CURSO INTENSIVO 2022

Física

ITA - 2022

As leis de Newton - vínculos geométricos e referenciais não inerciais

Prof. Toni Burgatto

Sumário

Introdução

Nessa aula iniciaremos o estudo da Dinâmica da partícula. Estudaremos conceitos os Princípios da Dinâmica, os tipos de forças e como resolver questões envolvendo bloquinhos.

Este assunto é muito abordado no ITA não apenas em questões propriamente ditas, mas de forma interdisciplinar.

Faremos o estudo da Mecânica Newtoniana apenas. É muito importante que você tenha todos os conceitos bem enraizados e treine com muitas questões, sem sair do foco dos nossos vestibulares.

Caso tenha alguma dúvida entre em contato conosco através do fórum de dúvidas do Estratégia ou se preferir:

@proftoniburgatto

1. Os princípios da Dinâmica

No estudo da Cinemática nosso objetivo era descrever os tipos de movimentos, sem nos preocuparmos com os agentes causadores das mudanças no movimento. A partir de agora, estudaremos os movimentos com foco naquilo que os produzem ou modificam.

Basicamente, foi o italiano Galileu Galilei (1564-1642) personagem fundamental na revolução científica e quem fundou as bases da Dinâmica. Ele foi responsável pelos primeiros estudos do movimento uniformemente variado e do movimento do pêndulo simples.

Ele enunciou a lei dos corpos, enunciou o princípio da inércia e o conceito de referencial inercial. Mais tarde, o inglês Isaac Newton (1642-1727) formalizou as ideias introduzidas por Galileu e as publicou em sua obra principal obra *Philosophie Naturalis Principia Mathematica.*

O sucesso da Mecânica Newtoniana reinou por cerca de 200 anos. Somente no início do século XX surgiram novos ramos da Física: Mecânica Quântica e Mecânica Relativística. As leis propostas por Newton precisavam de alguns ajustes para corpos com velocidades muito altas, próximas a velocidade da luz dando início a Mecânica Relativística e para estudos de fenômenos atômicos necessitamos recorrer as leis da Mecânica Quântica.

1.1. Massa de um corpo

O conceito de massa vai muito além da medida de quantidade de matéria. Atualmente este conceito está “errado". A massa de um corpo é uma propriedade da energia nele contida (Baierlein, 1991). Essa definição não era ainda conhecida por Newton.

Por fins didáticos, diremos que a massa de um corpo é medida através da comparação desse corpo com corpos padrão, utilizando balanças de braços iguais como instrumento de medida.

Figura 1: Balança de braço iguais utilizada para comparar massas.

O quilograma padrão é um bloco pequeno composto de platina (90%) e irídio (10%) mantido no Instituto Internacional de Pesos e Medidas, em Sévres, próximo a Paris. Na física muitas vezes aparece o submúltiplo grama (símbolo g) e o múltiplo tonelada (símbolo t), na qual estão relacionados da seguinte forma:

$$\begin{cases} 1\ g = \dfrac{1}{1000}\, kg = 10^{-3} kg \\ 1t = 1000\ kg = 10^{3} kg \end{cases}$$

No SI a unidade de massa é o quilograma (kg).

1.2. Conceito de força e força resultante

Para Newton, força é o agente causador de deformação. Ela é responsável pela variação de velocidade do corpo. Dado que velocidade e aceleração são grandezas vetoriais, quando falamos em variação da velocidade, essa alteração pode ser no módulo, na direção ou no sentido do vetor.

As forças podem ser **de contato**, como por exemplo quando empurramos um carro, ou **de ação a distância**, também chamada de **forças de campo**, como por exemplo a força com que uma carga elétrica exerce em outra a uma determinada distância.

Considere um objeto sendo puxado por duas cordas, em uma superfície sem atrito, numa mesa horizontal, onde podemos representar as forças da seguinte forma:

Figura 2: Representação de duas forças atuando em um corpo.

Se apenas existisse a $\vec{F}_1$ o bloco estaria indo para a esquerda com uma aceleração $\vec{a}_1$. Por outro lado, se existisse apenas $\vec{F}_2$ o bloco seria puxado para a direita com uma aceleração $\vec{a}_2$. Entretanto, as forças atuam ao mesmo tempo no bloco, logo, a soma desses vetores determinará o vetor resultante e, portanto, a aceleração resultante. Na Figura 2, por construção, o vetor $|\vec{F}_2| > |\vec{F}_1|$, então, a resultante estará para a direita e a aceleração resultante do bloco também.

Note que se $|\vec{F}_2| = |\vec{F}_1|$, os vetores se anulariam, e o vetor resultante seria o vetor nulo. Assim, o bloco permaneceria sem aceleração.

Para o caso de n forças atuarem em um corpo, podemos determinar a força resultante pela soma vetorial:

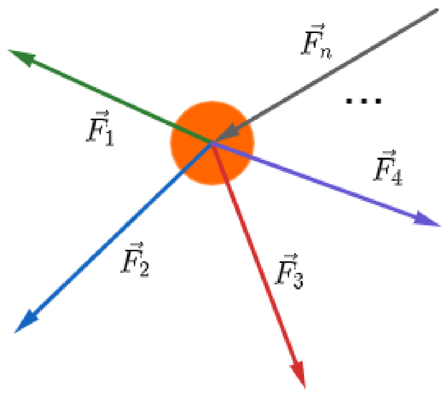


Figura 3: Força resultante é a soma vetorial das forças.

$$\boxed{\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \cdots + \vec{F}_n}$$

1.3. Equilíbrio de um ponto material

Um ponto material está em **equilíbrio em relação a um dado referencial**, quando a **resultante** das forças que agem nele é **nula**. Existem dois tipos de equilíbrios para um ponto material: equilíbrio estático e equilíbrio dinâmico.

1.3.1. Equilíbrio estático

Um ponto material está em equilíbrio estático em relação a um dado referencial quando se apresenta em repouso. Assim, se um corpo em equilíbrio estático apresenta velocidade constante e igual a zero, ou seja, $\vec{v} = constante = \vec{0}$.

Podemos imaginar um exemplo onde temos uma lâmpada pendurada no centro de uma sala. Se adotarmos um sistema de coordenadas com origem em um dos cantos da sala, temos que a posição da lâmpada segue invariável em relação a esse referencial, isto é, ele permanece em repouso com o decorrer do tempo ($\vec{v} = \vec{0}$). Portanto, podemos dizer que a resultante das forças que agem nele é nula e que constitui um equilíbrio estático.

Além disso, definimos o equilíbrio estático em outras três categorias:

a) **equilíbrio estável**: a tendência do ponto material é voltar à posição inicial. Por exemplo, uma bola solta dentro de uma cuba esférica:

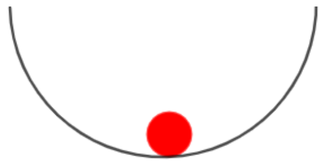


Figura 4: Exemplo de conjunto em equilíbrio estável.

b) **equilíbrio instável:** a tendência do ponto material é afastar-se ainda mais da posição inicial. Por exemplo, uma bola solta do lado de fora de uma cuba esférica:

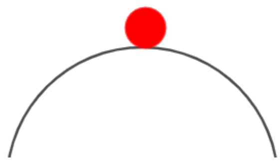


Figura 5: Exemplo de conjunto em equilíbrio instável.

c) **equilíbrio indiferente**: o ponto material permanece em equilíbrio na próxima posição. Por exemplo, uma bola solta em uma superfície reta horizontal:

Figura 6: Exemplo de conjunto em equilíbrio indiferente.

1.3.2. Equilíbrio dinâmico

Um ponto material está em equilíbrio dinâmico em relação a um dado referencial inercial quando ele está em um movimento retilíneo e uniforme (MRU). Nesse caso, temos que a velocidade é constante e diferente de zero ($\vec{v} = constante \neq \vec{0}$).

Para ilustrar essa situação, vamos analisar o movimento de um objeto deslizando sobre uma mesa de madeira. Sabemos que devida a superfície da mesa possuir certas imperfeições existem forças resistivas atuando no corpo. Por isso, existem forças contrárias atrapalhando o movimento até o momento em que o corpo para.

Entretanto, podemos repetir o mesmo experimento em uma mesa de gelo, suposta perfeitamente lisa, onde não existiria nenhuma força resistente. Assim, não existiria força contrária ao movimento e a velocidade do móvel permaneceria invariável ao longo do tempo, realizando um MRU.

1.4. Conceito de Inércia

Inicialmente, dizemos que **inércia** é a resistência que os corpos oferecem às mudanças da velocidade vetorial ($\vec{v}$: trata-se de um vetor, por isso, temos sempre que analisar módulo, direção e sentido).

Em outras palavras, dizemos que um corpo em repouso tende a permanecer em repouso, ou ainda, um corpo em MRU tende a continuar em MRU, por inércia.

Um caso clássico da aplicação da inércia é o passageiro em pé no corredor do ônibus. Imagine um ônibus viajando a 50 km/h em uma avenida. O passageiro no corredor também está com essa velocidade no mesmo sentido do ônibus. Entretanto, ao fechar o semáforo, o motorista do ônibus pisa nos freios e impõe uma força contrária ao movimento no móvel e este começa a frear.

Pelo conceito de inércia, o passageiro tende a continuar com sua velocidade de 50 km/h para frente e, por isso, sente-se lançado para a frente, sendo obrigado a vencer essa inércia aplicando uma força contrária ao se apoiar em alguma parte do ônibus.

O mesmo efeito ocorre quando o semáforo fica verde e o ônibus começa a aumentar sua velocidade. Nesse momento, nosso corpo, que estava parado, sente-se atirado para trás, pois, pelo conceito de inércia nosso corpo tenderia a ficar em repouso.

1.5. A 1ª Lei de Newton – Princípio da Inércia

A primeira Lei de Newton pode ser enunciada de duas formas:

Se a resultante das forças em uma partícula é nula, então ele permanece em repouso ou em MRU, pelo princípio da inércia.

Ou ainda:

Uma partícula livre da ação da resultante das forças externas é incapaz de alterar sua própria velocidade vetorial.

Para melhor compreender a primeira lei, vamos utilizar dois exemplos. O primeiro trata-se de um carrinho sobre uma pista de gelo. Se consideramos que não existe atrito entre os pneus e a pista de gelo, então, quando ligamos o carrinho, o móvel fica patinando e não sai do lugar pois não existe força resultante na direção do movimento capaz de alterar sua velocidade que era nula.

Para analisar a primeira lei pelo segundo enunciado, vamos utilizar o exemplo de um bloco girando em cima de uma mesa perfeitamente lisa, num plano horizontal.

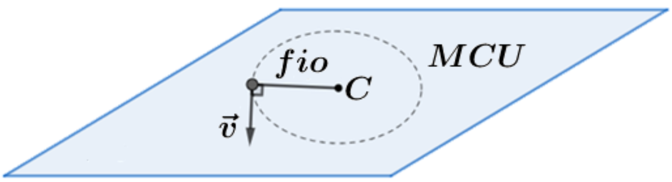


Figura 7: Bloco realizando um MCU. Existe força resultante no fio.

Para essa situação, o módulo da velocidade é constante, característica do MCU, mas a velocidade está sendo alterada a cada instante de direção. Então, quem altera a velocidade vetorial da partícula? A resposta é simples: uma força externa aplicada ao fio garante o MCU da partícula. O que acontece se o fio se romper? Nesse caso, não existiria nenhuma força atuando na partícula no plano horizontal, logo, a resultante seria nula e a partícula descreveria um MRU na linha da reta tangente:

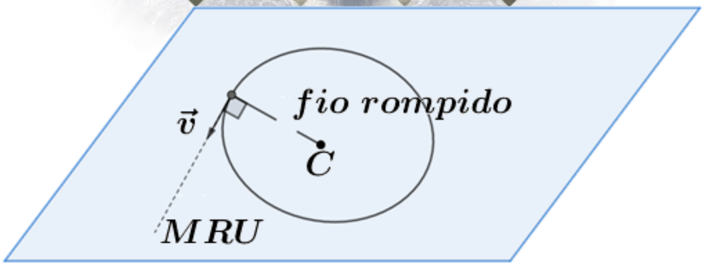


Figura 8: Após romper o fio, por inércia, o bloco realizará um MRU.

Este exemplo mostra claramente que para alterar a velocidade vetorial de um ponto material é necessária ter a resultante das forças não nula.

1.6. A 2ª Lei de Newton – O Princípio Fundamental da Dinâmica

A segunda lei anunciada por Newton possui um enunciado muito mais complexo, não sendo didático apresentá-la agora. No capítulo de quantidade de movimento e impulso, enunciaremos novamente a segunda lei segundo Newton. Nesse momento, apresentaremos de forma mais simplificada.

De uma forma geral, a segunda lei diz que se a resultante das forças que atua em um corpo for diferente de zero, então a partícula adquire uma aceleração proporcional a essa força resultante.

A segunda lei pode ser expressa matematicamente por:

$$\boxed{\vec{F}_R = m \cdot \vec{a}}$$

Essa lei também é conhecida como Lei Fundamental da Dinâmica ou Princípio fundamental da Dinâmica. Dado que massa é uma grandeza escalar positiva, podemos concluir que $\vec{F}_R$ e $\vec{a}$ sempre possuem a mesma direção e o mesmo sentido. Se $\vec{F}_R$ for nula, então $\vec{a}$ também é nula e recaímos na primeira lei.

No SI, a unidade de força é o *newton* (N). Ela é definida a partir da segunda lei:

Um newton é a intensidade de força aplicada a um ponto material de massa 1,0 kg que produz uma aceleração de módulo igual a 1m/s².

Pela segunda lei, temos que:

$$\boxed{F_R = m \cdot a \Rightarrow F_R = (1\ kg) \cdot (1m/s^2)\ = 1N}$$

Ou seja:

$$\boxed{1N = 1kg \cdot m/s^2}$$

1.7. O Peso $\vec{P}$

É conhecimento de todos que quando soltamos um objeto próximo a superfície da Terra, este cai em direção ao solo. Tal fato é explicado pela teoria da Gravitação de Newton. Veremos esse capítulo mais à frente e detalharemos muito mais o que é a força peso.

Por agora, apenas diremos que a **força peso** de um corpo é a **força de atração gravitacional** que a Terra exerce sobre ele.

Pela definição, a força gravitacional comunica uma aceleração denominada aceleração da gravidade ($\vec{g}$) que denota o vetor que representa o campo gravitacional. Este vetor $\vec{g}$ é orientado de modo igual ao peso, ou seja, é radial e orientado para o centro da Terra.

Como veremos futuramente, a aceleração da gravidade diminui à medida que nos afastamos do centro da Terra, radialmente, mostrando que $|\vec{g}|$ varia com a altitude. Além disso, experimentalmente sabe-se que $|\vec{g}|$ aumenta quando vamos do equador para os polos. Em outras palavras, o módulo do campo gravitacional varia com a latitude.

Todo o detalhamento da força peso e campo gravitacional será feito no capítulo de Gravitação. Por intermédio de experimentos, pode-se verificar que, ao nível do mar e num local de latitude de 45°, $|\vec{g}|$ (normal) é:

$$|\vec{g}_N| = g_N = 9{,}80665\ m/s^2$$

Experimentalmente, abandona-se um corpo de certa altura, em um lugar sem resistência do ar e de modo que a única força atuando no corpo seja a força de atração gravitacional, observa-se que a aceleração do corpo não depende da massa nem do tamanho nem do formato do corpo. Pela 2ª lei de Newton, temos que:

$$\vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$$

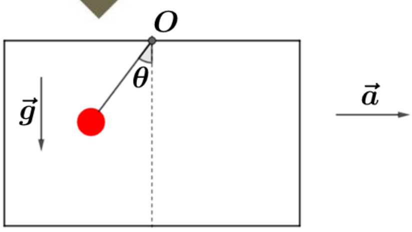
Como nesse caso a força resultante é a força peso e a aceleração é a da gravidade, podemos escrever que:

$$\boxed{\vec{P} = m \cdot \vec{g}}$$

Futuramente, vamos ampliar nossos conceitos de peso e definir o peso de um corpo em relação a um planeta (ou satélite) como a força de atração exercida pelo planeta sobre o corpo. De imediato, notamos que a aceleração da gravidade ($\vec{g}$) depende do planeta. Para os nossos problemas, consideramos que os movimentos ocorrem próximo a superfície da Terra e que aceleração da gravidade terá a mesma direção e sempre o sentido para baixo.

1)

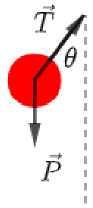
Um vagão de trem está se locomovendo para a direita em um movimento retilíneo e um pêndulo de massa m é preso ao teto do vagão, formando um ângulo θ com a vertical.



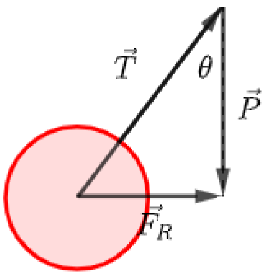
Supondo conhecidos θ, a gravidade local g e a massa m do pêndulo, determine o módulo da aceleração do trem.

Comentários:

Se isolarmos a esfera pendular e representarmos o diagrama de forças que agem na esfera, para um dado referencial inercial (aquele que vale o princípio da inércia) por:



Fazendo a soma vetorial, temos:



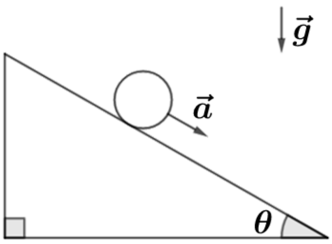
Fechado o triângulo das forças, podemos escrever uma relação entre o módulo da força peso e o módulo da força resultante:

$$tg\theta = \frac{F_R}{P} \Rightarrow tg\theta = \frac{m \cdot a}{m \cdot g} \therefore \boxed{a = g \cdot tg\theta}$$

Note que a aceleração do veículo não depende da massa do pêndulo. Como a gravidade é suposta constante no local e conhecida, a aceleração é função apenas do ângulo de inclinação da esfera com a linha vertical.

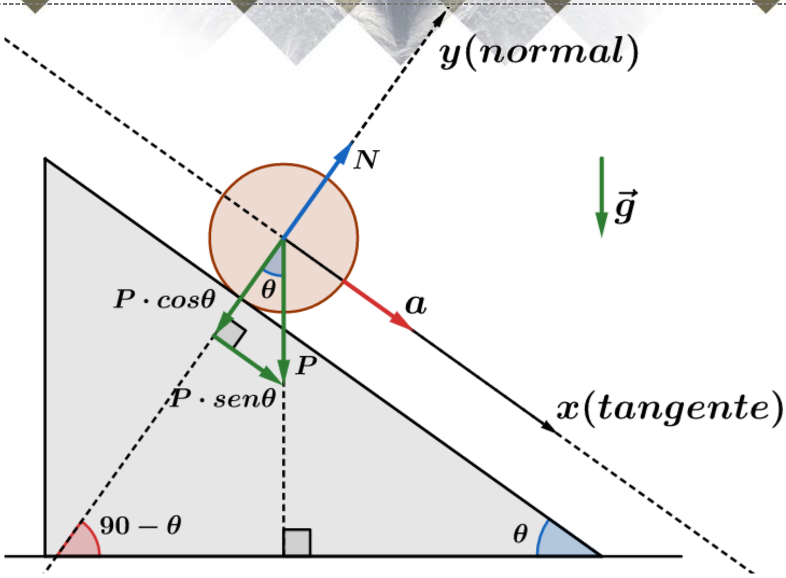
2)

Uma partícula de massa m é solta em um plano inclinado fixo, onde desce em movimento acelerado. O ângulo de inclinação do plano com a horizontal vale θ. Desprezando os atritos e a resistência do ar, determine o módulo da aceleração na direção do movimento.



Comentários:

Vamos considerar os eixos do sistema na direção do movimento da partícula e na direção normal. A partir disso, vamos decompor nossas forças e aplicar a 2ª lei em cada componente:



Na direção y:

$$Pcos\theta - N = m.a_y \Rightarrow \boxed{N = Pcos\theta}$$

Na direção x:

$$F_R = Psen\theta \Rightarrow m \cdot a = m \cdot gsen\theta \Rightarrow \boxed{a = g \cdot sen\theta}$$

Notamos que a aceleração na direção do movimento independe da massa do corpo.

1.8. A 3ª Lei de Newton – O princípio da Ação e da Reação

Na terceira lei, nosso objetivo é analisar o sentido da força em cada corpo que compõe o sistema.

Considere um homem empurrando um caixote com uma força $\vec{F}_{HC}$, que vamos chamar de **força de ação**.

Figura 9: Homem empurrando caixote para a direita.

Por outro lado, o caixote exerce alguma força sobre o homem? A resposta é sim. O caixote aplica ao homem uma força de mesmo módulo e sentido contrário e a chamamos de **força de reação**. Dizemos que:

$$\boxed{\vec{F}_{HC} = -\vec{F}_{CH}}$$

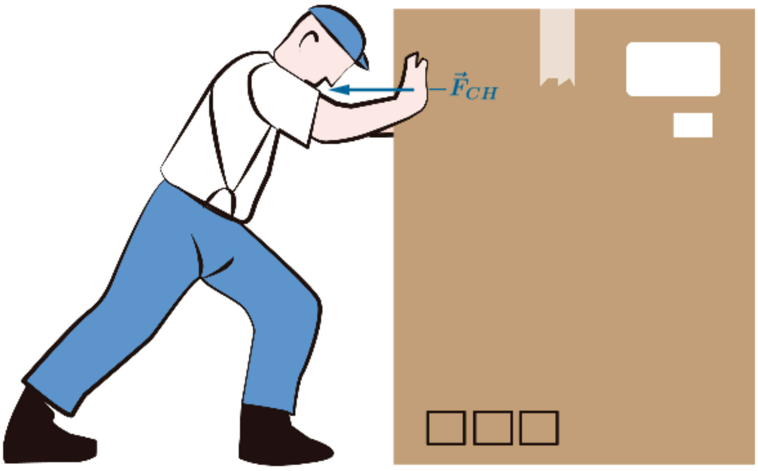


Figura 10: Reação do caixote aplicada no homem.

Note que as forças de ação e de reação estão em corpos diferentes. O homem aplica uma força ao caixote, essa forma está no caixote. Da mesma forma, o caixote aplica uma força no homem e essa força está no homem. Dessa maneira, podemos enunciar o Princípio da Ação e da Reação como:

Para toda força de **ação** existe uma força de **reação** correspondente, de modo que essas forças possuem **o mesmo módulo**, **a mesma direção** e **os sentidos contrários**, estando aplicadas em **corpos diferentes**.

Devido ao fato de estarem aplicadas em corpos diferentes, os pares ação e reação nunca se anulam mutuamente. Para Newton a reação era instantânea, mas hoje sabemos que a informação viaja à velocidade da luz, como exemplo, se o sol "sumir" momentaneamente, demoraria o tempo que a luz leva para percorrer a distância Sol-Terra para a Terra sair pela tangente, mostrando que não seria instantaneamente como pensava Newton.

Exemplos de aplicação da 3ª Lei:

1) **Força peso**: se nas proximidades da Terra um corpo sofre uma força de atração $\vec{P}$, pela terceira lei dizemos que a Terra também é atraída pelo corpo.

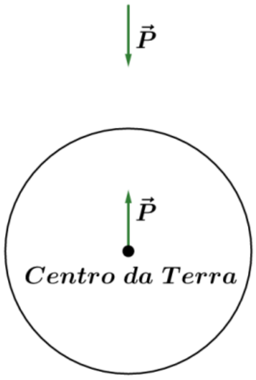


Figura 11: Par Ação e Reação da força peso.

Note que as forças possuem o mesmo módulo. Entretanto, a massa da Terra é muito maior que a massa dos corpos que analisaremos nos nossos problemas, por isso, a aceleração da Terra será desprezível em relação à do corpo.

1) **Movimento de um pedestre**: quando um pedestre caminha para frente, ele está empurrando o chão para trás (ação) por intermédio do atrito. Pela 3ª lei, o chão empurra o pedestre para frente (reação), resultando no movimento da pessoa**.**

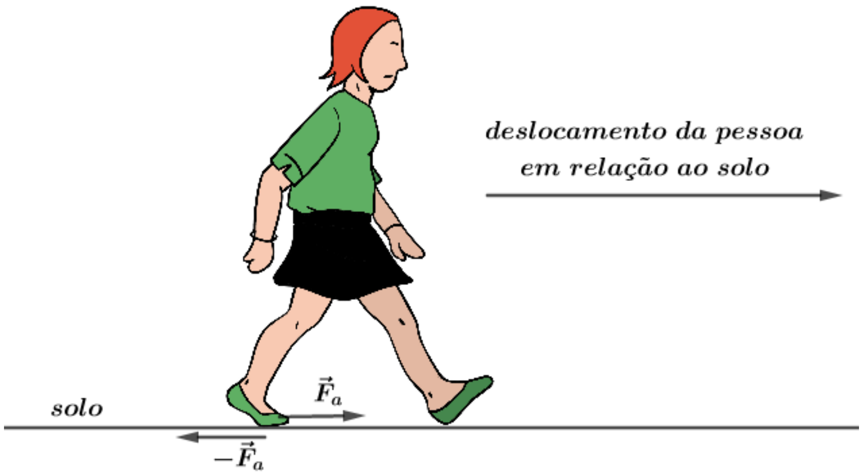


Figura 12: Força de atrito responsável pelo movimento de uma pessoa para frente.

2) Objeto sobre uma mesa: quando colocamos um objeto sobre uma mesa, podemos decompor a força que age em cada corpo da seguinte forma:

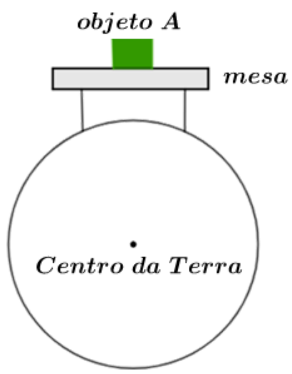


Figura 13: Objeto sobre uma mesa. A figura está fora de escala, apenas para dar ideia da representação das forças.

Inicialmente, notamos que existe uma força peso sobre o objeto e a reação desta força está próximo ao centro da Terra.

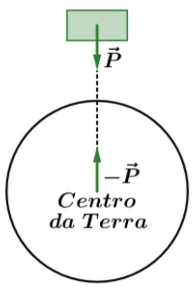


Figura 14: Par Ação e Reação do bloco sobre a mesa. Desenho fora de escala.

O bloco empurra a mesa fazendo uma força $\vec{N}_{AM}$ e a reação desta força é $\vec{N}_{MA}$ que está aplicada ao objeto.

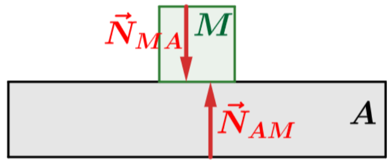
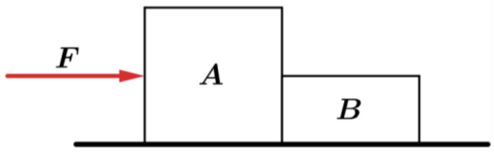


Figura 15: Diagrama de forças de contato entre o bloco e a mesa.

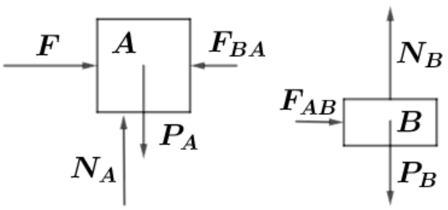
3)

Dois blocos possuem massa $2m$ e m e é aplicada uma força F, conforme figura abaixo. Determine o módulo da força de contato entre os blocos. Despreze os atritos.

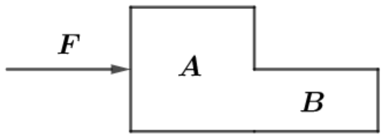


Comentários:

Diagrama de forças para cada um dos blocos:



Dado que o conjunto bloco A + bloco B andam juntos, podemos determinar a aceleração do sistema, para força $\vec{F}$ aplicada:



$$F = (m_A + m_B) \cdot a \Rightarrow F = (2m + m) \cdot a \Rightarrow \boxed{a = \frac{F}{3m}}$$

Conhecendo a aceleração, podemos aplicar a 2ª na direção do movimento para cada bloco:

Bloco A:

$$F - F_{BA} = m_A \cdot a \Rightarrow F - F_{BA} = 2m \cdot \frac{F}{3m} \Rightarrow \boxed{F_{BA} = \frac{F}{3}}$$

Bloco B:

$$F_{AB} = m_B \cdot a \Rightarrow F_{AB} = m \cdot \frac{F}{3m} \Rightarrow \boxed{F_{AB} = \frac{F}{3}}$$

Note que o módulo da força que A aplica em B ($\vec{F}_{AB}$) é igual ao módulo da força que B aplica em A ($\vec{F}_{BA}$). Resultado esperado, pois, eles constituem um par ação e reação, conforme a 3ª lei.

1.9. Forças em fios

Em muitos aparatos físicos, a utilização de cordas e de fios são essenciais para a realização de determinada tarefa. Vamos estudar a influência dos fios no caso da figura abaixo:

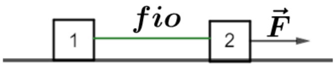


Figura 16: Representação de dois blocos ligados por um fio.

Vamos desconsiderar o atrito entre os blocos e a superfície. Dizemos que o bloco 1 tem massa m_1, bloco 2 tem massa m_2 e o fio massa tem m_{fio}. Nesse conjunto blocos e fio, aplicamos uma força $\vec{F}$ constante para a direita.

Dessa forma, pela segunda lei de Newton para o sistema como um todo, podemos escrever que:

$$\boxed{F = \left(m_1 + m_2 + m_{fio}\right) \cdot a}$$

A partir dessa equação podemos determinar o valor da aceleração do conjunto. Porém, podemos analisar as forças que atuam em cada um dos blocos, pelo seguinte diagrama de forças:

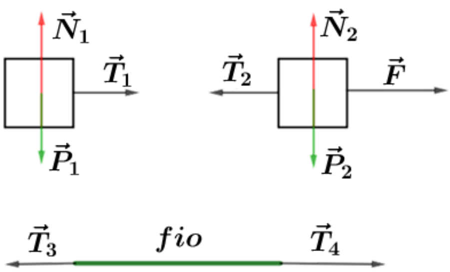


Figura 17: Diagrama de forças para o sistema estudado.

Na direção vertical não existe movimento, então temos que, em módulo:

$$\boxed{N_1 = P_1 \; e \; N_2 = P_2}$$

Na direção horizontal, podemos escrever a 2ª lei de Newton para cada bloco:

- Bloco 1: o bloco tem a mesma aceleração que o sistema.

$$T_1 = F_{r1} \Rightarrow T_1 = m_1 \cdot a \quad \text{(I)}$$

- Bloco 2: o bloco também tem a mesma aceleração que o sistema.

$$F - T_2 = m_2 \cdot a \quad \text{(II)}$$

- Para o fio: a aceleração é a mesma que o sistema também.

$$T_4 - T_3 = m_{fio} \cdot a \quad \text{(III)}$$

Por Ação e Reação, podemos afirmar que $\vec{T}_1 = -\vec{T}_3$ e $\vec{T}_4 = -\vec{T}_2$. Dizemos que um fio é ideal quando sua massa é desprezível, isto é, $m_{fio} \cong 0$. Dessa forma, temos que:

$$T_4 - T_3 \cong 0 \cdot a \Rightarrow T_4 \cong T_3$$

Mas, como $\vec{T}_1 = -\vec{T}_3$ e $\vec{T}_4 = -\vec{T}_2$, concluímos que, em módulo:

$$\boxed{T_1 = T_2 = T}$$

Portanto, quando estamos trabalhando com um fio ideal a tração ao longo do fio é a mesma.

Podemos reescrever nosso diagrama de forças da seguinte forma:

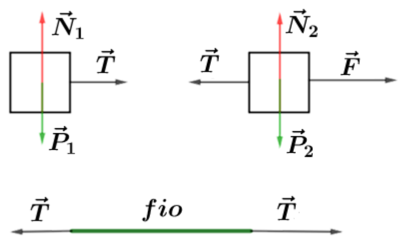


Figura 18. Diagrama de forças para o conjunto estudado, considerando a massa do fio nula.

Dessa forma, podemos determinar o módulo da tração T no fio em função da força aplicada:

$$T_1 = m_1 \cdot a$$

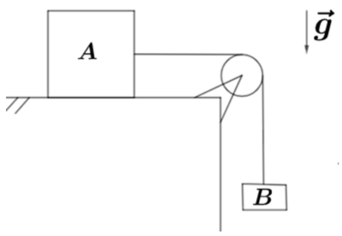
$$T = m_1 \cdot \frac{F}{m_1 + m_2} \Rightarrow \boxed{T = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot F}$$

Nota:

Em muitos livros, autores utilizam a palavra tensão como sinônimo de tração. Não faremos isso aqui, pois a palavra tensão tem outra definição para nós no estudo das deformações.

4)

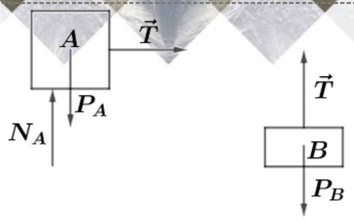
Na montagem abaixo, o fio que liga os blocos A e B é inextensível e sua massa é desprezível. A polia gira sem atrito e seu momento de inércia é desprezível. Os blocos possuem massas m_A e m_B e não existe atrito entre A e a superfície. Em um dado instante, o sistema é abandonado à ação da gravidade.



Determine a aceleração do sistema e a tração no fio.

Comentários:

Inicialmente, vamos desenhar o diagrama de forças em cada bloco:



Aplicando o Princípio Fundamental da Dinâmica a cada um dos blocos, temos:

Bloco A:

$$N_A - P_A = m_A \cdot a_y$$

Mas neste bloco apenas existe movimento na horizontal:

$$a_{Ay} = 0 \therefore N_A = P_A$$

Na direção horizontal:

$$T = m_A \cdot a_{Ax} \text{ (i)}$$

Bloco B:

Só existe movimento na vertical e dado que o fio é inextensível, o deslocamento sofrido pelo bloco A na horizontal é o mesmo sofrido por B na vertical. Assim, derivando a posição dos blocos temos que a velocidade será a mesma também e derivando a velocidade em relação ao tempo, podemos concluir que as acelerações também serão:

$$\Delta s_{Ax} = \Delta s_{By} \Rightarrow v_{Ax} = v_{B_y} \Rightarrow a_{Ax} = a_{By} = a \text{ (ii)}$$

Assim, podemos escrever a 2ª lei para o bloco B:

$$P_B - T = m_B \cdot a \text{ (iii)}$$

A partir das equações, temos o sistema:

$$\begin{cases} T = m_A \cdot a \\ P_B - T = m_B \cdot a \end{cases} \Rightarrow P_B = (m_A + m_B) \Rightarrow \boxed{a = \frac{m_B}{m_A + m_B} \cdot g}$$

Logo, pela equação (i), temos que a tração é:

$$T = m_A \cdot a \Rightarrow \boxed{T = \frac{m_A \cdot m_B}{m_A + m_B} \cdot a}$$

1.10. Tópico especial: vínculos geométricos

Chamamos de vínculo geométrico toda restrição física imposta pelo sistema dinâmico estudado. Pode-se criar um vínculo geométrico usando fios, corpo extenso e molas.

Devido às restrições físicas, a cinemática dos corpos fica interligada pelo vínculo estabelecido na ligação entre os corpos.

1.10.1. Polias fixas com fios inextensíveis

Nesse caso, temos que o tamanho do fio permanece o mesmo. Além disso, devemos tomar um referencial fixo para tomar as posições dos blocos.

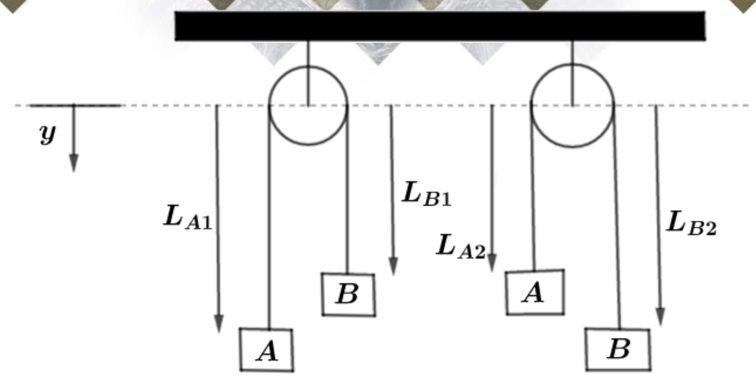


Figura 19: Exemplo de aplicação de vínculos geométricos em polias fixas.

Dessa forma, devido ao fato de o fio ser inextensível, podemos escrever que:

$$L_{fio} = L_{A1} + L_{B1} + \pi R = L_{A2} + L_{B2} + \pi R$$

$$(L_{A2} - L_{A1}) + (L_{B2} - L_{B1}) = 0$$

Se tomarmos esses dois momentos no instante de tempo t e $t + \Delta t$, com Δt tão pequeno quanto se queira, podemos escrever que a diferença dos L passa a ser um infinitesimal dL, então:

$$\boxed{dL_A + dL_B = 0}$$

Então, para um intervalo de tempo infinitesimal (dt), temos que a relação das velocidades instantâneas pode ser dada por:

$$\frac{dL_A}{dt} + \frac{dL_B}{dt} = 0 \Rightarrow \boxed{v_A + v_B = 0}$$

Isso se repete para as velocidades:

$$dv_A + dv_B = 0$$
$$\frac{dv_A}{dt} + \frac{dv_B}{dt} = 0 \Rightarrow \boxed{a_A + a_B = 0}$$

Portanto, os módulos das acelerações são iguais, mas os sentidos são contrários.

$$\boxed{|a_A| = |a_B|}$$

Isto é apenas um processo matemático. A partir de agora, vamos apenas escrever a equação que rege os deslocamentos dos corpos e, por derivação, saberemos a relação entre as acelerações.

$$L_A + L_B = 0 \underbrace{\rightarrow}_{derivação} v_A + v_B = 0 \underbrace{\rightarrow}_{derivação} a_A + a_B = 0$$

Nota: os rigores do Cálculo Diferencial não é o foco do nosso curso, ele saberá abordado no seu primeiro ano com todo fundamento.

1.10.2. Polias móveis com fios inextensíveis

Vamos tomar um caso em que temos uma polia móvel e aplicar os conceitos vistos aqui:

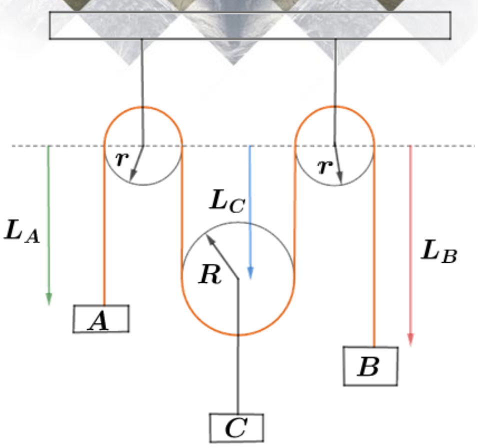


Figura 20: Exemplo de aplicação de vínculos geométricos em polia móvel.

O comprimento do fio é dado por:

$$L_{fio} = L_A + \pi \cdot r + L_C + \pi \cdot R + L_C + \pi \cdot r + L_B$$
$$\boxed{L_{fio} = L_A + 2L_C + L_B + 2\pi \cdot r + \pi \cdot R}$$

Derivando em relação ao tempo e lembrando que derivada de uma constante é nula, temos as relações das velocidades:

$$\boxed{v_A + 2v_C + v_B = 0}$$

Derivando novamente em relação ao tempo, temos que:

$$\boxed{a_A + 2a_C + a_B = 0}$$

Os sinais devem ser tomados de acordo com a tendência dos movimentos determinada quando escrevemos a 2ª lei para cada bloco. Não importa o sentido que você tomou para o corpo, se a aceleração der um valor negativo, significa apenas que sua convenção de sentido está trocada.

1.10.3. Corpos rígidos deslizando

Para ilustrar esse caso, vamos utilizar um problema clássico na Dinâmica na qual uma cunha está apoiada entre dois blocos. Desconsiderando os possíveis atritos, a cunha desloca-se para baixo e empurra os blocos na horizontal.

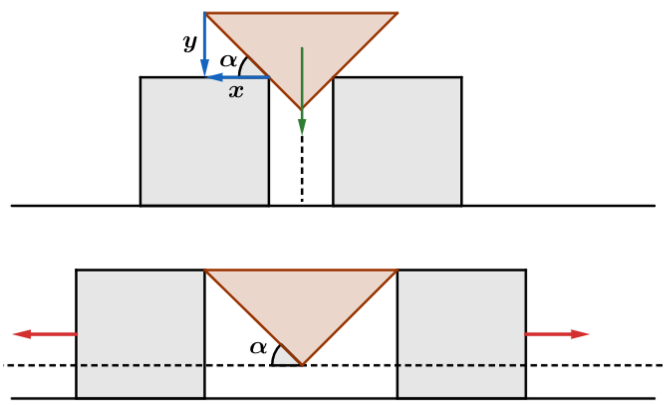


Figura 21: Vínculos Geométricos aplicados a corpos extensos.

Pela construção do problema, as figuras são indeformáveis, logo o ângulo α será constante no decorrer do movimento. Assim, cria-se uma restrição entre os deslocamentos na vertical e na horizontal. Em módulo, temos que:

$$tg\alpha = \frac{y}{x} \Rightarrow y = x \cdot tg\alpha$$

Portanto, a relação das acelerações é dada por: $\boxed{a_y = a_x \cdot tg\alpha}$

1.11. Referenciais Inerciais

De acordo com o Princípio da Inércia, se não há força resultante atuando sobre uma partícula, esta deve ter **velocidade vetorial constante**.

Quando estudamos cinemática, definimos o que é referencial e vimos como os movimentos dependem de qual referencial estamos adotando. Dessa forma, devemos nos perguntar: Qual sistema de referência deve ser adotado para usarmos as leis de Newton? Essa é uma resposta não tão simples de resolver.

Vamos relembrar da cinemática que podemos escrever um vetor a partir de outro, isto é, podemos fazer uma mudança de referencial da seguinte forma:

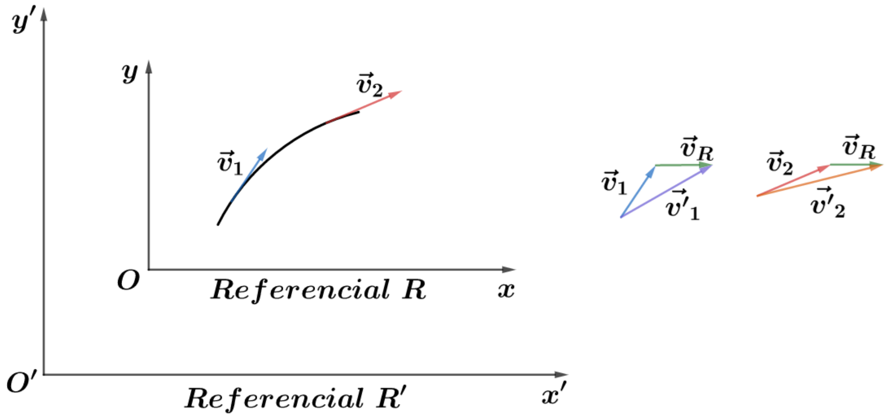


Figura 22: Representação de dois referenciais no R². Note que a velocidade depende do referencial adotado.

Para os instantes t_1 e t_2, podemos escrever as velocidades para cada referencial e calcular a aceleração média em cada um:

$$\vec{v}_1' = \vec{v}_1 + \vec{v}_R \text{ e } \vec{v}_2' = \vec{v}_2 + \vec{v}_R$$

- Referencial R:

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

- Referencial R':

$$\vec{a}'_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2' - \vec{v}_1'}{t_2 - t_1} = \frac{(\vec{v}_2 + \vec{v}_R) - (\vec{v}_1 + \vec{v}_R)}{t_2 - t_1} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \vec{a}_m \therefore \boxed{\vec{a}_m = \vec{a}'_m}$$

A esse resultado pode-se aplicar o limite da aceleração média para um intervalo de tempo tendendo a zero e determinarmos a mesma relação para as acelerações instantâneas, isto é:

$$\boxed{\vec{a} = \vec{a}'}$$

A partir desse resultado, podemos notar que embora as velocidades sejam diferentes ($\vec{v}_1' \neq \vec{v}_1$ e $\vec{v}_2' \neq \vec{v}_2$) para cada referencial, a aceleração é rigorosamente ($\vec{a} = \vec{a}'$) desde que o referencial tenha velocidade vetorial constante ($\vec{v}_R = constante$). Assim, podemos aplicar a segunda lei para estes referenciais sem violar a primeira lei. Para referenciais com essa característica chamamos de Referenciais Inerciais.

Afinal, como encontrar esses referenciais? Usualmente, adota-se como inercial um sistema de referências que está em repouso em relação as estrelas fixas (bem distantes) e, dessa forma, terá um referencial inercial qualquer outro referencial que se mova em relação a ele quando descrever um MRU.

Diante disso, concluímos que a Terra não é um referencial inercial, já que possui movimento de rotação e movimento de translação circular em torno do Sol. Contudo, para a maioria das nossas aplicações, podemos considerar a Terra próximo de um referencial inercial.

1.12. Referenciais não inerciais

Considere nosso jovem Padawan dentro de um vagão de trem se movendo com velocidade $\boldsymbol{v}$ para a direita. Além disso, vamos tomar um observador parado na Terra, nas margens da estrada.

Dentro do vagão existe um caixote C apoiado sobre o piso e em repouso em relação ao vagão. Além disso, considere que não há atrito entre o caixote e o piso do vagão.

Para o observado nas margens da estrada podemos considerá-lo um referencial inercial R e para nosso jovem Padawan, dentro do vagão do trem, considere como um referencial R'.

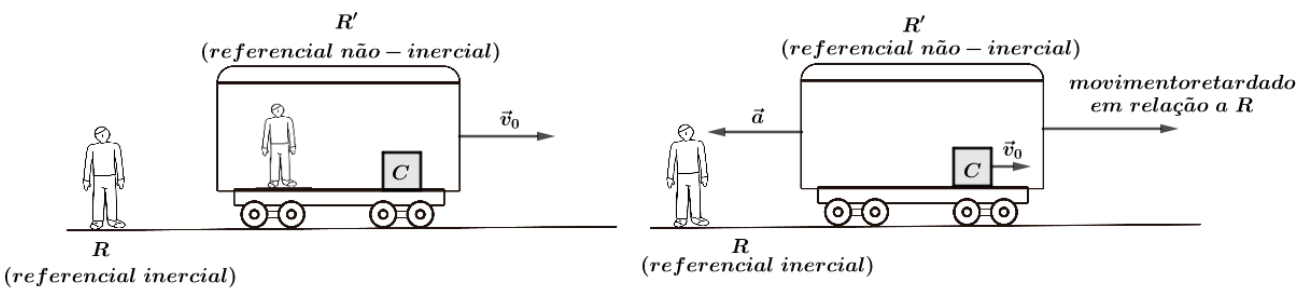


Figura 23: Movimento do caixote observado de um referencial inercial R e um referencial não-inercial R'.

Se em um dado instante a maquinista do trem aplicada uma frenagem no trem e a partir desse momento o vagão adquiri um movimento uniformemente retardado, com aceleração $\vec{a}$ em relação a R.

Para nosso observador nas margens da estrada, o caixote deverá continuar com velocidade $\boldsymbol{v}$. Entretanto, para nosso jovem Padawan, o caixote, que inicialmente estava em repouso, desliza sobre o piso do vagão em um movimento acelerado com aceleração $\vec{a}' = -\vec{a}$.

Assim, Padawan nota que a força atuante no caixote é dada por:

$$\boxed{\vec{F}' = m_{caixote} \cdot \vec{a}'}$$

Enquanto para o observador nas margens da estrada não existe essa força, pois, o bloco move-se por inércia.

Este caso estudado aqui representa o Princípio da Equivalência de Einstein. Este princípio estabelece que equivalência entre o referencial inercial e o referencial não inercial. Vamos exemplificar este princípio para o caso de um elevador subindo com aceleração $\vec{a}$.

Nosso jovem Padawan agora está dentro de um elevador subindo com aceleração constante de módulo a.

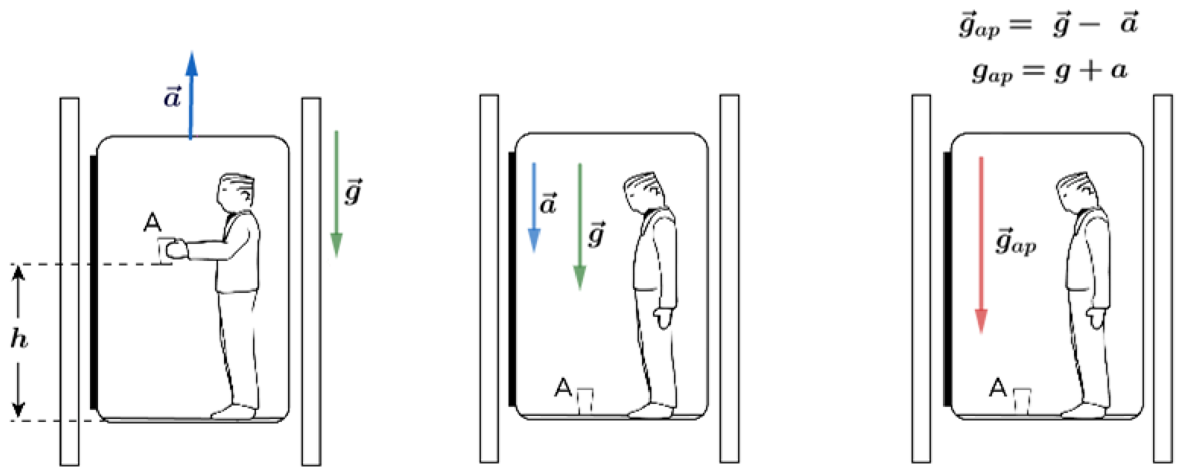


Figura 24: Uso de gravidade aparente para resolução de problemas no elevador acelerado.

Podemos dizer que para Padawan no interior do elevador a aceleração da gravidade passa a ser uma gravidade aparente ($\vec{g}_{ap} = \vec{g}_{A/Elev}$), dada pela soma vetorial:

$$\vec{g}_{A/T} = \vec{g}_{A/Elev} + \vec{a}_{Elev/T}$$
$$\vec{g} = \vec{g}_{ap} + \vec{a}$$

Para nosso caso, se adotarmos uma orientação para baixo, temos que:

$$g = g_{ap} - a \Rightarrow \boxed{g_{ap} = g + a}$$

Observe que embora denotamos por gravidade aparente, nosso jovem sente realmente a sensação da gravidade aumentar no interior do elevador. Aquela sensação de alguém pressionando sua cabeça quando o elevador começa a subir.

Para o caso do elevador acelerado para baixo, é fácil notar que apenas o sentido da aceleração $\vec{a}$ inverteu. Assim, temos que:

$$\vec{g} = \vec{g}_{ap} + \vec{a}$$
$$g = g_{ap} + a \Rightarrow \boxed{g_{ap} = g - a}$$

Outro problema comum no estudo de gravidade aparente é o vagão acelerado horizontalmente. Para este problema, vamos considerar um vagão deslocando para a direita e um pêndulo simples no teto do vagão. A massa da esfera do pêndulo é m. Considere o fio do pêndulo inextensível e sua massa desprezível. Dessa forma, temos a seguinte situação:

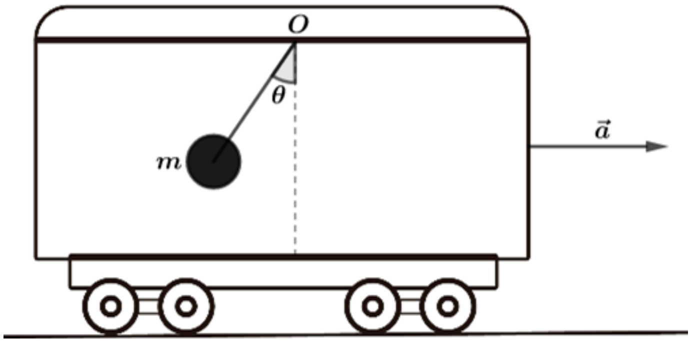
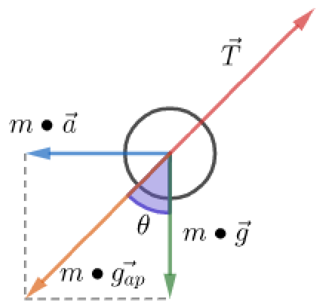


Figura 25: Vagão com pêndulo pendurado no teto e acelerado.

Na esfera do pêndulo, podemos utilizar o princípio da equivalência e escrever os seguintes vetores aceleração:



Vetorialmente, temos que:

$$\boxed{\vec{g}_{ap} = \vec{g} + \vec{a}}$$

Algebricamente, podemos determinar o módulo de $\vec{g}_{ap}$ pelo teorema de Pitágoras:

$$\boxed{g_{ap} = \sqrt{g^2 + a^2}}$$

Ou ainda podemos usar o ângulo θ e relacionar a gravidade aparente com a aceleração da gravidade:

$$\boxed{g_{ap} = \frac{g}{cos\theta}}$$

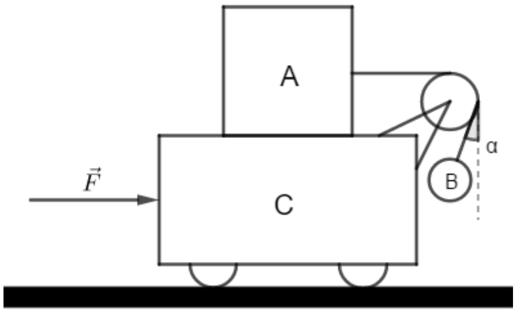
Assim, a força de tração no fio pode ser escrita por:

$$T = m \cdot g_{ap}$$
$$T = m \cdot \sqrt{g^2 + a^2} \text{ ou } T = m \cdot \frac{g}{cos\theta}$$

Utilizar referenciais não inerciais pode ser bom para alguns exercícios, mas pode ser desvantajoso para outros. Vamos resolver um exercício clássico utilizando as duas abordagens.

5-

Um carrinho de massa m_C desloca-se para direita quando é aplicada uma força F nesse sentido. Em cima do carrinho há um bloco de massa m_A, onde o atrito com a superfície do carrinho é desprezível. Preso ao bloco A existe um fio inextensível que passa por uma polia ideal e está preso a um terceiro bloco de massa m_B, como na figura abaixo:



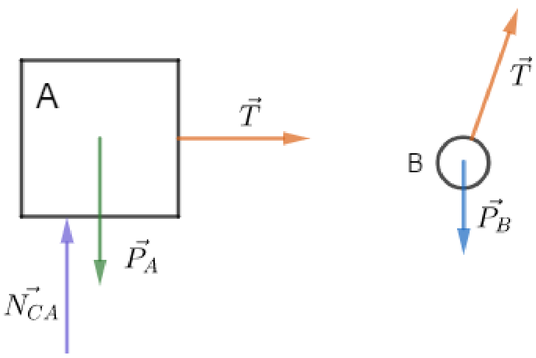
O bloco B não toca a parede vertical do carrinho C.

Determine a intensidade da força $\vec{F}$ para que os blocos A e B estejam parados em relação ao bloco C.

Comentários:

Referencial inercial:

Vamos tomar um referencial onde podemos aplicar o princípio da inércia. Para isso, vamos escrever o diagrama de força para os bloquinhos A e B:



Observação: Cada ponto da superfície do bloco A é "empurrado" pelos pontos do bloco C e geralmente representa a normal como conjunto dessas normais no centroide da figura, mas para não embolado com o vetor da força peso, colocamos levemente ao lado.

Com isso, podemos escrever a segunda lei de Newton para o conjunto dos três blocos, pois, devido ao fato de não haver movimento relativo entre o conjunto AB e C, temos que a aceleração do bloco A e do bloco B deve ser a mesma do conjunto:

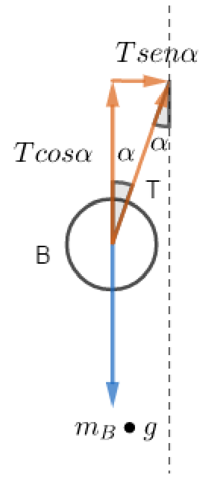
$$F = F_R$$

$$F = (m_A + m_B + m_C) \cdot a \Rightarrow a = \frac{F}{m_A + m_B + m_C}$$

Conhecendo a aceleração do sistema, vamos aplicar a segunda lei para cada bloco. Para o bloco A, apenas existe movimento na horizontal. Então:

$$T = m_A \cdot a \text{ (i)}$$

Para o bloco B, ele está parado na vertical e apenas na direção horizontal se move com aceleração a:



$$Tcos\alpha = m_B \cdot g \text{ (ii)}$$

$$Tsen\alpha = F_{RB} \Rightarrow Tsen\alpha = m_B \cdot a \text{ (iii)}$$

Elevendo (ii) e (iii) cada uma ao quadrado e somando temos que:

$$T^2 \cos^2 \alpha + T^2 sen^2\alpha = m_B^2(a^2 + g^2)$$

$$T^2(\cos^2 \alpha + sen^2\alpha) = m_B^2(a^2 + g^2)$$

Como $\cos^2 \alpha + sen^2\alpha = 1$, temos que:

$$T^2 = m_B^2(a^2 + g^2) \text{ (iv)}$$

Substituindo (i) em (iv), temos:

$$m_A^2 \cdot a^2 = m_B^2 \cdot a^2 + m_B^2 \cdot g^2$$

$$a^2 = \frac{m_B^2 \cdot g^2}{m_A^2 - m_B^2} \Rightarrow a = \frac{m_B \cdot g}{\sqrt{(m_A - m_B)(m_A + m_B)}}$$

$$\frac{F}{m_A + m_B + m_C} = \frac{m_B \cdot g}{\sqrt{(m_A - m_B)(m_A + m_B)}}$$

$$\boxed{F = \frac{m_B \cdot (m_A + m_B + m_C)}{\sqrt{(m_A - m_B)(m_A + m_B)}} \cdot g}$$

Referencial não inercial:

Inicialmente, calculemos a aceleração do sistema todo, igualmente feito para o referencial inercial:

$$F = F_R$$

$$F = (m_A + m_B + m_C) \cdot a \Rightarrow a = \frac{F}{m_A + m_B + m_C}$$

Agora, adotando o referencial no carrinho C (não inercial pois está acelerado), um observador em cima de C vê o bloco A parado, pois nele surge uma força fictícia $\vec{F}'$ dado pela sua massa vezes aceleração do sistema, mas com sentido contrário ao movimento do sistema:

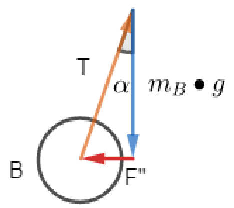
$$F' = m_A \cdot a = m_A \cdot \frac{F}{m_A + m_B + m_C}$$

Com isso, escrevemos a condição de equilíbrio para o bloco A:

$$T = F' = m_A \cdot a = m_A \cdot \frac{F}{m_A + m_B + m_C}$$

Aqui já identificamos que a tração no fio é a mesma quando calculado pelo referencial inercial dada pela equação (i).

Se um observador está em cima do carrinho C, ele vê o bloco B parado também, como se houvesse uma força fictícia $\vec{F}''$ dado pelo produto da sua massa pela aceleração do sistema, mas com sentido contrário ao movimento do sistema:



Em que:

$$F'' = m_B \cdot a$$

Pelo teorema de Pitágoras, temos que:

$$T^2 = F''^2 + (m_B \cdot g)^2$$

$$\boxed{T^2 = m_B^2 \cdot a^2 + m_B^2 \cdot g^2}$$

Repare que essa última equação é igual a equação (iv) quando resolvemos no referencial inercial. Ou seja, as equações são rigorosamente as mesmas no final das contas. Dado que estamos diante do mesmo sistema de equações, o resultado também será o mesmo:

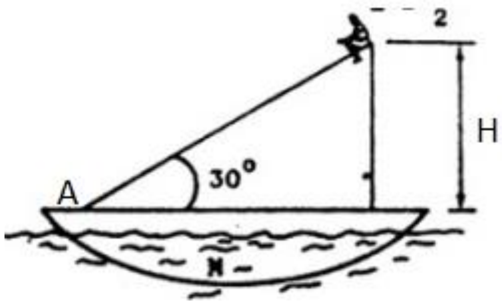
$$\boxed{F = \frac{m_B \cdot (m_A + m_B + m_C)}{\sqrt{(m_A - m_B)(m_A + m_B)}} \cdot g}$$

O método como resolver o problema é de sua escolha. Com a prática, você olhará para um problema e terá ideia de qual método se encaixará melhor para aquela questão. Isso só vem com muita prática!

Na maioria dos vestibulares, o plano inclinado está parado e apenas o bloco desliza sobre ele. Entretanto, em muitas situações, o plano inclinado pode se mover e isso eleva muito o grau de dificuldade da questão. O ITA já cobrou diversas vezes esse problema. Então, vamos fazer um para fixar nossos conceitos.

6- (ITA-1978)

Um garoto pode deslizar sobre um escorregador solidário com um barco, a partir de uma altura "H" (ver figura). O plano do escorregador forma um ângulo de 30º com o plano horizontal. A massa "m" do garoto é igual à metade da massa "M" do conjunto barco-escorregador. Supondo que o sistema inicialmente esteja em repouso e desprezando os atritos, no instante em que o garoto atingir o ponto "A", a velocidade do barco será dada por:



a) $v = \sqrt{\frac{gH}{3}}$

b) $v = 0$ (em repouso)

c) $v = \sqrt{\frac{3gH}{2(3+4)}}$

d) $v = 2\sqrt{\frac{gH}{3}}$

e) $v = \frac{\sqrt{2gH}}{3}$

Comentários:

Se olharmos inocentemente para esta questão, somos levados a achar que o barco está parado e tudo parece muito simples. A grande dificuldade está no fato do barco ganhar velocidade horizontal para a direita à medida que o menino vai "deslizando" ao longo do plano. Vamos resolver está questão no referencial inercial e no não-inercial.

Referencial inercial:

Repare que em a aceleração do garoto em relação ao barco ($\vec{a}_{g/b}$) está na direção do plano inclinado.

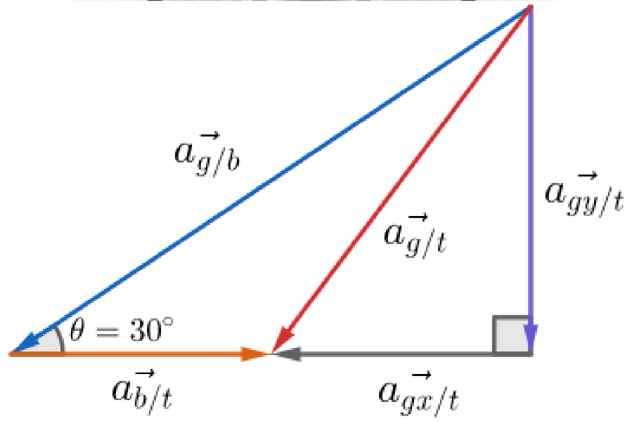
Então, a aceleração do garoto em relação a terra ($\vec{a}_{g/t}$) está em uma direção mais próxima da vertical, pois o barco tem uma aceleração para a direita em relação a terra ($\vec{a}_{b/t}$) também. Pela regra das bolinhas, temos a seguinte relação dos vetores:

$$\boxed{\vec{a}_{g/t} = \vec{a}_{g/b} + \vec{a}_{b/t}}$$

Além disso, podemos decompor a aceleração do garoto na direção horizontal e vertical, de tal forma que:

$$\vec{a}_{g/t} = \vec{a}_{gx/t} + \vec{a}_{gy/t}$$

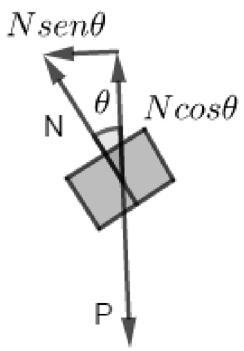
Assim, podemos criar um triângulo onde representaremos as acelerações do garoto e do barco.



Pelo triângulo, temos as seguintes relações dos módulos:

$$\begin{cases} a_{gy/t} = a_{g/b}.sen\theta \ (1) \\ a_{gx/t} = a_{g/b}cos\theta - a_{b/t} \ (2) \end{cases}$$

Para o garoto, podemos decompor as forças que atuam nele da seguinte forma:



Escrevendo a 2ª lei para o garoto na direção horizontal e vertical, temos que:

$$\begin{cases} Nsen\theta = m \cdot a_{gx/t} \ (3) \\ P - Ncos\theta = m \cdot a_{gy/t} \ (4) \end{cases}$$

Para o barco, apenas a reação da normal horizontal do garoto produz deslocamento na direção horizontal. Portanto:

$$Nsen\theta = M \cdot a_{b/t} \ (5)$$

Do enunciado, sabemos que $\theta = 30° \ e \ M = 2m$. Então, pelas eq. (3) e (5), encontramos que:

$$a_{gx/t} = 2 \cdot a_{b/t} \ (6)$$

Isolando a normal em (3) e substituindo em (4), temos:

$$g - (a_{gx/t})/tg\theta \ = a_{gy/t} \ (7)$$

Substituindo (6) em (7), vem:

$$g - (2 \cdot a_{b/t})/tg\theta \ = a_{gy/t} \ (8)$$

Substituindo (1) em (2) e o resultando colocando em (8), chegamos finalmente que:

$$\boxed{a_{b/t} = \frac{g\sqrt{3}}{9}} \text{ e } \boxed{a_{gy/t} = \frac{g}{3}}$$

Para determinar a velocidade do barco quando ele atinge o ponto A, vamos calcular o tempo de queda do garoto na altura H:

$$t = \sqrt{\frac{2H}{a_{gy/t}}} = \sqrt{\frac{2H}{\frac{g}{3}}}$$

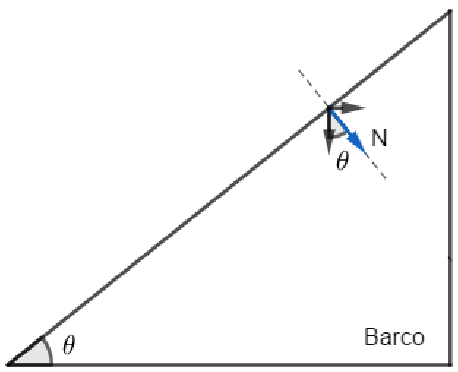
Assim, a velocidade pode ser dada pela equação horária da velocidade do barco:

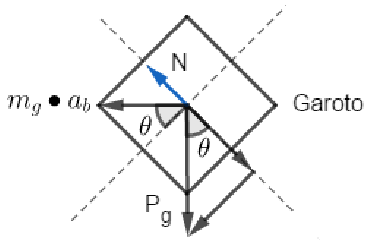
$$v_b = a_{b/t} \cdot t_{queda}$$

$$v_b = \frac{g\sqrt{3}}{9} \cdot \sqrt{\frac{2H}{\frac{g}{3}}} \Rightarrow \boxed{v_b = \frac{\sqrt{2gH}}{3}}$$

Referencial não-inercial:

Vamos adotar o referencial no barquinho. Assim, teremos uma força fictícia no garoto no sentido contrário ao movimento do barco. E teremos as seguintes forças:





Assim, podemos escrever a 2ª lei nos sentidos para o garoto:

$$\begin{cases} m_g \cdot a_b cos\theta + m_g \cdot gsen\theta = m_g \cdot a_{g/b} \\ N + m_g \cdot a_b sen\theta = m_g \cdot gcos\theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_{g/b} = a_b cos\theta + gsen\theta \ (eq.a) \\ N = m_g(gcos\theta - a_b sen\theta) \ (eq.b) \end{cases}$$

Para o barco, podemos escrever que:

$$Nsen\theta = m_b \cdot a_b \ (eq.c)$$

Isolando a normal que o garoto faz no barco em eq. c e substituindo em eq. b, podemos encontrar o valor da aceleração do barco:

$$\frac{m_b \cdot a_b}{sen\theta} = m_g(gcos\theta - a_b sen\theta) \Rightarrow a_b = \frac{m_g sen\theta cos\theta}{m_g sen^2\theta + m_b} \cdot g$$

Fazendo $m_b = 2m_g$ e $\theta = 30°$, temos:

$$\boxed{a_b = \frac{g\sqrt{3}}{9}}$$

Substituindo a aceleração do barco na eq. a, podemos encontrar a aceleração do garoto em relação ao barco:

$$a_{g/b} = \frac{g\sqrt{3}}{9} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + g \cdot \frac{1}{2} = \frac{2g}{3}$$

Logo, o tempo necessário para o garoto descer o plano inclinado é:

$$\frac{H}{sen(30°)} = \frac{a_{g/b} \cdot t^2}{2} \therefore t = \sqrt{\frac{6H}{g}}$$

Velocidade do barco é de:

$$v_b = v_{0b} + a_b \cdot t$$

$$v_b = 0 + \frac{g\sqrt{3}}{9} \cdot \sqrt{\frac{6H}{g}} \Rightarrow \boxed{v_b = \frac{\sqrt{2gH}}{3}}$$

Gabarito: E

2. Lista de exercícios

1. (ITA – 1969)

Um elevador de massa M sobe com velocidade cada vez menor (desaceleração constante igual a a). Após ter atingido sua posição máxima volta a descer com velocidade cada vez maior (aceleração constante igual a a). Sendo g a aceleração da gravidade local, a tensão no cabo do elevador vale:

	Na subida	Na descida
a)	$M\,(g - a)$	$M\,(g + a)$
b)	$M\,(g + a)$	$M\,(g - a)$
c)	$M\,(g - a)$	$M\,(g - a)$
d)	$M\,(g - a)$	$M\,(g + a)$

e) Nenhuma das respostas acima

2. (ITA – 1977)

Uma partícula se move sobre uma reta e seu movimento é observado de um referencial inercial. A diferença $V_2 - V_1$ das velocidades desta partícula, nos instantes t_2 e t_1 respectivamente:

a) irá depender exclusivamente dos valore das forças que agem sobre a partícula nos instantes t_1 (inicial) e t_2 (final).

b) irá depender exclusivamente do impulso da força aplicada a partícula no intervalo t_1, t_2 e da velocidade inicial.

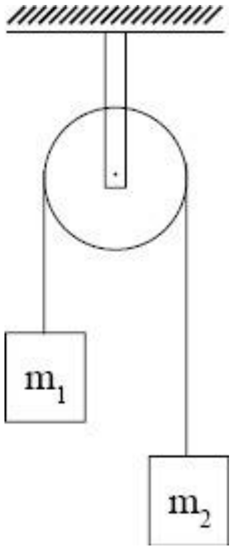
c) irá depender exclusivamente do valor médio da força no intervalo de tempo t_1 e t_2.

d) será igual a $a(t_2 - t_1)$ onde a é o valor médio da aceleração da partícula no intervalo t_1, t_2.

e) Nenhuma das respostas acima é correta.

3. (ITA – 1976)

No sistema esquematizado são desprezíveis: o atrito, o momento de inércia da roldana e a massa do fio que liga as massas m_1 e m_2. Sabe-se que $m_1 > m_2$ e que a aceleração da gravidade local é $\vec{g}$.



A tensão T no fio e a aceleração $\vec{a}$ da massa m_1 são, respectivamente, dadas por:

a) $T = \frac{2m_1m_2g}{m_1+m_2}$ $e\ a = \frac{(m_1-m_2)g}{m_1+m_2}$

b) $T = \frac{m_1m_2g}{m_1+m_2}$ $e\ a = \frac{(m_1-m_2)g}{m_1+m_2}$c

c) $T = (m_1 - m_2)g\ e\ \ a = \frac{(m_1-m_2)g}{m_1+m_2}$

d) $T = (m_1 - m_2)g\ e\ \ a = \frac{(m_1-m_2)g}{m_1}$

e) $T = (m_1 + m_2)g\ e\ \ a = \frac{(m_1-m_2)g}{m_1}$

4. (ITA – 1980)

Um vagão desloca-se horizontalmente, em linha reta, com uma aceleração a constante. Um pêndulo simples está suspenso do teto do vagão. O pêndulo na está oscilando e nessa posição de equilíbrio forma um ângulo com a vertical. Calcular a tensão F no fio do pêndulo.

a) $F = m \cdot g \cdot cos\theta$

b) $F = m \cdot a \cdot sen\theta$

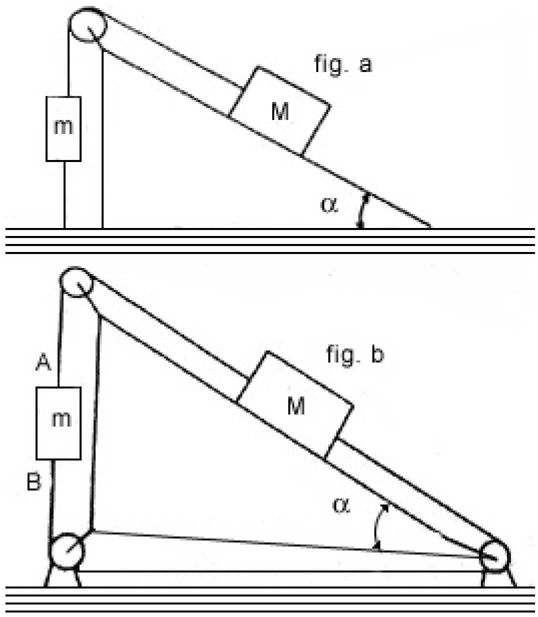
c) $F = m \cdot \sqrt{a^2 + g^2}$

d) $F = m(g \cdot cos\theta - a \cdot sen\theta)$

e) $F = m(g \cdot sen\theta + a \cdot cos\theta)$

5. (ITA – 1981)

A figura (a) representa um plano inclinado cujo ângulo de inclinação sobre o horizonte é α e sobre ele pode deslizar, sem atrito, um corpo de massa M. O contrapeso tem massa m, uma das extremidades do fio está fixa ao solo. Na figura (b) o plano inclinado foi suspenso, de modo a se pode ligar as massas m e M por meio do outro fio. Desprezando os atritos nos suportes dos fios, desprezando a massa dos fios e sendo dada a aceleração da gravidade g, podemos afirmar que:



a) No caso (a) a posição de equilíbrio estático do sistema ocorre se e somente se $M \cdot sen\alpha = m$.

b) Tanto no caso (a) como no caso (b) o equilíbrio se estabelece quando e somente quando $M = m$.

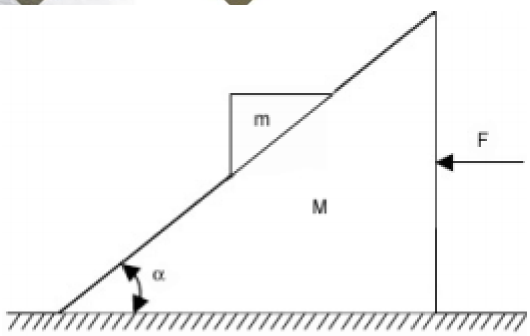
c) No caso (b) o corpo m é tracionado em A por uma força $T_A = (m\ +\ M \cdot sen)g$.

d) No caso (b) a aceleração do corpo M é $\frac{g(M \cdot sen\alpha - m)}{M+m}$ no sentido descendente.

e) No caso (a) não há nenhuma posição possível de equilíbrio estático.

6. (ITA – 1982)

O plano inclinado da figura 4 tem massa M e sobre ele se apoia um objeto de massa m. O ângulo de inclinação é a e não há atrito nem entre o plano inclinado e o objeto, nem entre o plano inclinado e o apoio horizontal. Aplica-se uma força F horizontal ao plano inclinado e constata-se que o sistema todo se move horizontalmente sem que o objeto deslize em relação ao plano inclinado. Podemos afirmar que, sendo g a aceleração da gravidade local:

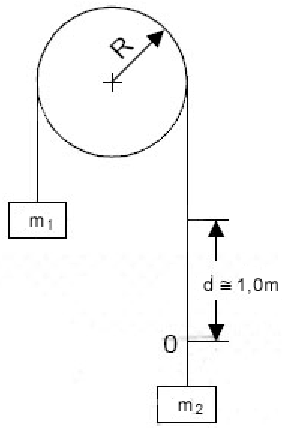


a) $F = mg$ b) $F = (M + m)g$ c) F tem que ser infinitamente grande

d) $F = (M + m)g \cdot tg\alpha$ e) $F = Mg \cdot sen\alpha$

7. (ITA – 1986)

Na figura a seguir, as duas massas $m_1 = 1{,}0\ kg$ e $m_2 = 2{,}0\ kg$, estão ligadas por um fio de massa desprezível que passa por uma polia também de massa desprezível, e raio R.Inicialmente m_2, é colocada em movimento ascendente, gastando 0,20 segundos para percorrer a distância $d = 1{,}0\ m$ indicada.Nessas condições m_2 passará novamente pelo ponto “0” após aproximadamente:



Obs: adotar para $g = 10{,}0\ m \cdot s^{-2}$.

a) 0,4 s b) 1,4 s c) 1,6 s

d) 2,8 s e) 3,2 s

8. (ITA – 1995)

Um pêndulo simples no interior de um avião tem a extremidade superior do fio fixa no teto. Quando o avião está parado o pêndulo fica na posição vertical. Durante a corrida para a decolagem a aceleração a do avião foi constante e o pêndulo fez um ângulo com a vertical. Sendo g a aceleração da gravidade, a relação entre o a, e g é:

a) $g^2 = (1 - sen^2\theta)a^2$ b) $g^2 = (a^2 + g^2)sen^2\theta$ c) $a = gtg\theta$

d) $a = g\ sen\theta\ cosv$ e) $g^2 = a^2sen^2\theta + g^2\cos^2\theta$

9. (ITA – 1996)

Fazendo compras num supermercado, um estudante utiliza dois carrinhos. Empurra o primeiro de massa m, com uma força F, horizontal, o qual, por sua vez, empurra outro de massa M sobre um assoalho plano e horizontal. Se o atrito entre os carrinhos e o assoalho puder ser desprezado, pode-se afirmar que a força que está aplicada sobre o segundo carrinho é:

a) F b) $\frac{MF}{m+M}$ c) $\frac{F(m+M)}{M}$

d) $\frac{F}{2}$ e) outra expressão diferente

10. (ITA – 1996)

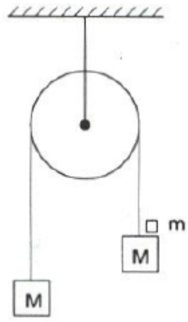
Um corpo de massa M é lançado com velocidade inicial v formando com a horizontal um ângulo α, num local onde a aceleração da gravidade é g. Suponha que o vento atue de forma favorável sobre o corpo durante todo o tempo(ajudando a ir mais longe), com uma força F horizontal constante. Considere t como sendo o tempo total de permanência no ar. Nessas condições, o alcance do corpo é:

a) $\frac{v^2 sen2\alpha}{g}$ b) $2v.t + F.t^2.2m$ c) $\frac{v^2.sen(2\alpha)\left[1+\frac{Ftg\alpha}{Mg}\right]}{g}$

d) $v.t$ e) outra expressão diferente das mencionadas.

11. (ITA – 1996)

Dois blocos de massa M estão unidos por um fio de massa desprezível que passa por uma roldana com um eixo fixo. Um terceiro bloco de massa m é colocado suavemente sobre um dos blocos, como mostra a figura. Com que força esse pequeno bloco de massa m pressionará o bloco sobre o qual foi colocado?



a) $\frac{2mM}{2M+m} \cdot g$

b) mg

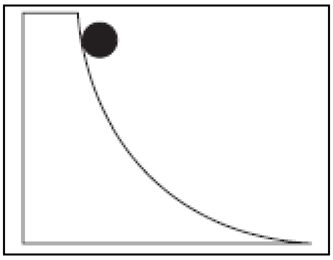
c) $(m - M)g$

d) $\frac{mg}{2M+m}$

e) outra expressão

12. (ITA – 1998)

Considere uma partícula maciça que desce uma superfície côncava e sem atrito, sob a influência da gravidade, como mostra a figura. Na direção do movimento da partícula, ocorre que:



a) a velocidade e a aceleração crescem.

b) a velocidade cresce e a aceleração decresce.

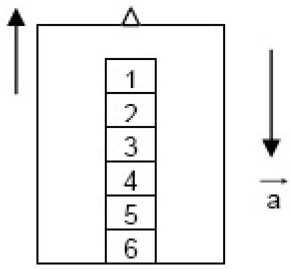
c) a velocidade decresce e a aceleração cresce.

d) a velocidade e a aceleração decrescem.

e) a velocidade e a aceleração permanecem constantes.

13. (ITA – 2000)

Uma pilha de seis blocos iguais, de mesma massa m, repousa sobre o piso de um elevador, com uma aceleração de módulo a. O módulo da força que o bloco 3 exerce sobre o bloco 2 é dado por:



a) $3m(g + a)$ b) $3m(g - a)$ c) $2m(g + a)$

d) $2m(g - a)$ e) $m(2g - a)$

14. (ITA-2011)

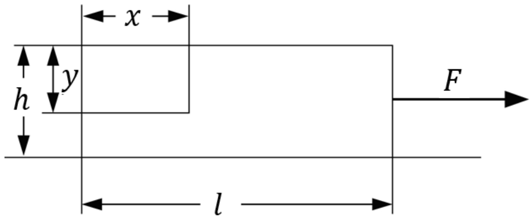
Um corpo de massa M, inicialmente em repouso, é erguido por uma corda de massa desprezível até uma altura H, onde fica novamente em repouso. Considere que a maior tração que a corda pode suportar tenha módulo igual a nMg, em que $n > 1$. Qual deve ser o menor tempo possível para ser feito o erguimento desse corpo?

a) $\sqrt{\frac{2H}{(n-1)g}}$ b) $\sqrt{\frac{2nH}{(n-1)g}}$ c) $\sqrt{\frac{nH}{2(n-1)^2 g}}$

d) $\sqrt{\frac{4nH}{(n-2)g}}$ e) $\sqrt{\frac{4nH}{(n-1)g}}$

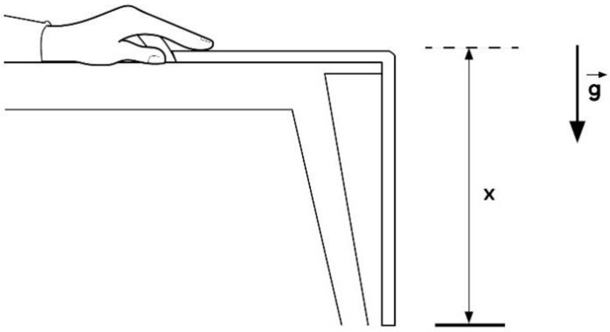
15. (Saraeva)

Em um bloco homogêneo de massa M age uma força F. Determine as forças que agem sobre a parte sombreada conforme na figura. Despreze os atritos.



16. (Tópicos de Física)

Uma corda homogênea tem secção transversal constante e comprimento total L. A corda encontra-se inicialmente em repouso, com um trecho de seu comprimento apoiado em uma mesa horizontal e perfeitamente lisa, conforme indica a figura. Num determinado instante, a corda é abandonada, adquirindo movimento acelerado. Não considerando a resistência do ar e assumindo para o módulo da aceleração da gravidade o valor g, aponte a alternativa que apresenta como varia o módulo da aceleração da corda em função do comprimento pendente x:



a) $a = g \cdot \left(\frac{x}{L}\right)$

b) $a = g \cdot \left(\frac{x}{L}\right)^2$

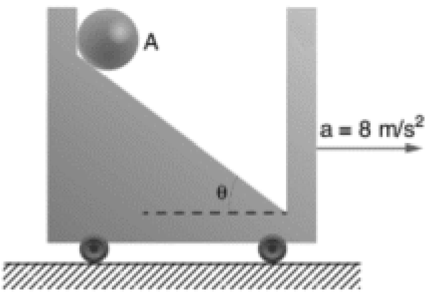
c) $a = g \cdot \left(\frac{L}{x}\right)$

d) $a = g \cdot \left(\frac{x}{L}\right)^3$

e) Não existem elementos suficientes para determinar a aceleração, pois, não foi informada a velocidade da corda.

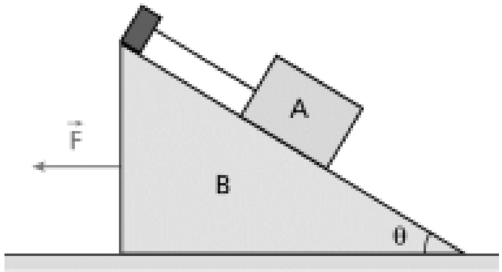
17. (Física Clássica)

O carrinho da figura desliza no plano horizontal com aceleração $8{,}0\ m/s^2$. O corpo A possui $4{,}0\ kg$ de massa e não há atrito entre o corpo e os planos de apoio. Sendo dado $sen\theta = 0{,}6$ e $g = 10\ m/s^2$, determine a força horizontal que a a parede vertical exerce no corpo, considerando-o em repouso em relação ao carrinho.



18.

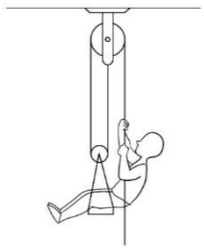
Na situação esquematizada na figura, o bloco A de massa m está apoiado sobre o prisma B de massa M. O bloco A deverá ser mantido em repouso em relação ao prisma B. Para tanto, utiliza-se um fio ideal paralelo à face do prisma inclinada de um ângulo θ em relação à superfície de apoio do sistema, considerada plana e horizontal. Todos os atritos são desprezíveis e a aceleração da gravidade local tem módulo g.



Aplica-se em B uma força constante horizontal $\vec{F}$ e o sistema é acelerado para a esquerda, admitindo que A permanece em contato com B, determine a máxima intensidade admissível para $\vec{F}$.

19. (ITA-SP)

Um homem cuja massa é 70 kg está sentado sobre um andaime pendurado num sistema de roldanas. Ele se eleva puxando a corda que passa pela roldana fixa, conforme a figura. Considerando $g = 9{,}8\ m/s^2$, desprezando os atritos, resistências e a massa do andaime e supondo que o homem se eleva muito lentamente. Calcule a intensidade da força que ele precisa exercer.

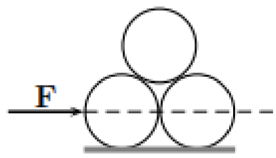


20. (OBF 2016)

Em uma obra é necessário baixar pilhas de entulho usando uma caçamba, uma polia e um cabo. O material deve deixar o andar superior com velocidade nula e chegar ao térreo, situado 10,0 m abaixo, também com velocidade nula. Em cada viagem, a caçamba transporta 50,0 kg de material e o cabo utilizado pode se romper caso for submetido a uma tensão superior a 2000 N. Considere um esquema que faz a viagem de descida no menor intervalo possível sujeito ainda à condição de segurança que a tensão no cabo não ultrapasse 70% do seu valor de ruptura. Nesse esquema, quanto tempo leva cada viagem de descida? (Considere desprezíveis as forças dissipativas e as massas da polia, da caçamba e do cabo). Dado g = 10 m/s2.

21. (ITA-2013)

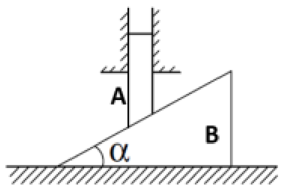
Num certo experimento, três cilindros idênticos encontram-se em contato pleno entre si, apoiados sobre uma mesa e sob a ação de uma força horizontal F, constante, aplicada na altura do centro de massa do cilindro da esquerda, perpendicularmente ao seu eixo, conforme a figura. Desconsiderando qualquer tipo de atrito, para que os três cilindros permaneçam em contato entre si, a aceleração a provocada pela força deve ser tal que



a) $\frac{g}{3\sqrt{3}} \leq a \leq g/\sqrt{3}$.
b) $\frac{2g}{3\sqrt{3}} \leq a \leq 4g/\sqrt{2}$.
c) $\frac{g}{2\sqrt{3}} \leq a \leq 4g/(3\sqrt{3})$.
d) $\frac{2g}{3\sqrt{2}} \leq a \leq 3g/(4\sqrt{2})$.
e) $\frac{g}{2\sqrt{3}} \leq a \leq 3g/(4\sqrt{3})$.

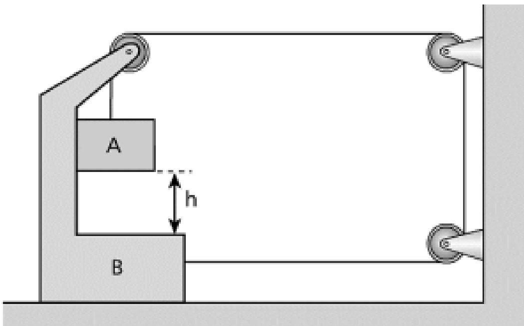
22.

Na figura a seguir, a barra A e massa m_A está inicialmente em repouso sobre a cunha B de massa m_B. Sabendo-se que os atritos são desprezíveis e que a aceleração da gravidade vale g, determine as acelerações de A e de B.



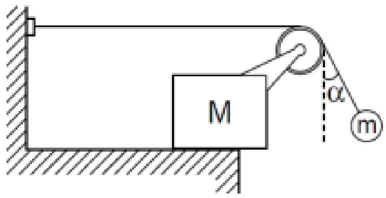
23.

No sistema representado na figura, não há atritos e o fio é ideal. Sabendo-se que a aceleração da gravidade vale g e ignorando-se a influência do ar, calcule o intervalo de tempo que o corpo A leva para atingir a base do corpo B quando abandonado de uma altura h em relação a B. Considere as massas de A e de B iguais a m e M, respectivamente.



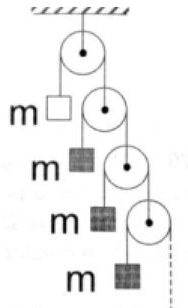
24.

Na figura, após o pêndulo ser abandonado do repouso, sua inclinação α com a vertical permanece constante. Determine a massa M do bloco e a sua aceleração em função da massa m da esfera, da aceleração da gravidade g e do ângulo α. Considere o fio e a polia ideais e despreze os atritos.



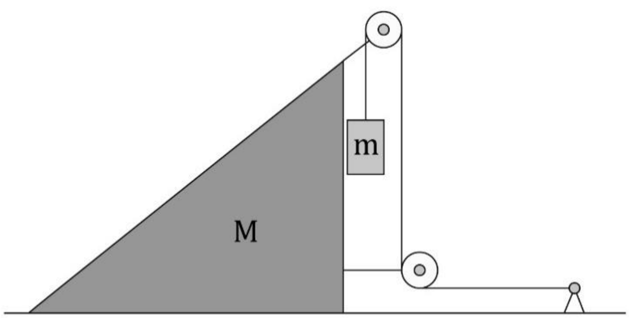
25.

Considere uma máquina de Atwood infinita, conforme mostra a figura. Uma corda passa por cada polia, que em uma das extremidades está conectada a uma massa e na outra extremidade a uma polia. Todas as massas são iguais a m e todas as polias e cordas são ideais. O sistema está em repouso inicialmente. Considerando-se a gravidade local igual a g, determine a aceleração da primeira massa (mais à esquerda na figura) quando o sistema for liberado.



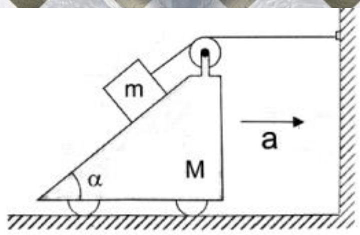
26.

Considere que todas as polias e fios são ideais e todos os atritos desprezíveis. Determine a aceleração do bloco de massa m em relação a Terra, quando o sistema é abandonado a partir do repouso. A gravidade local vale g.



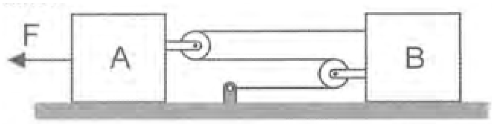
27.

Na figura a seguir, um bloco de massa m é abandonado sobre uma cunha de massa M e ângulo de inclinação α. O bloco é conectado a um fio ideal preso a uma parede vertical. Sabendo-se que a aceleração da gravidade vale g e desprezando-se todos os atritos, determine a aceleração adquirida pela cunha.



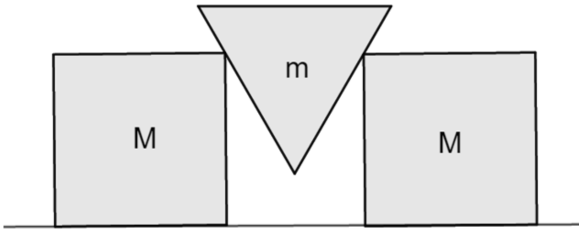
28.

Dois blocos A e b de massas m_A e m_B são puxados por uma força horizontal de intensidade F, em uma superfície perfeitamente lisa. Determine a aceleração de cada bloco e a tração no cabo.



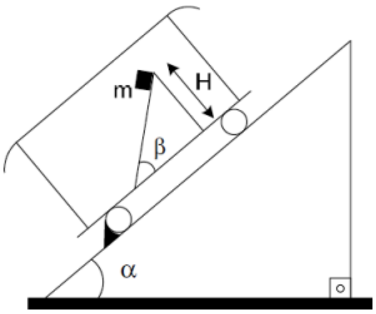
29.

Dois cubos idênticos de massa M e uma cunha de massa m cuja seção triangular equilátera repousa simetricamente sobre os blocos. Determine a aceleração da cunha e dos blocos, quando o sistema é abandonado do repouso.



30.

Na figura a seguir, o sistema se encontra inicialmente em repouso sobre a rampa de inclinação α devido às travas nas rodas do vagão. A rampa de inclinação β e altura H é fixa ao vagão e coloca-se um bloco de massa m no topo dessa rampa. Retirando-se as travas, o vagão passa a se mover rampa abaixo e o bloco é abandonado do repouso do topo da rampa no interior do vagão. Considerando-se a massa do vagão muito maior que a massa do bloco, determine o tempo que o bloco leva para atingir o piso do vagão. Considere a aceleração da gravidade igual a g e despreze todos os atritos.



31.

Um sistema formado por dois blocos de massas m_1 e m_2, ligados por uma corrente de massa m, estão sendo puxados por uma força horizontal de intensidade F. Determine a tração em cada extremidade da corrente.


M1
α
α
M2
F

GABARITO

3. Gabarito sem comentários

C
2) D
3) A
4) C
5) D
6) D
7) E
8) C
9) B
10) C
11) A
12) B
13) D
14) B
15) $F_x = \frac{xy}{lh} Ma,\ F_y = \frac{xy}{lh} Mg$
16) A
17) 2,0 N
18) $F = (M + m) \cdot g \cdot cotg\,\theta$
19) 229 N
20) 1,76 s
21) A
22) $a_A = \frac{m_A \cdot g \cdot tg^2\alpha}{m_B + m_A tg^2\alpha}$ e $a_B = \frac{m_A \cdot g \cdot tg\alpha}{m_B + m_A \cdot tg^2\alpha}$
23) $\sqrt{\frac{(5m+M)h}{2mg}}$
24) $M = \frac{(1-sen\alpha)^2}{sen\alpha} \cdot m$ e $a = g \cdot tg\alpha$
25) $g/2$
26) $a = \frac{\sqrt{2}mg}{M+2m}$
27) $a = \frac{mgsen\alpha}{M+2m(1-cos\alpha)}$
28) $a_A = \frac{9F}{13m},\ a_B = \frac{6F}{13m},\ T = \frac{2F}{13}$
29) $a = \frac{3mg}{2M+3m},\ a_{bloco} = \frac{\sqrt{3}mg}{2M+3m}$
30) $\Delta t = \sqrt{\frac{2H}{gcos\alpha sen^2\beta}}$
31) $T_1 = \frac{m}{2}\left[\frac{g}{\cos\alpha} - \frac{F}{\operatorname{sen}\alpha(M_1+M_2+m)}\right],\ T_2 = \frac{m}{2}\left[\frac{g}{\cos\alpha} + \frac{F}{\operatorname{sen}\alpha(M_1+M_2+m)}\right]$

ESCLARECENDO!

4. Lista de exercícios comentada

1. (ITA – 1969)

Um elevador de massa M sobe com velocidade cada vez menor (desaceleração constante igual a a). Após ter atingido sua posição máxima volta a descer com velocidade cada vez maior (aceleração constante igual a a). Sendo g a aceleração da gravidade local, a tensão no cabo do elevador vale:

	Na subida	Na descida
a)	$M\,(g - a)$	$M\,(g + a)$
b)	$M\,(g + a)$	$M\,(g - a)$
c)	$M\,(g - a)$	$M\,(g - a)$
d)	$M\,(g - a)$	$M\,(g + a)$

e) Nenhuma das respostas acima

Comentários:

A gravidade aparente é dada por:

$$\vec{g}_{ap} = \vec{g} - \vec{a}$$

No caso do elevador subindo com uma desaceleração, temos que o vetor aceleração do elevador tem sentido para baixo, então:

$$\boxed{g_{ap\,subida} = g - a}$$

Quando o elevador começa a descer acelerado, temos que o vetor aceleração também tem sentido para baixo, logo:

$$\boxed{g_{ap\,descida} = g - a}$$

Em ambos os casos, o peso aparente do elevado é igual a tração no cabo que o segura:

$$\boxed{T = P_{ap} = M(g - a)}$$

Gabarito: C

2. (ITA – 1977)

Uma partícula se move sobre uma reta e seu movimento é observado de um referencial inercial. A diferença $V_2 - V_1$ das velocidades desta partícula, nos instantes t_2 e t_1 respectivamente:

a) irá depender exclusivamente dos valores das forças que agem sobre a partícula nos instantes t_1 (inicial) e t_2 (final).

b) irá depender exclusivamente do impulso da força aplicada a partícula no intervalo t_1, t_2 e da velocidade inicial.

c) irá depender exclusivamente do valor médio da força no intervalo de tempo t_1 e t_2.

d) será igual a $a(t_2 - t_1)$ onde a é o valor médio da aceleração da partícula no intervalo t_1, t_2.

e) Nenhuma das respostas acima é correta.

Comentários:

Se o referencial é inercial, a aceleração média é dada por:

$$a_m = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1}$$

Conforme a definição. Além disso, lembramos a aceleração média e aceleração instantânea independem dos referenciais tomados desde que eles sejam inerciais. Logo, a diferença das velocidades é dada por:

$$\boxed{V_2 - V_1 = a_m(t_2 - t_1)}$$

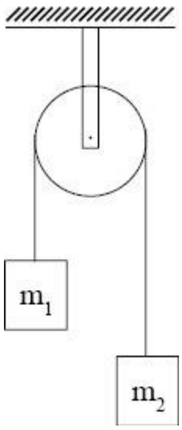
A letra a) está errada, pois, dado que o referencial é inercial, para relacionar a diferença das velocidades e as diferenças de tempo, basta conhecermos a aceleração média, de acordo com sua definição.

Gabarito: D

---

3. (ITA – 1976)

No sistema esquematizado são desprezíveis: o atrito, o momento de inércia da roldana e a massa do fio que liga as massas m_1 e m_2. Sabe-se que $m_1 > m_2$ e que a aceleração da gravidade local é $\vec{g}$.



A tensão T no fio e a aceleração $\vec{a}$ da massa m_1 são, respectivamente, dadas por:

a) $T = \frac{2m_1m_2g}{m_1+m_2}$ e $a = \frac{(m_1-m_2)g}{m_1+m_2}$

b) $T = \frac{m_1m_2g}{m_1+m_2}$ e $a = \frac{(m_1-m_2)g}{m_1+m_2}$C

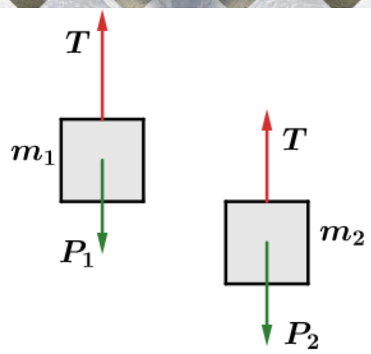
c) $T = (m_1 - m_2)g$ e $a = \frac{(m_1-m_2)g}{m_1+m_2}$

d) $T = (m_1 - m_2)g$ e $a = \frac{(m_1-m_2)g}{m_1}$

e) $T = (m_1 + m_2)g$ e $a = \frac{(m_1-m_2)g}{m_1}$

Comentários:

Fazendo o diagrama de forças dos bloquinhos, temos que:



Dando que $m_1 > m_2$ a tendência do movimento seria o bloco 1 descer e o bloco 2 subir. Assim, escrevemos a 2ª lei para cada bloco:

$$\begin{cases} P_1 - T = m_1 \cdot a \\ T - P_2 = m_2 \cdot a \end{cases}$$

Somando as equações temos que:

$$\boxed{a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot g}$$

Então, a tração é dada por:

$$\boxed{T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot g}$$

Gabarito: A

---

4. (ITA – 1980)

Um vagão desloca-se horizontalmente, em linha reta, com uma aceleração a constante. Um pêndulo simples está suspenso do teto do vagão. O pêndulo na está oscilando e nessa posição de equilíbrio forma um ângulo com a vertical. Calcular a tensão F no fio do pêndulo.

a) $F = m \cdot g \cdot cos\theta$

b) $F = m \cdot a \cdot sen\theta$

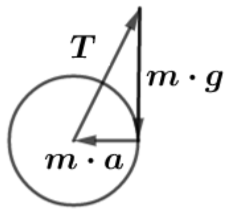
c) $F = m \cdot \sqrt{a^2 + g^2}$

d) $F = m(g \cdot cos\theta - a \cdot sen\theta)$

e) $F = m(g \cdot sen\theta + a \cdot cos\theta)$

Comentários:

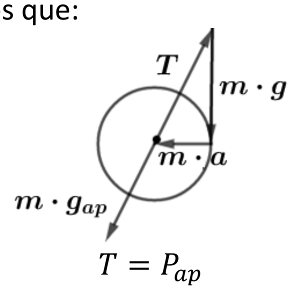
Utilizando o conceito de força fictícia, e adotando que o vagão se desloca para a direita, temos o seguinte diagrama de forças.



Pelo teorema de Pitágoras, temos que:

$$T^2 = (m \cdot a)^2 + (m \cdot g)^2 \Rightarrow \boxed{T = m \cdot \sqrt{a^2 + g^2}}$$

Ou por gravidade aparente, temos que:

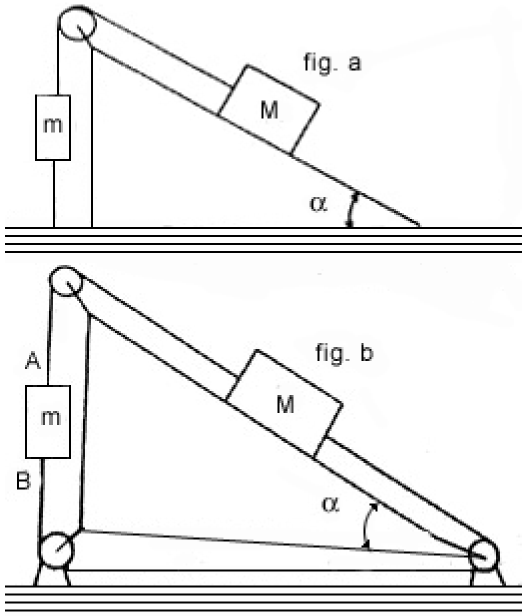


$$T = m \cdot g_{ap} \therefore \boxed{T = m \cdot \sqrt{a^2 + g^2}}$$

Gabarito: C

5. (ITA – 1981)

A figura (a) representa um plano inclinado cujo ângulo de inclinação sobre o horizonte é α e sobre ele pode deslizar, sem atrito, um corpo de massa M. O contrapeso tem massa m, uma das extremidades do fio está fixa ao solo. Na figura (b) o plano inclinado foi suspenso, de modo a se pode ligar as massas m e M por meio do outro fio. Desprezando os atritos nos suportes dos fios, desprezando a massa dos fios e sendo dada a aceleração da gravidade g, podemos afirmar que:



a) No caso (a) a posição de equilíbrio estático do sistema ocorre se e somente se $M \cdot sen\alpha = m$.

b) Tanto no caso (a) como no caso (b) o equilíbrio se estabelece quando e somente quando $M = m$.

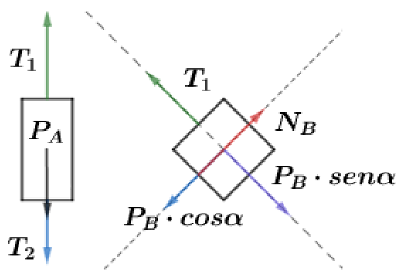
c) No caso (b) o corpo m é tracionado em A por uma força $T_A = (m + M \cdot sen)g$.

d) No caso (b) a aceleração do corpo M é $\frac{g(M \cdot sen\alpha - m)}{M+m}$ no sentido descendente.

e) No caso (a) não há nenhuma posição possível de equilíbrio estático.

Comentários:

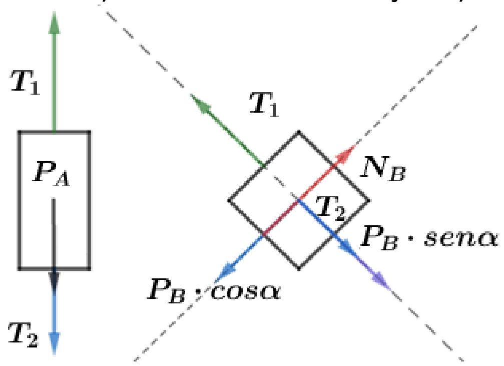
Na situação a):



Se existisse equilíbrio estático na primeira situação, escreveríamos a 2ª lei para cada bloco, sabendo que a aceleração do sistema é nula:

$$\begin{cases} T_1 - (P_A + T_2) = 0 \\ T_1 - P_B \cdot sen\alpha = 0 \end{cases} \therefore \begin{cases} T_1 = M \cdot g \cdot sen\alpha \\ T_2 = (M \cdot sen\alpha - m) \cdot g \end{cases}$$

Tal resultado mostra que o item a) está errado. Na situação b):



Repare que agora a T_2 também está em B, então as equações nesta situação tornam-se:

$$\begin{cases} T_1 - (P_B \cdot sen\alpha + T_2) = M \cdot a \\ (P_A + T_2) - T_1 = m \cdot a \end{cases}$$

Ao somar estas equações, temos que:

$$T_1 - (P_B \cdot sen\alpha + T_2) + (P_A + T_2) - T_1 = (m + M) \cdot a$$

$$\therefore P_A - P_B \cdot sen\alpha = (m + M) \cdot a$$

$$\boxed{a = \frac{m - M \cdot sen\alpha}{m + M} \cdot g}$$

Se $M \cdot sen\alpha > m$, então o bloco desce o plano inclinado com aceleração:

$$\boxed{a = \frac{M \cdot sen\alpha - m}{m + M} \cdot g}$$

Note que ele não disse uma relação entre as massas, mas como m é contrapeso de M, subentende-se que $M \gg m$.

Gabarito: D

---

6. (ITA – 1982)

O plano inclinado da figura 4 tem massa M e sobre ele se apoia um objeto de massa m. O ângulo de inclinação é a e não há atrito nem entre o plano inclinado e o objeto, nem entre o plano inclinado e o apoio horizontal. Aplica-se uma força F horizontal ao plano inclinado e constata-se que o sistema todo se move horizontalmente sem que o objeto deslize em relação ao plano inclinado. Podemos afirmar que, sendo g a aceleração da gravidade local:

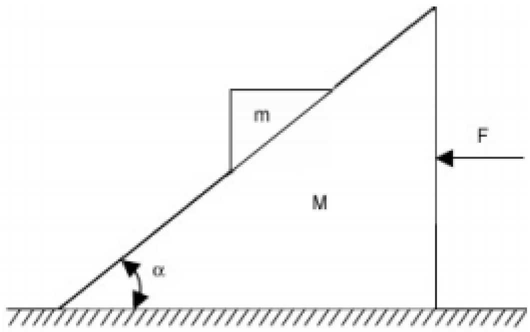
a) $F = mg$

b) $F = (M + m)g$

c) F tem que ser infinitamente grande

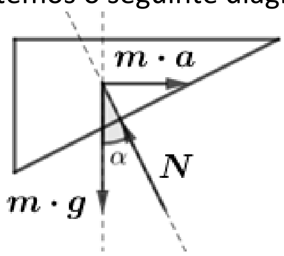
d) $F = (M + m)g \cdot tg\alpha$

e) $F = Mg \cdot sen\alpha$

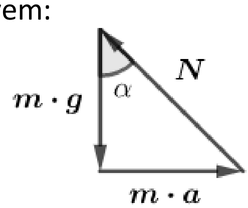


Comentários:

Vamos fazer este exercício utilizando o conceito de força fictícia. Aplicando este conceito, temos o seguinte diagrama de forças no bloco de massa m:



Fechando o triângulos das forças, vem:



Pela $tg\alpha$, encontramos que:

$$tg\alpha = \frac{m \cdot a}{m \cdot g} \Rightarrow \boxed{a = g \cdot tg\alpha}$$

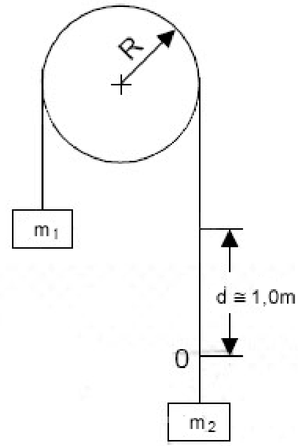
Mas, como os dois blocos caminham juntos para a esquerda, podemos escrever a segunda lei de Newton para o sistema:

$$F = F_R$$
$$F = (m + M) \cdot a \therefore \boxed{F = (m + M) \cdot g \cdot tg\alpha}$$

Gabarito: D

7. (ITA – 1986)

Na figura a seguir, as duas massas $m_1 = 1{,}0\ kg$ e $m_2 = 2{,}0\ kg$, estão ligadas por um fio de massa desprezível que passa por uma polia também de massa desprezível, e raio R. Inicialmente m_2, é colocada em movimento ascendente, gastando 0,20 segundos para percorrer a distância $d = 1{,}0\ m$ indicada.Nessas condições m_2 passará novamente pelo ponto "0" após aproximadamente:



Obs: adotar para $g = 10{,}0\ m \cdot s^{-2}$.

a) 0,4 s

b) 1,4 s

c) 1,6 s

d) 2,8 s

e) 3,2 s

Comentários:

A questão menciona que o bloco 2 é colocado em movimento ascendente. Vamos dizer que isso é feito muito suavemente. Após colocar a massa dois, sabemos que a aceleração do sistema é dada por:

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \cdot g$$

Para os valores dados, temos que:

$$a = \frac{g}{3}$$

Dado o tempo que o bloco levou para percorrer 1 metro, podemos calcular a velocidade inicial, quando o bloco 2 é colocado no sistema:

$$\Delta y = v_0 \cdot t - \frac{a_y \cdot t^2}{2}$$
$$1 = v_0 . 0{,}2 - \frac{\frac{g}{3} \cdot 0{,}2^2}{2} \Rightarrow v_0 = \frac{16}{3} m/s$$

Trata-se de um lançamento na vertical com aceleração de módulo constante, então, podemos calcular o tempo de subida pela equação horária da velocidade:

$$v = v_0 + a_y \cdot t$$
$$0 = \frac{16}{3} - \frac{10}{3} \cdot t_{subida} \Rightarrow t_{subida} = 1{,}6\ s$$

Logo o tempo total é:

$$t_{Total} = 2t_{subida} \Rightarrow \boxed{t_{Total} = 3{,}2\ s}$$

Gabarito: E

8. (ITA – 1995)

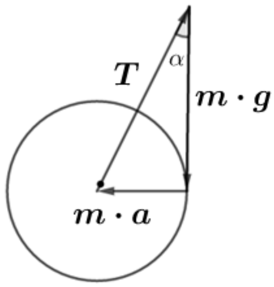
Um pêndulo simples no interior de um avião tem a extremidade superior do fio fixa no teto. Quando o avião está parado o pêndulo fica na posição vertical. Durante a corrida para a decolagem a aceleração a do avião foi constante e o pêndulo fez um ângulo com a vertical. Sendo g a aceleração da gravidade, a relação entre o a, e g é:

a) $g^2 = (1 - sen^2\theta)a^2$ b) $g^2 = (a^2 + g^2)sen^2\theta$ c) $a = g \cdot tg\theta$

d) $a = g\ sen\theta\ cosv$ e) $g^2 = a^2 sen^2\theta + g^2 \cos^2\theta$

Comentários:

Semelhante ao exercício 11, a relação das forças é dada por:



Podemos relacionar as acelerações por:

$$tg\alpha = \frac{a}{g} \Rightarrow \boxed{a = g \cdot tg\alpha}$$

Gabarito: C

---

9. (ITA – 1996)

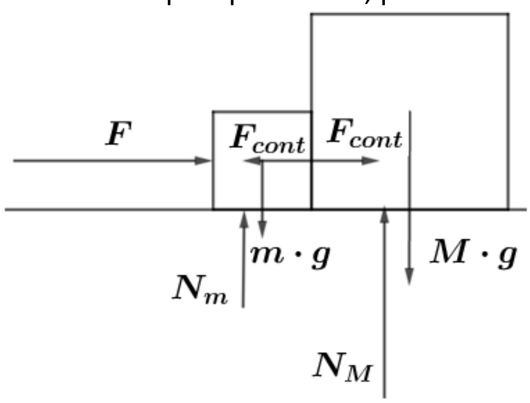
Fazendo compras num supermercado, um estudante utiliza dois carrinhos. Empurra o primeiro de massa m, com uma força F, horizontal, o qual, por sua vez, empurra outro de massa M sobre um assoalho plano e horizontal. Se o atrito entre os carrinhos e o assoalho puder ser desprezado, pode-se afirmar que a força que está aplicada sobre o segundo carrinho é:

a) F b) $\frac{MF}{m+M}$ c) $\frac{F(m+M)}{M}$

d) $\frac{F}{2}$ e) outra expressão diferente

Comentários:

Representando os carrinhos de compras por blocos, podemos escrever que:



Para o conjunto, a aceleração é dada por:

$$a = \frac{F}{m + M}$$

Para o segundo bloco, temos que:

$$F_{cont} = F_R \Rightarrow \boxed{F_{cont} = M \cdot \frac{F}{m+M}}$$

Gabarito: B

10. (ITA – 1996)

Um corpo de massa M é lançado com velocidade inicial v formando com a horizontal um ângulo α, num local onde a aceleração da gravidade é g. Suponha que o vento atue de forma favorável sobre o corpo durante todo o tempo(ajudando a ir mais longe), com uma força F horizontal constante. Considere t como sendo o tempo total de permanência no ar. Nessas condições, o alcance do corpo é:

a) $\frac{v^2 sen2\alpha}{g}$

b) $2v.t + F.t^2.2m$

c) $\frac{v^2.sen(2\alpha)\left[1+\frac{Ftg\alpha}{Mg}\right]}{g}$

d) $v.t$

e) outra expressão diferente das mencionadas.

Comentários:

Se a força horizontal é F e dado que não existe mais nenhuma força na horizontal, ela é a resultante. Assim, a aceleração na horizontal é dada por:

$$F = M \cdot a_x \Rightarrow \boxed{a_x = \frac{F}{M}}$$

Pelo Princípio da Independência dos movimentos proposto por Galileu (aula 02), temos que:

- Em x:

$$x = (v \cdot cos\alpha).t + \frac{a_x \cdot t^2}{2}$$

A aceleração a_x está no mesmo sentido da velocidade, de acordo com o enunciado.

- Em y:
Tempo de subida ainda é o mesmo, não alterou-se o movimento na vertical, logo:

$$t_{voo} = \frac{2 \cdot v \cdot sen\alpha}{g}$$

Logo, o deslocamento em x para esse tempo de voo é de:

$$x(t_{voo}) = (v \cdot cos\alpha)\left(\frac{2 \cdot v \cdot sen\alpha}{g}\right) + \frac{\frac{F}{M} \cdot \left(\frac{2 \cdot v \cdot sen\alpha}{g}\right)^2}{2}$$

$$\boxed{x(t_{voo}) = \left(\frac{v^2 \cdot sen2\alpha}{g}\right)\left(1 + 2 \cdot \frac{F}{M \cdot g} tg\alpha\right)}$$

Gabarito: C

11. (ITA – 1996)

Dois blocos de massa M estão unidos por um fio de massa desprezível que passa por uma roldana com um eixo fixo. Um terceiro bloco de massa m é colocado suavemente sobre um dos blocos, como mostra a figura. Com que força esse pequeno bloco de massa m pressionará o bloco sobre o qual foi colocado?

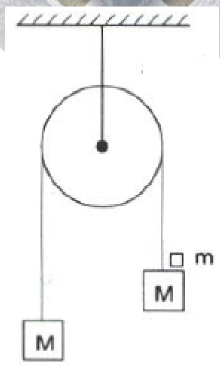
a) $\frac{2mM}{2M+m} \cdot g$

b) mg

c) $(m-M)g$

d) $\frac{mg}{2M+m}$

e) outra expressão

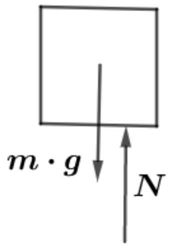


Comentários:

Ao adicionar a massa m, sabemos que a aceleração do sistema será dada por:

$$a = \frac{m+M-M}{m+M+M} \cdot g \Rightarrow \boxed{a = \frac{m}{m+2M} \cdot g}$$

Podemos calcular o módulo da força que m exerce em M, vamos calcular a força que M exerce em m, pois, constitui um par ação e reação:



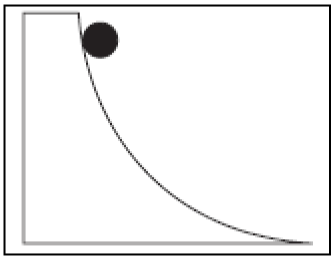
$$m \cdot g - N = m \cdot a$$

$$N = m \cdot g - m \cdot \frac{m}{m+2M} \cdot g \Rightarrow \boxed{N = \frac{2mM}{m+2M} \cdot g}$$

Gabarito: A

12. (ITA – 1998)

Considere uma partícula maciça que desce uma superfície côncava e sem atrito, sob a influência da gravidade, como mostra a figura. Na direção do movimento da partícula, ocorre que:



a) a velocidade e a aceleração crescem.

b) a velocidade cresce e a aceleração decresce.

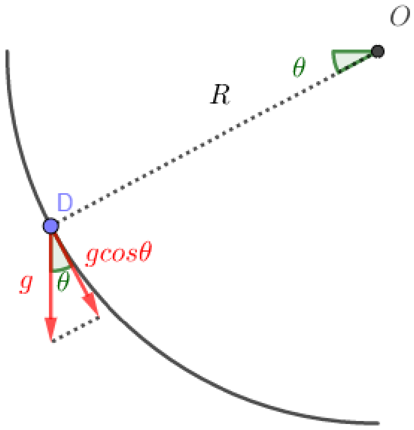
c) a velocidade decresce e a aceleração cresce.

d) a velocidade e a aceleração decrescem.

e) a velocidade e a aceleração permanecem constantes.

Comentários:

Conforme a patícula desce o plano ela perde altura, de modo que temos uma transferência de energia potencial gravitacional para energia cinética, concluindo-se assim que sua velocidade aumenta. Considere a representação do movimento abaixo:



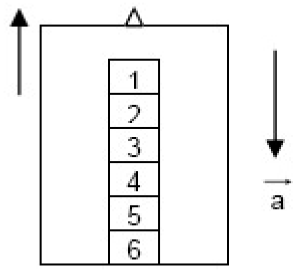
A componente tangencial da aceleração da partícula $g\cos\theta$ descresce conforme ela desce o plano inclinado, já que a função cosseno é decrescente no primeiro quadrante e $\theta \leq 90°$.

Gabarito: B.

---

13. (ITA – 2000)

Uma pilha de seis blocos iguais, de mesma massa m, repousa sobre o piso de um elevador, com uma aceleração de módulo a. O módulo da força que o bloco 3 exerce sobre o bloco 2 é dado por:



a) $3m(g + a)$ b) $3m(g - a)$ c) $2m(g + a)$

d) $2m(g - a)$ e) $m(2g - a)$

Comentários:

No referencial do elevador, temos uma força fictícia ma direcionada para cima, assim a gravidade aparente sentida pelos corpos é:

$$g_{apa} = g - a$$

A força que 3 exerce em 2 é a normal entre esses dois corpos. Considere o sistema bloco 1 + bloco 2. Esse sistema está em repouso, logo a resultante de forças sobre ele deve ser nulo:

$$R = P_{apa,1,2} - N_{2,3}$$
$$0 = (m+m)(g-a) - N_{2,3} \Rightarrow N_{2,3} = 2m(g-a)$$

Gabarito: D

---

14. (ITA-2011)

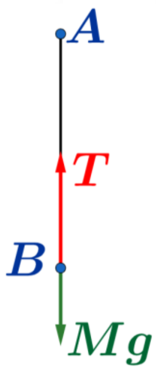
Um corpo de massa M, inicialmente em repouso, é erguido por uma corda de massa desprezível até uma altura H, onde fica novamente em repouso. Considere que a maior tração que a corda pode suportar tenha módulo igual a nMg, em que $n > 1$. Qual deve ser o menor tempo possível para ser feito o erguimento desse corpo?

a) $\sqrt{\frac{2H}{(n-1)g}}$ b) $\sqrt{\frac{2nH}{(n-1)g}}$ c) $\sqrt{\frac{nH}{2(n-1)^2g}}$

d) $\sqrt{\frac{4nH}{(n-2)g}}$ e) $\sqrt{\frac{4nH}{(n-1)g}}$

Comentários:

Para o corpo ser erguido no menor tempo possível teremos que imprimir a maior aceleração possível nele, lembrando, porém, que ele deve alcançar o fim do trajeto em repouso, então a força exercida pela corda deve cessar em algum ponto antes do fim do movimento. Considere a representação do movimento abaixo:



B representa o corpo e A o ponto onde a corda é puxada. Pela Segunda Lei de Newton:

$$Ma = T - Mg$$
$$T = M(a + g) \leq nMg$$
$$a \leq (n-1)g \Rightarrow a_{max} = (n-1)g$$

Chamaremos esse de trecho 1 do movimento. Quando a força for cessada o corpo terá uma aceleração negativa – g da gravidade, chamaremos esse de trecho 2 do movimento.

Chamaremos a velocidade do corpo no momento de transição entre o trecho 1 e 2 de v. Pelo movimento do primeiro trecho, temos:

$$v = a_{max}t_1$$
$$v = (n-1)gt_1 \quad (eq.1)$$

Pelo movimento do segundo trecho:

$$v_f = v_0 - gt$$
$$0 = v - gt_2 \Rightarrow v = gt_2 \quad (eq.2)$$

Igualando (1) e (2), obtemos:

$$t_2 = (n-1)t_1$$

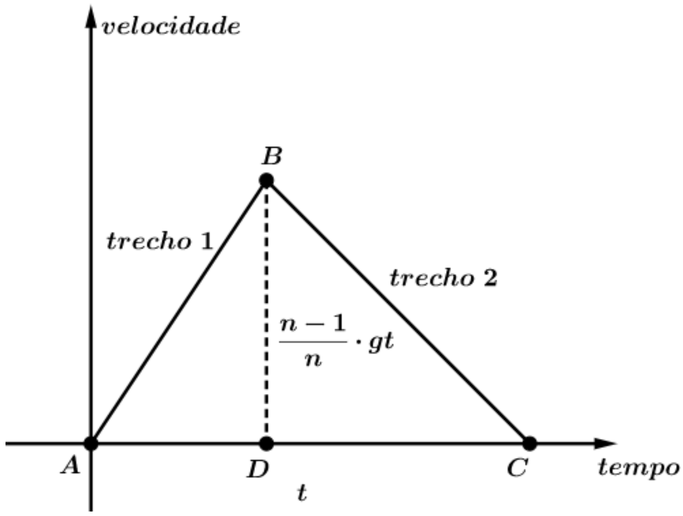
O tempo total é dado por:

$$t = t_1 + t_2 \Rightarrow t_1 = \frac{t}{n} \quad (eq.3)$$

Substituindo (3) em (1), temos:

$$v = \frac{n-1}{n}gt$$

Graficamente:



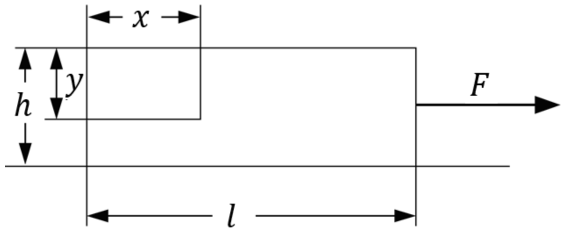
A área abaixo do gráfico é o deslocamento do corpo no intervalo:

$$H = \frac{1}{2}\frac{n-1}{n}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2Hn}{(n-1)g}}$$

Gabarito: B

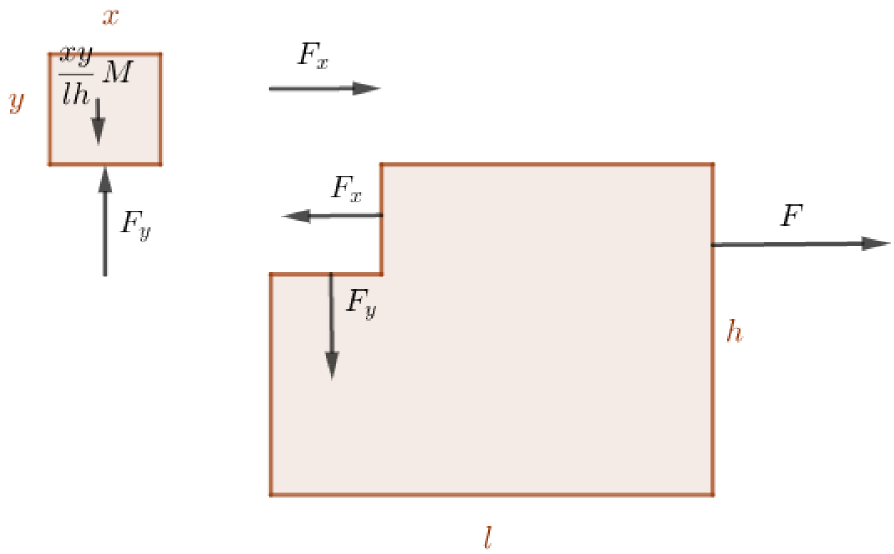
15. (Saraeva)

Em um bloco homogêneo de massa M age uma força F. Determine as forças que agem sobre a parte sombreada conforme na figura. Despreze os atritos.



Comentários:

Considere a esquematização das forças na figura abaixo:



Pela homogeneidade do bloco podemos deduzir que a massa de uma porção dele é proporcional à área dela. Assim a massa da região sombreada é $\frac{xy}{lh}M$.

Usando a Segunda Lei de Newton no bloco inteiro:

$$F = M \cdot a \Rightarrow a = \frac{F}{M}$$

No bloco pequeno temos:

Eixo x -

$$F_x = \frac{xy}{lh}Ma$$

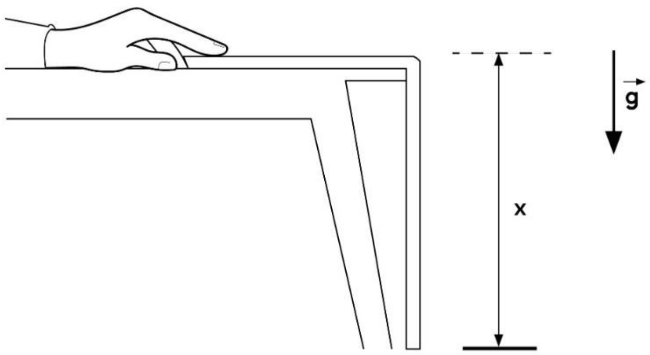
Eixo y –

$$F_y - \frac{xy}{lh}Mg = 0 \Rightarrow F_y = \frac{xy}{lh}Mg$$

Gabarito: $\boldsymbol{F_x = \frac{xy}{lh}Ma, F_y = \frac{xy}{lh}Mg}$.

16. (Tópicos de Física)

Uma corda homogênea tem secção transversal constante e comprimento total L. A corda encontra-se inicialmente em repouso, com um trecho de seu comprimento apoiado em uma mesa horizontal e perfeitamente lisa, conforme indica a figura. Num determinado instante, a corda é abandonada, adquirindo movimento acelerado. Não considerando a resistência do ar e assumindo para o módulo da aceleração da gravidade o valor g, aponte a alternativa que apresenta como varia o módulo da aceleração da corda em função do comprimento pendente x:



a) $a = g \cdot \left(\frac{x}{L}\right)$

b) $a = g \cdot \left(\frac{x}{L}\right)^2$

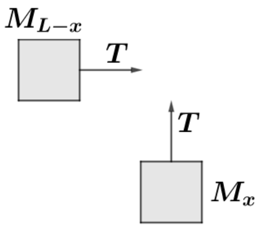
c) $a = g \cdot \left(\frac{L}{x}\right)$

d) $a = g \cdot \left(\frac{x}{L}\right)^3$

e) Não existem elementos suficientes para determinar a aceleração, pois, não foi informada a velocidade da corda.

Comentários:

Considere as duas partes da corda como sistemas separados. Chamaremos a força entre elas de T.



Podemos escrever cada massa como uma porcentagem da massa total da corda e seu respectivo comprimento, quando consideramos sua densidade linear de massa constante:

$$M_x = \frac{x}{L} \cdot M \ e \ M_{L-x} = \frac{L-x}{L} \cdot M$$

Dessa forma, temos que a tração em M_{L-x} é dada por:

$$T = \frac{(L-x)}{L} Ma \quad (eq. 1)$$

Sendo M a massa total da corda. Aplicando a Segunda Lei para a parte que está pendurada, obtemos:

$$\frac{x}{L} Mg - T = \frac{x}{L} Ma \quad (eq. 2)$$

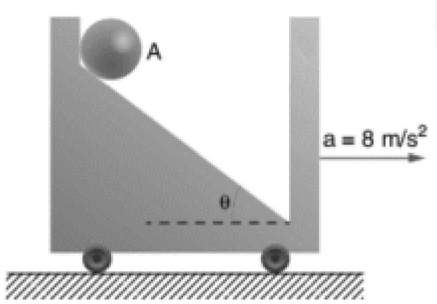
Somando (1) e (2), obtemos:

$$\frac{x}{L} Mg = Ma \Rightarrow a = \left(\frac{x}{L}\right) g$$

Gabarito: A.

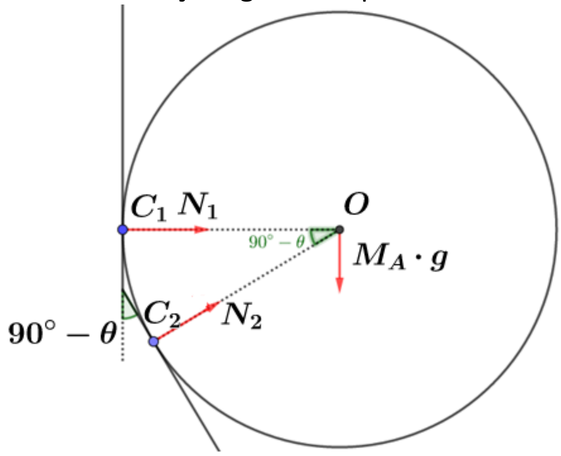
17. (Física Clássica)

O carrinho da figura desliza no plano horizontal com aceleração $8{,}0 \ m/s^2$. O corpo A possui $4{,}0 \ kg$ de massa e não há atrito entre o corpo e os planos de apoio. Sendo dado $sen\theta = 0{,}6$ e $g = 10 \ m/s^2$, determine a força horizontal que a a parede vertical exerce no corpo, considerando-o em repouso em relação ao carrinho.



Comentários:

Considere a esquematizando das forças agindo corpo abaixo:



Como o corpo está em repouso em relação ao carrinho e se mantém assim, suas acelerações são as mesmas em ambos os eixos. Usando a Segunda Lei:

Eixo y –

$$N_2 \cos\theta = M_A g$$
$$N_2 = \frac{M_A g}{\cos\theta} \Rightarrow N_2 = 50N$$

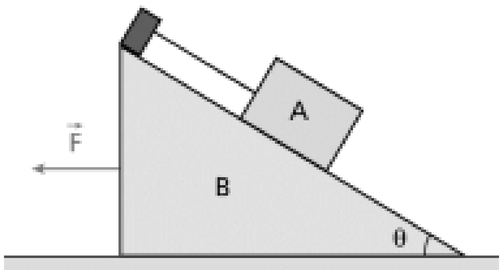
Eixo x –

$$N_1 + N_2 \operatorname{sen}\theta = M_A a$$
$$N_1 + 50 \,.\, 0{,}6 = 32 \Rightarrow N_1 = 2\,N$$

Gabarito: 2,0 N.

18.

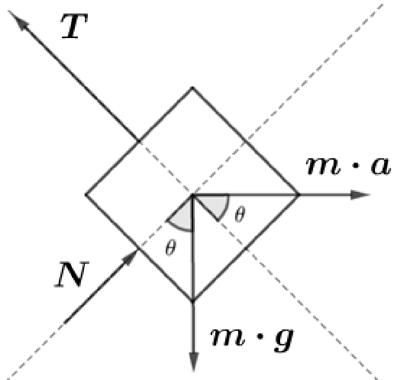
Na situação esquematizada na figura, o bloco A de massa m está apoiado sobre o prisma B de massa M. O bloco A deverá ser mantido em repouso em relação ao prisma B. Para tanto, utiliza-se um fio ideal paralelo à face do prisma inclinada de um ângulo θ em relação à superfície de apoio do sistema, considerada plana e horizontal. Todos os atritos são desprezíveis e a aceleração da gravidade local tem módulo g.



Aplica-se em B uma força constante horizontal $\vec{F}$ e o sistema é acelerado para a esquerda, admitindo que A permanece em contato com B, determine a máxima intensidade admissível para $\vec{F}$.

Comentários:

Analisando as forças sobre A no referencial de B, vemos a existência de uma força fictícia horizontal direcionada para a direita. Na direção perpendicular a B, temos uma componente do peso agindo e uma dessa força de Einstein, quando a componente da força de Einstein tiver maior intensidade o bloco A perderá contato com B. Na direção perpendicular a B temos:



$$m \cdot g \cdot \cos\theta = m \cdot a \cdot \operatorname{sen}\theta + N$$
$$N = m \cdot (g \cdot \cos\theta - a \cdot \operatorname{sen}\theta)$$

Como o corpo B está em repouso em relação a A, temos:

$$N \geq 0$$
$$m \cdot (g \cdot \cos\theta - a \cdot \operatorname{sen}\theta) \geq 0 \Rightarrow g \cdot \cos\theta - a \cdot sen\,\theta \geq 0$$
$$a \leq g \cdot \frac{\cos\theta}{sen\,\theta} \Rightarrow a \leq g \cdot cotg\,\theta\ (eq.1)$$

Perceba que o sistema todo tem a mesma aceleração horizontal a. Usando a Segunda Lei no sistema:

$$F = (M + m) \cdot a$$

Usando (1):

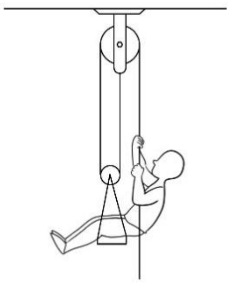
$$F \leq (M + m) \cdot g \cdot cotg\,\theta$$

Gabarito: $\boldsymbol{F_{max} = (M + m) \cdot g \cdot cotg\theta}$

---

19. (ITA-SP)

Um homem cuja massa é 70 kg está sentado sobre um andaime pendurado num sistema de roldanas. Ele se eleva puxando a corda que passa pela roldana fixa, conforme a figura. Considerando $g = 9{,}8\,m/s^2$, desprezando os atritos, resistências e a massa do andaime e supondo que o homem se eleva muito lentamente. Calcule a intensidade da força que ele precisa exercer.



Comentários:

A questão quer dizer que sistema está aproximadamente em equilíbrio durante todo o processo. Perceba que todos os três braços de cordas que vemos fazem parte da mesma corda, logo todos possuem a mesma tração T. Usando a Segunda Lei:

$$3T - mg = 0$$
$$T = \frac{70\,.\,9{,}8}{3} \approx 229\ N$$

Perceba que o homem puxa um dos braços da corda, e como foi dito anteriormente o sistema está em equilíbrio, então a força que ele imprime é igual a tração na corda.

Gabarito: 229 N

---

20. (OBF 2016)

Em uma obra é necessário baixar pilhas de entulho usando uma caçamba, uma polia e um cabo. O material deve deixar o andar superior com velocidade nula e chegar ao térreo, situado 10,0 m abaixo, também com velocidade nula. Em cada viagem, a caçamba transporta 50,0 kg de material e o cabo utilizado pode se romper caso for submetido a uma tensão superior a 2000 N. Considere um esquema que faz a viagem de descida no menor intervalo possível sujeito ainda à condição de segurança que a tensão no cabo não ultrapasse 70% do seu valor de ruptura. Nesse esquema, quanto tempo leva cada viagem de descida? (Considere desprezíveis as forças dissipativas e as massas da polia, da caçamba e do cabo). Dado $g = 10\,m/s^2$.

Comentários:

Considere o movimento composto de dois trechos:

1° O material caí somente sobre o efeito do campo gravitacional, em queda livre.

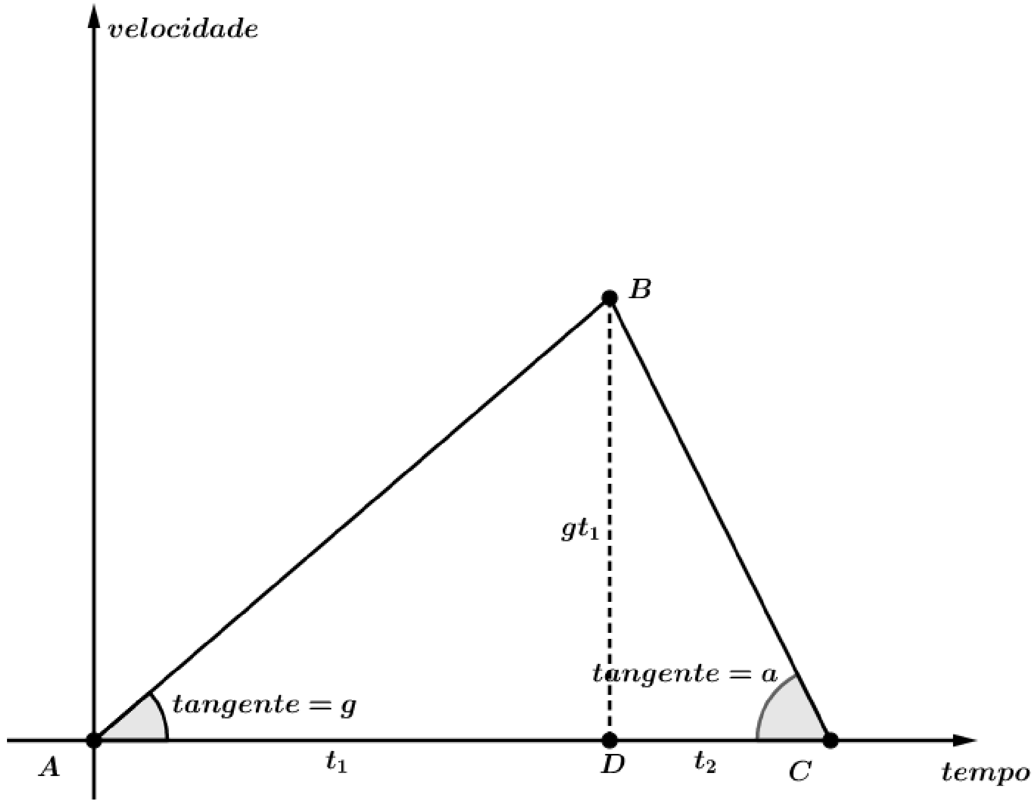
2° O material sofre uma desasceleração provinda da tensão no cabo, o qual deverá ser 70% da máxima suportada.

Note que para termos o tempo mínimo o corpo deve passar o máximo de tempo possível no movimento com aceleração positiva. O limitante disso é a tensão suportada pelo cabo: se o cabo suportasse maior tensão o trecho dois começaria instantes depois com uma aceleração mais intensa (de modo que o corpo parasse a tempo).

Chamaremos o tempo transcorrido no trecho 1 e 2 de t_1 e t_2, respectivamente. A aceleração do trecho 1 é apenas a gravidade. Calculando a aceleração do trecho 2:

$$ma = 0{,}7T_{max} - P$$
$$50a = 1400 - 500 \Rightarrow a = 18\,m/s^2 \ \ (para\ cima)$$

Graficamente temos:



Usando triângulo da direita para calcular a altura mostrada na figura, obtemos:

$$gt_1 = at_2 \Rightarrow t_2 = \frac{g}{a}t_1 \quad (eq.1)$$

Considere o tempo total do deslocamento como:

$$t = t_1 + t_2$$

Substituindo (1), temos:

$$t = \frac{t_1(a+g)}{a} \Rightarrow t_1 = \frac{at}{a+g}$$

Sabendo que a distância percorrida em movimento pode ser calculada através da área do gráfico v x t, temos:

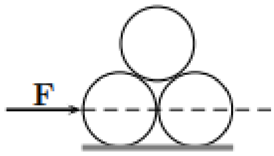
$$H = \frac{(t_1+t_2)gt_1}{2} \Rightarrow H = \frac{agt^2}{2(a+g)}$$

$$t = \sqrt{\frac{2(a+g)H}{ag}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\cdot 28\cdot 10}{18\cdot 10}} \approx 1{,}76\ s$$

Gabarito: 1,76 s

21. (ITA-2013)

Num certo experimento, três cilindros idênticos encontram-se em contato pleno entre si, apoiados sobre uma mesa e sob a ação de uma força horizontal F, constante, aplicada na altura do centro de massa do cilindro da esquerda, perpendicularmente ao seu eixo, conforme a figura. Desconsiderando qualquer tipo de atrito, para que os três cilindros permaneçam em contato entre si, a aceleração a provocada pela força deve ser tal que

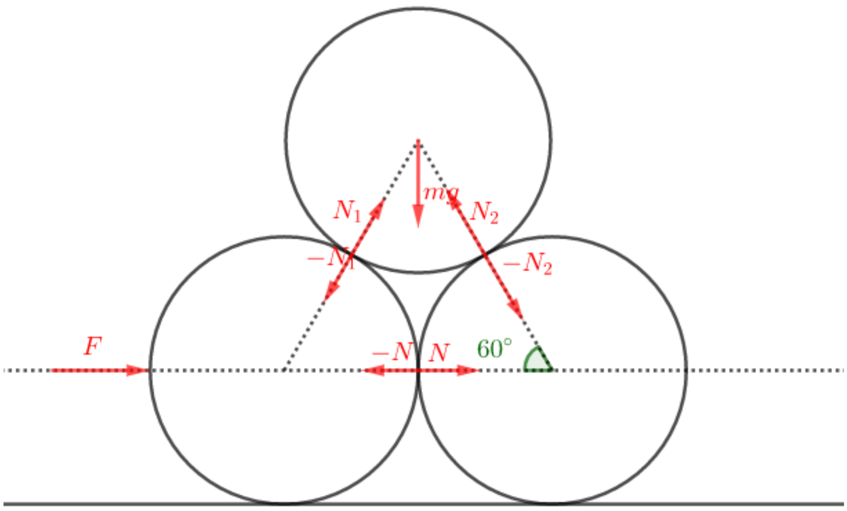


a) $\frac{g}{3\sqrt{3}} \le a \le g/\sqrt{3}$. b) $\frac{2g}{3\sqrt{3}} \le a \le 4g/\sqrt{2}$. c) $\frac{g}{2\sqrt{3}} \le a \le 4g/(3\sqrt{3})$.

d) $\frac{2g}{3\sqrt{2}} \le a \le 3g/(4\sqrt{2})$. e) $\frac{g}{2\sqrt{3}} \le a \le 3g/(4\sqrt{3})$.

Comentários:

Seja N a normal horizontal entre os cilindros em contato com o solo e N_1 e N_2 as normais entre o cilindro de cima e o da esquerda e o cilindro de cima e o da direita, respectivamente. Intuitivamente, esperamos que ao aplicarmos uma força muito alta o cilindro de cima ira rolar para trás e se aplicarmos uma força insuficiente a estrutura irá se desfazer com o cilindro de cima descendo entre os dois debaixo. Considere a esquematização do movimento:



Consideraremos primeira a situação de máximo. Em um referencial acelerado, com a mesma aceleração e velocidade do sistema, todos os corpos sentirão a Força de Einstein para trás. Nesse referencial todos os corpos estão em repouso, fazendo torque em relação ao ponto de contato entre o cilindro de cima e o cilindro da direita devemos achar um valor nulo:

$$\tau = mgr \operatorname{sen} 30° - mar \cos 30° \Rightarrow a_{max} = g \tan 30° = \frac{g}{\sqrt{3}}$$

Aplicando a Segunda Lei de Newton ao sistema como um todo, obtemos:

$$F = 3ma$$

Na situação de mínimo, como discutido acima, o cilindro de cima estará na iminência de descer, assim os cilindros debaixo deixaram de se tocar:

$$N = 0$$

Aplicando a Segunda Lei no primeiro cilindro na direção horizontal:

$$F - N_1 \operatorname{sen} 30° = ma \Rightarrow N_1 = 4ma$$

Aplicando a Segunda Lei no segundo cilindro na direção horizontal:

$$N_2 \operatorname{sen} 30° = ma \Rightarrow N_2 = 2ma$$

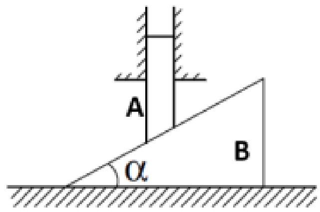
Por fim, aplicando a Segunda Lei no cilindro de cima na vertical, obtemos:

$$(N_1 + N_2) \operatorname{sen} 60° = mg \Rightarrow 6ma_{min} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = mg \therefore \boxed{a_{min} = \frac{g}{3\sqrt{3}}}$$

Gabarito: A

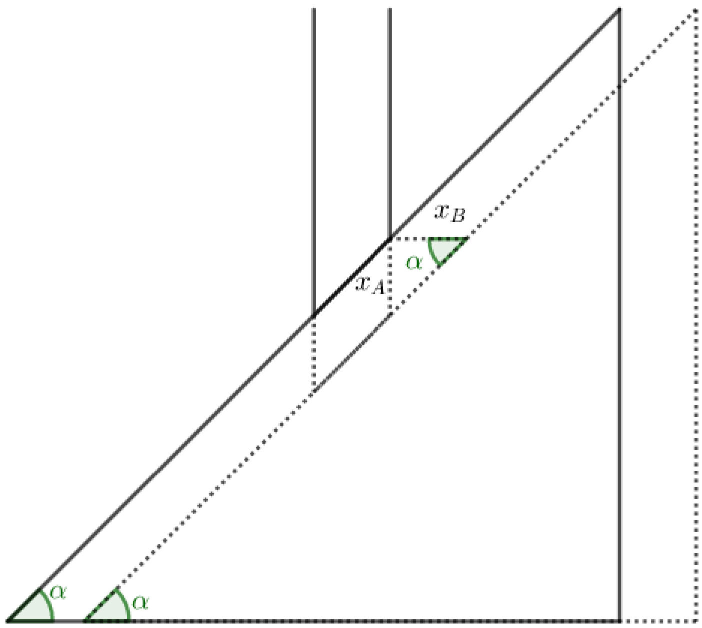
22.

Na figura a seguir, a barra A e massa m_A está inicialmente em repouso sobre a cunha B de massa m_B. Sabendo-se que os atritos são desprezíveis e que a aceleração da gravidade vale g, determine as acelerações de A e de B.



Comentários:

O movimento dos dois corpos está ligado pelo seguinte vínculo geométrico:



Onde x representa um deslocamento arbitrário. Da figura acima, temos:

$$x_A = x_B \operatorname{tg} \alpha$$

Variando essa equação em relação ao tempo duas vezes, obtemos:

$$a_A = a_B \operatorname{tg} \alpha \quad (eq.1)$$

Aplicando a Segunda Lei na barra A na direção vertical, temos:

$$m_A g - N \cos \alpha = m_A a_A \quad (eq.2)$$

Aplicando a Segunda Lei na cunha B na direção horizontal, temos:

$$N \operatorname{sen} \alpha = m_B a_B \quad (eq.3)$$

Substituindo (3) em (2), obtemos:

$$m_A g - \frac{m_B a_B}{\operatorname{tg}\alpha} = m_A a_A$$

Substituindo (1) na equação acima, temos:

$$m_A g - \frac{m_B a_A}{\operatorname{tg}^2\alpha} = m_A a_A \Rightarrow a_A = \frac{m_A g \operatorname{tg}^2\alpha}{m_B + m_A \operatorname{tg}^2\alpha}$$

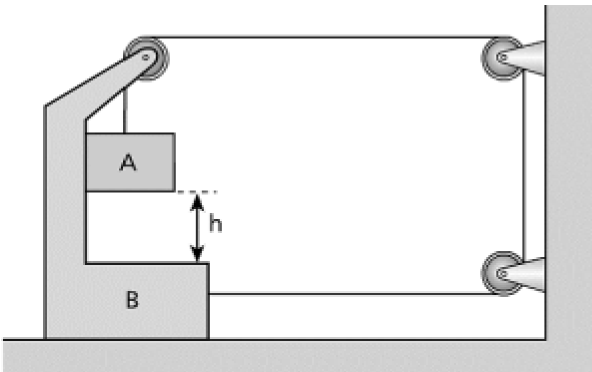
Substituindo o resultado encontrado acima em (1):

$$a_B = \frac{m_A g \operatorname{tg}\alpha}{m_B + m_A \operatorname{tg}^2\alpha}$$

Gabarito: $\boldsymbol{a_A = \frac{m_A \cdot g \cdot tg^2\alpha}{m_B + m_A tg^2\alpha}}$ e $\boldsymbol{a_B = \frac{m_A \cdot g \cdot tg\alpha}{m_B + m_A \cdot tg^2\alpha}}$

23.

No sistema representado na figura, não há atritos e o fio é ideal. Sabendo-se que a aceleração da gravidade vale g e ignorando-se a influência do ar, calcule o intervalo de tempo que o corpo A leva para atingir a base do corpo B quando abandonado de uma altura h em relação a B. Considere as massas de A e de B iguais a m e M, respectivamente.



Comentários:

Seja N a normal entre A e B e T a tensão na corda. Seja l_A o comprimento da corda de A à polia, l_B o comprimento da corda de B à polia e l o comprimento da corda entre as polias. Como o comprimento da corda é constante, podemos escrever:

$$l_A + 2l_B + l = const.$$

Tirando a variação da equação acima em relação ao tempo duas vezes, temos:

$$a_A + 2a_B = 0$$

Aplicando a Segunda Lei no corpo A, obtemos:

$$mg - T = ma_A \quad (eq.1)$$
$$-N = ma_B \quad (eq.2)$$

Note: Na horizontal ambos os corpos possuem a mesma aceleração. As grandezas são consideradas positivas para cada corpo no sentido de crescimento do segmento de corda que os liga à polia.

Aplicando a Segunda Lei no corpo B na horizontal, obtemos:

$$N - 2T = Ma_B \quad (eq.3)$$

Usando (2) para eliminar N de (3), obtemos:

$$-2T = (M+m)a_B \quad (eq.4)$$

Substituindo (4) em (1), temos:

$$2mg + (M+m)a_B = 2ma_A$$

Por fim, substituindo o vínculo geométrico na equação acima:

$$4mg - (M+m)a_A = 4ma_A$$

$$a_A = \frac{4mg}{5m+M}$$

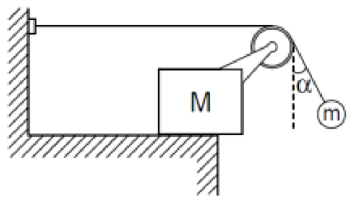
Usando a equação de horária do bloco A:

$$h = \frac{a_A t^2}{2} \Rightarrow h = \frac{2mgt^2}{5m+M} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{(5m+M)h}{2mg}}$$

Gabarito: $\sqrt{\frac{(5m+M)h}{2mg}}$

24.

Na figura, após o pêndulo ser abandonado do repouso, sua inclinação α com a vertical permanece constante. Determine a massa M do bloco e a sua aceleração em função da massa m da esfera, da aceleração da gravidade g e do ângulo α. Considere o fio e a polia ideais e despreze os atritos.



Comentários:

No referencial acelerado de M a esfera sofre uma força de Einstein para a direita. Nesse referencial a esfera se move somente na direção do fio, mostrada na figura.

Aplicando a Segunda Lei na esfera direção perpendicular à do fio:

$$mg \operatorname{sen} \alpha = ma \cos \alpha \Rightarrow a = g \operatorname{tg} \alpha$$

Aplicando a segunda Lei no bloco na direção horizontal:

$$T - T \operatorname{sen} \alpha = Ma \Rightarrow T = \frac{Mg \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{sen} \alpha} \quad (eq. 1)$$

Note que a aceleração radial da esfera deve ser igual a aceleração do bloco, por compartilharem o mesmo fio. Aplicando a Segunda Lei na esfera na direção radial:

$$mg \cos \alpha + ma \operatorname{sen} \alpha - T = ma$$

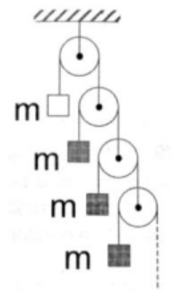
Substituindo (1) na equação acima, obtemos:

$$\frac{mg}{\cos \alpha} - \frac{Mg \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{sen} \alpha} = mg \operatorname{tg} \alpha \Rightarrow \frac{Mg \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{sen} \alpha} = mg \frac{1 - \operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha} \therefore M = \frac{m(1 - \operatorname{sen} \alpha)^2}{\operatorname{sen} \alpha}$$

Gabarito: $\boldsymbol{M = \frac{(1 - sen\alpha)^2}{sen\alpha} \cdot m}$ e $\boldsymbol{a = g \cdot tg\alpha}$

25.

Considere uma máquina de Atwood infinita, conforme mostra a figura. Uma corda passa por cada polia, que em uma das extremidades está conectada a uma massa e na outra extremidade a uma polia. Todas as massas são iguais a m e todas as polias e cordas são ideais. O sistema está em repouso inicialmente. Considerando-se a gravidade local igual a g, determine a aceleração da primeira massa (mais à esquerda na figura) quando o sistema for liberado.



Comentários:

Seja M a massa inercial do sistema. (Isto é, quando aplicamos uma força F ao sistema, a aceleração do sistema será F/M). A tensão no primeiro segmento de corda será, então:

$$T = Mg$$

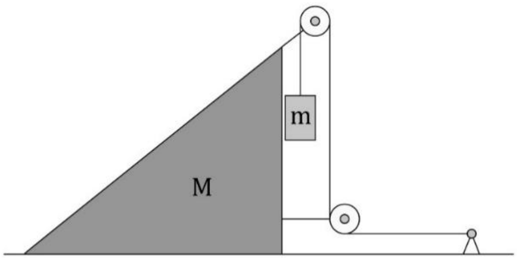
Agora considere o sistema com todas as massas menos a primeira massa branca, esse sistema é idêntico ao primeiro, logo sua massa deve ser a mesma. Assim podemos substituir a malha infinita de polias por uma massa M. Note que a tensão na corda que liga m a M é metade da tensão na corda que segura as duas massas. Aplicando a Segunda Lei na massa M, obtemos:

$$Mg - \left(\frac{Mg}{2}\right) = Ma \Rightarrow a = \frac{g}{2}$$

Gabarito: $\boldsymbol{g/2}$

26.

Considere que todas as polias e fios são ideais e todos os atritos desprezíveis. Determine a aceleração do bloco de massa m em relação a Terra, quando o sistema é abandonado a partir do repouso. A gravidade local vale g.



Comentários:

Seja N a normal entre os corpos e T a tensão no cabo. Note pela associação de polias que um deslocamento na horizontal de M resulta no mesmo deslocamento na vertical de m, logo:

$$\Delta y_m = \Delta x_M$$

Tirando a variação dessa equação em relação ao tempo duas vezes, obtemos:

$$a_{y,m} = a_{x,M} = a$$

Como a massa m se move com o bloco, temos:

$$a_{x,m} = a$$

Aplicando a Segunda Lei no plano na horizontal, temos:

$$T - N = Ma \quad (eq.1)$$

Aplicando a Segunda Lei no bloco:

$$mg - T = ma \quad (eq.2)$$
$$N = ma \quad (eq.3)$$

Substituindo (2) e (3) em (1), temos:

$$m(g-a) - ma = Ma \Rightarrow a = \frac{mg}{M+2m}$$

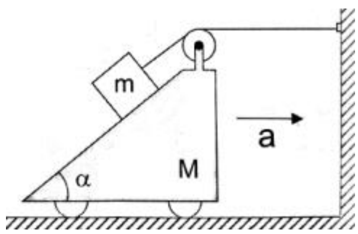
Note que o bloco possui essa aceleração na horizontal e na vertical, portanto a magnitude de sua aceleração em relação à terra é dada por:

$$a_{res} = \sqrt{a^2 + a^2} = \frac{\sqrt{2}mg}{M+2m}$$

Gabarito: $\boldsymbol{a = \frac{\sqrt{2}mg}{M+2m}}$.

27.

Na figura a seguir, um bloco de massa m é abandonado sobre uma cunha de massa M e ângulo de inclinação α. O bloco é conectado a um fio ideal preso a uma parede vertical. Sabendo-se que a aceleração da gravidade vale g e desprezando-se todos os atritos, determine a aceleração adquirida pela cunha.



Comentários:

Considere o movimento no referencial da cunha. Nele teremos a parede acelerando em direção a cunha e o bloco descendo a cunha sobre sua superfície. Como se trata de um referencial acelerado devemos lembrar de usar a Força de Einstein. Note que nesse referencial qualquer deslocamento de m sobre a superfície do plano é equivalente ao deslocamento horizontal da corda, assim concluimos que a aceleração de m nesse referencial é igual a aceleração da cunha.

Aplicando a Segunda Lei no bloco na direção da superfície da cunha:

$$mg \operatorname{sen} \alpha + ma \cos \alpha - T = ma \quad (eq.1)$$

Onde T é a tensão no fio e a é a aceleração da cunha e do bloco em relação à cunha. Aplicando a Segunda Lei no bloco na direção perpendicular à superfície da cunha:

$$N = mg \cos \alpha - ma \operatorname{sen} \alpha \quad (eq.2)$$

Aplicando a Segunda Lei na cunha na horizontal:

$$N \operatorname{sen} \alpha + T - T \cos \alpha = Ma$$

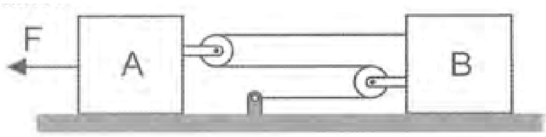
Substituindo (1) e (2) na equação acima, obtemos:

$$(mg \cos \alpha - ma \operatorname{sen} \alpha) \operatorname{sen} \alpha + (mg \operatorname{sen} \alpha + ma \cos \alpha - ma)(1 - \cos \alpha) = Ma$$
$$(-ma \operatorname{sen} \alpha) \operatorname{sen} \alpha + mg \operatorname{sen} \alpha + (ma \cos \alpha - ma)(1 - \cos \alpha) = Ma$$
$$-2ma(1 - \cos \alpha) + mg \operatorname{sen} \alpha = Ma$$
$$a \boxed{= \frac{mg \operatorname{sen} \alpha}{M + 2m(1 - \cos \alpha)}}$$

Gabarito: $\boldsymbol{a} = \frac{\boldsymbol{mgsen\alpha}}{\boldsymbol{M+2m(1-cos\alpha)}}$

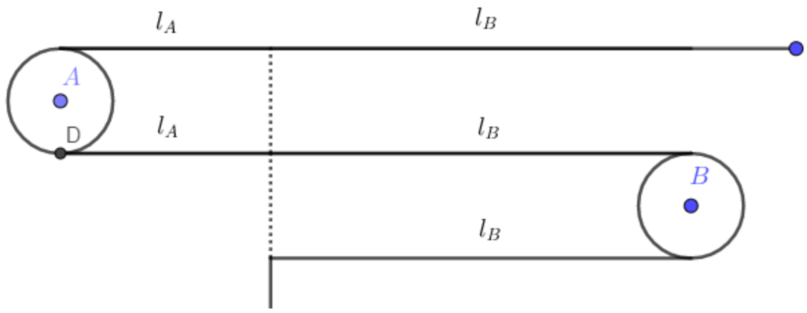
28.

Dois blocos A e b de massas m_A e m_B são puxados por uma força horizontal de intensidade F, em uma superfície perfeitamente lisa. Determine a aceleração de cada bloco e a tração no cabo.



Comentários:

Sejam l_A e l_B a distância de A e B ao pino chão, respectivamente. Veja a esquematização abaixo:



Como a corda apresenta comprimento constante, temos:

$$2l_A + 3l_B = const.$$

Tirando a variação da equação acima em relação ao tempo duas vezes, temos:

$$2a_A + 3a_B = 0$$

Lembrando que as grandezas para A e B são consideradas positivas no sentido de crescimento de seus respectivos l's.

Seja T a tração no cabo. Aplicando a Segunda Lei no bloco A, temos:

$$F - 2T = ma_A \quad (eq.1)$$

Aplicando a Segunda Lei no bloco B, temos:

$$-3T = ma_B \quad (eq.2)$$

Eliminando T de (1) e (2), obtemos:

$$3F = 3ma_A - 2ma_B$$

Substituindo a equação de vínculo geométrico na equação acima, obtemos:

$$3F = m\left(3a_A + \frac{4}{3}a_A\right) \Rightarrow a_A = \frac{9F}{13m}$$

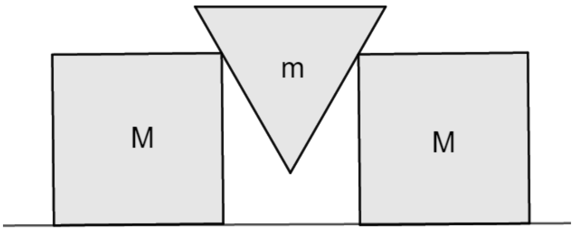
O que resulta em:

$$a_B = -\frac{6F}{13m} \Rightarrow T = \frac{2F}{13}$$

Gabarito: $\boldsymbol{a_A = \frac{9F}{13m}, a_B = \frac{6F}{13m}, T = \frac{2F}{13}}$

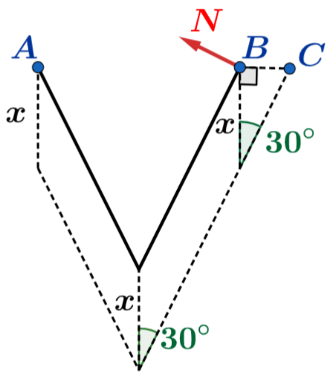
29.

Dois cubos idênticos de massa M e uma cunha de massa m cuja seção triangular equilátera repousa simetricamente sobre os blocos. Determine a aceleração da cunha e dos blocos, quando o sistema é abandonado do repouso.



Comentários:

Seja N a normal entre os corpos. A figura abaixo representa o movimento em um dado instante e em um subsequente instante onde o prisma se deslocou x na vertical:



A e B são os pontos de contato no momento inicial. Como o sistema é simétrico, usaremos somente um lado dele, assim foi representado o ponto de contato no momento subsequente somente do lado direito, o qual foi denominado C. Note que o ponto de contato sempre mantém a altura. Pela relação de deslocamento entre o bloco e o prisma, temos:

$$a_{bloco} = a_{prisma} \tan 30°$$

Por conveniência:

$$a_{prisma} = a$$

Aplicando a Segunda Lei no prisma na vertical, temos:

$$mg - 2N \operatorname{sen} 30° = ma \Rightarrow mg - N = ma \quad (eq.1)$$

Aplicando a Segunda Lei no bloco na horizontal, temos:

$$N \cos 30° = Ma_{bloco}$$

$$N \cos 30° = Ma \tan 30° \Rightarrow N = \frac{2}{3}Ma$$

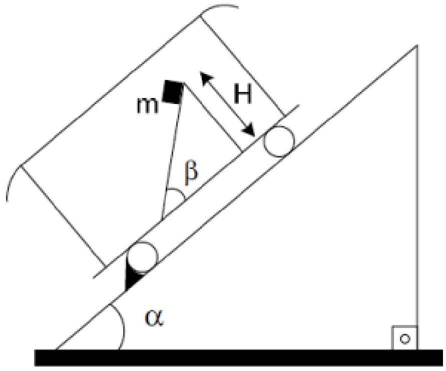
Substituindo o resultado acima em (1), obtemos:

$$a = \frac{3mg}{2M + 3m} \text{ e } a_{bloco} = \frac{\sqrt{3}mg}{2M + 3m}$$

Gabarito: $\boldsymbol{a} = \frac{3mg}{2M+3m}$, $\boldsymbol{a_{bloco}} = \frac{\sqrt{3}mg}{2M+3m}$

30.

Na figura a seguir, o sistema se encontra inicialmente em repouso sobre a rampa de inclinação α devido às travas nas rodas do vagão. A rampa de inclinação β e altura H é fixa ao vagão e coloca-se um bloco de massa m no topo dessa rampa. Retirando-se as travas, o vagão passa a se mover rampa abaixo e o bloco é abandonado do repouso do topo da rampa no interior do vagão. Considerando-se a massa do vagão muito maior que a massa do bloco, determine o tempo que o bloco leva para atingir o piso do vagão. Considere a aceleração da gravidade igual a g e despreze todos os atritos.

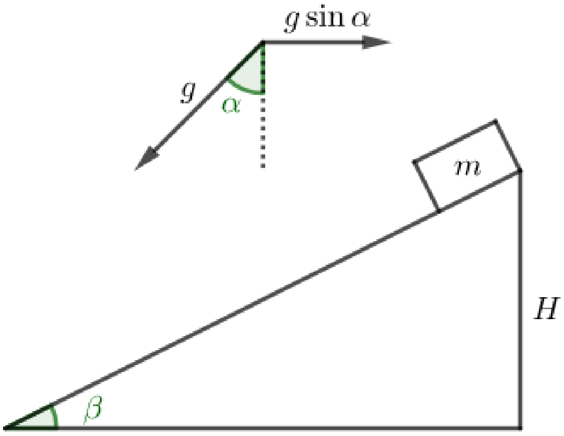


Comentários:

Como a massa vagão é muito maior que a do carrinho, podemos considerar somente seu peso como força resultante, assim sua aceleração é dada pela expressão comum:

$$a_{vagão} = g \operatorname{sen} \alpha$$

Considere o movimento de m no referencial do vagão:



O bloco sentirá um campo gravitacional de $g \cos \alpha$ para baixo, como mostra a figura. O movimento na direção da superfície do plano será uniformemente acelerado, assim:

$$\Delta S = \frac{at^2}{2} \Rightarrow \frac{H}{\operatorname{sen} \beta} = \frac{(g \cos \alpha \, senB)t^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2H}{g \cos \alpha \operatorname{sen}^2 \beta \, g}}$$

Gabarito: $\boldsymbol{\Delta t} = \sqrt{\frac{2H}{gcos\alpha sen^2\beta}}$.

31.

Um sistema formado por dois blocos de massas m_1 e m_2, ligados por uma corrente de massa m, estão sendo puxados por uma força horizontal de intensidade F. Determine a tração em cada extremidade da corrente.

Comentários:

Note que todo o sistema está se movendo para a direita com a mesma aceleração. Aplicando a Segunda Lei ao sistema:

$$F = (M_1 + M_2 + m)a \Rightarrow a = \frac{F}{M_1 + M_2 + m}$$

Sejam T_1 e T_2 as tensões nas conexões da corrente com M_1 e M_2, respectivamente. Aplicando a Segunda Lei na corda na vertical:

$$T_1 \cos\alpha + T_2 \cos\alpha = mg \Rightarrow T_1 + T_2 = \frac{mg}{\cos\alpha} \quad (eq. 1)$$

Aplicando a Segunda Lei na corda na vertical, obtemos:

$$T_2 \operatorname{sen}\alpha - T_1 \operatorname{sen}\alpha = ma \Rightarrow T_2 - T_1 = \frac{mF}{\operatorname{sen}\alpha\,(M_1 + M_2 + m)} \quad (eq. 2)$$

De (1) e (2), obtemos:

$$T_1 = \frac{m}{2}\left[\frac{g}{\cos\alpha} - \frac{F}{\operatorname{sen}\alpha\,(M_1 + M_2 + m)}\right]$$
$$T_2 = \frac{m}{2}\left[\frac{g}{\cos\alpha} + \frac{F}{\operatorname{sen}\alpha\,(M_1 + M_2 + m)}\right]$$

Gabarito: $\boldsymbol{T_1} = \frac{\boldsymbol{m}}{2}\left[\frac{\boldsymbol{g}}{\cos\alpha} - \frac{\boldsymbol{F}}{\operatorname{sen}\alpha(\boldsymbol{M_1}+\boldsymbol{M_2}+\boldsymbol{m})}\right]$, $\boldsymbol{T_2} = \frac{\boldsymbol{m}}{2}\left[\frac{\boldsymbol{g}}{\cos\alpha} + \frac{\boldsymbol{F}}{\operatorname{sen}\alpha(\boldsymbol{M_1}+\boldsymbol{M_2}+\boldsymbol{m})}\right]$.

5. Considerações finais da aula

Chegamos ao final da nossa aula. Relembramos conceitos estudados no ensino médio e aprofundamos o nosso conhecimento em alguns assuntos como vínculos geométricos, referenciais não inerciais, forças fictícias e gravidade aparente.

É muito importante saber bem as leis de Newton e como aplicá-las. O ITA tem cobrado em um nível bem difícil esse tema. Com nossa teoria e lista de exercícios, acredito que você tem condições para fazer qualquer questão de Dinâmica I na prova.

Na próxima aula, trabalharemos a Dinâmica II que constitui de força elástica, força de atrito e as forças no movimento curvilíneo.

Com isso, você terá toda base teórica e todos os exercícios difíceis que já apareceram no ITA e ir um pouco mais além nas questões.

Tome nota nos exercícios mais difíceis e faça mais de uma vez, principalmente o exercício do plano inclinado na qual o plano também se movimenta. Já caíram várias vertentes deste exercício cobrando assuntos como centro de massa. Por isso, entender esse problema é fundamental na sua preparação.

Eu sei que o caminho para a aprovação é árduo, mas comentarei o maior número de questões do ITA e passarei todos os bizus que precisei para minha aprovação.

Conte comigo nessa jornada. Quaisquer dúvidas, críticas ou sugestões entre em contato pelo fórum de dúvidas do Estratégia ou se preferir:

@proftoniburgatto

6. Referências bibliográficas

[1] Calçada, Caio Sérgio. Física Clássica. 1. Ed. Saraiva Didáticos, 2012. 576p.

[2] Bukhovtsev, B.B. Krivtchenkov, V.D. Miakishev, G.Ya. Saraeva, I. M. Problemas Selecionados de Física Elementar. 1 ed. MIR, 1977.518p.

[3] Brito, Renato. Fundamentos de Mecânica. 2 ed. VestSeller, 2010. 496p.

[4] Newton, Gualter, Helou. Tópicos de Física. 11ª ed. Saraiva, 1993. 303p.

[5] Toledo, Nicolau, Ramalho. Os Fundamentos da Física 1. 9ª ed. Moderna. 490p.

[6] Resinick, Halliday. Fundamentos de Física. 8ª ed. LTC.394p.

7. Versão de aula

Versão da aula	Data da atualização
1.0	**16/06/2021**