resultando numa maior pressão interna.

Por outro lado, quando reduzimos a temperatura do recipiente para o zero absoluto, cessa o movimento de translação das moléculas do gás (lembrando que ainda tem energia potencial vibracional e rotacional residual, isto é, a energia nesse caso é mínima, mas não é zero). Com isso, concluímos que as moléculas não mais se chocam com as paredes do recipiente, portanto, a pressão será nula. Graficamente, temos que:

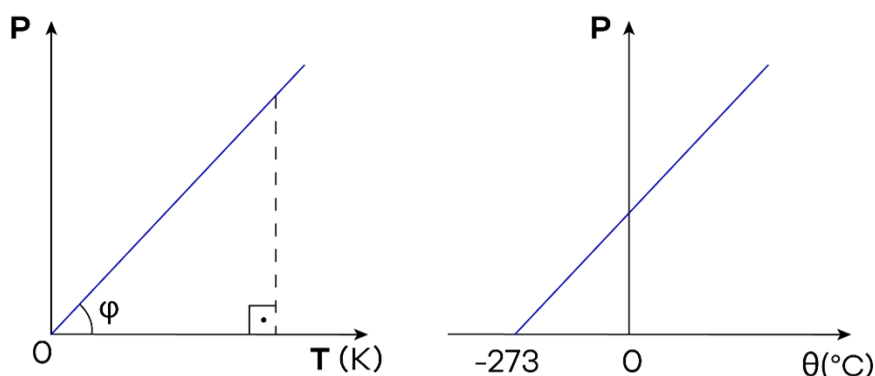


Figura 20: Gráfico da pressão pela temperatura de uma transformação isocórica para temperaturas em Kelvin e em Celsius.

Novamente, pela equação de Clapeyron, escrevemos a pressão em função da temperatura:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \Rightarrow P = \left(\frac{n \cdot R}{V} \right) \cdot T$$

Como a volume é constante, então $\frac{n \cdot R}{V}$ é constante. Logo, a relação entre P e T definem uma reta passando pela origem do nosso eixo (é importante a temperatura em Kelvin). Além disso, a medida que V aumenta, o coeficiente angular da reta ($\frac{n \cdot R}{V}$) se torna menor. Portanto, olhando o gráfico logo acima, concluímos que:

$$\boxed{V_A > V_B > V_C}$$

4. A teoria cinética dos gases

Neste capítulo vamos mostrar a relação entre grandezas macroscópicas como pressão e temperatura, com grandezas microscópicas, como a massa e a velocidade de uma molécula de gás.

Diante daquilo que já estudamos na nossa Física, seríamos levados a usar as leis da Mecânica Clássica a cada molécula. Entretanto, esse trabalho seria impossível, já que temos muitas moléculas.

Por isso, foi desenvolvida um ramo da Física denominado de **Mecânica Estatística**. Utilizando métodos estatísticos, não existe a necessidade acompanhar o movimento de cada partícula, basta calcular os valores médios das grandezas.

Entretanto, o curso de mecânica estatística requer uma matemática de nível superior, que não é nosso foco aqui. Sendo assim, mostraremos uma abordagem simplificada dessa teoria para melhor compreendermos alguns conceitos.

4.1. A pressão exercida por um gás ideal

Como já mostramos, a pressão que um gás exerce sobre as paredes de seu recipiente é devida às colisões entre as moléculas do gás e as paredes. Pela definição, essa pressão é a força por unidade de área e, pela segunda lei de Newton, sabemos que a força é a taxa de variação da quantidade de movimento das moléculas do gás colidindo com as paredes.

Para determinar a pressão de um gás ideal, considere um recipiente cúbico cujas arestas medem a , contendo N moléculas idênticas de um gás perfeito. Vamos calcular a pressão em uma das faces do cubo, por exemplo a face $BCDE$.

A figura abaixo ilustra a situação do problema:

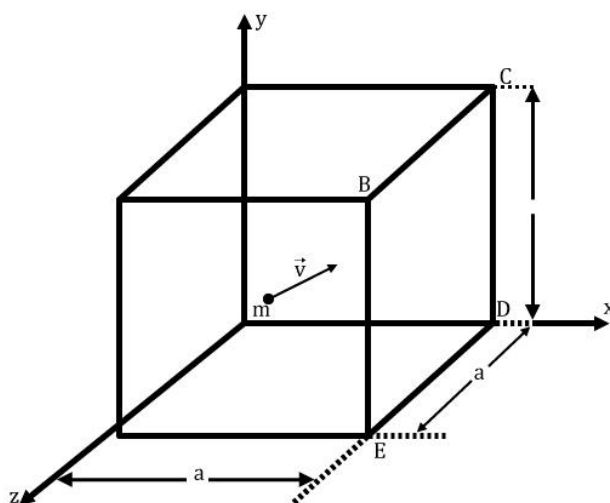


Figura 21: Movimento de uma molécula em 3 dimensões.

A velocidade de uma molécula de massa m pode ser decomposta nos eixos triortogonais, obedecendo à relação matemática:

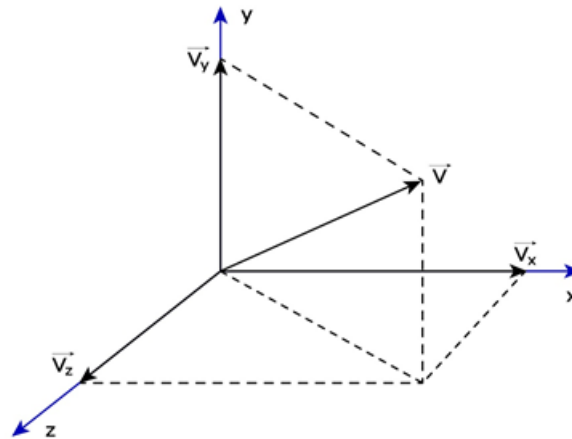


Figura 22: Projeções da velocidade da molécula em cada eixo.

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \text{ ou } \vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j} + v_z \hat{k}$$

Supondo que nossa molécula colida com a face $BCDE$, como o gás é considerado ideal, as colisões serão todas perfeitamente elásticas, não havendo perdas de energia e o módulo da quantidade de movimento será conservado (pode alterar apenas direção ou sentido da quantidade de movimento). Esquematicamente, temos:

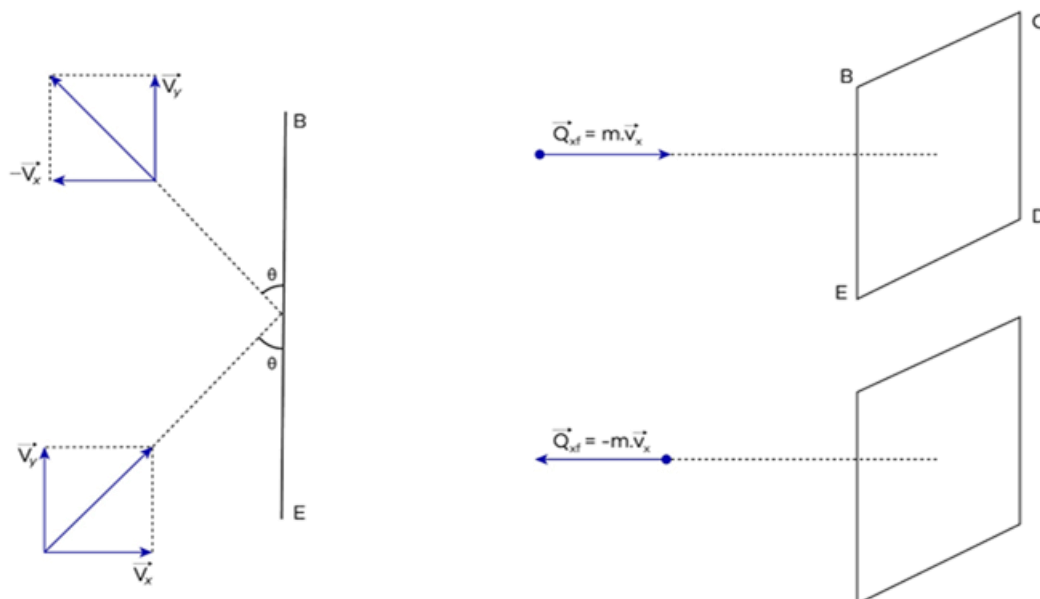


Figura 23: Representação dos vetores velocidade e dos vetores quantidades de movimento na colisão com a face $BCDE$.

No esquema a esquerda, omitimos a componente \vec{v}_z para desenhar um possível choque com a face $BCDE$ e podermos enxergar melhor o que está acontecendo.

Devido ao fato da velocidade \vec{v}_x ser perpendicular à face escolhida, na colisão perfeitamente elástica sabemos que o módulo da quantidade de movimento não se altera, apenas inverte seu sentido. Ou seja:

$$(\vec{Q}_x)_{inicial} = m \cdot \vec{v}_x \text{ e } (\vec{Q}_x)_{final} = -m \cdot \vec{v}_x$$

Por outro lado, as componentes \vec{v}_y e \vec{v}_z não sofrem alteração. Portanto, a variação não quantidade de movimento da molécula ocorre apenas na direção x . Fique tranquilo, estudaremos choques tridimensionais com exatidão no capítulo de Impulso e Quantidade de Movimento.

A variação da quantidade de movimento da molécula é:

$$\Delta \vec{Q} = (\vec{Q}_x)_{final} - (\vec{Q}_x)_{inicial} = -m\vec{v}_x - m\vec{v}_x$$

$$\Delta \vec{Q} = -2m\vec{v}_x \text{ (eq. 1)}$$

O tempo que a mesma molécula leva para atingir a face oposta, desde que não colida com nenhuma outra molécula, e voltar a colidir com a face $BCDE$ é dado por:

$$\Delta t = \frac{\text{distância}}{\text{velocidade}} = \frac{2a}{v_x} \text{ (eq. 2)}$$

O teorema do Impulso diz que:

$$\vec{I} = \Delta \vec{Q}$$

Em que o impulso médio é dado por:

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t.$$

Logo, temos que:

$$|\vec{I}| = |\Delta \vec{Q}| \Rightarrow |\vec{F}| \cdot \Delta t = |\Delta \vec{Q}| \therefore |\vec{F}| = \frac{|\Delta \vec{Q}|}{\Delta t} \text{ (eq. 3)}$$

Combinando as equações 1, 2 e 3, encontramos que:

$$|\vec{F}_1| = \frac{|\Delta \vec{Q}|}{\Delta t} = \frac{2m \cdot v_x}{\frac{2a}{v_x}} = \frac{mv_x^2}{a}$$

Mas essa é a força que calculamos para 1 molécula. Para chegarmos ao módulo da força total \vec{F} exercida sobre a face do cubo para as N moléculas, devemos somar a contribuição de cada uma delas:

$$|\vec{F}| = \frac{m}{a} (v_{x,1}^2 + v_{x,2}^2 + \dots + v_{x,N}^2)$$

Podemos multiplicar o numerador e o denominador por N que não afetará o valor de $|\vec{F}|$, já que $\frac{N}{N} = 1$, portanto:

$$|\vec{F}| = \frac{N \cdot m}{a} \cdot \left(\frac{v_{x,1}^2 + v_{x,2}^2 + \dots + v_{x,N}^2}{N} \right)$$

O termo $\left(\frac{v_{x,1}^2 + v_{x,2}^2 + \dots + v_{x,N}^2}{N}\right)$ é o *valor médio* de v_x^2 para todas as partículas. Assim, reescrevemos nossa última equação:

$$|\vec{F}| = \frac{N \cdot m}{a} \cdot \left(\frac{v_{x,1}^2 + v_{x,2}^2 + \dots + v_{x,N}^2}{N}\right) \Rightarrow \boxed{|\vec{F}| = \frac{N \cdot m}{a} \cdot \overline{v_x^2}}$$

Inicialmente, definimos que a velocidade das moléculas eram v e que $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$. Devido ao fato de o número de moléculas ser bem grande, podemos considerar que os valores médios de v_x^2 , v_y^2 e v_z^2 serão iguais, isto é:

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$$

Logo:

$$\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2} \Rightarrow \overline{v^2} = 3 \cdot \overline{v_x^2}$$

$$\boxed{\overline{v_x^2} = \frac{1}{3} \cdot \overline{v^2}}$$

Dessa forma, o módulo da força pode ser reescrito da seguinte forma:

$$|\vec{F}| = \frac{N \cdot m}{a} \cdot \overline{v_x^2} \Rightarrow \boxed{|\vec{F}| = \frac{N \cdot m}{a} \cdot \frac{1}{3} \cdot \overline{v^2}}$$

Logo, a pressão na nossa face de cubo é de:

$$P = \frac{|\vec{F}|}{a^2} = \frac{\left(\frac{N \cdot m}{a} \cdot \frac{1}{3} \cdot \overline{v^2}\right)}{a^2} \Rightarrow \boxed{P = \frac{N \cdot m \cdot \overline{v^2}}{3a^3}}$$

Como o volume do cubo é a^3 , chegamos que:

$$P = \frac{1}{3} \frac{N \cdot m \cdot \overline{v^2}}{V} \quad (eq. 4)$$

Na expressão logo acima, o termo $N \cdot m$ representa a massa total de gás. Assim, $\frac{N \cdot m}{V}$ é a densidade (d) do gás. Por fim, chegamos que:

$$\boxed{P = \frac{1}{3} \cdot d \cdot \overline{v^2}}$$

Para finalizar, concluímos que ao medir as grandezas macroscópicas pressão e densidade, obtemos a velocidade média das moléculas do gás, uma grandeza microscópica.

4.2. A energia cinética de um gás ideal

A partir da equação 4, podemos escrever que:

$$P \cdot V = \frac{1}{3} (N \cdot m) \cdot \overline{v^2} \text{ (eq. 5)}$$

Mas pela equação de Clapeyron, sabemos que:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

Portanto, a equação 5 se torna:

$$n \cdot R \cdot T = \frac{1}{3} (N \cdot m) \cdot \overline{v^2} \text{ (eq. 6)}$$

Dividindo os dois lados da equação por 2, temos:

$$\frac{3}{2} n \cdot R \cdot T = \frac{1}{2} (N \cdot m \cdot \overline{v^2})$$

Contudo, o termo $\frac{1}{2} (N \cdot m \cdot \overline{v^2})$ representa a energia cinética de translação total do gás, logo:

$$E_C = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T \text{ ou } E_C = \frac{3}{2} \cdot P \cdot V$$

Para calcular a energia cinética de translação de cada molécula, basta dividir pelo número de moléculas:

$$e_c = \frac{E_C}{N} = \frac{\frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T}{N}$$

Entretanto, o número de moléculas pode ser escrito como $N = n \cdot N_A$, em que N_A é o número de Avogadro. Assim:

$$e_c = \frac{3}{2} \cdot \frac{n}{N} \cdot R \cdot T \Rightarrow e_c = \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{R}{N_A} \right) \cdot T$$

O termo $\frac{R}{N_A}$ é chamada de constante de Boltzmann e é representada pela letra k minúscula. Seu valor é:

$$k = \frac{R}{N_A} \cong \frac{8,31 \frac{J}{mol \cdot K}}{6,023 \cdot 10^{23} mol^{-1}}$$

$$k \cong 1,38 \cdot 10^{-23} J/K$$

Por fim, concluímos que a energia cinética de translação de cada molécula é expressa por:

$$e_c = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T$$

Esse resultado mostra que a energia cinética de translação, em média, em cada partícula de um gás ideal é função exclusiva de sua temperatura absoluta.

Além da energia cinética de translação, as moléculas possuem também energia cinética de rotação ou de vibração. Contudo, apenas a energia cinética de translação é relevante no cálculo da pressão exercida pelo gás sobre as paredes do recipiente.

Utilizando a equação 6 ($n \cdot R \cdot T = \frac{1}{3} (N \cdot m) \cdot \overline{v^2}$), podemos estimar a ordem de grandeza da rapidez das moléculas em um gás. Isolando o valor médio da velocidade é de:

$$n \cdot R \cdot T = \frac{1}{3} (N \cdot m) \cdot \overline{v^2} \Rightarrow \overline{v^2} = \frac{3 \cdot n \cdot R \cdot T}{N \cdot m} = \frac{3 \cdot n \cdot R \cdot T}{n \cdot N_A \cdot m} = \frac{3 \cdot R \cdot T}{n \cdot m}$$

Da química, lembramos que $n = m/\bar{M}$, em que \bar{M} é a massa molar do gás. Logo:

$$\overline{v^2} = \frac{3 \cdot R \cdot T}{\bar{M}}$$

Portanto, a velocidade média quadrática do gás é expressa por:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3 \cdot R \cdot T}{\bar{M}}}$$

Observe que a equação encontrada logo acima é semelhante a rapidez do som em um gás:

$$(v_{som})_{gás} = \sqrt{\frac{\gamma \cdot R \cdot T}{\bar{M}}}$$

Em que para o ar $\gamma = 1,4$. Esse resultado não nos surpreende, pois, uma onda sonora no ar é uma perturbação de pressão que se propaga devido as colisões entre as moléculas de ar.

4.3. O teorema da equipartição

Quando estávamos calculando a energia cinética de translação da molécula, vimos que a energia em uma direção é $\frac{1}{2} \cdot k \cdot T$ (somando nas direções x, y e z temos $\frac{3}{2} \cdot k \cdot T$) ou, de forma equivalente, $\frac{1}{2} \cdot R \cdot T$ por mol, em que R é a constante universal dos gases e k é a constante de Boltzmann.

Vamos supor que a energia de uma molécula, analisada em apenas no movimento em uma dimensão, sofra um aumento momentâneo, por exemplo por uma colisão entre a molécula e um pistão durante uma compressão do gás, as colisões entre essa molécula e as demais irá rapidamente redistribuir a energia acrescentada.

No momento que o gás voltar ao equilíbrio, a energia acrescentada estará igualmente dividida entre as energias cinéticas de translação em cada uma das direções x, y e z . Esse fato é um caso especial do **teorema da equipartição**, um resultado importantíssimo da mecânica estatística clássica.

Nessa teoria, cada componente de posição e de quantidade de movimento (incorporado a posição angular e a quantidade de movimento angular, assunto que será visto mais a frente), que

aparece como um termo quadrático na expressão da energia do sistema é chamado de **grau de liberdade**.

Os graus de liberdade típicos estão associados a energia cinética de translação, de rotação e de vibração, e com a energia potencial de vibração.

Diante desses conceitos, **o teorema da equipartição** da energia afirma que:

Se uma substância está em equilíbrio, há uma energia média de $\frac{1}{2} \cdot k \cdot T$ por molécula ou $\frac{1}{2} \cdot R \cdot T$ por mol associada a cada grau de liberdade.

Esse teorema é utilizado para relacionar as capacidades térmicas medidas dos gases com sua estrutura molecular.

ESCLARECENDO!



6)

Em um tanque termicamente isolado, temos duas seções de 30 litros, separados por uma divisória. Em uma das seções contém um mol de nitrogênio a 300 K e na outra seção contém um mol de hélio a 340 K. Quando a divisória é removida, os gases se misturam. Após a mistura, podemos afirmar que a pressão parcial do gás hélio é menor, igual ou maior do que a pressão parcial do gás nitrogênio? A temperatura final da mistura é menor, igual ou maior que 320 K?

Comentários:

Primeiramente, observe que o tanque está termicamente isolado, portanto, a energia total de seu conteúdo permanece inalterada. Dessa forma, se as moléculas de nitrogênio receberem energia é devido à perda de energia das moléculas de hélio. Devemos lembrar também que o hélio é monoatômico e o nitrogênio é diatômico.

Após ocorrer a mistura, a temperatura de cada gás é igual à temperatura da mistura. Além disso, na teoria vimos que a temperatura de cada gás é diretamente proporcional à sua energia cinética de translação.

Diante disso, o esperado é que a energia cinética recebida pelas moléculas de nitrogênio se converta em energia cinética tanto de rotação quanto de translação.

Como volume, temperatura e número de mols são os mesmos para os dois gases, pela Lei dos gases ideais as pressões parciais são iguais.

O nitrogênio é um gás diatômico e o hélio é um gás monoatômico, por isso, o nitrogênio possui mais graus de liberdade do que o hélio. Portanto, parte da energia recebida pelo nitrogênio será responsável pelo aumento na energia cinética de rotação da molécula. Por isso, a diminuição na temperatura do hélio é maior que o aumento da temperatura do nitrogênio. Portanto, a temperatura final é menor que 320 K.

4.4. O livre caminho médio

Chamamos de **livre caminho médio** a distância média λ percorrida por uma molécula entre colisões.

O livre caminho médio de uma molécula de gás depende do seu tamanho, do tamanho das moléculas vizinhas e da massa específica do gás. Para calcular o caminho livre médio, vamos considerar o seguinte modelo:

- As colisões são elásticas.
- A molécula tem velocidade constante entre as colisões.
- As moléculas são esféricas.
- Consideraremos o caso particular de uma molécula livre enquanto as outras estão paradas (moléculas estacionárias).

Se $n_V = N/V$ é o número de moléculas por unidade de volume, então podemos dizer que o caminho livre médio é dado por:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot n_V \cdot \pi \cdot d^2}$$

Em que $d = r_1 + r_2$ (r_i raio das moléculas) e $n_V = N/V$ é o número de moléculas por unidade de volume.

Note que o livre caminho médio não depende da temperatura do gás, como foi colocado em uma questão antiga do ITA.

Chamamos de **tempo de colisão** τ o tempo médio entre colisões. O inverso do tempo de colisão, $1/\tau$, é denominado de **frequência de colisões** e corresponde ao número de colisões por segundo. Se a rapidez média é $v_{méd}$, então a distância média percorrida entre colisões é:

$$\lambda = v_{méd} \cdot \tau$$

4.5. A distribuição de Maxwell-Boltzmann

Em 1852, o físico escocês James Clerk Maxwell calculou a distribuição de velocidade das moléculas de um gás. Para isso, Maxwell utilizou um aparato como na figura abaixo, onde foram plotados os valores medidos de rapidez para dois valores de temperatura.

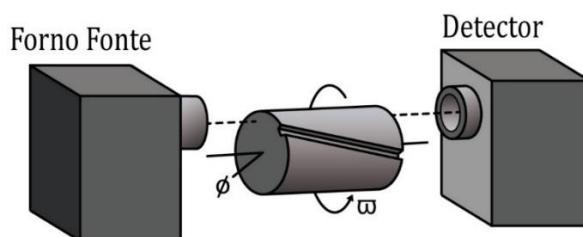


Figura 24: Esquema representativo do experimento realizado por Maxwell utilizado para estudar a distribuição de velocidade das moléculas de um gás.

No diagrama esquemático da figura acima, a substância é vaporizada em um forno e as moléculas escapam para dentro de uma câmara de vácuo, passando por um orifício na parede do forno.

As moléculas são colimadas em um feixe estreito por uma série de fendas que não são representadas no esquema. O feixe é direcionado para um detector que faz a contagem do número de moléculas incidentes sobre ele por um determinado tempo.

Existem pequenas fendas no cilindro (representamos apenas uma na nossa figura) que permitem a passagem de moléculas que possuem rapidez situada numa faixa pequena, determinada pela velocidade angular do cilindro.

Com isso, a contagem do número de moléculas que alcançam o detector para cada uma das velocidades angulares do cilindro fornece uma medida do número de moléculas em cada faixa de rapidez.

Chamamos de função distribuição de velocidades de Maxwell-Boltzmann a quantidade $f(v)$ e ao plotar $f(v)$ versus v , encontramos que:

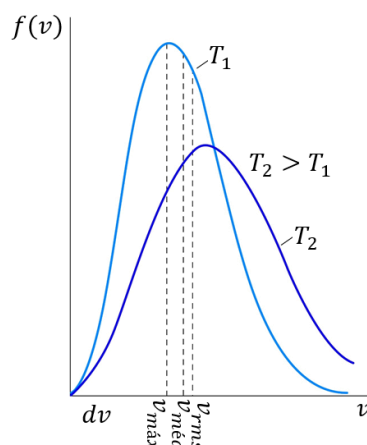


Figura 25: Gráfico da distribuição de velocidades moleculares de um gás para duas temperaturas em que $T_2 > T_1$. A área definida pelo produto $f(v)dv$ é igual à fração do número de moléculas com rapidez em uma pequenina faixa dv . A rapidez média, v_{med} , e a rapidez rms, v_{rms} , são ambas um pouco maiores do que a rapidez mais provável, v_{max} .

As três medidas da distribuição de velocidade das moléculas de um gás são:

- **Velocidade média:**

$$v_{med} = \sqrt{\frac{8 \cdot R \cdot T}{\pi \cdot \overline{M}}}$$

- **Velocidade mais provável:**

$$v_P = \sqrt{\frac{2 \cdot R \cdot T}{\overline{M}}}$$

- **Velocidade média quadrática:**

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3 \cdot R \cdot T}{M}}$$



5. Lista de questões

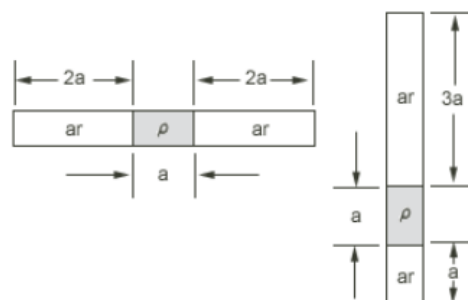
1. (ITA-1971)

Dois recipientes de volumes V_1 e V_2 contêm a mesma quantidade de um mesmo gás a pressões e temperaturas absolutas p_1 e p_2 , T_1 e T_2 , respectivamente. Os dois recipientes são ligados entre si por uma torneira, que em dado momento é aberta, oferecendo ao gás o volume $V_1 + V_2$. Supondo que os dois recipientes constituam um sistema isolado, mostre que, após o novo equilíbrio, com temperatura e pressão T e p :

- a) $\frac{T}{P} = \frac{1}{2} \left(\frac{T_1}{P_1} + \frac{T_2}{P_2} \right)$ b) $\frac{T}{P} = \frac{T_1 + T_2}{P_1 + P_2}$ c) $\frac{T}{P} = \frac{T_1 + T_2}{(P_1 + P_2)/2}$
d) $\frac{T}{P} = \frac{(T_1 + T_2)/2}{P_1 + P_2}$ e) nenhuma das expressões acima é correta.

2. (ITA-1986)

Um tubo capilar de comprimento $5a$ é fechado em ambas as extremidades. Ele contém ar seco que preenche o espaço no tubo não ocupado por uma coluna de mercúrio de massa específica ρ e comprimento a . Quando o tubo está na posição horizontal, as colunas de ar seco medem $2a$ cada. Levando-se lentamente o tubo à posição vertical, as colunas de ar têm comprimentos a e $3a$. Nessas condições, a pressão no tubo capilar, quando em posição horizontal, é:



- a) $3gpa/4$. b) $2gpa/5$. c) $2gpa/3$. d) $4gpa/3$. e) $4gpa/5$.

3. (ITA-1986)

Um reservatório de 30 *litros* contém gás nitrogênio diatômico, à temperatura ambiente de 20°C . Seu medidor de pressão indica uma pressão de 3,00 atmosferas. A válvula do reservatório é aberta momentaneamente e uma certa quantidade de gás escapa para o meio ambiente. Fechada a válvula, o gás atinge novamente a temperatura ambiente. O medidor de pressão do reservatório indica agora uma pressão de 2,40 atmosferas. Quantos gramas de nitrogênio, aproximadamente, escaparam?

- a) 10,5 g. b) 31 g. c) 15 g. d) 3 g. e) 21 g.

Observações:

1. O peso atômico do nitrogênio é igual a 14.
2. Se necessário, utilizar os seguintes valores para:

Constante universal para os gases: $8,31 \text{ joules/mol} \cdot K$ ou $0,082 \text{ litros} \cdot \text{atm/mol} \cdot K$.

Número de Avogadro: $6,02 \cdot 10^{23}$ moléculas/mol.

4. (ITA-1986)

Uma pessoa respira por minuto 8 *litros* de ar a $18\text{ }^{\circ}\text{C}$ e o rejeita a $37\text{ }^{\circ}\text{C}$. Admitindo que o ar se comporta como um gás diatômico de massa molecular equivalente a 29, calcular a quantidade aproximada de calor fornecida pelo aquecimento do ar em 24 horas.

- a) 2,69 kJ. b) 195 kJ. c) 272 kJ.
d) 552 kJ. e) nenhum dos valores acima.

Observações:

1. Desprezar aqui toda mudança de composição entre o ar inspirado e o ar expirado e admitir a pressão constante e igual a 1 atm .
2. A massa específica do ar a 18°C sob pressão de 1 atm vale $1,24 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.
3. Se necessário, utilizar os seguintes valores para:
 - Constante universal dos gases: $8,31 \text{ joules/mol} \cdot \text{K}$.
 - Volume de um mol para gás ideal: $22,4 \text{ litros}$ (CNTP).
 - Equivalente mecânico do calor: $4,18 \text{ joules/caloria}$.

5. (ITA-1991)

Um recipiente continha inicialmente $10,0\text{ kg}$ de gás sob pressão de $10 \cdot 10^6\text{ N/m}^2$. Uma quantidade m de gás saiu do recipiente sem que a temperatura variasse. Determine m sabendo que a pressão caiu para $2,5 \cdot 10^6\text{ N/m}^2$.

- a) 2,5 kg. b) 5,0 kg. c) 7,5 kg.
d) 4,0 kg. e) nenhuma das anteriores.

6. (ITA-1993)

Dois balões de vidro de volumes iguais estão ligados por meio de um tubo de volume desprezível e ambos contêm hidrogênio a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$. Eles estão a uma pressão de $1,013 \cdot 10^5\text{ Pa}$. Qual será a pressão do gás se um dos bulbos for imerso em água a $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ e outro for mantido a $-40\text{ }^{\circ}\text{C}$?

- a) a pressão permanece a mesma.
- b) $1,06 \cdot 10^5 Pa$.
- c) $2,32 \cdot 10^5 Pa$.
- d) $1,25 \cdot 10^5 Pa$.
- e) $1,20 \cdot 10^5 Pa$.

7. (ITA-1996)

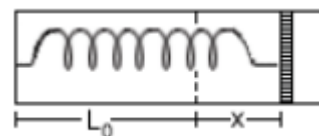
Considere as seguintes afirmativas:

- I. Um copo de água gelada apresenta gotículas de água em sua volta porque a temperatura da parede do copo é menor que a temperatura de orvalho do ar ambiente.
- II. A névoa (chamada por alguns de vapor) que sai do bico de uma chaleira com água quente é tanto mais perceptível quanto menor for a temperatura ambiente.
- III. Ao se fechar um *freezer*, se a sua vedação fosse perfeita, não permitindo a entrada e saída de ar do seu interior, a pressão interna ficaria inferior à pressão do ar ambiente.
- a) todas são corretas. b) somente I e II são corretas.

- c) somente II e III são corretas. d) somente I e III são corretas.
e) nenhuma delas é correta.

8. (ITA - 1997)

Um mol de gás perfeito está contido em um cilindro de seção S fechado por um pistão móvel, ligado a uma mola de constante elástica k . Inicialmente, o gás está na pressão atmosférica P_0 , temperatura T_0 , e o comprimento do trecho do cilindro ocupado pelo gás é L_0 , com a mola não estando deformada. O sistema gás-mola é aquecido e o pistão se desloca de uma distância x . Denotando a constante de gás por R , a nova temperatura do gás é:



- a) $T_0 + \frac{x}{R} (P_0 \cdot S + k \cdot L_0)$ b) $T_0 + \frac{L_0}{R} (P_0 \cdot S + k \cdot x)$
c) $T_0 + \frac{x}{R} (P_0 \cdot S + k \cdot x)$ d) $T_0 + \frac{k \cdot x}{R} (L_0 + x)$
e) $T_0 + \frac{x}{R} (P_0 \cdot S + k \cdot L_0 + k \cdot x)$

9. (ITA - 1999)

Considere uma mistura de gases H_2 e N_2 em equilíbrio térmico. Sobre a energia cinética média e sobre a velocidade média das moléculas de cada gás, pode-se concluir que:

- a) as moléculas de N_2 e H_2 têm a mesma energia cinética média e a mesma velocidade média.
b) ambas têm a mesma velocidade média, mas as moléculas de N_2 têm maior energia cinética média.
c) ambas têm a mesma velocidade média, mas as moléculas de H_2 têm maior energia cinética média.
d) ambas têm a mesma energia cinética média, mas as moléculas de N_2 têm maior velocidade média.
e) ambas têm a mesma energia cinética média, mas as moléculas de H_2 têm maior velocidade de média.

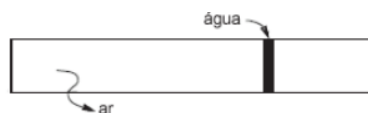
10. (ITA-2000)

Um copo de 10 cm de altura está totalmente cheio de cerveja e apoiado sobre uma mesa. Uma bolha de gás se desprende do fundo do copo e alcança a superfície, onde a pressão atmosférica é de $1,01 \cdot 10^5 Pa$. Considere que a densidade da cerveja seja igual à da água pura e que a temperatura e o número de moles do gás dentro da bolha permaneçam constantes enquanto esta sobe. Qual a razão entre o volume final (quando atinge a superfície) e inicial da bolha?

- a) 1,03. b) 1,04. c) 1,05. d) 0,99. e) 1,01.

11. (ITA-2002)

Um tubo capilar fechado em uma extremidade contém uma quantidade de ar aprisionada por um pequeno volume de água. A $7,0^\circ C$ e à pressão atmosférica ($76,0 cmHg$) o comprimento do trecho com ar aprisionado é de 15,0 cm. Determine o comprimento do trecho com ar aprisionado a $17,0^\circ C$. Se necessário, empregue os seguintes valores da pressão de vapor da água: 0,75 cmHg a $7,0^\circ C$ e 1,42 cmHg a $17,0^\circ C$.



12. (ITA-2006)

Sejam o recipiente (1), contendo 1 mol de H_2 (massa molecular $M = 2$) e o recipiente (2) contendo 1 mol de He (massa atômica $M = 4$) ocupando o mesmo volume, ambos mantidos a mesma pressão. Assinale a alternativa correta.

- a) a temperatura do gás no recipiente 1 é menor que a temperatura do gás no recipiente 2.
- b) a temperatura do gás no recipiente 1 é maior que a temperatura do gás no recipiente 2.
- c) a energia cinética média por molécula do recipiente 1 é maior que a do recipiente 2.
- d) o valor médio da velocidade das moléculas no recipiente 1 é menor que o valor médio da velocidade das moléculas no recipiente 2.
- e) o valor médio da velocidade das moléculas no recipiente 1 é maior que o valor médio da velocidade das moléculas no recipiente 2.

13. (ITA - 2008)

De acordo com a Lei de Stefan-Boltzmann, o equilíbrio da atmosfera terrestre é obtido pelo balanço energético entre a energia de radiação do Sol absorvida pela Terra e a reemitida pela mesma. Considere que a energia fornecida por unidade de tempo pela radiação solar é dada por $P = A \cdot e \cdot \sigma \cdot T^4$ em que $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$; A é a área da superfície do corpo; T a temperatura absoluta, e o parâmetro e é a emissividade que representa a razão entre a taxa de radiação de uma superfície particular e a taxa de radiação de uma superfície de um corpo ideal, com a mesma área e mesma temperatura. Considere a temperatura média da Terra $\bar{T} = 287 \text{ K}$ e, nesta situação, $e = 1$. Sabendo que a emissão de gases responsáveis pelo aquecimento global reduz a emissividade, faça uma estimativa de quanto aumentará a temperatura média da Terra devido à emissão de gases responsáveis pelo aquecimento global, se a emissividade diminuir 8%. Considere $(1 - x)^{1/4} \cong 1 - \frac{x}{4}$

14. (ITA - 2010)

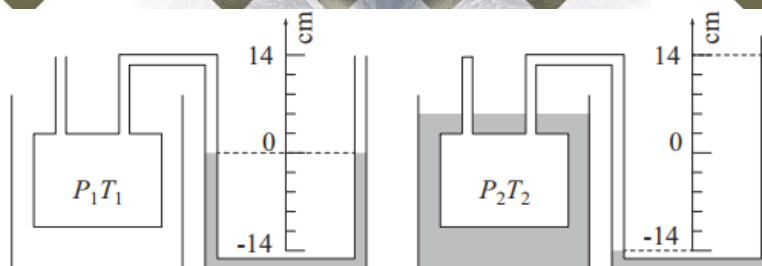
A temperatura para a qual a velocidade associada à energia cinética média de uma molécula de nitrogênio, N_2 , é igual à velocidade de escape desta molécula da superfície da Terra é de, aproximadamente,

- a) $1,4 \cdot 10^5 \text{ K}$.
- b) $1,4 \cdot 10^8 \text{ K}$.
- c) $7,0 \cdot 10^{27} \text{ K}$.
- d) $7,2 \cdot 10^4 \text{ K}$.
- e) $8,4 \cdot 10^{28} \text{ K}$.

Considere: $v_{\text{escape}} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_T \cdot R_T}{R_T^2}} = \sqrt{2 \cdot g \cdot R_T}$ e Raio da terra = $6,380 \cdot 10^6 \text{ m}$.

15. (ITA - 2013)

Um recipiente é inicialmente aberto para a atmosfera a temperatura de 0°C . A seguir, o recipiente é fechado e imerso num banho térmico com água em ebulição. Ao atingir o novo equilíbrio, observa-se o desnível do mercúrio indicado na escala das colunas do manômetro. Construa um gráfico $P \times T$ para os dois estados do ar no interior do recipiente e o extrapole para encontrar a temperatura T_0 quando a pressão $P = 0$, interpretando fisicamente este novo estado à luz da teoria cinética dos gases.



16. (ITA - 2017)

Suponha que a atmosfera de Vênus seja composta dos gases CO_2 , N_2 , Ar , Ne e He , em equilíbrio térmico a uma temperatura $T = 735\text{ K}$.

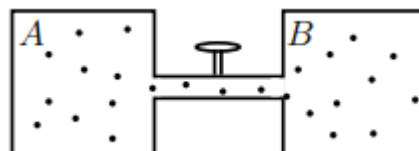
a) Determine a razão entre a velocidade quadrática média das moléculas de cada gás e a velocidade de escape nesse planeta.

b) Que conclusão pode ser obtida sobre a provável concentração desses gases nessa atmosfera?

Obs.: Considere Vênus com o raio igual ao da Terra e a massa igual a 0,810 vezes a desta.

17. (ITA - 2018)

Dois recipientes A e B de respectivos volumes V_A e $V_B = \beta \cdot V_A$, constantes, contêm um gás ideal e são conectados por um tubo fino com válvula que regula a passagem do gás, conforme a figura. Inicialmente o gás em A está na temperatura T_A sob pressão P_A e em B , na temperatura T_B sob pressão P_B . A válvula é então aberta até que as pressões finais P_{Af} e P_{Bf} alcancem a proporção $P_{Af}/P_{Bf} = \alpha$, mantendo as temperaturas nos seus valores iniciais. Assinale a opção com a expressão de P_{Af} .



- a) $[(\frac{P_B T_A}{P_A T_B} + \beta)/(\beta + \frac{1}{\alpha} \frac{T_A}{T_B})] P_A$
- b) $[(\beta \frac{P_B T_A}{P_A T_B} + 1)/(1 - \frac{\beta T_A}{\alpha T_B})] P_A$
- c) $[(\beta \frac{P_B T_A}{P_A T_B} + 1)/(1 + \frac{\beta T_A}{\alpha T_B})] P_A$
- d) $[(\beta \frac{P_B T_A}{P_A T_B} + 1)/(\alpha + \beta \frac{T_A}{T_B})] P_A$
- e) $[(\beta \frac{P_B T_A}{P_A T_B} \pm 1)/(\alpha + \beta \frac{T_A}{T_B})] P_A$

18. (ITA - 2019)

Em um reservatório são armazenados 1 mol de gás hélio e 1 mol de gás oxigênio em equilíbrio térmico. Por meio de um orifício de dimensões muito menores que o comprimento livre médio das espécies gasosas, inicia-se um vazamento de gás para o exterior. Sobre essa situação são feitas as seguintes afirmações:

I. No interior do reservatório, os átomos de hélio têm, em média, energia cinética menor em comparação à das moléculas de oxigênio.

II. No interior do reservatório, os átomos de hélio têm, em média, velocidade de translação maior em comparação à das moléculas de oxigênio.

III. A porção do gás que vaza e a que permanece no interior do reservatório tem a mesma fração molar de hélio.

Assinale a opção correta.

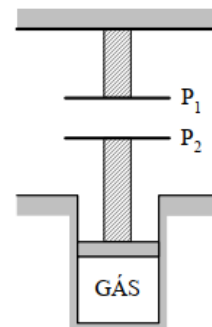
- a) Apenas a afirmação I é falsa.
- b) Apenas a afirmação II é falsa.
- c) Apenas a afirmação III é falsa.
- d) Há mais de uma afirmação falsa.
- e) Todas as afirmações são verdadeiras.

19. (ITA - 2019)

Uma empresa planeja instalar um sistema de refrigeração para manter uma sala de dimensões $4,0\text{ m} \times 5,0\text{ m} \times 3,0\text{ m}$ a uma temperatura controlada em torno de $10\text{ }^{\circ}\text{C}$. A temperatura média do ambiente não controlado é de $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ e a sala é revestida com um material de 20 cm de espessura e coeficiente de condutibilidade térmica de $0,60\text{ W/m }^{\circ}\text{C}$. Sabendo que a eficiência do sistema de refrigeração escolhido é igual a $2,0$ e que o custo de 1 kWh é de $R\$ 0,50$, estime o custo diário de refrigeração da sala.

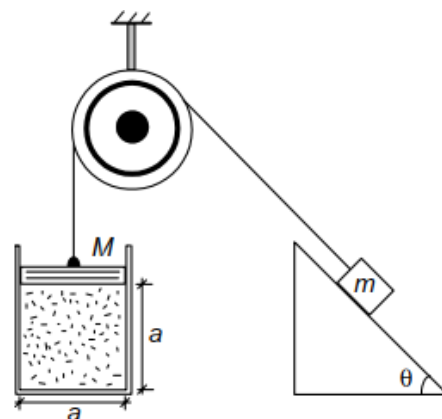
20. (IME - 2005)

Um gás ideal encontra-se, inicialmente, sob pressão de $1,0$ atmosfera e ocupa um volume de $1,0$ litro em um cilindro de raio $R = 5/\pi\text{ m}$, cujo êmbolo mantém a placa P_2 de um capacitor afastada 10 cm da placa paralela P_1 . Nessa situação, existe uma energia de $171,5\text{ }\mu\text{J}$ armazenada no capacitor, havendo entre suas placas a tensão de $5,0\text{ V}$. Determine o valor da capacitância quando o êmbolo for levantado, reduzindo a pressão isotermicamente para $0,8\text{ atm}$.



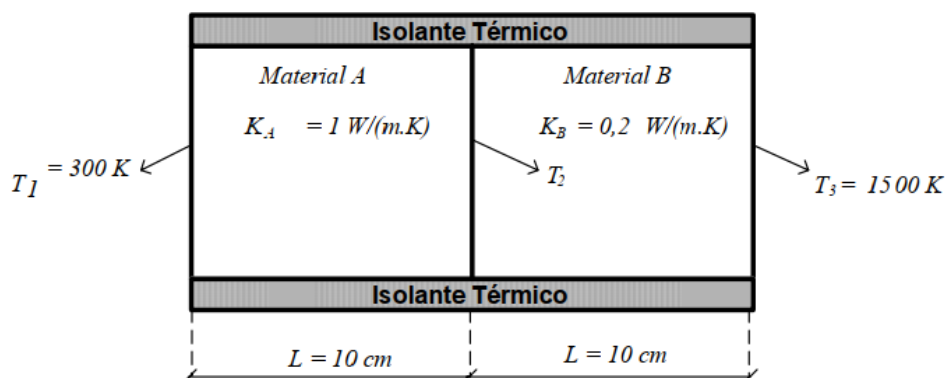
21. (IME - 2008)

Em um recipiente, hermeticamente fechado por uma tampa de massa M , com volume interno na forma de um cubo de lado a , encontram-se n mols de um gás ideal a uma temperatura absoluta T . A tampa está presa a uma massa m por um fio que passa por uma roldana, ambos ideais. A massa m encontra-se na iminência de subir um plano inclinado de ângulo θ com a horizontal e coeficiente de atrito estático μ . Considerando que as variáveis estejam no Sistema Internacional e que não exista atrito entre a tampa M e as paredes do recipiente, determine m em função das demais variáveis. Dados: aceleração da gravidade $= g$;



constante universal dos gases perfeitos $= R$.

22. (IME - 2010)



A figura composta por dois materiais sólidos diferentes A e B , apresenta um processo de condução de calor, cujas temperaturas não variam com o tempo. É correto afirmar que a temperatura T_2 da interface desses materiais, em kelvins, é: Observações:

T_1 : Temperatura da interface do material A com o meio externo

T_3 : Temperatura da interface do material B com o meio externo

K_A : Coeficiente de condutividade térmica do material A

K_B : Coeficiente de condutividade térmica do material B

A) 400

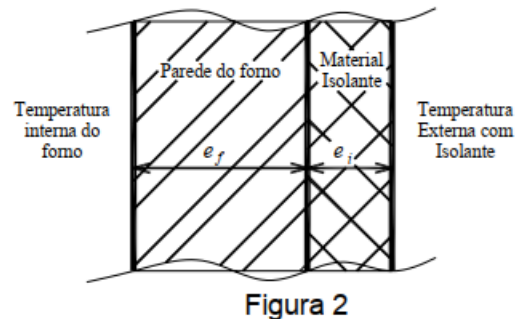
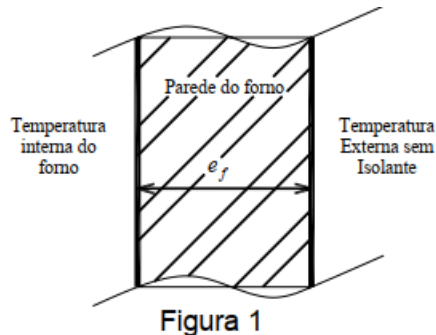
B) 500

C) 600

D) 700

E) 800

23. (IME – 2011)

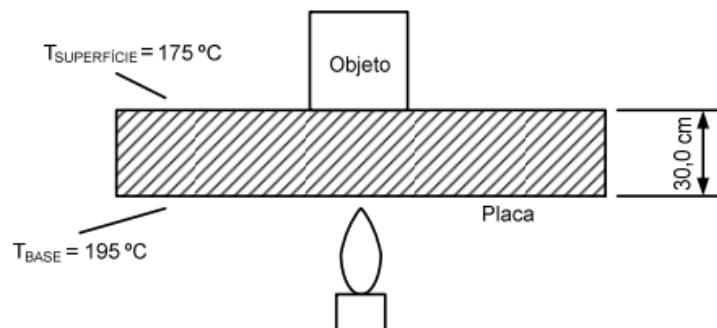


Uma fábrica foi multada pela prefeitura local, pois a temperatura externa da parede de um forno industrial encontrava-se em um nível superior ao previsto pelas normas de segurança (Figura 1). Para atender às normas recomenda-se o seguinte procedimento (Figura 2):

A parede externa do forno deve ser recoberta com um material de condutividade térmica igual a 4% da parede do forno. Isso faz com que a transferência de calor fique igual a 20% da original e que a redução de temperatura entre a superfície interna da parede do forno e a superfície externa do isolante fique 20% maior que a situação inicial.

Determine a razão entre a espessura do isolante (e_i) e a espessura da parede do forno (e_f).

24. (IME – 2014)



Um objeto de 160 g de massa repousa, durante um minuto, sobre a superfície de uma placa de 30 cm de espessura e, ao final deste experimento, percebe-se que o volume do objeto é 1% superior ao inicial. A base da placa é mantida em 195 °C e nota-se que a sua superfície permanece em 175 °C. A fração de energia, em percentagem, efetivamente utilizada para deformar a peça é

Dados:

Condutividade térmica da placa: 50 W/m °C

Calor específico do objeto: 432 J/(kg °C)

Coeficiente de dilatação linear: $1,6 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

Área da placa: 0,6 m²

(A) 4

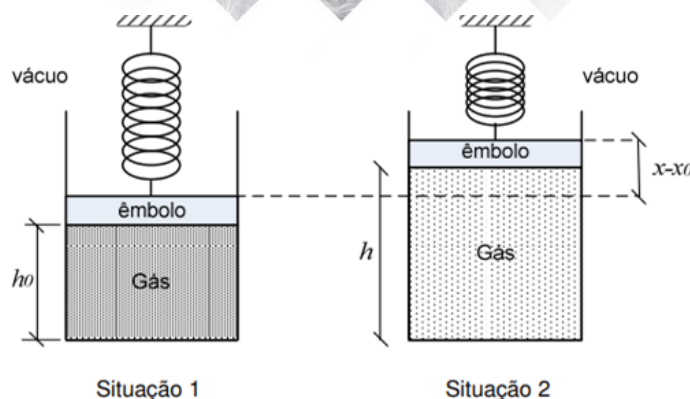
(B) 12

(C) 18

(D) 36

(E) 60

25. (IME – 2014)

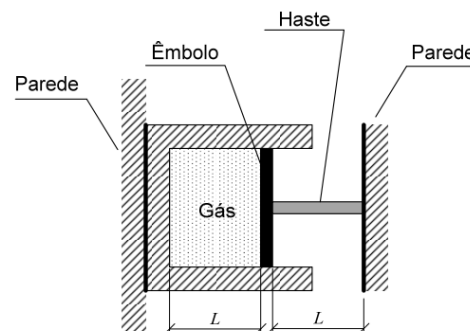


A figura acima mostra um sistema posicionado no vácuo formado por um recipiente contendo um gás ideal de massa molecular M e calor específico c em duas situações distintas. Esse recipiente é fechado por um êmbolo preso a uma mola de constante elástica k , ambos de massa desprezível. Inicialmente (Situação 1), o sistema encontra-se em uma temperatura T_0 , o êmbolo está a uma altura h_0 em relação à base do recipiente e a mola comprimida de x_0 em relação ao seu comprimento relaxado. Se uma quantidade de calor Q for fornecida ao gás (Situação 2), fazendo com que o êmbolo se desloque para uma altura h e a mola passe a estar comprimida de x , a grandeza que varia linearmente com Q é

- a) $x + h$ b) $x - h$ c) $(x + h)^2$ d) $(x - h)^2$ e) xh

26. (IME 2016)

Um êmbolo está conectado a uma haste, a qual está fixada a uma parede. A haste é aquecida, recebendo uma energia de 400 J . A haste se dilata, movimentando o êmbolo que comprime um gás ideal, confinado no reservatório, representado na figura. O gás é comprimido isotermicamente.



Diante do exposto, o valor da expressão $\frac{P_f - P_i}{P_f}$ é

Dados:

- pressão final do gás: P_f ;
- pressão inicial do gás: P_i ;
- capacidade térmica da haste: 4 J/K ;
- coeficiente de dilatação térmica linear da haste: $0,000001 \text{ K}^{-1}$.

- a) 0,01 b) 0,001 c) 0,0001 d) 0,00001 e) 0,000001

27. (IME – 2017)

Deseja-se minimizar a taxa de transferência de calor em uma parede feita de um determinado material, de espessura conhecida, submetendo-a a um diferencial de temperatura. Isso é feito adicionando-se uma camada isolante refratária de 15% da espessura da parede, de forma que cuidadosas medidas experimentais indicam que a taxa de transferência de calor passa a ser 40% em relação à situação original. Supondo que o diferencial de temperatura entre as extremidades livres da parede original e da parede composta seja o mesmo, pode-se afirmar que a condutividade térmica do material refratário é numericamente igual a

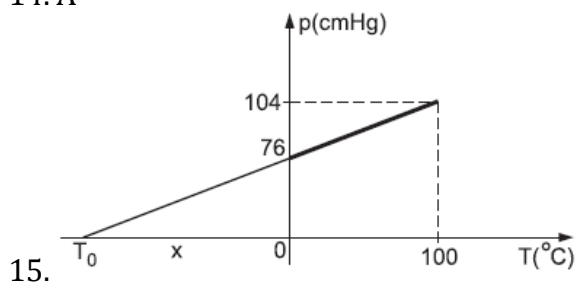
- (A) 10 % da condutividade térmica do material da parede.
 (B) 15 % da condutividade térmica do material da parede.
 (C) 4,5 % da condutividade térmica do material da parede.
 (D) 22,22 % da condutividade térmica do material da parede.
 (E) 33,33 % da condutividade térmica do material da parede.

GABARITO



6. Gabarito sem comentários

1. A
2. A
3. E
4. B
5. C
6. B
7. A
8. E
9. E
10. E
11. 15,67 cm
12. C e E
13. 6 K
14. A



De acordo com a teoria cinética dos gases, essa temperatura deveria corresponder à menor temperatura possível para um sistema.

16. a) Vide tabela e $v_E = 10,1 \cdot 10^3 \text{ m/s}$ b) O hélio está em baixa concentração na atmosfera de Vênus.
17. C
18. C
19. **R\$ 16,92**
20. **13,73 μF**
21. $m = \frac{M \cdot g \cdot a + n \cdot R \cdot T - p_0 \cdot a^3}{g \cdot a (\mu \cdot \cos\theta + \sin\theta)}$
22. B

23. 0,2
24. B
25. E
26. C
27. A

7. Lista de questões comentadas

1. (ITA-1971)

Dois recipientes de volumes V_1 e V_2 contêm a mesma quantidade de um mesmo gás a pressões e temperaturas absolutas p_1 e p_2 , T_1 e T_2 , respectivamente. Os dois recipientes são ligados entre si por uma torneira, que em dado momento é aberta, oferecendo ao gás o volume $V_1 + V_2$. Supondo que os dois recipientes constituam um sistema isolado, mostre que, após o novo equilíbrio, com temperatura e pressão T e p :

- a) $\frac{T}{P} = \frac{1}{2} \left(\frac{T_1}{P_1} + \frac{T_2}{P_2} \right)$ b) $\frac{T}{P} = \frac{T_1 + T_2}{P_1 + P_2}$ c) $\frac{T}{P} = \frac{T_1 + T_2}{(P_1 + P_2)/2}$
d) $\frac{T}{P} = \frac{(T_1 + T_2)/2}{P_1 + P_2}$ e) nenhuma das expressões acima é correta.

Comentários:

O número de mols do início e do final é o mesmo:

$$n_i = n_f$$

$$\frac{p_1 \cdot v_1}{RT_1} + \frac{p_2 \cdot v_2}{RT_2} = \frac{p(v_1 + v_2)}{RT} \quad (eq. 1)$$

Da hipótese do enunciado, no início, ambos os lados têm o mesmo número de mols de gás.

$$\frac{p_1 \cdot v_1}{RT_1} = \frac{p_2 \cdot v_2}{RT_2} \quad (eq. 2)$$

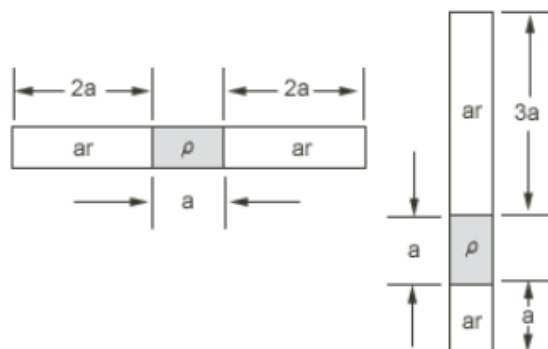
Substituindo 2 em 1 temos a relação:

$$\boxed{\frac{T}{P} = \frac{1}{2} \left(\frac{T_1}{p_1} + \frac{T_2}{p_2} \right)}$$

Gabarito: A

2. (ITA-1986)

Um tubo capilar de comprimento $5a$ é fechado em ambas as extremidades. Ele contém ar seco que preenche o espaço no tubo não ocupado por uma coluna de mercúrio de massa específica ρ e comprimento a . Quando o tubo está na posição horizontal, as colunas de ar seco medem $2a$ cada. Levando-se lentamente o tubo à posição vertical, as colunas de ar têm comprimentos a e $3a$. Nessas condições, a pressão no tubo capilar, quando em posição horizontal, é:



- a) 3 gpa/4. b) 2 gpa/5. c) 2 gpa/3. d) 4 gpa/3. e) 4 gpa/5.

Comentários:

Na posição horizontal, as duas porções de ar ocupam mesmo volume, estão à mesma temperatura e à mesma pressão.

$$\begin{cases} P_0 = P \\ V_0 = 2 \cdot a \cdot S \\ T_0 = T \end{cases}$$

Quando colocamos lentamente na posição vertical, ocorrem duas transformações gasosas isotérmicas:

O volume superior sofre uma expansão isotérmica:

$$P_{sup}V = P_0 \cdot V_0$$

$$P_{sup}3 \cdot a \cdot S = P \cdot 2 \cdot a \cdot S \quad \therefore P_{sup} = 2P/3$$

O volume inferior sofre uma contração isotérmica:

$$P_{inf}V = P_0 \cdot V_0$$

$$P_{inf}a \cdot S = P \cdot 2 \cdot a \cdot S \quad \therefore P_{inf} = 2P$$

Do equilíbrio do sistema, temos que a pressão na parte inferior é resultado da pressão da parte superior acrescido com o peso do mercúrio:

$$P_{inf} = P_{sup} + \frac{a \cdot S \cdot \rho \cdot g}{S}$$

$$2P = \frac{2P}{3} + a \cdot \rho \cdot g \Rightarrow \boxed{P = \frac{3 \cdot a \cdot \rho \cdot g}{4}}$$

Gabarito: A

3. (ITA-1986)

Um reservatório de 30 litros contém gás nitrogênio diatômico, à temperatura ambiente de 20 °C. Seu medidor de pressão indica uma pressão de 3,00 atmosferas. A válvula do reservatório é aberta momentaneamente e uma certa quantidade de gás escapa para o meio ambiente. Fechada a válvula, o gás atinge novamente a temperatura ambiente. O medidor de pressão do reservatório indica agora uma pressão de 2,40 atmosferas. Quantos gramas de nitrogênio, aproximadamente, escaparam?

- a) 10,5 g. b) 31 g. c) 15 g. d) 3 g. e) 21 g.

Observações:

1. O peso atômico do nitrogênio é igual a 14.
2. Se necessário, utilizar os seguintes valores para:

Constante universal para os gases: 8,31 joules/mol · K ou 0,082 litros · atm/mol · K.

Número de Avogadro: $6,02 \cdot 10^{23}$ moléculas/mol.

Comentários:

O número de mols de nitrogênio inicial:

$$p.v = n.R.T$$

$$3(atm).30(L) = n_i.0,082\left(\frac{atm.l}{mol.K}\right).293(K)$$

$$n_j = 3,745 \text{ mols}$$

O número de mols de nitrogênio final:

$$p.v = n.R.T$$

$$2,4(atm).30(L) = n_f.0,082\left(\frac{atm.l}{mol\ K}\right).293(K)$$

$$n_f = 2,996 \text{ mols}$$

Deste modo, a variação do número de mols é: $\Delta n = 0,749 \text{ mols}$

$$m = \Delta n \cdot M = 0,749.28 \therefore \boxed{m = 21 \text{ g}}$$

Gabarito: E

4. (ITA-1986)

Uma pessoa respira por minuto 8 *litros* de ar a 18°C e o rejeita a 37°C . Admitindo que o ar se comporta como um gás diatômico de massa molecular equivalente a 29, calcular a quantidade aproximada de calor fornecida pelo aquecimento do ar em 24 horas.

- a) 2,69 kJ. b) 195 kJ. c) 272 kJ.
d) 552 kJ. e) nenhum dos valores acima.

Observações:

1. Desprezar aqui toda mudança de composição entre o ar inspirado e o ar expirado e admitir a pressão constante e igual a 1 atm .
2. A massa específica do ar a 18°C sob pressão de 1 atm vale $1,24 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.
3. Se necessário, utilizar os seguintes valores para:
 - Constante universal dos gases: $8,31 \text{ joules/mol} \cdot \text{K}$.
 - Volume de um mol para gás ideal: $22,4 \text{ litros}$ (CNTP).
 - Equivalente mecânico do calor: $4,18 \text{ joules/caloria}$.

Comentários:

A transformação pode ser entendida pela primeira lei da termodinâmica:

$$Q = \Delta U + \tau$$

Para uma pressão constante temos:

$$Q_P = \frac{f}{2} n.R. \Delta T + P. \Delta V = \frac{f}{2} n.R. \Delta T + n.R. \Delta T = \left(\frac{f}{2} + 1 \right) . n.R. \Delta T$$

$$Q_P = \left(\frac{f}{2} + 1\right) \cdot \frac{m}{M} \cdot R \cdot \Delta T = \left(\frac{f}{2} + 1\right) \cdot \frac{V \cdot d}{M} \cdot R \cdot \Delta T$$

Assumindo que a densidade varia muito pouco:

$$Q = \Delta t. Q_P = \left(\frac{f}{2} + 1\right) \cdot \frac{V \cdot d}{M} \cdot R \cdot \Delta T \cdot \Delta t$$

$$Q = \left(\frac{5}{2} + 1\right) \cdot \frac{8.1,24}{29} \cdot 8,31 \cdot (37 - 18) \cdot (60.24) \cong 272 \text{ kJ}$$

$$O = 272 \text{ kJ}$$

Gabarito: B

5. (ITA-1991)

Um recipiente continha inicialmente $10,0\text{ kg}$ de gás sob pressão de $10 \cdot 10^6\text{ N/m}^2$. Uma quantidade m de gás saiu do recipiente sem que a temperatura variasse. Determine m sabendo que a pressão caiu para $2,5 \cdot 10^6\text{ N/m}^2$.

- a) 2,5 kg. b) 5,0 kg. c) 7,5 kg.
d) 4,0 kg. e) nenhuma das anteriores.

Comentários:

Usando a equação dos gases ideais temos:

$$p.V = n.R.T$$

Como a temperatura é mantida constante,

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{Rn_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{Rn_2} = \text{constante}$$

Substituindo os valores,

$$\frac{10 \cdot 10^6 \cdot V}{\frac{10R}{M}} = \frac{2,5 \cdot 10^6 V}{\frac{mR}{M}} \therefore m = 2,5 \text{ Kg}$$

Assim 7,5 Kg de gás vazou.

Gabarito: C

6. (ITA-1993)

Dois balões de vidro de volumes iguais estão ligados por meio de um tubo de volume desprezível e ambos contêm hidrogênio a 0°C . Eles estão a uma pressão de $1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Qual

será a pressão do gás se um dos bulbos for imerso em água a $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ e outro for mantido a $-40\text{ }^{\circ}\text{C}$?

- a) a pressão permanece a mesma.
- b) $1,06 \cdot 10^5 Pa$.
- c) $2,32 \cdot 10^5 Pa$.
- d) $1,25 \cdot 10^5 Pa$.
- e) $1,20 \cdot 10^5 Pa$.

Comentários:

A quantidade de mols no início é:

$$n_0 = \frac{V \cdot p_1}{RT_1} + \frac{Vp_2}{RT_2} = \frac{2,026 \cdot 10^5 V}{273R} \text{ (eq. 1)}$$

A quantidade final de gás é:

$$n_f = \frac{pV}{373R} + \frac{pV}{233R} \text{ (eq. 2)}$$

Como não há vazamento de gás temos $n_f = n_0$. Igualando eq1 e eq2 temos:

$$p = 1,06 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Gabarito: B

7. (ITA-1996)

Considere as seguintes afirmativas:

- I. Um copo de água gelada apresenta gotículas de água em sua volta porque a temperatura da parede do copo é menor que a temperatura de orvalho do ar ambiente.
- II. A névoa (chamada por alguns de vapor) que sai do bico de uma chaleira com água quente é tanto mais perceptível quanto menor for a temperatura ambiente.
- III. Ao se fechar um *freezer*, se a sua vedação fosse perfeita, não permitindo a entrada e saída de ar do seu interior, a pressão interna ficaria inferior à pressão do ar ambiente.
- a) todas são corretas. b) somente I e II são corretas.
c) somente II e III são corretas. d) somente I e III são corretas.
e) nenhuma delas é correta.

Comentários:

I) CORRETA. Como a temperatura da água é menor (“água gelada”), as gotículas de água presentes no ar atmosférico condensam-se na superfície do copo.

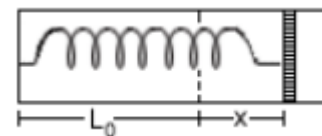
II) CORRETA. Quanto menor a temperatura do ambiente maior será a taxa de condensação e, portanto, mais visível será a névoa.

III) CORRETA. O gás no interior da geladeira tem sua temperatura diminuída. Como não há variação do volume e da quantidade de gás (vedação perfeita), a pressão será diminuída.

Gabarito: A

8. (ITA - 1997)

Um mol de gás perfeito está contido em um cilindro de seção S fechado por um pistão móvel, ligado a uma mola de constante elástica k . Inicialmente, o gás está na pressão atmosférica P_0 , temperatura T_0 , e o comprimento do trecho do cilindro ocupado pelo gás é L_0 , com a mola não estando deformada. O sistema gás-mola é aquecido e o pistão se desloca de uma distância x . Denotando a constante de gás por R , a nova temperatura do gás é:



- a) $T_0 + \frac{x}{R} (P_0 \cdot S + k \cdot L_0)$ b) $T_0 + \frac{L_0}{R} (P_0 \cdot S + k \cdot x)$
 c) $T_0 + \frac{x}{R} (P_0 \cdot S + k \cdot x)$ d) $T_0 + \frac{k \cdot x}{R} (L_0 + x)$
 e) $T_0 + \frac{x}{R} (P_0 \cdot S + k \cdot L_0 + k \cdot x)$

Comentários:

No início só há duas forças atuando sobre o embolo. Veja figura abaixo.

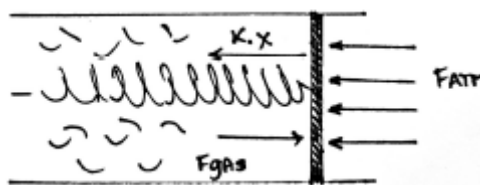


Do equilíbrio das forças:

$$F_{GÁS} = F_{ATM} \Rightarrow P_{GÁS} \cdot S = P_{ATM} \cdot S$$

$$P_0 = \frac{RT_0}{S \cdot L_0} \quad (eq1)$$

Na situação final temos:



$$Kx + F_{ATM} = F_{GÁS}$$

$$Kx + P_0 \cdot S = \frac{R \cdot T \cdot S}{(L_0 + x) \cdot S} \quad (eq2)$$

Das equações (1) e (2) temos:

$$T = T_0 + \frac{x}{R} (P_0 \cdot S + K \cdot L_0 + K \cdot x)$$

Gabarito: E

9. (ITA - 1999)

Considere uma mistura de gases H_2 e N_2 em equilíbrio térmico. Sobre a energia cinética média e sobre a velocidade média das moléculas de cada gás, pode-se concluir que:

- a) as moléculas de N_2 e H_2 têm a mesma energia cinética média e a mesma velocidade média.
- b) ambas têm a mesma velocidade média, mas as moléculas de N_2 têm maior energia cinética média.
- c) ambas têm a mesma velocidade média, mas as moléculas de H_2 têm maior energia cinética média.
- d) ambas têm a mesma energia cinética média, mas as moléculas de N_2 têm maior velocidade média.
- e) ambas têm a mesma energia cinética média, mas as moléculas de H_2 têm maior velocidade de média.

Comentários:

Para um gás ideal temos que a energia cinética é dada por:

$$E_{\text{cinética}} = \frac{3}{2} K \cdot T$$

Em que K é a constante de Boltzmann e T é a temperatura. Como os gases estão em equilíbrio apresentam mesma temperatura. Deste modo possuem mesma energia cinética média. A velocidade média para um gás ideal é dada por:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

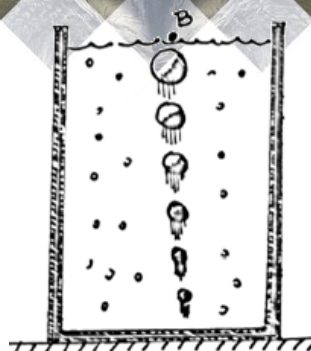
Pela expressão acima, para uma mesma temperatura, tem maior velocidade o gás que possui menor massa molar. Portanto, o hidrogênio tem a maior velocidade.

Gabarito: E**10. (ITA-2000)**

Um copo de 10 cm de altura está totalmente cheio de cerveja e apoiado sobre uma mesa. Uma bolha de gás se desprende do fundo do copo e alcança a superfície, onde a pressão atmosférica é de $1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Considere que a densidade da cerveja seja igual à da água pura e que a temperatura e o número de moles do gás dentro da bolha permaneçam constantes enquanto esta sobe. Qual a razão entre o volume final (quando atinge a superfície) e inicial da bolha?

- a) 1,03. b) 1,04. c) 1,05. d) 0,99. e) 1,01.

Comentários:



A pressão na superfície da cerveja (P_B) é a própria pressão atmosférica.

$$P_B = P_{ATM}$$

A pressão no fundo do copo obedece a lei de Stevin:

$$P_A = P_B + \rho \cdot g \cdot h$$

$$P_A = P_{ATM} + \rho \cdot g \cdot h$$

A temperatura e o número de mols da bolha são constantes. Da lei dos gases ideais podemos fazer a seguinte relação:

$$P_{ATM} V_F = (P_{ATM} + \rho \cdot g \cdot h) \cdot V_0$$

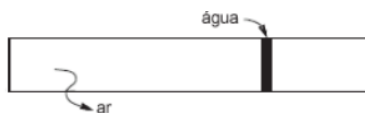
$$\frac{V_F}{V_0} = \frac{1,01 \cdot 10^5 + 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{1,01 \cdot 10^5} \Rightarrow \frac{V_F}{V_0} = \frac{1,01 + 0,001}{1,01}$$

$$\boxed{\frac{V_F}{V_0} \cong 1,01}$$

Gabarito: E

11. (ITA-2002)

Um tubo capilar fechado em uma extremidade contém uma quantidade de ar aprisionada por um pequeno volume de água. A $7,0^\circ\text{C}$ e à pressão atmosférica ($76,0 \text{ cmHg}$) o comprimento do trecho com ar aprisionado é de $15,0 \text{ cm}$. Determine o comprimento do trecho com ar aprisionado a $17,0^\circ\text{C}$. Se necessário, empregue os seguintes valores da pressão de vapor da água: $0,75 \text{ cmHg}$ a $7,0^\circ\text{C}$ e $1,42 \text{ cmHg}$ a $17,0^\circ\text{C}$.



Comentários:

Considerando a seção do capilar como S . Do equilíbrio das forças na água temos:

$$F_{AR} + F_{VAPOR} = F_{ATM} \quad \rightarrow \quad P_{AR} \cdot S + P_{VAPOR} \cdot S = P_{ATM} \cdot S$$

$$P_{AR} = P_{ATM} - P_{VAPOR} \quad (eq1)$$

Primeira situação:

$$Temperatura = 7^{\circ}C$$

$$P_{AR(1)} = 76 - 0,75 = 75,25 \text{ mmHg}$$

Segunda situação:

$$Temperatura = 17^{\circ}C$$

$$P_{AR(2)} = 76 - 1,42 = 74,58 \text{ mmHg}$$

Aplicando a lei dos gases ideais para as duas situações temos:

$$\frac{P_{AR(1)}V_1}{T_1} = \frac{P_{AR(2)}V_2}{T_2} \rightarrow \frac{75,25 \cdot S \cdot 15}{280} = \frac{74,58 \cdot S \cdot L_2}{290}$$

$$\therefore \boxed{L_2 = 15,67 \text{ cm}}$$

Gabarito: 15,67 cm

12. (ITA-2006)

Sejam o recipiente (1), contendo 1 mol de H_2 (massa molecular $M = 2$) e o recipiente (2) contendo 1 mol de He (massa atômica $M = 4$) ocupando o mesmo volume, ambos mantidos a mesma pressão. Assinale a alternativa correta.

- a) a temperatura do gás no recipiente 1 é menor que a temperatura do gás no recipiente 2.
- b) a temperatura do gás no recipiente 1 é maior que a temperatura do gás no recipiente 2.
- c) a energia cinética média por molécula do recipiente 1 é maior que a do recipiente 2.
- d) o valor médio da velocidade das moléculas no recipiente 1 é menor que o valor médio da velocidade das moléculas no recipiente 2.
- e) o valor médio da velocidade das moléculas no recipiente 1 é maior que o valor médio da velocidade das moléculas no recipiente 2.

Comentários:

Analisando a equação de Clapeyron:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

Do enunciado da questão temos:

$$P_1 = P_2; V_1 = V_2; n_1 = n_2$$

E pela equação de Clapeyron concluímos que $T_1 = T_2$.

A energia cinética média de uma molécula monoatômica é dada por $E_c = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T$, enquanto a energia de uma molécula diatômica é dada por $E_c = \frac{5}{2} \cdot k \cdot T$ (a energia de rotação não é desprezada).

Como temos $T_1 = T_2$, então $E_c(\text{Hidrogênio}) > E_c(\text{Hélio})$, pois $\frac{5}{2} \cdot k \cdot T > \frac{3}{2} \cdot k \cdot T$. A velocidade média de partículas gasosas pode ser calculada como:

$$\frac{1}{2} M \cdot \bar{V}^2 = \frac{f}{2} \cdot k \cdot T$$

Em que f é o grau de liberdade da molécula. Então:

$$\bar{V}(H_2) = \frac{5 \cdot k \cdot T}{2}$$

$$\bar{V}(He) = \frac{3 \cdot k \cdot T}{4}$$

$$\therefore \bar{V}(H_2) > \bar{V}(He)$$

Desta maneira, há duas alternativas corretas.

Gabarito: C e E.

13. (ITA - 2008)

De acordo com a Lei de Stefan-Boltzmann, o equilíbrio da atmosfera terrestre é obtido pelo balanço energético entre a energia de radiação do Sol absorvida pela Terra e a reemitida pela mesma. Considere que a energia fornecida por unidade de tempo pela radiação solar é dada por $P = A \cdot e \cdot \sigma \cdot T^4$ em que $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$; A é a área da superfície do corpo; T a temperatura absoluta, e o parâmetro e é a emissividade que representa a razão entre a taxa de radiação de uma superfície particular e a taxa de radiação de uma superfície de um corpo ideal, com a mesma área e mesma temperatura. Considere a temperatura média da Terra $\bar{T} = 287 \text{ K}$ e, nesta situação, $e = 1$. Sabendo que a emissão de gases responsáveis pelo aquecimento global reduz a emissividade, faça uma estimativa de quanto aumentará a temperatura média da Terra devido à emissão de gases responsáveis pelo aquecimento global, se a emissividade diminuir 8%.

Considere $(1 - x)^{1/4} \cong 1 - \frac{x}{4}$

Comentários:

Através da lei de Stefan-Boltzmann, temos:

$$P = A \cdot e \cdot \sigma \cdot T^4$$

Podemos verificar que para o sistema estudado a potência a área e a constante de Boltzmann são valores constantes. Assim, podemos reescrever a equação da seguinte maneira:

$$\frac{P}{A \cdot \sigma} = e \cdot T^4 = \text{constante}$$

Comparando as duas situações do problema temos:

$$e \cdot T^4 = e' \cdot T'^4, \text{ sendo } e' = e - 0,08e$$

Substituindo:

$$(287)^4 \cdot e = T'^4 \cdot (1 - 0,08) \cdot e \rightarrow 287 = T'(1 - 0,08)^{1/4}$$

Da desigualdade fornecida no problema $((1 - 0,08)^{1/4} \cong 1 - \frac{1}{4} \cdot 0,08)$, vem:

$$287 = T'(1 - \frac{1}{4} \cdot 0,08)$$

$$\therefore T' \cong 293 K \rightarrow \Delta T = 293 - 287$$

$$\boxed{\Delta T = 6 K}$$

Gabarito: 6 K

14. (ITA - 2010)

A temperatura para a qual a velocidade associada à energia cinética média de uma molécula de nitrogênio, N_2 , é igual à velocidade de escape desta molécula da superfície da Terra é de, aproximadamente,

a) $1,4 \cdot 10^5 K$.

b) $1,4 \cdot 10^8 K$.

c) $7,0 \cdot 10^{27} K$.

d) $7,2 \cdot 10^4 K$.

e) $8,4 \cdot 10^{28} K$.

Considere: $v_{escape} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_T \cdot R_T}{R_T^2}} = \sqrt{2 \cdot g \cdot R_T}$

Raio da terra = $6,380 \cdot 10^6 m$

Comentários:

Do enunciado temos a velocidade de escape:

$$v_{escape} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_T \cdot R_T}{R_T^2}} = \sqrt{2 \cdot g \cdot R_T} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 6,380 \cdot 10^6} = 11,18 m/s$$

A energia cinética média para um gás diatômico (Nitrogênio) é:

$$E = \frac{5}{2} \cdot k \cdot T = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T(\text{translação}) + \frac{2}{2} \cdot k \cdot T(\text{rotação})$$

Porém, a energia utilizada para que haja a fuga da terra é apenas a de translação. Sabendo que N é o número de partículas temos:

$$\frac{3}{2} \cdot k \cdot T = \frac{1}{2} m \cdot \bar{v}^2 \Rightarrow T = \frac{m \cdot \bar{v}^2}{3k} = \frac{(N \cdot m) \cdot \bar{v}^2}{3 \cdot (N \cdot k)} = \frac{MM \cdot \bar{v}^2}{3 \cdot R} = \frac{28 \cdot (11180)^2}{3 \cdot 8,3}$$

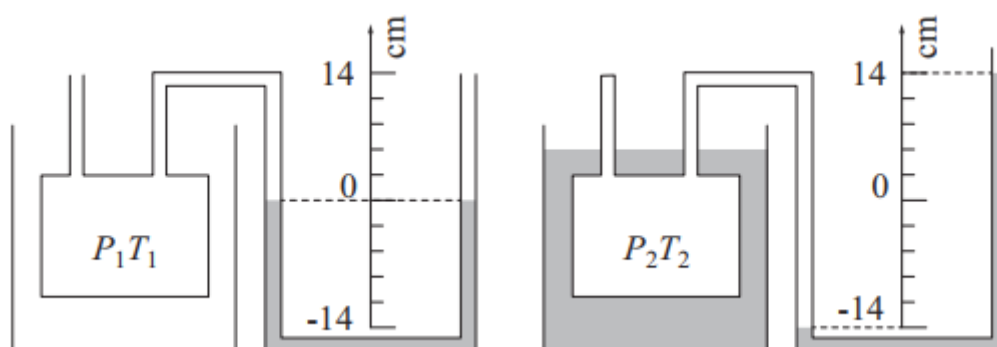
$$\therefore \boxed{T = 1,4 \cdot 10^5 K}$$

Gabarito: A

15. (ITA - 2013)

Um recipiente é inicialmente aberto para a atmosfera a temperatura de $0^\circ C$. A seguir, o recipiente é fechado e imerso num banho térmico com água em ebulição. Ao atingir o novo

equilíbrio, observa-se o desnível do mercúrio indicado na escala das colunas do manômetro. Construa um gráfico $P \times T$ para os dois estados do ar no interior do recipiente e o extrapole para encontrar a temperatura T_0 quando a pressão $P = 0$, interpretando fisicamente este novo estado à luz da teoria cinética dos gases.



Comentários:

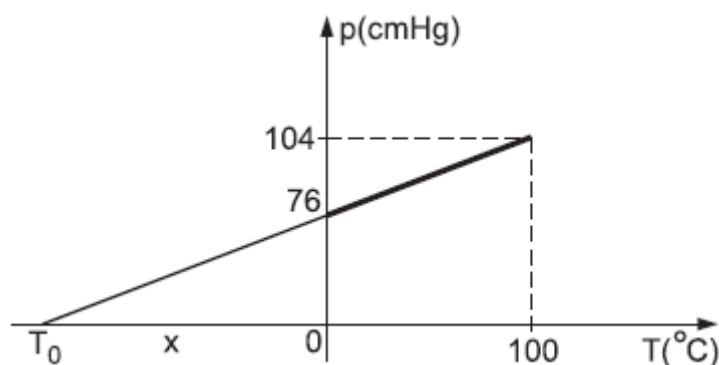
Através da Lei de Stevin, e observando o desnível das colunas do manômetro temos:

$$p_1 = 1 \text{ atm} = 76 \text{ cm Hg}$$

$$p_2 = p_1 + p_{\text{desnível}} \quad \rightarrow \quad p_2 = 76 + 28 = 104 \text{ cm Hg}$$

Considerando que o volume permaneça constante, a pressão varia linearmente com a temperatura.

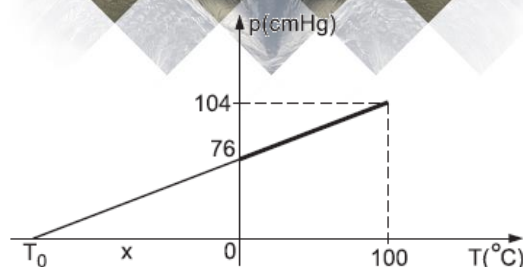
Podemos observar o seguinte gráfico:



Podemos calcular a distância x da seguinte maneira: Semelhança de triângulos.

$$\frac{x}{76} = \frac{x + 100}{104} \quad \rightarrow \quad x = -271,43 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

De acordo com a teoria cinética dos gases, essa temperatura deveria corresponder à menor temperatura possível para um sistema. Essa é a temperatura em que todas as moléculas cessam seu movimento de translação. O zero absoluto teórico corresponde a $-273,15 \text{ }^{\circ}\text{C}$. Assim, o experimento realizou com erro relativamente baixo o cálculo desta temperatura.



Gabarito: De acordo com a teoria cinética dos gases, essa temperatura deveria corresponder à menor temperatura possível para um sistema.

16. (ITA - 2017)

Suponha que a atmosfera de Vênus seja composta dos gases CO_2 , N_2 , Ar, Ne e He, em equilíbrio térmico a uma temperatura $T = 735$ K.

a) Determine a razão entre a velocidade quadrática média das moléculas de cada gás e a velocidade de escape nesse planeta.

b) Que conclusão pode ser obtida sobre a provável concentração desses gases nessa atmosfera?

Obs.: Considere Vênus com o raio igual ao da Terra e a massa igual a 0,810 vezes a desta.

Comentários:

a) Primeiramente iremos calcular a velocidade de escape para o Planeta Vênus:

$$V_E = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_V}{R_V}} = \sqrt{\frac{2,67 \cdot 10^{11} \cdot 0,81 \cdot 6 \cdot 10^{24}}{6,4 \cdot 10^6}} \cong 10,1 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

Para um gás ideal, a velocidade quadrática média, ou também chamada de RMS é dada por: ^

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{3 \cdot R \cdot T}{M}} = \sqrt{\frac{3,8 \cdot 3,735}{M}} \cong \frac{135,2 \text{ m}}{\sqrt{M} \text{ s}}, \text{ em que } M \text{ é massa molar do gás}$$

Faremos a seguinte tabela:

GÁS	MASSA MOLAR (Kg/mol)	V_{RMS}/V_E
CO_2	0,044	0,062
N_2	0,028	0,080
Ar	0,040	0,067
Ne	0,020	0,095
He	0,004	0,210

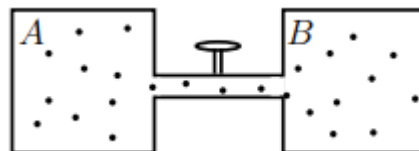
b) Da tabela exposta no item (a), podemos perceber que o gás Hélio possui a maior razão entre a velocidade RMS e a velocidade de escape. Assim, dentre os gases, ele tem a maior tendência de

escapar da atmosfera ao longo do tempo. Dessa maneira, espera-se que o Hélio esteja em baixa proporção na atmosfera considerada.

Gabarito: a) Vide tabela e $v_E = 10,1 \cdot 10^3 \text{ m/s}$ b) O hélio está em baixa concentração na atmosfera de Vênus.

17. (ITA - 2018)

Dois recipientes *A* e *B* de respectivos volumes V_A e $V_B = \beta \cdot V_A$, constantes, contêm um gás ideal e são conectados por um tubo fino com válvula que regula a passagem do gás, conforme a figura. Inicialmente o gás em *A* está na temperatura T_A sob pressão P_A e em *B*, na temperatura T_B sob pressão P_B . A válvula é então aberta até que as pressões finais P_{Af} e P_{Bf} alcancem a proporção $P_{Af}/P_{Bf} = \alpha$, mantendo as temperaturas nos seus valores iniciais. Assinale a opção com a expressão de P_{Af} .



- a) $[(\frac{P_B T_A}{P_A T_B} + \beta)/(\beta + \frac{1}{\alpha} \frac{T_A}{T_B})] P_A$ b) $[(\beta \frac{P_B T_A}{P_A T_B} + 1)/(1 - \frac{\beta T_A}{\alpha T_B})] P_A$
 c) $[(\beta \frac{P_B T_A}{P_A T_B} + 1)/(1 + \frac{\beta T_A}{\alpha T_B})] P_A$ d) $[(\beta \frac{P_B T_A}{P_A T_B} + 1)/(\alpha + \beta \frac{T_A}{T_B})] P_A$
 e) $[(\beta \frac{P_B T_A}{P_A T_B} \pm 1)/(\alpha + \beta \frac{T_A}{T_B})] P_A$

Comentários:

Considerando as situações final e inicial temos:

GÁS	PRESSÃO INICIAL	VOLUME INICIAL	N °MOLS INICIAL	TEMPERATURA INICIAL	PRESSÃO FINAL	VOLUME FINAL	N °MOLS FINAL	TEMPERATURA FINAL
A	P_A	V_A	n_A	T_A	$P_{A,F}$	V_A	$n_{A,F}$	T_A
B	P_B	V_B	n_B	T_B	$P_{B,F}$	V_B	$n_{B,F}$	T_B

Das informações da tabela, podemos extrair quatro equações:

$$\text{GÁS A NO INICIO: } P_A \cdot V_A = n_A \cdot R \cdot T_A \quad (\text{eq1})$$

$$\text{GÁS A NO FINAL: } P_{A,F} \cdot V_A = n_{A,F} \cdot R \cdot T_A \quad (\text{eq2})$$

$$\text{GÁS B NO INICIO: } P_B \cdot V_B = n_B \cdot R \cdot T_B \quad (\text{eq3})$$

$$\text{GÁS B NO FINAL: } P_{B,F} \cdot V_B = n_{B,F} \cdot R \cdot T_B \quad (\text{eq4})$$

Não há variação no número de mols da situação inicial para a final e, portanto:

$$n_A + n_B = n_{A,F} + n_{B,F} \quad (\text{eq5})$$

Do enunciado temos:

$$P_{A,F} = \alpha \cdot P_{B,F} \quad (\text{eq6})$$



$$V_B = \beta \cdot V_A \quad (eq7)$$

Substituindo equações (7), (6), (1), (2), (3) e (4) na equação (5) temos:

$$\frac{P_A \cdot V_A}{R \cdot T_A} + \frac{P_B \cdot \beta \cdot V_A}{R \cdot T_B} = \frac{P_{A,F} \cdot V_A}{R \cdot T_A} + \frac{\frac{P_{A,F}}{\alpha} \cdot \beta \cdot V_A}{R \cdot T_B}$$

Isolando $P_{A,F}$:

$$P_{A,F} = P_A \cdot \left(\frac{1 + \frac{P_B \cdot \beta \cdot T_A}{P_A \cdot T_B}}{1 + \frac{\beta \cdot T_A}{\alpha \cdot T_B}} \right)$$

Gabarito: C

18. (ITA - 2019)

Em um reservatório são armazenados 1 mol de gás hélio e 1 mol de gás oxigênio em equilíbrio térmico. Por meio de um orifício de dimensões muito menores que o comprimento livre médio das espécies gasosas, inicia-se um vazamento de gás para o exterior. Sobre essa situação são feitas as seguintes afirmações:

- I. No interior do reservatório, os átomos de hélio têm, em média, energia cinética menor em comparação à das moléculas de oxigênio.
- II. No interior do reservatório, os átomos de hélio têm, em média, velocidade de translação maior em comparação à das moléculas de oxigênio.
- III. A porção do gás que vaza e a que permanece no interior do reservatório tem a mesma fração molar de hélio.

Assinale a opção correta.

- a) Apenas a afirmação I é falsa.
- b) Apenas a afirmação II é falsa.
- c) Apenas a afirmação III é falsa.
- d) Há mais de uma afirmação falsa.
- e) Todas as afirmações são verdadeiras.

Comentários:

I) CORRETA.

Sabendo que a energia cinética média de uma molécula é dada por $f \cdot \frac{1}{2}KT$, em que f é o número de graus de liberdade da molécula, o gás hélio, que é monoatômico, possui energia cinética média igual a $\frac{3}{2}KT$ (3 graus referentes à translação).

Por outro lado, o oxigênio, que é diatômico, possui energia cinética média igual a $\frac{5}{2}KT$ (3 graus referentes à translação e 2 de rotação). Então, o hélio tem energia cinética média menor que a molécula de oxigênio, quando eles estão a uma mesma temperatura.

Observação: vale a pena lembrar que para temperaturas superiores a 1000 K, devem ser considerados 7 graus de liberdade para as moléculas diatômicas, já que em temperaturas muito altas devem ser considerados mais 2 graus devido à vibração dos átomos constituintes da molécula.

Se a questão tivesse considerado apenas energia cinética média de translação, o átomo de hélio teria a mesma energia que a molécula de oxigênio.

II) CORRETA. A expressão da velocidade quadrática média é $V_{RMS} = \sqrt{\frac{3.R.T}{M}}$. Na mesma condição de temperatura, $M_{He} < M_{O_2}$ e, portanto, $V_{He} > V_{O_2}$.

III) FALSA. Como $V_{He} > V_{O_2}$, o hélio possui maior taxa de vazamento que o gás oxigênio. Assim, as frações molares no interior tornam-se distintas.

Gabarito: C

19. (ITA - 2019)

Uma empresa planeja instalar um sistema de refrigeração para manter uma sala de dimensões $4,0\text{ m} \times 5,0\text{ m} \times 3,0\text{ m}$ a uma temperatura controlada em torno de $10\text{ }^\circ\text{C}$. A temperatura média do ambiente não controlado é de $20\text{ }^\circ\text{C}$ e a sala é revestida com um material de 20 cm de espessura e coeficiente de condutibilidade térmica de $0,60\text{ W/m }^\circ\text{C}$. Sabendo que a eficiência do sistema de refrigeração escolhido é igual a 2,0 e que o custo de 1 kWh é de R\$ 0,50, estime o custo diário de refrigeração da sala.

Comentários:

Consideraremos uma sala de dimensões $a = 3\text{ m}$, $b = 4\text{ m}$ e $c = 5\text{ m}$.

A área total da sala é o dobro soma das áreas de três retângulos distintos (a,b), (a,c) e (b,c).

$$A = 2(a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c) = 2 \cdot (12 + 20 + 15) = 94\text{ m}^2.$$

A sala absorve do meio uma certa quantidade de energia. Podemos estabelecer o fluxo dessa energia como:

$$\varphi = \frac{k \cdot A \cdot \Delta T}{l} = \frac{0,6 \cdot 94 \cdot (20 - 10)}{0,2} = 2820\text{ W}$$

A máquina de refrigeração realiza um trabalho para que a temperatura da sala seja mantida constante:

$$e = \frac{|Q_R|}{|W|} = 2 \rightarrow |W| = \frac{|Q_R|}{2}$$

Em que $|Q_R|$ é o calor retirado da sala pela máquina de refrigeração. Para que ocorra equilíbrio, o fluxo de perda de calor deve o mesmo que o fluxo de entrada de calor:

$$\frac{|W|}{\Delta t} = \frac{|Q_R|}{2 \cdot \Delta t} = \frac{\varphi}{2} = \frac{2820}{2}$$

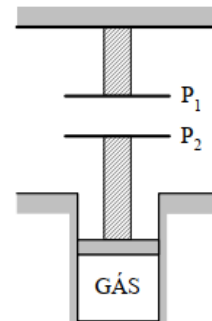
O custo para um dia de funcionamento será:

$$Custo = \frac{|W|}{\Delta t} \cdot (24Hrs) \cdot (Valor Kwh) \Rightarrow \boxed{Custo = R\$ 16,92}$$

Gabarito: R\$ 16,92

20. (IME - 2005)

Um gás ideal encontra-se, inicialmente, sob pressão de 1,0 atmosfera e ocupa um volume de 1,0 litro em um cilindro de raio $R = 5/\pi$ m, cujo êmbolo mantém a placa P2 de um capacitor afastada 10 cm da placa paralela P1. Nessa situação, existe uma energia de 171,5 μ J armazenada no capacitor, havendo entre suas placas a tensão de 5,0 V. Determine o valor da capacitância quando o êmbolo for levantado, reduzindo a pressão isotermicamente para 0,8 atm.



Comentários:

Como não há variação do número de mols, podemos escrever:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow 1,1 = 0,8 \cdot V_2 \Rightarrow V_2 = 1,25 L$$

Há variação na altura do embolo. Podemos calcular a variação da posição do embolo da seguinte maneira:

$$\pi \cdot R^2 \cdot \Delta h = \Delta V$$

$$\pi \cdot \left(\frac{25}{\pi}\right)^2 \cdot \Delta h = 0,25 \Rightarrow \Delta h = 0,00314 \text{ cm}$$

Calculando a capacitância inicial do capacitor:

$$E = \frac{C \cdot U^2}{2} \Rightarrow C = \frac{2 \cdot E}{U^2} = 13,72 \cdot 10^{-6} F$$

Para uma distância inicial de 10 cm. A variação de altura diminui a distância das placas: A nova distância entre as placas é

$$d = 10 - 0,00314 \cong 9,997 \text{ cm}$$

Como a área e o meio não mudam, podemos escrever:

$$\frac{C'}{C} = \frac{d}{d'}, \text{ pois } C = \frac{\epsilon \cdot A}{d}$$

$$\frac{C'}{13,72 \cdot 10^{-6}} = \frac{10 \text{ cm}}{9,997 \text{ cm}}$$

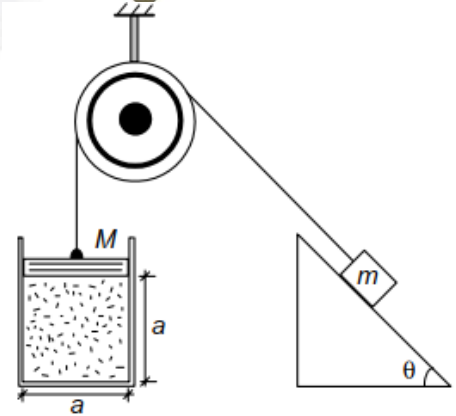
$$\boxed{C' \cong 13,73 \mu F}$$

Gabarito: 13,73 μ F

21. (IME - 2008)

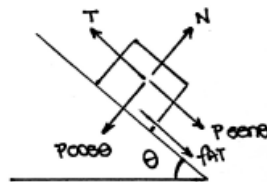
Em um recipiente, hermeticamente fechado por uma tampa de massa M , com volume interno na forma de um cubo de lado a , encontram-se n mols de um gás ideal a uma temperatura absoluta T . A tampa está presa a uma massa m por um fio que passa por uma roldana, ambos ideais. A massa m encontra-se na iminência de subir um plano inclinado de ângulo θ com a horizontal e coeficiente de atrito estático μ . Considerando que as variáveis estejam no Sistema Internacional e que não exista atrito entre a tampa M e as paredes do recipiente, determine m em função das demais variáveis. Dados: aceleração da gravidade = g ;

constante universal dos gases perfeitos = R .



Comentários:

Primeiramente devemos decompor as forças no bloco, na direção do plano inclinado e na direção normal ao plano inclinado.



Como o bloco está em equilíbrio a resultante de forças nas duas direções é nula:

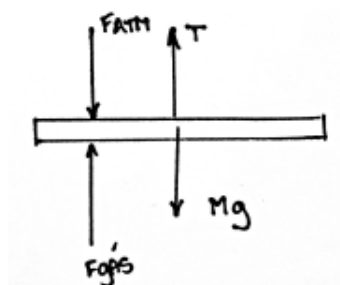
$$\text{Direção do plano: } \sum \vec{F}_{Tangencial} = \vec{0} : \quad T = f_{at_{m\acute{a}x}} + m \cdot g \cdot \text{sen} \theta \quad (\text{eq. 1})$$

$$\text{Normal ao plano: } \sum \vec{F}_{Normal} = \vec{0} : \quad N = m \cdot g \cdot \text{cos} \theta \quad (\text{eq. 2})$$

A força de atrito máxima é dada por:

$$f_{at_{m\acute{a}x}} = \mu \cdot N$$

Para a tampa de massa M temos o seguinte diagrama de forças:



Como a tampa está em equilíbrio, a resultante de forças sobre ela também deve ser nula.

$$T - F_{ATM} = M \cdot g - F_{G\acute{A}S} = M \cdot g - p_{G\acute{A}S} \cdot a^2 \quad (\text{eq. 3})$$

Para o gás temos

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

$$p_{GAS} \cdot a^3 = n \cdot R \cdot T \Rightarrow p_{GAS} = \frac{n \cdot R \cdot T}{a^3} \quad (eq. 4)$$

Sendo p_0 a pressão atmosférica e substituindo equação (4) em (3) temos:

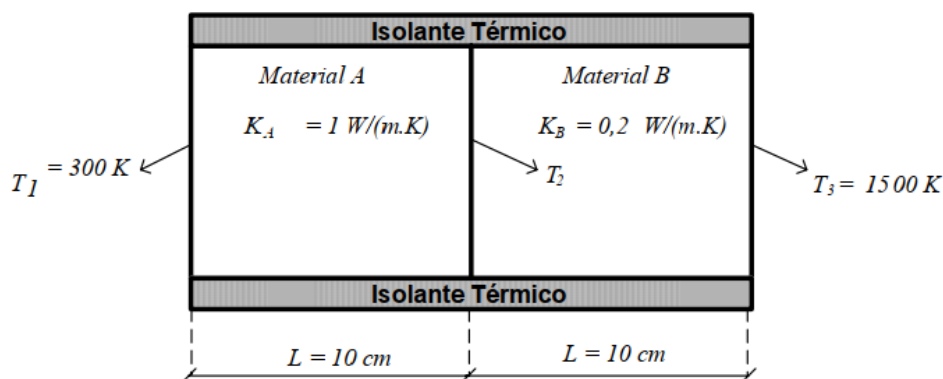
$$T - \frac{n \cdot R \cdot T}{a} = M \cdot g - P_0 \cdot a^2 \quad (eq. 5)$$

Substituindo equação (5) e equação (2) em equação (1)

$$m = \frac{M \cdot g \cdot a + n \cdot R \cdot T - p_0 \cdot a^3}{g \cdot a (\mu \cdot \cos \theta + \sin \theta)}$$

Gabarito: $m = \frac{M \cdot g \cdot a + n \cdot R \cdot T - p_0 \cdot a^3}{g \cdot a (\mu \cdot \cos \theta + \sin \theta)}$

22. (IME - 2010)



A figura composta por dois materiais sólidos diferentes A e B, apresenta um processo de condução de calor, cujas temperaturas não variam com o tempo. É correto afirmar que a temperatura T_2 da interface desses materiais, em kelvins, é: Observações:

T_1 : Temperatura da interface do material A com o meio externo

T_3 : Temperatura da interface do material B com o meio externo

K_A : Coeficiente de condutividade térmica do material A

K_B : Coeficiente de condutividade térmica do material B

A) 400 B) 500 C) 600 D) 700 E) 800

Comentários:

Os dois sólidos estão dispostos em série (possuem mesmo fluxo de calor entre eles). O fluxo que atravessa o material A é o mesmo que atravessa o material B.

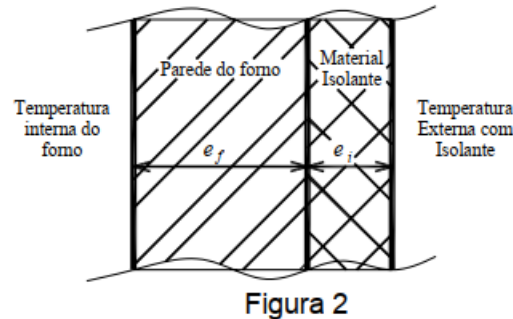
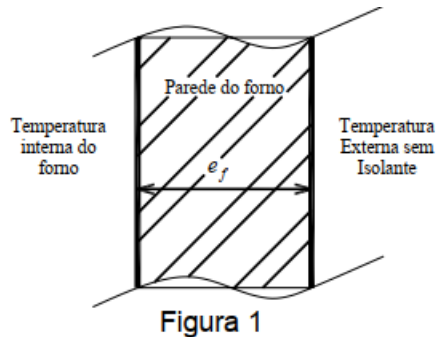
$$\varphi_A = \varphi_B \Rightarrow \frac{k_A \cdot A \cdot (T_2 - 300)}{l_A} = \frac{k_B \cdot A \cdot (1500 - T_2)}{l_B}$$

$$\frac{1 \cdot A \cdot (T_2 - 300)}{0,1} = \frac{0,2 \cdot A \cdot (1500 - T_2)}{0,1}$$

$$1,2T_2 = 600 \therefore T_2 = 500K$$

Gabarito: B

23. (IME - 2011)



Uma fábrica foi multada pela prefeitura local, pois a temperatura externa da parede de um forno industrial encontrava-se em um nível superior ao previsto pelas normas de segurança (Figura 1). Para atender às normas recomenda-se o seguinte procedimento (Figura 2):

A parede externa do forno deve ser recoberta com um material de condutividade térmica igual a 4% da parede do forno. Isso faz com que a transferência de calor fique igual a 20% da original e que a redução de temperatura entre a superfície interna da parede do forno e a superfície externa do isolante fique 20% maior que a situação inicial.

Determine a razão entre a espessura do isolante (e_i) e a espessura da parede do forno (e_f).

Comentários:

Na primeira situação, utilizando a equação de Fourier temos:

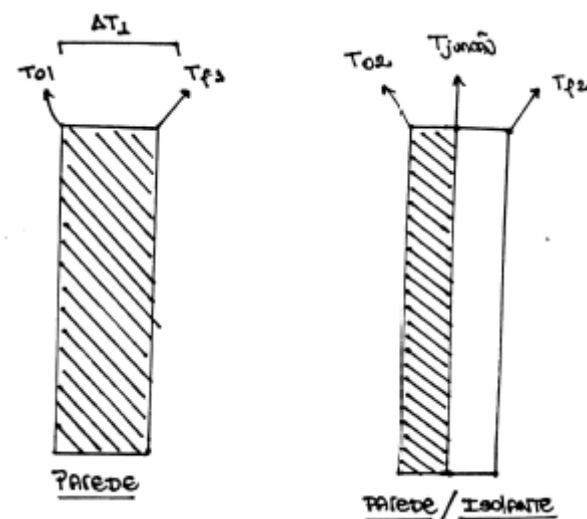
$$\Delta T_1 = \frac{\varphi_1 \cdot l_{parede}}{k_{parede} \cdot A} \quad (eq. 1)$$

Na segunda situação, recobrimo a parede com o material isolante, temos que os fluxos são iguais. A consideração do fluxo ser igual é causa de o sistema estar em regime permanente.

$$\begin{aligned} (\varphi_A = \varphi_B = \varphi_2) \\ \varphi_A = \frac{k_{parede} \cdot A \cdot (T_{02} - T_{junção})}{l_{parede}} \\ \Rightarrow T_{02} - T_{junção} = \frac{\varphi_2 \cdot l_{parede}}{k_{parede} \cdot A} \end{aligned} \quad (eq. 2)$$

$$\varphi_B = \frac{k_{isolante} \cdot A \cdot (T_{junção} - T_{f2})}{l_{isolante}} \Rightarrow -T_{junção} + T_{f2} = -\frac{\varphi_2 \cdot l_{isolante}}{k_{isolante} \cdot A} \quad (eq. 3)$$

Subtraindo as equações (2) e (3):



$$T_{02} - T_{f2} = \frac{\varphi_2}{A} \left(\frac{l_{parede}}{k_{parede}} + \frac{l_{isolante}}{k_{isolante}} \right)$$

Do enunciado temos que $\Delta T_2 = 1,2\Delta T_1$ e $\varphi_2 = 0,2\varphi_1$. Substituindo os dados e a equação (1):

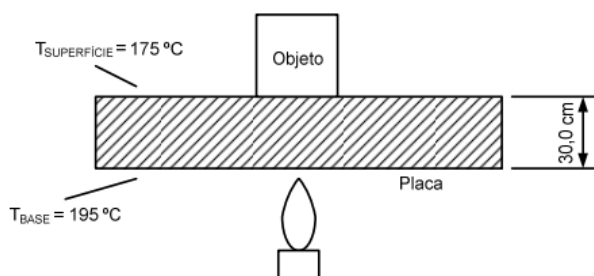
$$1,2 \cdot \frac{\varphi_1 \cdot l_{parede}}{k_{parede} \cdot A} = 0,2 \cdot \frac{\varphi_1}{A} \left(\frac{l_{parede}}{k_{parede}} + \frac{l_{isolante}}{k_{isolante}} \right)$$

Substituindo $k_{isolante} = 0,04 \cdot k_{parede}$ na equação acima temos:

$$\frac{l_{isolante}}{l_{parede}} = 0,2$$

Gabarito: 0,2

24. (IME – 2014)



Um objeto de 160 g de massa repousa, durante um minuto, sobre a superfície de uma placa de 30 cm de espessura e, ao final deste experimento, percebe-se que o volume do objeto é 1% superior ao inicial. A base da placa é mantida em 195 °C e nota-se que a sua superfície permanece em 175 °C. A fração de energia, em percentagem, efetivamente utilizada para deformar a peça é

Dados:

Condutividade térmica da placa: 50 W/m °C

Calor específico do objeto: 432 J/(kg °C)

Coeficiente de dilatação linear: $1,6 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

Área da placa: 0,6 m²

- (A) 4 (B) 12 (C) 18 (D) 36 (E) 60

Comentários:

Ao receber calor através da placa o objeto se dilata.

$$\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta T \Rightarrow \frac{1}{100} = 3,1,6 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta T_0 \Rightarrow \Delta T_0 = \frac{1000}{4,8} ^\circ\text{C}$$

Nem todo calor fornecido pela placa é absorvido pelo objeto. O calor absorvido pelo objeto é o calor que o faz variar sua temperatura.

$$Q_0 = m \cdot c \cdot \Delta T_0 \Rightarrow Q_0 = \frac{0,16.432.1000}{4,8}$$

$$Q_0 = 14,4 \text{ kJ}$$

O calor que a barra transfere por conduto é dado pela equação de Fourier:

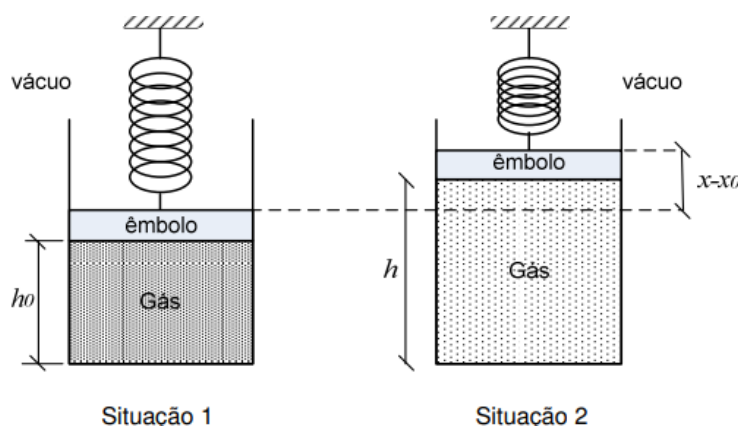
$$\frac{Q_C}{\Delta t} = \frac{k \cdot A \cdot \Delta T}{e} \Rightarrow \frac{Q_C}{60} = \frac{50.0,6.20}{0,3} \Rightarrow Q_C = 120 \text{ kJ}$$

Fazendo a razão Q_0/Q_C , temos:

$$\frac{Q_0}{Q_C} = 12\%$$

Gabarito: B

25. (IME - 2014)



A figura acima mostra um sistema posicionado no vácuo formado por um recipiente contendo um gás ideal de massa molecular M e calor específico c em duas situações distintas. Esse recipiente é fechado por um êmbolo preso a uma mola de constante elástica k , ambos de massa desprezível. Inicialmente (Situação 1), o sistema encontra-se em uma temperatura T_0 , o êmbolo está a uma altura h_0 em relação à base do recipiente e a mola comprimida de x_0 em relação ao seu comprimento relaxado. Se uma quantidade de calor Q for fornecida ao gás (Situação 2), fazendo com que o êmbolo se desloque para uma altura h e a mola passe a estar comprimida de x , a grandeza que varia linearmente com Q é

- a) $x + h$ b) $x - h$ c) $(x + h)^2$ d) $(x - h)^2$ e) xh

Comentários:

Da equação dos gases ideais temos:

$$\frac{P_0 \cdot V_0}{T_0} = \frac{P_F \cdot V_F}{T_F} \quad (eq1)$$

Do Equilíbrio das forças, temos que a força elástica é igual a força produzida pelo gás:

$$P_0 \cdot V_0 = k \cdot x_0 \cdot h_0 \quad (eq2) \text{ e } P_F \cdot V_F = k \cdot x \cdot h \quad (eq3)$$

Substituindo equações (2) e (3) em (1):

$$\frac{k \cdot x_0 \cdot h_0}{T_0} = \frac{k \cdot x \cdot h}{T_F} = \frac{k(x \cdot h - x_0 \cdot h_0)}{\Delta T}$$

Assim:

$$\Delta T = T_0 \cdot \frac{(x \cdot h - x_0 \cdot h_0)}{x_0 \cdot h_0}$$

Da calorimetria temos:

$$Q = m \cdot C \cdot \Delta T$$

Substituindo ΔT , vem:

$$Q = \frac{m \cdot C \cdot T_0}{x_0 \cdot h_0} \cdot x \cdot h - m \cdot C \cdot T_0$$

Gabarito: E

26. (IME 2016)

Um êmbolo está conectado a uma haste, a qual está fixada a uma parede. A haste é aquecida, recebendo uma energia de 400 J . A haste se dilata, movimentando o êmbolo que comprime um gás ideal, confinado no reservatório, representado na figura. O gás é comprimido isotermicamente.

Diante do exposto, o valor da expressão $\frac{P_f - P_i}{P_f}$ é

Dados:

- pressão final do gás: P_f ;
- pressão inicial do gás: P_i ;
- capacidade térmica da haste: 4 J/K ;
- coeficiente de dilatação térmica linear da haste: $0,000001 \text{ K}^{-1}$.

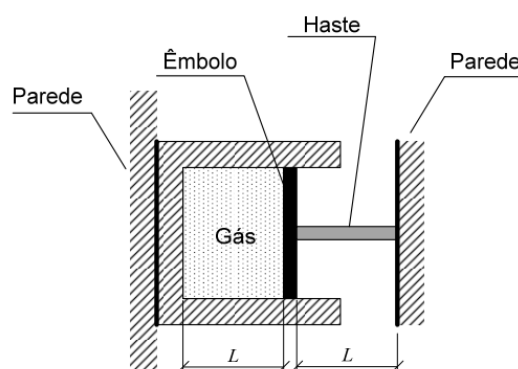
a) 0,01

b) 0,001

c) 0,0001

d) 0,00001

e) 0,000001



Comentários:

Primeiramente, calculemos a variação de temperatura ocasionada pelo aquecimento da barra:

$$Q = C \cdot \Delta T \Rightarrow 400 = 4 \cdot \Delta T \Rightarrow \Delta T = 100 \text{ K}$$

Devido a variação de temperatura a barra sofre dilatação térmica linear:

$$\Delta l = \Delta l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

Substituindo os valores, temos:

$$\Delta l = 10^{-4}L$$

Da hipótese do enunciado a temperatura é mantida constante na compressão do gás:

$$P_F \cdot V_F = P_i \cdot V_i$$

Deste modo, vem:

$$\frac{P_F - P_i}{P_F} = \frac{A \cdot L - (A \cdot L - 10^{-4} \cdot A \cdot L)}{A \cdot L} \Rightarrow \boxed{\frac{P_F - P_i}{P_F} = 10^{-4}}$$

Gabarito: C

27. (IME - 2017)

Deseja-se minimizar a taxa de transferência de calor em uma parede feita de um determinado material, de espessura conhecida, submetendo-a a um diferencial de temperatura. Isso é feito adicionando-se uma camada isolante refratária de 15% da espessura da parede, de forma que cuidadosas medidas experimentais indicam que a taxa de transferência de calor passa a ser 40% em relação à situação original. Supondo que o diferencial de temperatura entre as extremidades livres da parede original e da parede composta seja o mesmo, pode-se afirmar que a condutividade térmica do material refratário é numericamente igual a

- (A) 10 % da condutividade térmica do material da parede.
- (B) 15 % da condutividade térmica do material da parede.
- (C) 4,5 % da condutividade térmica do material da parede.
- (D) 22,22 % da condutividade térmica do material da parede.
- (E) 33,33 % da condutividade térmica do material da parede.

Comentários:

Podemos modelar o problema utilizando a equação de Fourier:

$$\varphi = \frac{k \cdot A \cdot \Delta T}{e}$$

Podemos reescrever a equação e introduzir o conceito de resistência térmica:

$$\Delta T = \varphi \cdot \frac{e}{k \cdot A} \quad (\text{eq. 1}) \text{ e } \text{resistência térmica} = \frac{e}{k \cdot A}$$

No início, sem o isolante temos:

$$\Delta T = \varphi \cdot \frac{e}{k \cdot A}$$

Ao introduzirmos a camada de isolante, ela e a parede formam em série uma camada isolante resultante. A resistência térmica resultante é dada por:

$$\text{resistência térmica resultante} = \frac{e}{k \cdot A} + \frac{0,15e}{k' \cdot A}$$

Como o fluxo na situação final é 40% do inicial, temos:

$$\Delta T = 0,4\varphi \cdot \left(\frac{e}{k \cdot A} + \frac{0,15e}{k' \cdot A} \right) \quad (eq. 2)$$

Igualando as equações (1) e (2):

$$\frac{1}{k} = \frac{0,4}{k} + \frac{0,06}{k'} \Rightarrow \boxed{k' = 0,1k}$$

Gabarito: A

7. Considerações finais da aula

Chegamos ao final da nossa aula. Revise os assuntos não tão comuns no ensino médio. O ITA não costuma cobrar com recorrência, mas é bem possível aparecer nas provas.

A abordagem de fluxo de calor utilizando o conceito de resistência térmica não foi cobrado rigorosamente ainda no vestibular. Por isso, ele é uma aposta para cair nos próximos anos.

Alguns assuntos apresentados nesta aula também serão estudados em química, mas com enfoque diferente. As questões referentes a teoria cinética dos gases são cobradas de forma teórica no vestibular. Por isso, certifique-se que os conceitos estão presentes em seus resumos de estudo.

Conte comigo nessa jornada. Quaisquer dúvidas, críticas ou sugestões entre em contato pelo fórum de dúvidas do Estratégia ou se preferir:



@porftoniburgatto

8. Referências bibliográficas

- [1] Calçada, Caio Sérgio. Física Clássica volume 3. 2. Ed. Saraiva Didáticos, 2012. 357p.
- [2] Bukhovtsev, B.B. Krivtchenkov, V.D. Miakishev, G.Ya. Saraeva, I. M. Problemas Seleccionados de Física Elementar. 1 ed. MIR, 1977. 518p.
- [3] Newton, Gualter, Helou. Tópicos de Física volume 2. 16ª ed. Saraiva, 1993. 512p.
- [4] Toledo, Nicolau, Ramalho. Os Fundamentos da Física volume 2. 9ª ed. Moderna. 532p.
- [5] Resnick, Halliday, Jearl Walker. Fundamentos de Física volume 2. 10ª ed. LTC. 297p.
- [6] Paul A. Tipler, Gene Mosca. Física para Cientistas e Engenheiros volume 2. 5ª ed. LTC, 2006. 499 f.
- [7] V. Zubov, V. Shalnov. Problem in Physics. 2ª ed MIR, 1985. 301p.

9. Versão de aula

Versão de Aula	Data da última atualização
1.0	09/07/2021