

CURSO INTENSIVO 2022



Física

ITA - 2022

**Fio com corrente e indução
magnética**

Prof. Toni Burgatto





SUMÁRIO

Introdução	3
1. Força magnética sobre um condutor com corrente	3
1.1. O módulo da força magnética sobre um condutor	4
1.2. Direção da força magnética	6
1.3. Força magnética entre dois condutores paralelos	10
1.4. Espira com corrente em um campo magnético homogêneo	14
1.5. Motor elétrico de corrente contínua	15
2. Indução eletromagnética	21
2.1. Os experimentos de Faraday	21
2.2. Condutor em movimento na presença de um campo magnético	22
2.3. Fluxo magnético	24
2.4. Lei de Faraday da indução eletromagnética	31
2.5. Lei de Lenz	37
3. Corrente alternada e Transformadores	43
3.1. Valor eficaz da corrente alternada (i_{ef}) e da tensão eficaz (V_{ef})	46
3.2. Autoindutância	47
3.3. Transformadores	50
4. Lista de exercícios	58
5. Gabarito sem comentários	65
6. Lista de exercícios comentada	65
7. Considerações finais	82
8. Referências bibliográficas	82
9. Versão de aula	83

Introdução

Nesta aula vamos finalizar os estudos sobre o Magnetismo. Daremos continuação a interação magnética sobre a carga elétrica, estudando a força magnética sobre um condutor com corrente.

Além disso, estudaremos o fenômeno da indução eletromagnética. Este assunto é muito importante para o vestibular do ITA. Fique ligado neste capítulo, pois ele traz muitos conceitos importantes, principalmente quando estudamos a lei de Lenz.

Finalizaremos nossa aula com uma noção básica de corrente alternada e os princípios básicos de um transformador. O ITA já cobrou alguns problemas envolvendo transformadores e algumas noções de corrente alternada.

Caso tenha alguma dúvida entre em contato conosco através do fórum de dúvidas do Estratégia ou se preferir:



@proftoniburgatto

1. Força magnética sobre um condutor com corrente

Vamos utilizar o circuito da figura abaixo para ilustrar o surgimento da força magnética no condutor com corrente.

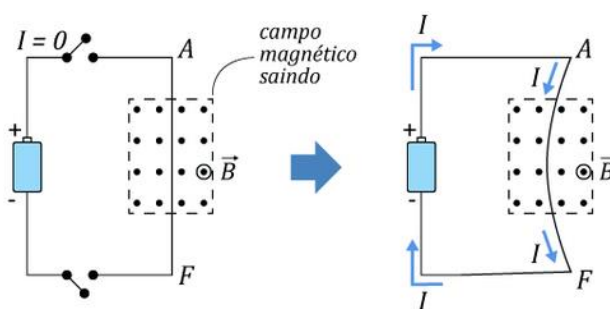


Figura 1: Condutor imerso em um campo magnético experimentando uma força ao se fechar a chave do circuito.

Quando a chave do circuito da figura logo acima está aberta, não há passagem de corrente por AF . Então, verifica-se que nenhum efeito sobre o fio. Ao fechar a chave começa a passar corrente por AF e o trecho do condutor AF , que está inserido em uma região onde existe um campo magnético saindo do plano da página, verifica-se que o fio AB experimenta uma força, curva o fio para a esquerda. Se a chave for aberta novamente, vemos que o circuito retorna à situação inicial.

Vale lembrar que a corrente elétrica no interior do condutor nada mais é que o fluxo de elétrons no sentido contrário ao da corrente.

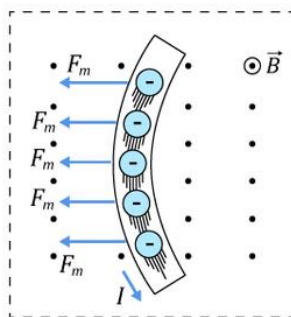


Figura 2: Movimento dos elétrons livres em um fio condutor.

Quando os elétrons se movimentam em uma região onde existe um campo magnético, sabemos que pode haver uma força magnética sobre a carga, de acordo com a orientação dos vetores \vec{v} e \vec{B} . Assim, no caso da figura 1, sabemos que há uma força magnética (\vec{F}_{mag}) cuja direção é dada pela regra da mão direita espalmada (RMDE), que aponta para a esquerda e força os elétrons a exercerem pressão interiormente ao condutor para a esquerda. Por isso, o fio condutor na figura 2 tem uma leve flexão para a esquerda.

Visto que a força que os elétrons experimentam é de natureza magnética e como o conjunto dos elétrons sofrem ação dessa força, desviando o condutor para a esquerda, dizemos que a ação da força sobre o condutor é de natureza magnética.

1.1. O módulo da força magnética sobre um condutor

Podemos deduzir a expressão da força magnética sobre um condutor com corrente a partir da força magnética sobre cada partícula, mas vamos revisar alguns detalhes sobre alguns fatos da força magnética. Para isso, vamos utilizar o seguinte experimento:

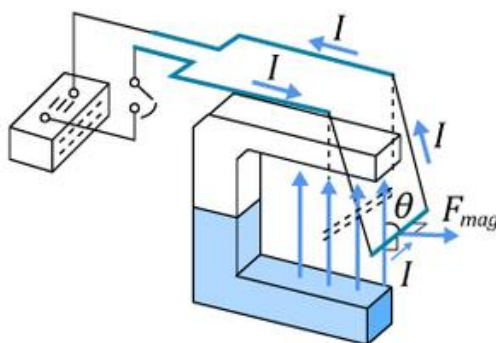


Figura 3: Experimento para estudarmos a natureza da força magnética.

Se a chave S está aberta, não passa corrente pelo segmento condutor e os cabos se mantêm na direção vertical.

Ao fechar a chave S , passa uma corrente pelo segmento condutor e os cabos sofrem um leve desvio com relação a vertical.

Quando a corrente elétrica circula pelo segmento condutor, ao seu redor surge um campo magnético e este campo interage com o campo magnético do ímã resultando em uma força magnética (F_{mag}) sobre o condutor.

Experimentalmente, Ampere verificou que a força magnética \vec{F}_{mag} sobre um condutor depende de:

- Da intensidade da corrente elétrica no condutor:
$$F_{mag} \propto I$$
- O modulo da indução magnética \vec{B} do campo magnético externo:
$$F_{mag} \propto B$$
- Do comprimento L do condutor:
$$F_{mag} \propto L$$
- Do ângulo θ formado pelo vetor \vec{B} com o condutor:
$$F_{mag} \propto \text{sen}(\theta)$$

De acordo com os termos dos quais a força magnética é dependente, temos:

$$F_{mag} = B \cdot I \cdot L \cdot \text{sen}(\theta) \text{ (eq. 1)}$$

Em que:

- B : em tesla (T).
- I : em ampere (A).
- L : em metros (m).
- F_{mag} : em newton (N).

A equação 1 é válida no caso de o condutor estar em pontos onde \vec{B} é o mesmo em módulo e em direção. Assim, é conveniente que este campo seja homogêneo e, por outro lado, se deve ter em mente que θ é a medida do ângulo entre o condutor e a direção do campo.

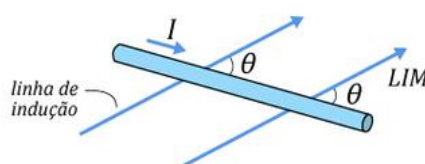


Figura 4: Disposição entre o condutor e as linhas de indução magnética.

Note que segundo a expressão da força, se as linhas de indução magnética tiver a mesma orientação do condutor, o fio não sofrerá ação de uma força magnética.

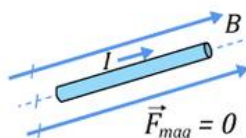


Figura 5: Fio orientado na direção das linhas de indução não experimentam força magnética.

1.2. Direção da força magnética

Para determinar a direção da força magnética sobre um condutor com corrente, também aplicamos a regra da mão direita espalmada (RMDE). Agora, os quatro dedos (exceto o polegar) determinam a direção do vetor indução magnética. O polegar indica o sentido da corrente e a força é dada pelo tapa da mão.

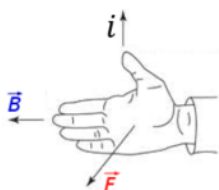


Figura 6: Aplicação da RMDE para um condutor.

De acordo com os experimentos, \vec{F}_{mag} é perpendicular ao condutor e à direção do campo magnético \vec{B} . Assim, podemos inferir que a força magnética é perpendicular ao plano formado pelo condutor e a indução magnética.

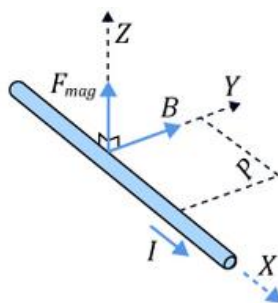


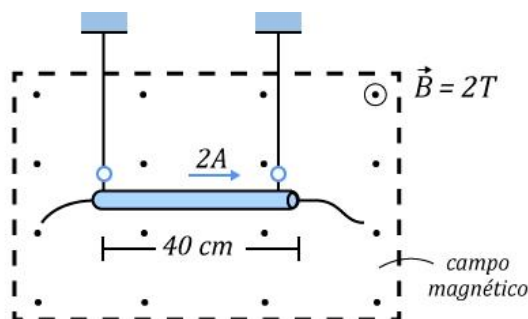
Figura 7: A força magnética é perpendicular ao plano formado pelo condutor e pelas linhas de indução.

ESCLARECENDO!



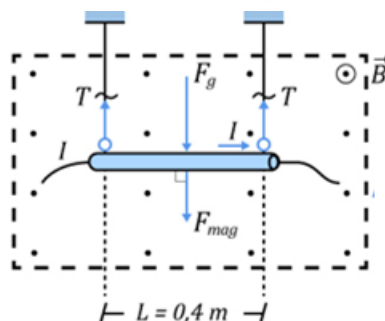
1.

Um condutor homogêneo de 1 kg está em posição horizontal e é sustentado por fios isolantes. Determine o módulo da tração em cada fio. Considere $g = 10\text{ m/s}^2$.



Comentários:

Devido ao equilíbrio, podemos aplicar a força magnética no ponto médio do condutor. Assim, aplicando a RME e fazendo o diagrama de forças no condutor, temos:

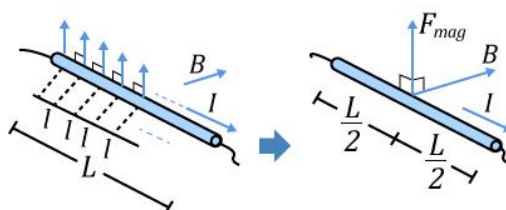


Devido à simetria, os módulos das trações em cada fio são iguais. Fazendo o equilíbrio translacional do condutor, temos:

$$\sum F_{\text{verticais}} = 0 \Rightarrow 2T - F_g - F_{\text{mag}} = 0 \Rightarrow 2T = 1 \cdot 10 + 2 \cdot 2 \cdot 0,4 \Rightarrow \boxed{T = 5,8 \text{ N}}$$

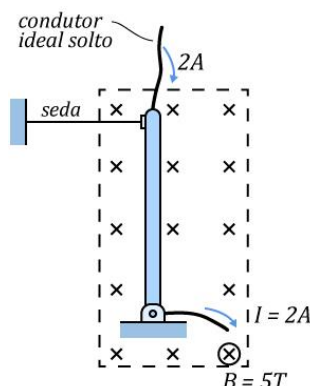
Observação:

Se um condutor reto (onde circula a corrente) está em um campo magnético homogêneo e experimenta uma força magnética \vec{F}_{mag} , esta pode ser representada no ponto médio do condutor. Tal consequência vem do fato de cada elemento (pequena porção) que se tome do condutor experimenta uma mesma força magnética. Assim, a força magnética se distribui de maneira uniforme sobre o condutor:



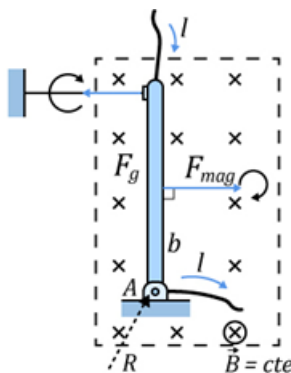
2.

Considere um condutor com uma de suas extremidades em uma articulação isolante. Se o campo magnético é homogêneo, determine o módulo da tração horizontal do fio.



Comentários:

De acordo com a RMDE, a força magnética no condutor é orientada na horizontal e para direita. Assim, as forças atuando no condutor, temos:

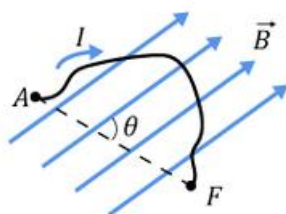


Aplicando a condição de equilíbrio rotacional em relação ao ponto A, temos:

$$\begin{aligned}\sum \vec{M}_A &= \vec{0} \\ T \cdot b - F_{mag} \cdot \frac{b}{2} &= 0 \Rightarrow T = \frac{F_{mag}}{2} \Rightarrow T = \frac{B \cdot i \cdot l \cdot \sin(90^\circ)}{2} \\ T &= \frac{5 \cdot 2 \cdot 0,4 \cdot 1}{2} \Rightarrow \boxed{T = 2 \text{ N}}\end{aligned}$$

Observação:

Se um condutor dobrado ou curvo, percorrido por corrente, está em um campo magnético homogêneo, ele experimentará uma força magnética cujo módulo depende apenas do comprimento entre os extremos do conduto, isto é:



$$F_{mag} = B \cdot i \cdot L_{AF} \cdot \sin(\theta)$$

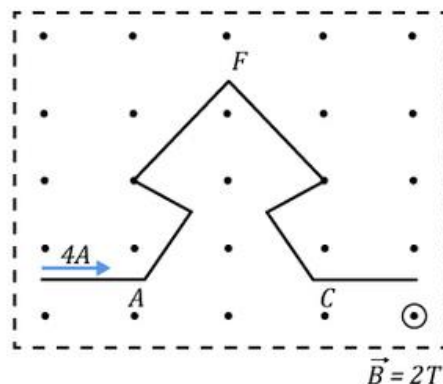
Em que L_{AF} é comprimento entre os extremos A e F. Com isso, podemos pensar em um condutor equivalente que conectar diretamente A e F. Para exemplificar esta propriedade, vamos resolver um problema.

ESCLARECENDO!



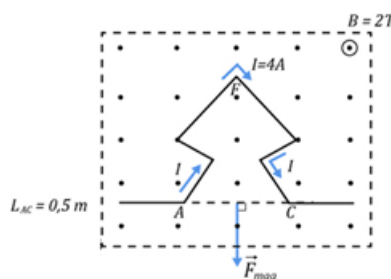
3.

Considere um condutor como mostrado na figura abaixo. Se por ele passa uma corrente de 4 A, determine o módulo da força magnética que experimenta o trecho AFC, sabendo que $AC = 50 \text{ cm}$.



Comentários:

Como o condutor mostrado está colocado perpendicularmente ao campo magnético ($\theta = 90^\circ$), o módulo da força magnética no condutor pode ser calculado pela distância entre A e C:

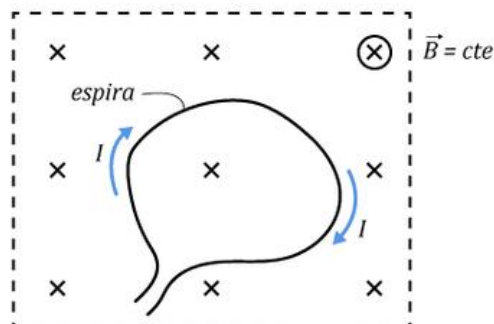


$$F_{mag} = B \cdot i \cdot L_{AC} \cdot \underbrace{\sin(\theta)}_1$$

$$F_{mag} = 2 \cdot 4 \cdot 0,5 \cdot 1 \Rightarrow \boxed{F_{mag} = 4 \text{ N}}$$

Outra consequência muito importante desta propriedade ocorre quando aproximamos A e C. Se tomarmos A e C muito próximos, mantendo as demais condições do problema, então a distância $L_{AC} \rightarrow 0$. Consequentemente, a força magnética experimentada pelo condutor AFC tenderá a zero, e o condutor AFC se tornará uma espira. Então, podemos dizer que:

A Força magnética \vec{F}_{mag} sobre uma espira com corrente em um campo magnético homogêneo é nula.



Se o campo é não homogêneo, então a força magnética sobre a espira não será nula.

1.3. Força magnética entre dois condutores paralelos

Continuando os estudos de fios percorridos por correntes, vamos tomar dois condutores paralelos e passar correntes por eles em duas situações diferentes. Primeiramente, quando não passa corrente pelos condutores, não há nenhum efeito visto sobre os condutores.

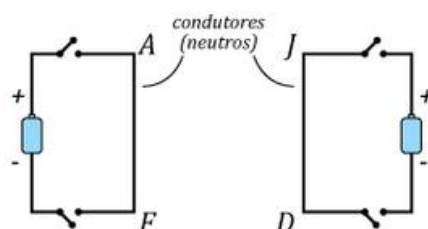


Figura 8: Condutores sem correntes.

- 1) **Correntes em mesmo sentido:** neste caso, os condutores se atraem mutuamente e podemos ver a flexão dos condutores.

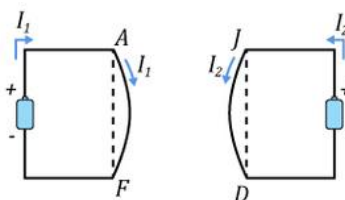


Figura 9: Fios próximos percorridos por correntes em sentidos iguais.

Note que este efeito é puramente magnético, já que a atração não pode ser devido a atração gravitacional, já que ela é muito pequena e não pode ser elétrica, pois os corpos não estão eletrizados.

- 2) **Correntes em sentidos opostos:** quando invertemos a polaridade de uma das pilhas, se inverte o sentido de uma das correntes e se observa entre os condutores que:

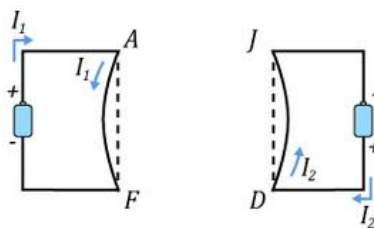


Figura 10: Fios próximos percorridos por correntes em sentidos opostos.

Os condutores se repelem mutuamente, como mostrado pela flexão dos condutores.

Podemos explicar este fenômeno utilizando os conceitos de campos gerados pelos fios com corrente e a regra da mão direita para determinar os sentidos das forças.

Para isso, note que ao passar uma corrente pelo fio 1, ele gera um campo magnético ao seu redor, determinado pela regra da mão direita, como vimos anteriormente. O mesmo ocorre para o fio 2. Assim, cada fio percorrido por corrente, gera um campo no outro. Observe a figura abaixo:

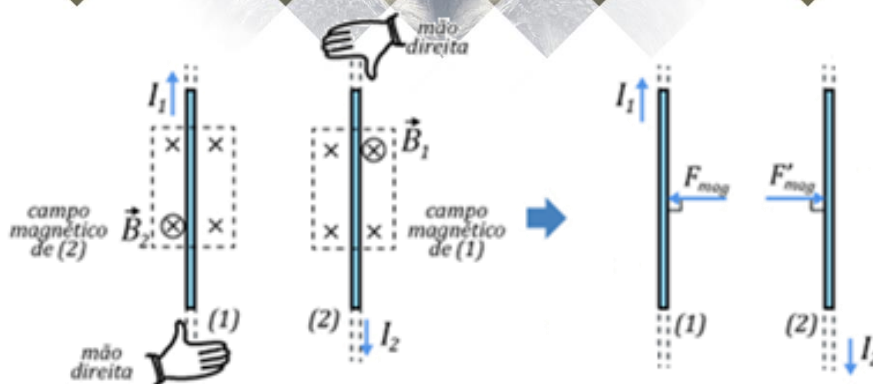


Figura 11: Aplicação da RMD para determinar as direções dos campos e, em seguida, uso da RMDE para determinar a força magnética em cada fio.

Olhando o condutor no espaço, temos as seguintes configurações dos vetores:

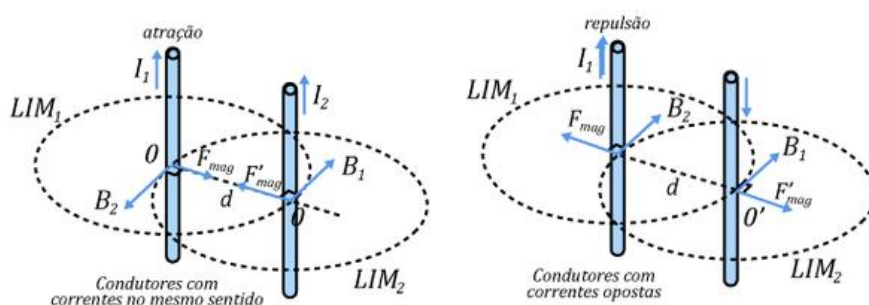


Figura 12: Representação das forças para as duas situações de correntes.

Além de saber a orientação das forças magnéticas, também devemos saber o seu módulo por unidade de comprimento do condutor. Utilizando o caso de correntes em sentidos opostos, para uma porção do condutor de tamanho L , temos:

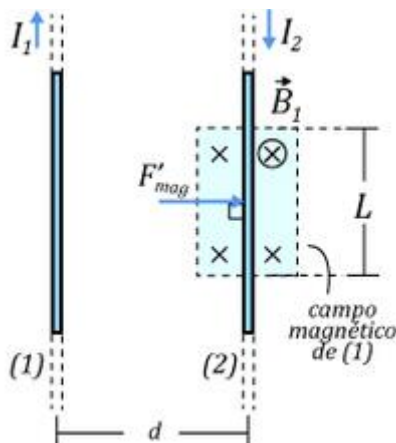


Figura 13: Detalhamento do campo e da força para o caso das correntes em sentidos opostos.

Nos pontos do trecho L , o campo gerado por 1 tem o mesmo módulo e, assim, a intensidade da força magnética \vec{F}'_{mag} é dada por:

$$F'_{mag} = B_1 \cdot I_2 \cdot L \Rightarrow \frac{F'_{mag}}{L} = B_1 \cdot I_2$$

Mas:

$$B_1 = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot d}$$

Então:

$$\frac{F'_{mag}}{L} = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot d}$$

Em que:

- I_1 e I_2 : em ampere (A).
- d : em metros (m).
- F'_{mag}/L : em newton/metro (N/m).

Cuidado!!!!

Observação: entre os condutores paralelos com corrente, a atração e a repulsão se subordinam a terceira lei de Newton. Entretanto, as forças que determinamos não formam um par ação-reação, pois não estávamos pegando os condutores por inteiro.

Por exemplo, \vec{F}_{mag} representa a força de todo condutor (2) sobre um comprimento L do condutor (1). A reação de \vec{F}_{mag} seria a força aplicada pelo comprimento L do condutor (1) sobre o condutor (2). Entretanto, \vec{F}'_{mag} representa a força de todo condutor (1) sobre um comprimento L do condutor (2). Por fim, a reação de \vec{F}'_{mag} seria a força aplicada pelo comprimento L do condutor (2) sobre todo condutor (1).

1.3.1. Definição de ampere no SI

Durante uma conferência de pesos e medida, em 1960, adotou-se como quarta magnitude fundamental a intensidade de corrente (I) cuja unidade se denominou o ampere (A). Um ampere (1 A) é definido como a intensidade de corrente que deve circular por dois condutores paralelos, separados por uma distância de 1 m, para que entre eles surja uma força de atração ou repulsão de $2 \cdot 10^{-7}$ N para cada metro de condutor.

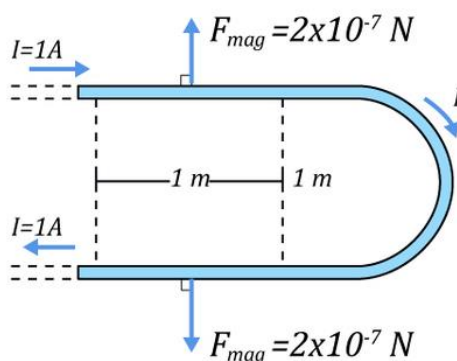


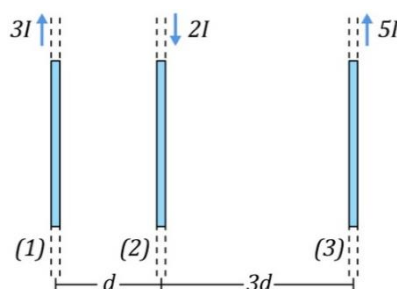
Figura 14: Fio em U para a determinação do ampere.

A partir da definição de ampere, podemos estabelecer a unidade de quantidade de carga elétrica. O coulomb (C) é a quantidade de carga que passa por uma seção de qualquer condutor em um segundo (1 s), quando a corrente é de um ampere (1 A).



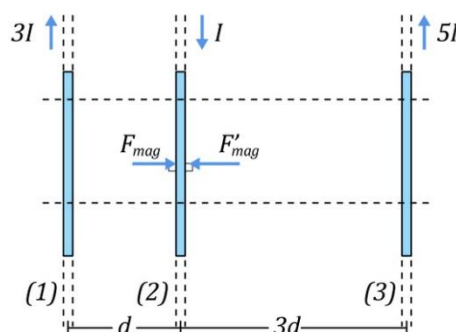
4.

A figura abaixo mostra três fios condutores muito longos e percorridos por correntes. Para qual sentido tenderá a se mover o condutor (2).



Comentários:

De acordo com o sentido das correntes em cada condutor, no fio (2) teremos as seguintes forças:



Em que \vec{F}_{mag} é a força magnética de (1) sobre (2) e \vec{F}'_{mag} é a força magnética de (3) em (2).
Portanto:

$$\frac{F_{mag}}{L} = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot d} \Rightarrow \frac{F_{mag}}{L} = \frac{\mu_0 \cdot 3I^2}{2\pi \cdot d} \Rightarrow \frac{F_{mag}}{L} = 3 \left(\frac{\mu_0 \cdot I^2}{2\pi \cdot d} \right)$$

E:

$$\frac{F'_{mag}}{L} = \frac{\mu_0 \cdot I_2 \cdot I_3}{2\pi \cdot 3d} \Rightarrow \frac{F'_{mag}}{L} = \frac{\mu_0 \cdot 5I^2}{2\pi \cdot 3d} \Rightarrow \frac{F'_{mag}}{L} = \frac{5}{3} \left(\frac{\mu_0 \cdot I^2}{2\pi \cdot d} \right)$$

Logo:

$$\frac{F_{mag}}{L} > \frac{F'_{mag}}{L}$$

Portanto, o condutor (2) tende a se mover para a direita.

1.4. Espira com corrente em um campo magnético homogêneo

Como já mostramos, a força magnética total sobre uma espira magnética com corrente em um campo magnético homogêneo é nula. Este resultado quer dizer que a espira não pode transladar.

Entretanto, quando a espira se encontra em um campo magnético homogêneo, ela poderia rotacionar. Para isso, o plano da espira não deve estar colocado perpendicularmente à direção do campo.

Vamos relembrar as forças em uma espira:

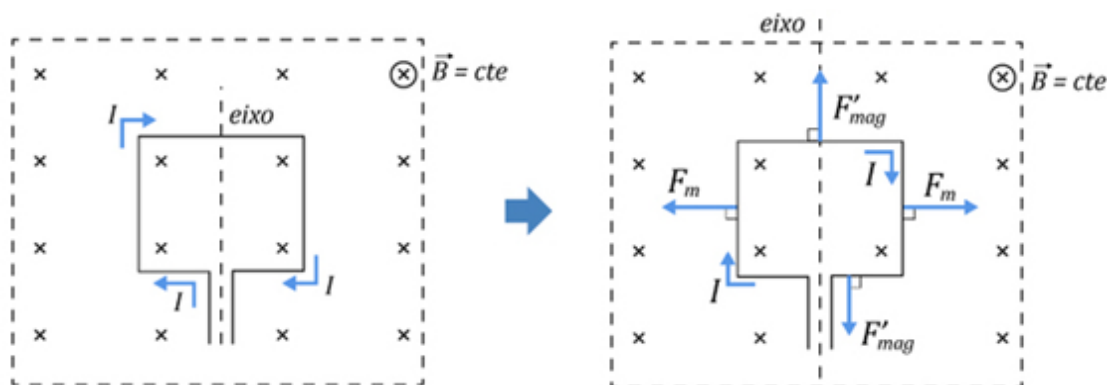


Figura 15: Forças em uma espira percorrida por corrente.

Como vemos, a espira deve estar em repouso, pois as forças na espira não são capazes de fazê-la rotacionar.

Agora, vamos demonstrar que quando o plano da espira não é perpendicular à direção do campo, a espira experimenta um momento resultante capaz de girá-la.

Se o plano da espira é paralelo as linhas de indução magnética de um campo homogêneo, temos a seguinte configuração:

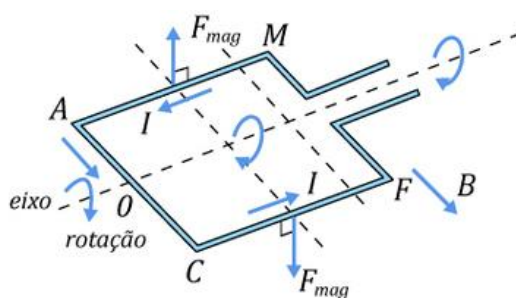


Figura 16: Forças numa espira que gira em torno de um eixo.

Nos trechos AC e MF , não há força magnética já que esses trechos são paralelos ao campo. Por outro lado, as forças nos trechos AM e CF podem gerar rotação em relação ao eixo e a espira no sentido indicado.

Este efeito rotatório de um campo magnético sobre uma espira com corrente é o princípio básico dos motores elétricos, na qual há transformação de energia elétrica em energia mecânica.

Se chamarmos $AC = MF = a$ e $AM = CF = b$, podemos determinar o momento resultante \vec{M}_{res} em relação ao eixo considerado. Então:

$$(M_{res})_{eixo} = 2 \cdot M_{F_{mag}}^{eixo} \Rightarrow (M_{res})_{eixo} = 2 \cdot F_{mag} \cdot AO \Rightarrow (M_{res})_{eixo} = 2 \cdot B \cdot I \cdot AM \cdot AO$$

$$(M_{res})_{eixo} = 2 \cdot B \cdot I \cdot b \cdot \frac{a}{2} \Rightarrow (M_{res})_{eixo} = B \cdot I \cdot (a \cdot b)$$

Note que o produto $a \cdot b$ representa a área da espira. Portanto:

$$(M_{res})_{eixo} = B \cdot I \cdot A$$

Em que:

- I é a corrente que atravessa a espira em ampere (A).
- B é o campo na região onde a espira está inserida em tesla (T).
- A é a área da espira em m^2 .
- $(M_{res})_{eixo}$ é dado em $N \cdot m$.

A expressão deduzida para o momento de rotação na espira foi demonstrada para o caso de uma espira retangular. Entretanto, a expressão tem um caráter geral, isto é, podemos usar para qualquer espira plana, sem importar sua forma circular, quadrada, triangular etc.

Por outro lado, no caso de contar mais de uma espira, o efeito é multiplicador, isto é, uma rotação mais rápida do conjunto de espira e a fórmula ganha um ajuste.

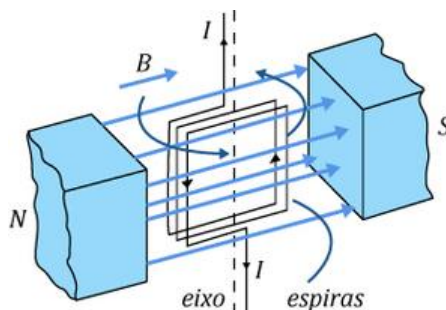


Figura 17: Espira girando em um campo magnético.

$$(M_{res})_{eixo} = N \cdot (B \cdot I \cdot A)$$

Em que N é o número de espiras.

1.5. Motor elétrico de corrente contínua

De um modo geral, um motor é um dispositivo que converte energia elétrica em energia mecânica. Um exemplo clássico de motor elétrico é aquele que consegue uma rotação contínua a partir de uma contínua energia elétrica.

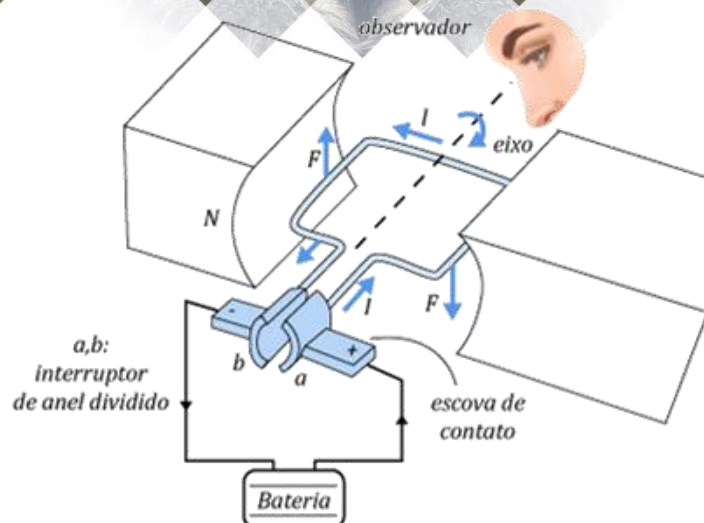


Figura 18: Representação simplificada de um motor elétrico.

Quando uma espira condutora de corrente está imersa em uma região onde existe um campo magnético, ela irá rotacionar por ação do campo, mas dará somente meia volta e quando o campo magnético for perpendicular ao plano da espira, o momento resultante é zero e, assim, a espira estará em equilíbrio.

Para gerar uma rotação contínua, a corrente deve inverter de sentido a cada meia volta, de modo que as direções das forças magnéticas se invertam. Podemos fazer isto por meio de um comutador (interruptor) de anel dividido, arranjo de dois anéis de metal isolados um do outro, como na figura logo acima.

Os extremos dos arames, que formam a espira, estão fixos nos pontos médios dos anéis e uma corrente é fornecida à espira através do comutador por intermédio das escovas de contato.

Assim, com meio anel eletricamente positivo (+) e outro negativo (–), a espira e o anel giram. Quando o conjunto dá meia volta, os anéis estarão em contato com os polos opostos. Assim, inverte-se a polaridade da espira e a corrente flui em sentido oposto, alternando o sentido das forças magnéticas.

Na posição de equilíbrio, o momento resultante é nulo, mas a espira está em um equilíbrio instável, já que ela tem movimento e, por inércia, ela gira até a outra meia volta e o processo é repetido em uma operação contínua.

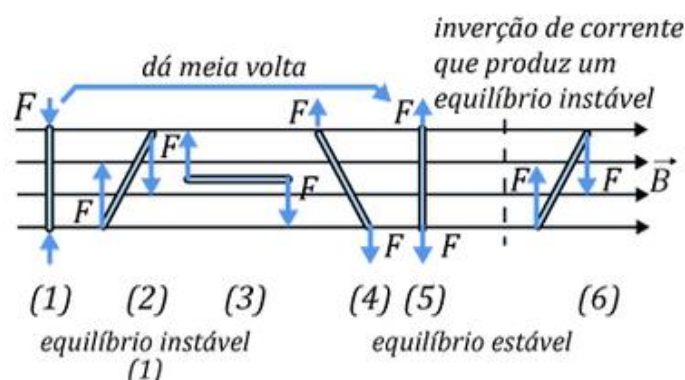


Figura 19: Representação das possíveis disposições da espira no interior do campo, em um motor elétrico.

Devemos ter em mente que quando a normal ao plano da espira forma um ângulo θ com a direção do campo, o momento resultante em relação ao eixo de rotação neste instante é expresso por:

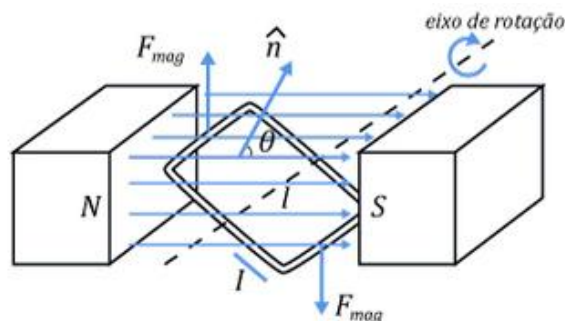


Figura 20: Normal ao plano da espira formando um ângulo θ com a direção do campo.

$$(M_{res})_{eixo} = B \cdot I \cdot A \cdot \text{sen}(\theta)$$

Quando $\theta = 90^\circ$, temos o momento resultante em relação ao eixo máximo:

$$(M_{res})_{eixo} = B \cdot I \cdot A$$

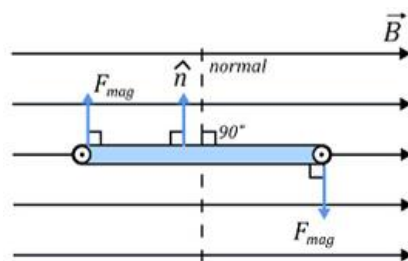


Figura 21: Para $\theta = 90^\circ$, temos o momento resultante máximo.

Quando $\theta = 0$, temos o momento resultante em relação ao eixo de módulo mínimo:

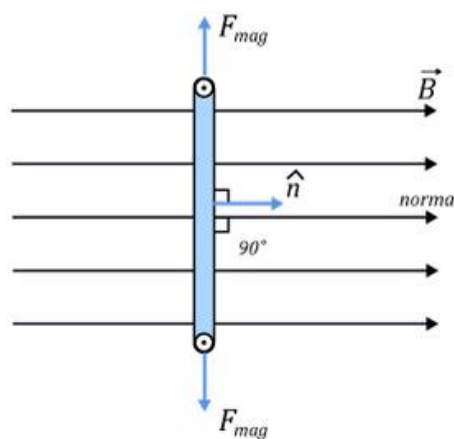


Figura 22: Para $\theta = 0$, temos o momento resultante de menor módulo.

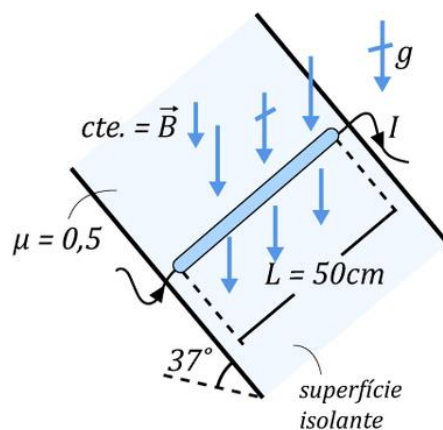
$$(M_{res})_{eixo} = 0$$

ESCLARECENDO!



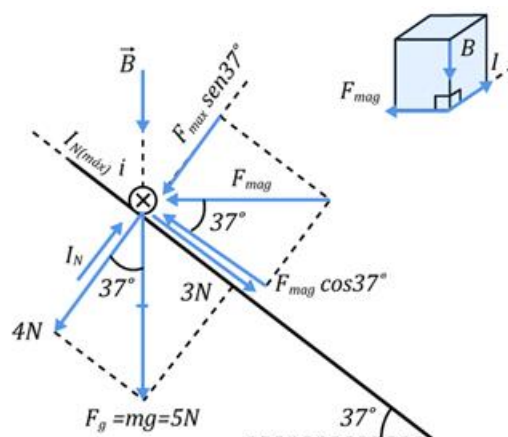
6.

Calcule o valor máximo da indução magnética se desejamos que o condutor de comprimento L esteja na iminência de deslizar no plano inclinado, como na figura abaixo. Dados: $I = 20 \text{ A}$; $m = 0,5 \text{ kg}$ e $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Comentários:

De acordo com a condição do problema a força magnética está orientada para a esquerda e determinada pela regra da mão direita espalmada. Assim, a barra tenderia a subir o plano inclinado. Portanto, a força de atrito está orientada no sentido para baixo do plano, como na figura abaixo:



Para a condição de máxima força magnética (consequentemente, máximo campo B), temos que:

$$\sum F(\searrow) = \sum F(\nearrow)$$

$$f_s(\text{máx}) + 3 = F_{\text{mag}} \cdot \cos 37^\circ$$

$$\mu_s \cdot f_N + 3 = B_{\text{máx}} \cdot I \cdot L \cdot \left(\frac{4}{5}\right)$$

Pela condição de equilíbrio na direção normal ao plano inclinado, temos que:

$$\sum F(\nearrow) = \sum F(\searrow)$$

$$f_N = 4 + F_{mag} \cdot \sin 37^\circ$$

$$f_N = 4 + B_{max} \cdot I \cdot L \cdot \left(\frac{3}{5}\right)$$

Substituindo f_N na primeira equação, temos:

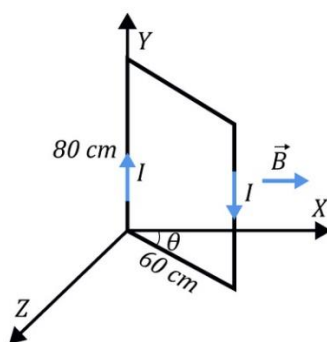
$$\mu_s \cdot \left[4 + B_{max} \cdot I \cdot L \cdot \left(\frac{3}{5}\right) \right] + 3 = B_{max} \cdot I \cdot L \cdot \left(\frac{4}{5}\right)$$

$$0,5 \cdot \left[4 + B_{max} \cdot 20 \cdot 0,5 \cdot \left(\frac{3}{5}\right) \right] + 3 = B_{max} \cdot 20 \cdot 0,5 \cdot \left(\frac{4}{5}\right) \therefore \boxed{B_{max} = 1 \text{ T}}$$

Observação: um problema análogo seria a obtenção do campo magnético mínimo para que a barra não deslize para baixo. Neste caso, inverteria a tendência de deslocamento da barra, isto é, inverteria a força de atrito estática, mas a abordagem do problema seria a mesma. Se você fizer este novo problema, encontrará que o campo mínimo é de $B_{min} = 0,09 \text{ T}$.

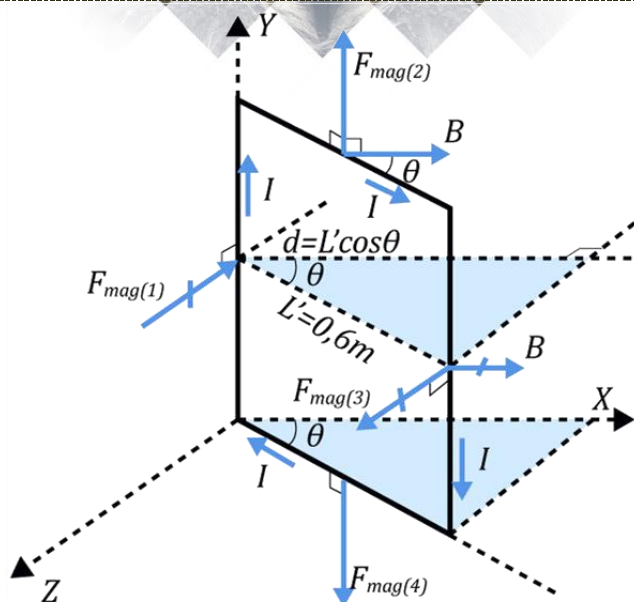
8.

Sobre um plano horizontal liso, passa uma corrente pelo circuito de intensidade $I = 10 \text{ A}$. Se na região onde está inserida a espira há um campo magnético de $0,2 \text{ T}$ paralelo ao eixo x , determine o momento necessário para manter o circuito na posição para $\theta = 60^\circ$ e $\theta = 90^\circ$.



Comentários:

Como o circuito se encontra sobre o plano horizontal liso (XZ), a força peso da espira se equilibra com a força normal do plano e, assim, devemos analisar apenas a ação da força magnética \vec{F}_{mag} sobre o circuito. Assim, as forças magnéticas nos trechos do circuito estão dispostas da seguinte forma:



Note que as forças F_{mag_1} e F_{mag_3} geram momentos horários em qualquer eixo. Lembre-se que a direção da força magnética é dada pela RMDE. Além disso, devemos representar a força em cada trecho no seu respectivo centro.

De acordo com o diagrama de forças na espira, podemos notar que as forças F_{mag_2} e F_{mag_4} são iguais em módulo, opostas e colineares, portanto, não geram momento. Note que as forças F_{mag_1} e F_{mag_3} possuem mesmo módulo, direções opostas, mas não são colineares. Então, F_{mag_1} e F_{mag_3} formam um binário de força e o seu módulo, em relação a qualquer eixo, é dado por:

$$M_{binário} = F \cdot d$$

Em que d é o braço do binário. Neste caso:

$$\begin{cases} d = L' \cdot \cos \theta \\ F = F_{mag} = B \cdot I \cdot L \end{cases}$$

Substituindo valores, temos o momento do binário em função do ângulo θ :

$$M_{binário} = B \cdot I \cdot L \cdot L' \cdot \cos \theta$$

$$M_{binário} = 0,2 \cdot 10 \cdot 0,8 \cdot 0,6 \cdot \cos \theta \Rightarrow M_{binário} = 0,96 \cdot \cos \theta$$

Para $\theta = 60^\circ$, temos:

$$M_{binário} = 0,96 \cdot \cos 60^\circ = 0,96 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow M_{binário} = 0,48 \text{ N} \cdot \text{m (horário)}$$

Para manter a espira na posição desejada, deve aplicar um momento de igual módulo ($0,48 \text{ N} \cdot \text{m}$) mas de sentido contrário.

Quando $\theta = 90^\circ$, o momento do binário é nulo, ou seja, não quer momento para manter o circuito em equilíbrio.

2. Indução eletromagnética

Após Oersted mostrar que corrente elétrica produz um campo magnético, diversos cientistas na época buscaram novas relações entre eletricidade e magnetismo. No ano de 1831, Michael Faraday foi o primeiro mostrar que, em determinadas condições, também poderíamos gerar corrente elétrica.

2.1. Os experimentos de Faraday

Faraday utilizou um anel de ferro com cerca de 6 polegadas de diâmetro e construiu uma bobina em cada lado do anel. Conectou a bobina com N espiras a um galvanômetro que indicava pequenas correntes ou tensões.

Em seguida, ele conectou os terminais da pilha aos terminais da outra bobina com M espiras e observava que havia um desvio da agulha do galvanômetro. Mas, pouco tempo depois, a agulha deixava de desviar.

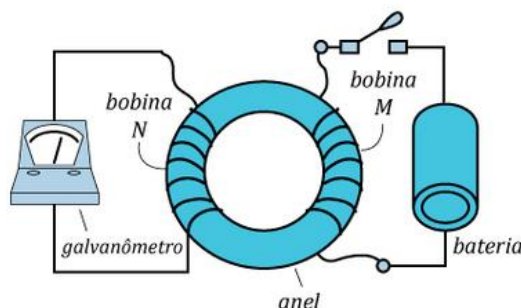


Figura 23: Representação do experimento de Faraday. O galvanômetro mostra a presença de corrente elétrica passando pela bobina N .

Quando se abre ou fecha o interruptor na bobina M , produz-se um aumento ou uma diminuição do campo magnético no anel, induzindo uma corrente elétrica no lado N , que é detectada pelo galvanômetro.

Ao desconectar a bateria, observa-se que a agulha se desvia em direção contrária. Faraday logo percebeu que a corrente pelo galvanômetro tinha relação com o aumento ou a diminuição do campo magnético ao conectar ou desconectar a bateria.

A corrente elétrica que se gerava devido à variação do campo magnético foi denominada de corrente elétrica induzida. Esse foi o primeiro experimento que descobriu a corrente elétrica induzida.

A partir deste experimento, surgiu a necessidade de buscar novas formas para gerar corrente induzida. Faraday demonstrou em seus experimentos que se produz corrente quando se deslocam bobinas (com corrente) uma em relação a outra. Michael já conhecia os trabalhos de Ampere e sabia que um ímã é um conjunto de pequenas correntes que circulam dentro das moléculas. Dessa forma, ele descobriu que surgia corrente induzida em uma espira ao aproximar ou ao afastar dela um ímã.

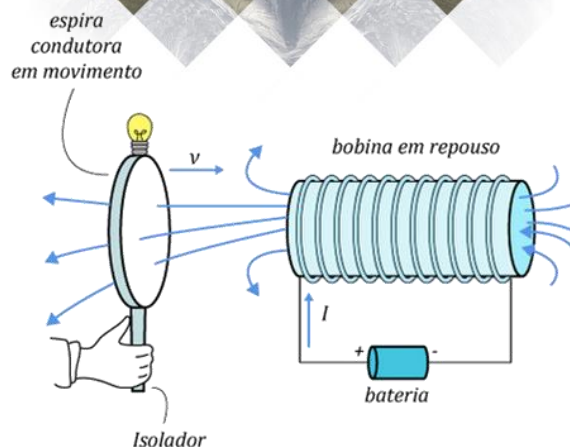


Figura 24: À medida que a espira se aproxima da bobina, o campo magnético na superfície fechada da espira aumenta, induzindo corrente elétrica na espira.

Em um mês, Faraday descobriu experimentalmente todas as particularidades essenciais do fenômeno da indução magnética.

De um modo geral, o fenômeno da indução eletromagnética consiste no surgimento de uma corrente elétrica em um circuito em repouso dentro de um campo magnético variável com o tempo ou em que o condutor se movimenta dentro de um campo magnético.

2.2. Condutor em movimento na presença de um campo magnético

Considere uma barra metálica que se mova com velocidade constante em uma região com campo magnético homogêneo, como na figura abaixo.

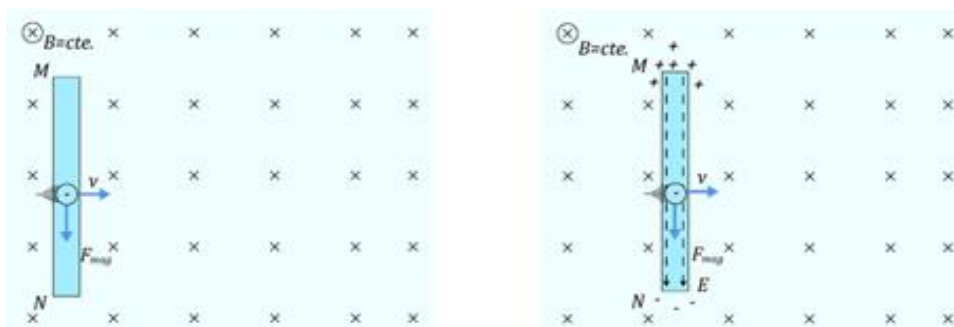


Figura 25: Movimento de uma barra dentro de um campo magnético homogêneo.

Quando movemos a barra no interior de um campo magnético homogêneo, também movemos seus elétrons. Com isso, sobre todos os elétrons atua uma força magnética para baixo. Consequentemente, os elétrons livres irão se acumular nos extremos da barra, polarizando o condutor.

Com isso, se estabelece uma diferença de potencial $V_M - V_N$ e um campo elétrico no interior do condutor.

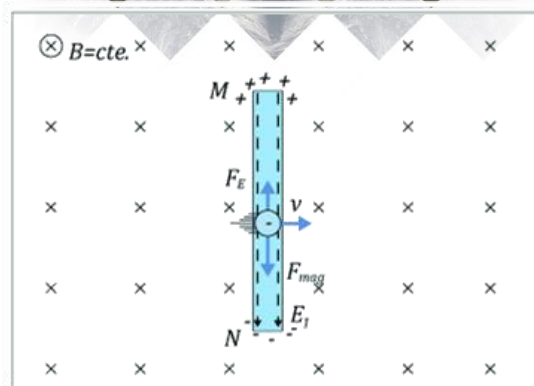


Figura 26: Estabelecimento do campo elétrico e da diferença de potencial na barra.

Dessa forma, o campo elétrico exerce em cada elétron uma força elétrica contrária a força magnética. No início, as cargas elétricas acumuladas nos extremos das barras são pequenas. Logo, o campo será pouco intenso e teremos $F_{mag} > F_{EL}$.

Como a quantidade de carga continua a aumentar nos extremos da barra, o campo elétrico no interior do condutor aumenta até que:

$$F_{mag} = F'_{EL}$$

A partir desse instante não haverá mais aumento carga elétrica nos extremos da barra e a intensidade do campo elétrico se mantém constante.

Como há um campo elétrico no interior do condutor, teremos também uma diferença de potencial entre os extremos da barra. Da eletrostática, temos:

$$U_{MN} = V_M - V_N = E \cdot L$$

Em que L é o comprimento da barra. A partir da relação da igualdade das forças, temos:

$$|q_e| \cdot v \cdot B = E \cdot |q_e| \Rightarrow E = v \cdot B$$

Logo, a ddp entre os terminais da barra é dada por:

$$U_{MN} = B \cdot L \cdot v$$

Caso mantemos a velocidade v constante, então a ddp U_{MN} também se manterá constante. Dessa forma, podemos associar a barra, que está movendo-se em um campo magnético homogêneo, a uma pilha se ela está se deslocando sobre um fio condutor, como na figura abaixo.

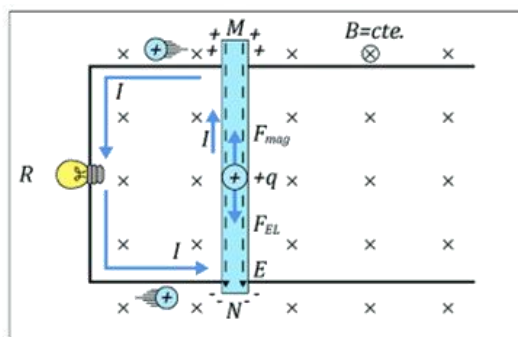


Figura 27: Barra metálica se movendo com velocidade constante se comporta como uma pilha.

Por causa da diferença de potencial entre os extremos do condutor, se estabelece uma corrente elétrica pelos fios conectados a barra do maior para o menor potencial elétrico. A direção desta corrente é condizente com o sentido convencional adotado para a corrente elétrica, isto é, o sentido do movimento das cargas elétricas positivas.

Contudo, as cargas positivas se movem na barra de N para M , isto é, contra o campo elétrico. Como vimos em eletrostática, este movimento só é possível se houver ação de uma força externa de origem não eletrostática. Neste caso, a força externa é a força magnética \vec{F}_{mag} . Assim, o trabalho da força magnética por unidade de carga é denominado força eletromotriz \mathcal{E} .

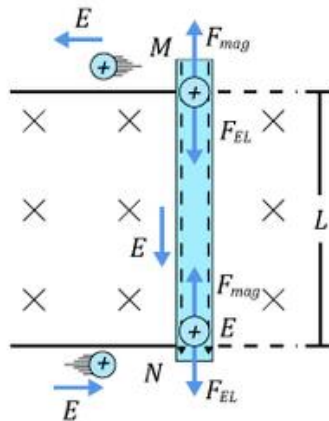


Figura 28: Movimento das cargas positivas no interior da barra.

Pela definição de força eletromotriz, temos:

$$\mathcal{E} = \frac{\tau_{MN}^{ext}}{q} = \frac{\tau_{MN}^{F_{mag}}}{q} = \frac{(q \cdot v \cdot B) \cdot L}{q} \therefore \boxed{\mathcal{E} = B \cdot L \cdot v}$$

Consequentemente, quando uma barra se move em um campo magnético, ela se comporta com uma fonte de força eletromotriz \mathcal{E} e o circuito equivalente é representado por:

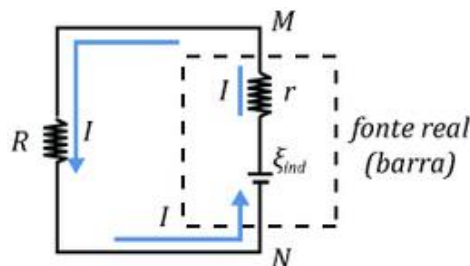


Figura 29: Circuito associado ao movimento da barra no interior de um campo.

Chamamos a *fem* da barra de força eletromotriz induzida e representamos por \mathcal{E}_{ind} . Então:

$$\mathcal{E}_{ind} = B \cdot L \cdot v$$

Por fim, chamamos a corrente gerada no circuito de corrente elétrica induzida.

2.3. Fluxo magnético

Foi Michael Faraday que descobriu as formas de induzir corrente elétrica com um campo magnético. Ele observou que em todos os casos em que se induzia corrente elétrica na espira, era

necessário relacionar o número de linhas de campo magnético que atravessava a superfície da espira. Para isso, era necessário medir o número de linhas de campo que atravessa uma superfície.

A grandeza física que mede a quantidade de linhas de campo que atravessam uma determinada superfície é chamada de fluxo magnético (Φ). Experimentalmente, mostrou que quanto mais linhas atravessam uma certa superfície, maior será o fluxo.

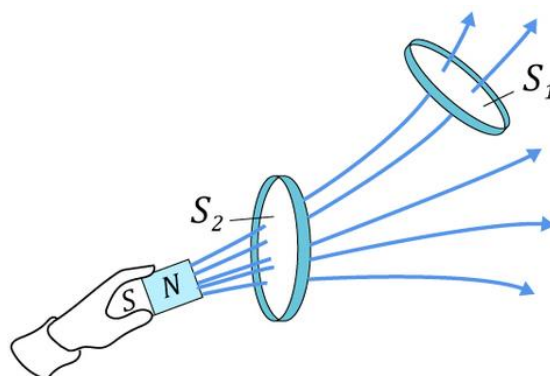


Figura 30: O número de linha de campo que atravessam a espira S_2 é maior que em S_1 . Então, o fluxo em S_2 é maior que o fluxo em S_1 .

Agora, vamos estudar como podemos variar o fluxo magnético.

2.3.1. Variação da área da superfície fechada por uma espira ou circuito

Este caso é semelhante a barra que se move com velocidade constante sobre os trilhos condutores, em uma região onde existe um campo magnético homogêneo.

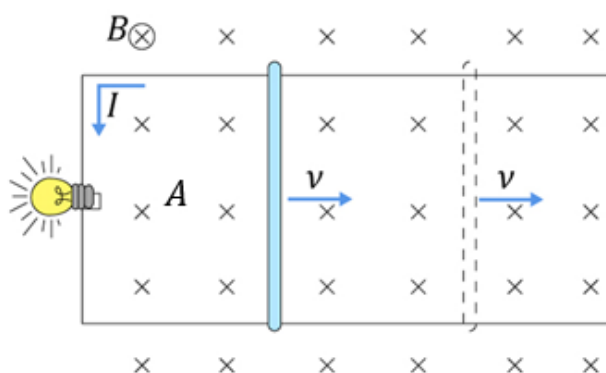


Figura 31: Barra condutora se movendo para a direita com velocidade v , em uma região onde existe um campo magnético uniforme.

Nesta situação, a barra se desloca para a direita, aumentando a área A . Consequentemente, o número de linhas que atravessa a área A é maior, aumentando o fluxo magnético. Então:

$$\Phi \propto A$$

O símbolo \propto é utilizado para dizer que duas grandezas são diretamente proporcionais.

2.3.2. Variação da intensidade do campo magnético \vec{B}

Podemos variar apenas \vec{B} , sem alterar a área, aproximando ou afastando uma espira de um ímã, como na figura abaixo.

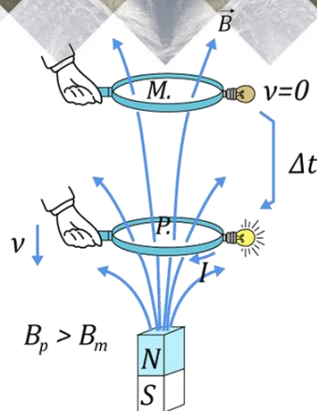


Figura 32: Ao aproximar a espira, as linhas de campo aumentam, sem variar a área da espira.

Como já vimos, as linhas de campo próximo ao polo norte do ímã são mais concentradas. Assim, quando aproximamos uma espira dos polos de um ímã, a intensidade da indução magnética B será maior e teremos mais linhas de campo atravessando a espira. Então, o fluxo magnético depende da indução magnética. Em outras palavras:

$$\Phi \propto B$$

2.3.3. Variação da orientação da superfície em relação as linhas do campo magnético

Agora, vamos variar o fluxo magnético, sem alterar a intensidade do campo ou a área da espira. Para isso, vamos inserir uma espira de área constante, dentro de um campo magnético homogêneo.

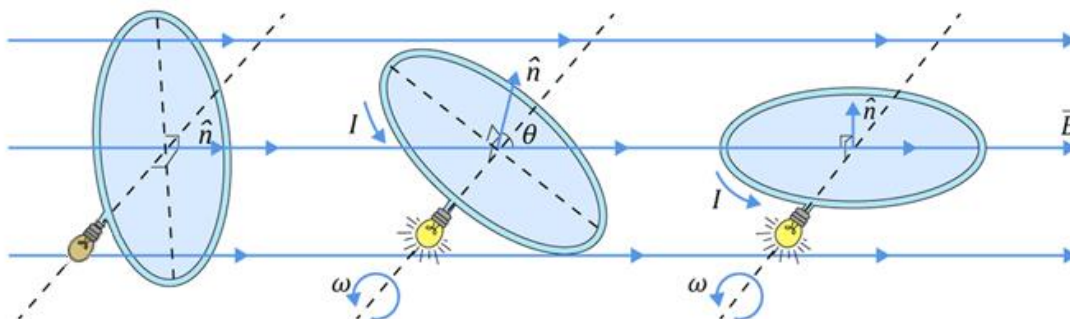


Figura 33: Variação da orientação da superfície em relação as linhas de campo.

Podemos medir a orientação com um ângulo θ formado entre o vetor indução magnética \vec{B} e o versor normal \hat{n} a superfície da espira. Quando o ângulo θ aumenta para 90° , observa-se que o número de linhas que atravessa a espira diminui, ou seja, diminui o fluxo magnético.

Para uma superfície plana, em um campo magnético homogêneo, o fluxo magnético é determinado por:

$$\Phi = B \cdot A \cdot \cos \theta$$

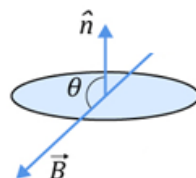
E a unidade do fluxo é dada em Wb (weber) e corresponde a $T \cdot m^2$. De um modo mais geral, lembrando de o conceito de produto escalar, podemos definir o fluxo magnético como sendo um produto escalar:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

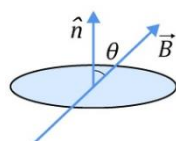
O vetor área \vec{A} é aquele que possui módulo igual a área da espira (A) e orientação normal a superfície da espira. No nosso caso, representamos pelo versor \hat{n} .

Podemos ter duas situações para o fluxo magnético:

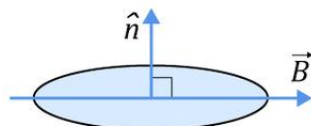
a) Fluxo entrando: neste caso, $\theta > 90^\circ$ e $\Phi_{\text{entrando}} = B \cdot A \cdot \cos \theta < 0$.



b) Fluxo saindo: neste caso $\theta < 90^\circ$ e $\Phi_{\text{saindo}} = B \cdot A \cdot \cos \theta > 0$.



Quando $\theta = 90^\circ$, temos a seguinte situação:



Neste caso, o número de linhas que atravessam a superfície da espira é igual a zero:

$$\Phi = B \cdot A \cdot \underbrace{\cos 90^\circ}_0 \Rightarrow \Phi = 0$$

2.3.4. Cálculo do fluxo magnético através da área projetada

Deve-se ter em mente que na relação $\Phi = B \cdot A \cdot \cos \theta$, o termo $A \cdot \cos \theta$ representa a área projetada sobre uma superfície plana que é perpendicular às linhas do campo magnético.

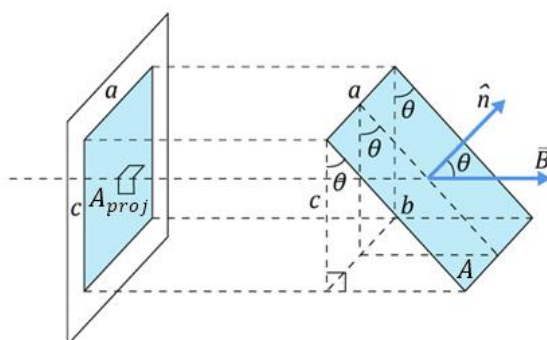


Figura 34: Área projetada em uma superfície plana.

Então:

$$\Phi = B \cdot \underbrace{A \cdot \cos \theta}_{A_{\text{proj}}}$$

$$A \cdot \cos \theta = a \cdot b \cdot \cos \theta = a \cdot c = A_{\text{proj}}$$

Portanto:

$$\Phi = B \cdot A_{proj}$$

Independente da forma da superfície, sempre é possível projetar em um plano perpendicular as linhas do campo magnético.

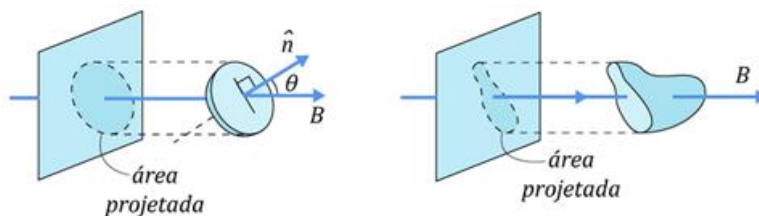


Figura 35: Projeção de uma área qualquer em uma superfície plana.

$$\Phi = B \cdot A_{proj}$$

2.3.5. Fluxo líquido em uma superfície fechada

Vamos estudar agora o fluxo magnético em superfícies fechadas. Para isso, vamos tomar um exemplo de superfície fechada, conforme a figura a seguir.

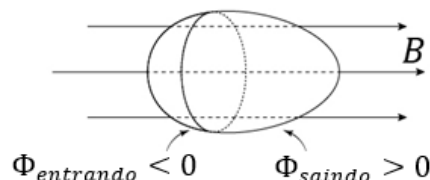


Figura 36: Fluxo magnético em uma superfície fechada.

Em superfícies fechadas existem dois tipos de fluxo: fluxo entrando e fluxo saindo. Observe que o fluxo entrando forma um ângulo que varia de 90° a 180° entre o vetor área e a indução magnética. Logo, ele é negativo. Por outro lado, o fluxo que sai forma um ângulo de 0 a 90° entre os vetores área e indução magnética, portanto, ele é positivo.

Como a quantidade de linhas de fluxo que entram é igual à quantidade que sai, os fluxos são iguais em módulo. Então, levando em conta os sinais, temos:

$$\Phi_{entrando} = \Phi_{saindo}$$

Portanto, o fluxo líquido, que é dado pela soma de todos os fluxos através da superfície, é expresso por:

$$\Phi_{líq} = \Phi_{entrando} + \Phi_{saindo} = 0$$

Esta é a Lei de Gauss para o campo magnético. Outra forma de demonstrar esta propriedade é utilizar o conceito de área projetada. Para isso, basta dividir a superfície fechada em duas porções abertas e projetar as suas áreas em superfícies planas.

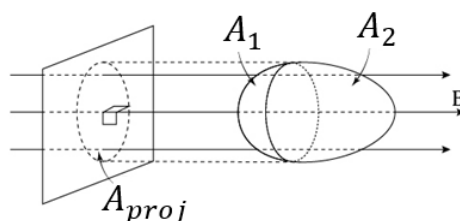


Figura 37: Divisão de uma superfície fechada em duas superfícies abertas e a projeção de suas áreas.

O fluxo magnético pela superfície de área A_1 é dado por:

$$\Phi_{\text{entrando}} = -B \cdot A_{\text{proj}}$$

O fluxo magnético pela superfície de área A_2 é expresso por:

$$\Phi_{\text{saindo}} = B \cdot A_{\text{proj}}$$

Note que a projeção de A_1 e de A_2 na superfície plana leva a uma mesma área projetada A_{proj} , entretanto, os vetores áreas de A_1 e A_2 tem sentidos opostos.

O fluxo líquido é igual a:

$$\Phi_{\text{liq}} = \Phi_{\text{entrando}} + \Phi_{\text{saindo}} = -B \cdot A_{\text{proj}} + B \cdot A_{\text{proj}} = 0$$

Por exemplo, considere um cubo imerso em uma região onde existe um campo magnético homogêneo. O fluxo líquido pela superfície do cubo é nulo, pois o número de linhas que entram é igual ao número de linhas que saem dele.

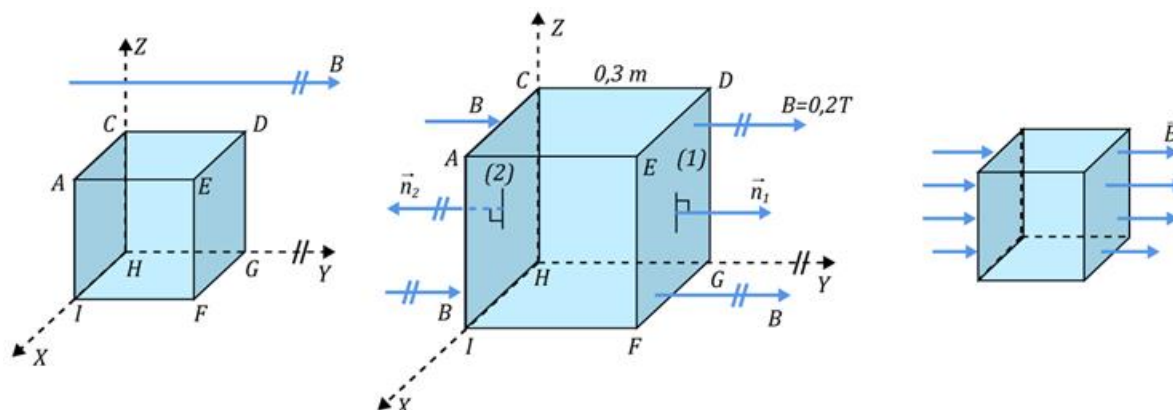


Figura 38: Exemplo de um cubo imerso em um campo magnético homogêneo.

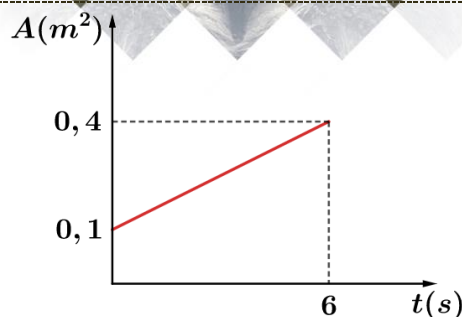
Vamos fazer alguns exercícios para exemplificar as formas de variar o fluxo magnético.

ESCLARECENDO!



10.

Em uma espira retangular, o campo magnético homogêneo possui indução magnética $B = 0,4 \text{ T}$ e é perpendicular ao plano da espira. Calcule a variação do fluxo magnético para $t[0,6] \text{ s}$, se a área da superfície varia conforme o gráfico abaixo.

**Comentários:**

Neste caso, temos:

$$\Phi = \underbrace{B}_{cte} \cdot \underbrace{A}_{varia}$$

$$\Delta\Phi = \Phi_f - \Phi_i = B \cdot A_f - B \cdot A_i = B(A_f - A_i) = B \cdot \Delta A$$

$$\Delta\Phi = B \cdot \Delta A$$

Para o intervalo de tempo em questão, temos:

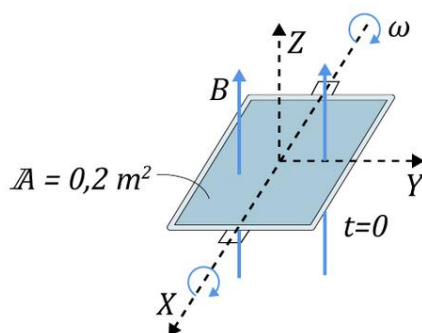
$$A_i = 0,1 \text{ m}^2 \text{ e } A_f = 0,4 \text{ m}^2$$

Portanto:

$$\Delta\Phi = (0,4) \cdot (0,4 - 0,1) \Rightarrow \boxed{\Delta\Phi = 0,12 \text{ Wb ou } 120 \text{ mWb}}$$

11.

Considere uma espira que gira com velocidade angular constante $\omega = \pi/4 \text{ rad/s}$ e é cortada por linhas de indução de um campo magnético homogêneo $\vec{B} = 0,4 \hat{k} \text{ T}$. Calcule a variação do campo magnético na superfície da espira de 0 a 2 segundos.

**Comentários:**

Note que agora o campo e a área não variam, mas a orientação da superfície em relação as linhas de indução.

$$\Phi = \underbrace{B}_{cte} \cdot \underbrace{A}_{cte} \cdot \underbrace{\cos \theta}_{varia}$$

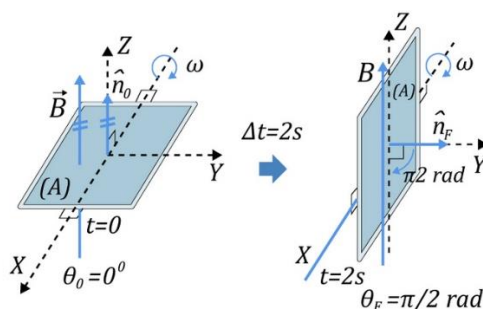
Logo:

$$\Delta\Phi = B \cdot A \cdot [\cos \theta_f - \cos \theta_i]$$

Como a velocidade angular é constante, então:

$$\theta = \omega \cdot t \Rightarrow \begin{cases} \theta_i = \frac{\pi}{4} \cdot 0 = 0 \\ \theta_f = \frac{\pi}{4} \cdot 2 = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Portanto, temos as duas situações:



Substituindo valores, temos:

$$\Delta\Phi = 0,4 \cdot 0,2 \cdot \left[\cos \frac{\pi}{2} - \cos 0 \right] \Rightarrow \Delta\Phi = 0,08 \cdot (-1) \Rightarrow \boxed{\Delta\Phi = -8 \cdot 10^{-2} \text{ Wb ou } -80 \text{ mWb}}$$

2.4. Lei de Faraday da indução eletromagnética

Faraday percebeu que ao variar o fluxo magnético na superfície de uma espira, sempre surgia uma corrente elétrica induzida no circuito. Então, ele enunciou que:

A variação do fluxo magnético que atravessa uma superfície fechada por uma espira condutora ou circuito induz neles uma corrente elétrica.

Vamos aproximar uma espira condutora do polo norte de um ímã, como na figura abaixo:

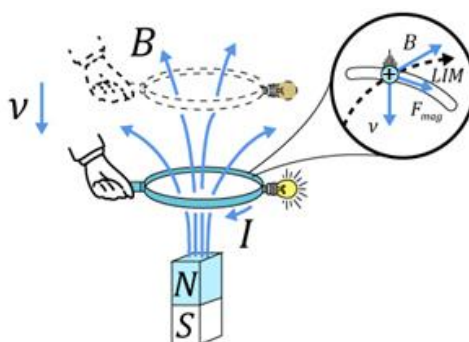


Figura 39: Variação do fluxo magnético ao aumentar o campo magnético na superfície da espira.

Como já discutimos, o fluxo magnético está variando e, conseqüentemente, se induz uma corrente elétrica na espira.

Note que a corrente elétrica surge devido à força magnética exercida sobre as partículas eletrizadas em movimento, pois vão cortando as linhas de campo magnético do ímã.

Quando aumentamos a velocidade da espira, isto é, aumentamos a velocidade v das partículas carregadas, a força magnética \vec{F}_{mag} se torna maior.

Consequentemente, as partículas eletrizadas se movem mais rapidamente ao longo da espira e, com isso, a intensidade da corrente elétrica induzida, que é evidenciado pelo aumento do brilho da lâmpada.

Por outro lado, o número de linhas que atravessa a espira varia com maior rapidez. Isto significa que o fluxo magnético varia mais rapidamente.

Logo, aumentar a velocidade de aproximação da espira implica maior velocidade da variação do fluxo magnético e isto traz um aumento na intensidade da corrente elétrica induzida. Portanto, podemos dizer que há uma relação direta entre a variação do fluxo e a intensidade da corrente.

Se tomarmos um intervalo de tempo bem pequeno (Δt), a variação do fluxo magnético é $\Delta\Phi$ e rapidez da variação do fluxo magnético será $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$. Experimentalmente, verifica-se que:

$$I \propto \left(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right)$$

Já vimos em eletrodinâmica que o trabalho das forças externas por unidade de carga se denomina força eletromotriz (\mathcal{E}). No caso da indução magnética que ocorre na espira, a força externa não é de origem eletrostática e sim magnética. Dessa forma, a força eletromotriz pode ser calculada como:

$$\mathcal{E}_{ind} = \frac{\tau_{espira}^{F_{mag}}}{q}$$

Pela primeira lei de Ohm, para uma espira fechada, sabemos que:

$$I = \frac{\mathcal{E}_{ind}}{R_{eq}}$$

Em que R_{eq} é a resistência elétrica equivalente do circuito (resistência da espira mais a resistência da carga do circuito). A resistência não depende da variação do fluxo magnético. Ela depende apenas das dimensões do condutor e do tipo de material com a qual foi fabricada. Portanto, podemos dizer que:

$$I \propto \mathcal{E}_{ind}$$

Diante desses resultados, vemos que uma maior rapidez na variação do fluxo magnético ($\Delta\Phi/\Delta t$), aumenta a intensidade da corrente elétrica induzida (I), implicando maior *fem* induzida (\mathcal{E}_{ind}). Então:

$$\mathcal{E}_{ind} \propto \left(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right)$$

Assim, a lei de Faraday para a indução magnética é:

$$\boxed{\mathcal{E}_{ind} = \left| \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right|}$$

Neste momento, vamos apresentar apenas o valor absoluto de \mathcal{E}_{ind} . O sinal da fem é dado pela lei de Lenz que será detalhada no próximo tópico. No SI, \mathcal{E}_{ind} é dada em volt (V), o Φ em weber (Wb) e t em segundos (s). Então, temos a seguinte equivalência:

$$1\text{ V} = 1\text{ Wb/s}$$

A lei de Faraday se aplica sempre que o fluxo magnético variar. Nela vemos que para produzir a força eletromotriz induzida é necessário variar o fluxo magnético no tempo. Se não há variação do fluxo magnético, não há fem induzida.

2.4.1. Algumas características a variação do fluxo magnético

Se o fluxo magnético varia uniformemente com o tempo, isto é, a rapidez com que ele varia é constante, a dependência do fluxo com o tempo é linear.

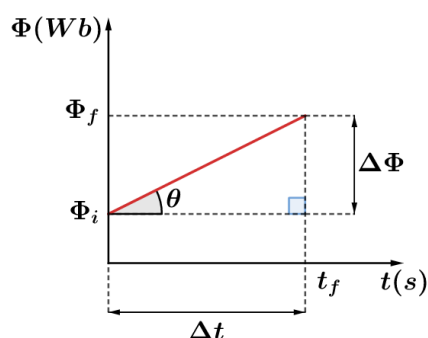


Figura 40: Fluxo variando linearmente no tempo.

De acordo com a lei de Faraday e utilizando os conceitos do gráfico da função linear, temos que:

$$\mathcal{E}_{ind} = \left| \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right| = tg(\theta) = cte$$

Podemos dizer então que a força eletromotriz é constante quando o fluxo magnético varia uniformemente com o tempo.

Caso o fluxo magnético não varie linearmente com o tempo, a dependência com o tempo não é linear.

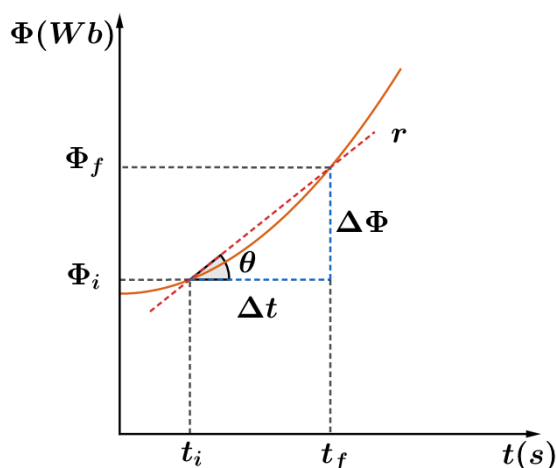


Figura 41: Fluxo magnético variando não linearmente no tempo.

Neste caso, a tangente de θ é a *fem* induzida média \mathcal{E}_m para o intervalo de tempo $\Delta t = t_f - t_i$.

$$\mathcal{E}_m = \left| \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right| = tg(\theta)$$

Se reduzirmos o tempo Δt para um valor tão pequeno quanto se queira, a reta r se torna a tangente no gráfico, como na figura abaixo:

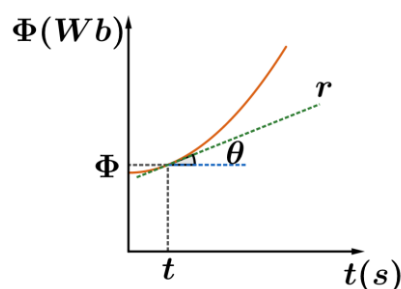


Figura 42: Quando pegamos intervalos de tempo muito pequenos, a reta r se torna a tangente.

Neste caso, a $tg(\theta)$ vem a ser a *fem* induzida instantânea (\mathcal{E}), pois se determina ela para o instante t . Matematicamente, ela se expressa da seguinte forma:

$$\mathcal{E} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = tg(\theta)$$

$$\mathcal{E} = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right|$$

A força eletromotriz instantânea induzida é a derivada do fluxo magnético em relação ao tempo. Para determinar \mathcal{E} é necessário conhecer a equação do fluxo magnético em função do tempo.

Quando temos uma bobina ou solenoide de N voltas ou espiras condutoras e o fluxo magnético varia de igual maneira pelos enrolamentos, como na figura abaixo:

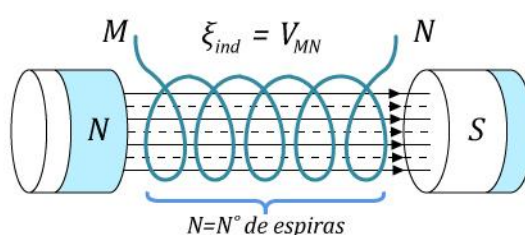


Figura 43: Solenoide com N voltas.

Em cada espira se induz uma força eletromotriz e, como as espiras estão conectadas em série, a \mathcal{E}_{ind} é a soma das *fem* de cada espira.

$$U_{MN} = \mathcal{E}_{ind} = \sum_{i=1}^N \mathcal{E}_i = \sum_{i=1}^N \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| \therefore \boxed{\mathcal{E}_{ind} = N \cdot \left| \frac{d\Phi}{dt} \right|}$$

Observação: o solenoide da figura logo acima é um circuito aberto, então não se induz uma corrente elétrica neste circuito. Entretanto, isto não significa que não se estabeleceu uma *fem*, pois esta *fem* se mantém enquanto o magnético varia através do solenoide.

A corrente elétrica irá se estabelecer quando fecharmos o circuito, isto é, quando colocamos uma resistência elétrica entre os terminais M e N , por exemplo. Perceba que o processo aqui é análogo a uma pilha que mantém sua fem mesmo desconectada.

ESCLARECENDO!

**12.**

Um campo magnético atravessa, perpendicularmente, uma espira retangular. Se a indução magnética B aumenta a razão de 2 T em cada segundo, calcule a \mathcal{E}_{ind} na espira. Considere que a área limitada pela espira é de $0,2\text{ m}^2$.

Comentários:

Para determinar a \mathcal{E}_{ind} devemos aplicar a lei de Faraday:

$$\mathcal{E}_{ind} = \left| \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right|$$

Para isso, devemos analisar como o fluxo magnético varia com o tempo:

$$\Phi = \underbrace{B}_{\text{varia}} \cdot \underbrace{A}_{\text{cte}} \Rightarrow \Delta\Phi = \Delta B \cdot A$$

Logo:

$$\mathcal{E}_{ind} = \left| \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right| = \left| \frac{\Delta B \cdot A}{\Delta t} \right| = \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right| \cdot A$$

Note que o termo $\left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right|$ representa a taxa na qual está variando a indução magnética no tempo.

Do enunciado, sabemos que o campo aumenta de 2 T a cada segundo, então:

$$\left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right| = 2\text{ T/s}$$

Substituindo na expressão da fem induzida, temos:

$$\mathcal{E}_{ind} = \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right| \cdot A \Rightarrow \mathcal{E}_{ind} = 2 \cdot 0,2 \Rightarrow \boxed{\mathcal{E}_{ind} = 0,4\text{ V}}$$

2.4.2. Campo elétrico rotacional e sua relação com o campo magnético

Vimos até agora que a força eletromotriz induzida no condutor retilíneo que se move em um campo magnético foi explicada pela ação da força magnética sobre os portadores móveis de carga.

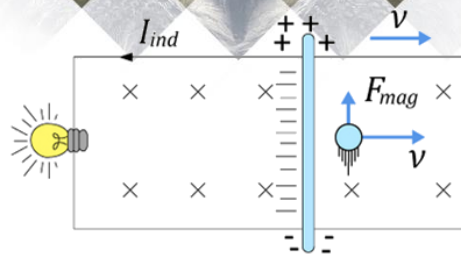


Figura 44: Força eletromotriz em uma barra condutora em movimento se deve ao trabalho da força magnética sobre as cargas da barra em movimento.

Entretanto, podemos criar uma força eletromotriz induzida em um circuito secundário, estando ele em repouso em relação ao circuito primário.

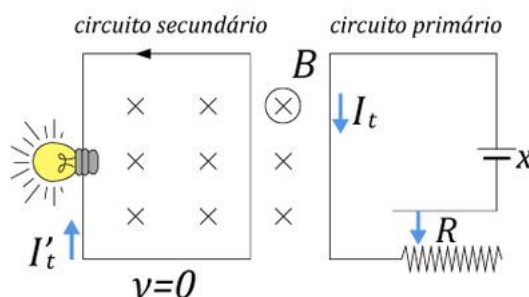


Figura 45: A corrente no circuito secundário não é pela ação da força magnética, pois este circuito se mantém em repouso.

Até agora, o resultado é impossível de ser explicado, pois o campo não age sobre as cargas em repouso. Lembre-se que cargas em repouso geram campo elétrico.

Podemos explicar este fenômeno pelo fato de um campo magnético alternativo (variante no espaço e no tempo) originar um campo elétrico que é responsável pela corrente induzida no condutor fechado.

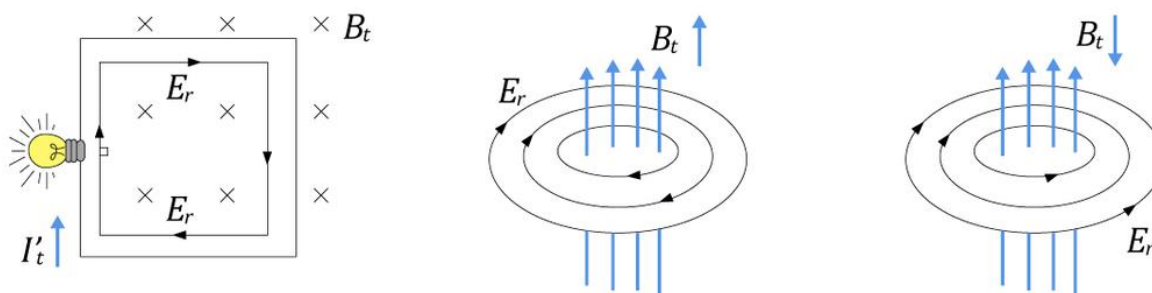


Figura 46: O campo magnético alternativo induz corrente. Quando aumentamos o campo magnético, o campo elétrico gerado possui sentido horário e quando diminuimos o campo magnético, o campo elétrico gerado tem sentido anti-horário.

O primeiro a aplicar este fenômeno foi J. Maxwell. Ele desenvolveu esta ideia e criou a teoria de campo eletromagnético que foi demonstrada por muitos experimentos. Para Maxwell no espaço onde varia um campo magnético se produz, obrigatoriamente, um campo elétrico com linhas de intensidade fechadas, independentemente de se apresentar ou não uma substância (espira condutora).

As experiências mostravam que o vetor intensidade do campo magnético em qualquer ponto do espaço é perpendicular ao vetor intensidade do campo elétrico originado por ele. Exatamente por isso, a máxima *fem* induzida em um condutor retilíneo se observa quando o condutor se move perpendicularmente as linhas de indução magnética.

2.5. Lei de Lenz

A lei de Lenz é aplicada para conhecer o sentido da corrente elétrica induzida. Ela diz que:

Em um circuito fechado se estabelece um fem induzida e um corrente elétrica induzida cujo campo magnético se opõe a causa que o produziu.

Podemos ver essa propriedade como uma inércia magnética. Todas as causas que levam a formação de uma fem induzida são devidas às variações do fluxo magnético. Então, podemos definir a inércia magnética como a oposição de um circuito a variação do fluxo magnético através deste circuito.

Por exemplo, no caso do ímã se aproximando da espira, se no início o fluxo do campo magnético na espira é de 2 linhas, então este valor deve permanecer constante. Para isso, devemos ter uma corrente induzida de tal forma que o campo gerado por ela faça o fluxo permanecer com 2 linhas entrantes.

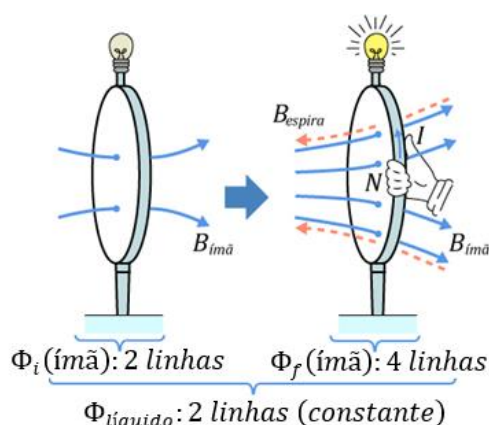


Figura 47: Aplicação da lei de Lenz para a determinação do sentido da corrente induzida.

Para aplicar a lei de Lenz, devemos aplicar duas regras:

- 1) Quando o fluxo magnético através de um circuito aumenta, a corrente induzida estabelece um campo magnético com linhas de sentido contrário as linhas do campo magnético inicial.
- 2) Quando o fluxo magnético através de um circuito diminui, a corrente induzida estabelece um campo magnético com linhas de igual sentido que as linhas do campo magnético inicial.

Determinado o sentido das linhas do campo magnético da corrente induzida, aplicamos a regra da mão direita envolvente para determinar o sentido da corrente induzida.

Lembre-se: para se estabelecer uma corrente induzida é necessário que o circuito esteja fechado. Caso o circuito não esteja fechado, nós devemos completar imaginariamente o circuito entre os terminais do condutor e utilizamos a lei de Lenz para determinar o sentido da corrente. Assim, podemos determinar a polaridade nos extremos do condutor em um circuito aberto.

Agora que conhecemos a lei de Lenz, vamos incorporá-la na lei de Faraday colocando um sinal de menos:

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Note que a *fem* induzida tem um sinal oposto a variação do fluxo magnético. Por isso o sinal de menos. Para uma bobina de N espiras, a *fem* induzida instantânea é dada por:

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi}{dt}$$

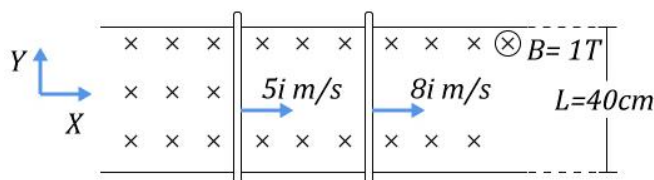
Esta definição matemática para a indução magnética foi dada posteriormente por F. E. Neumann, por causa disso, às vezes, aparece em alguns enunciados lei de Faraday-Neumann.

ESCLARECENDO!



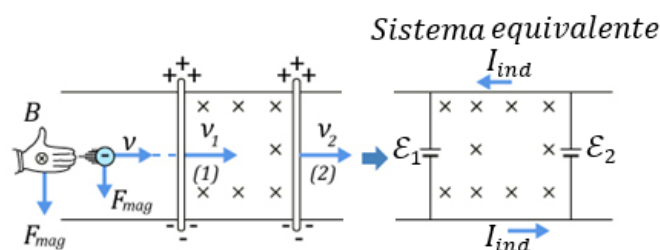
13.

Sobre dois trilhos metálicos estão deslizando dois fios condutores com velocidades constantes de $5\hat{i} \text{ m/s}$ e $8\hat{i} \text{ m/s}$, como na figura abaixo. Calcule a *fem* induzida e o sentido da corrente induzida.



Comentários:

Como visto em teoria, nos extremos dos fios condutores são induzidas *fem* por ação da força magnética. Assim, temos o seguinte circuito equivalente:



A *fem* de cada condutor é dada por:

$$\mathcal{E} = B \cdot L \cdot v$$

Então:

$$\mathcal{E}_1 = B \cdot L \cdot v_1 \Rightarrow \mathcal{E}_1 = 1 \cdot 0,4 \cdot 5 = 2 \text{ V}$$

$$\mathcal{E}_2 = B \cdot L \cdot v_2 \Rightarrow \mathcal{E}_2 = 1 \cdot 0,4 \cdot 8 = 3,2 \text{ V}$$

Note que:

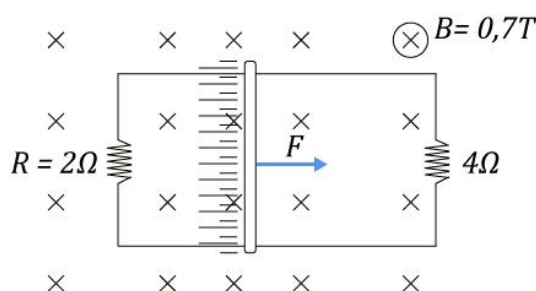
$$\mathcal{E}_2 > \mathcal{E}_1$$

Portanto, a corrente induzida no sistema terá sentido anti-horário e a *fem* induzida no sistema é de:

$$\mathcal{E}_{ind} = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 \Rightarrow \mathcal{E}_{ind} = 3,2 - 2 \Rightarrow \boxed{\mathcal{E}_{ind} = 1,2 \text{ V}}$$

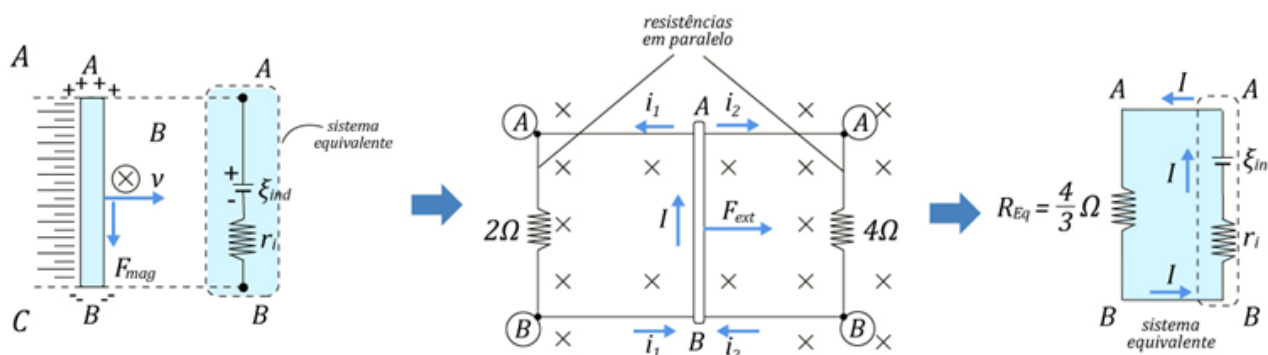
14.

Considere uma barra que possui resistência elétrica de 1Ω , comprimento de 1 m e massa de 200 g , deslizando sobre um plano horizontal com velocidade constante de 2 m/s . Se o coeficiente de atrito entre a barra e os trilhos é de $0,29$, calcule o valor de F . Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.

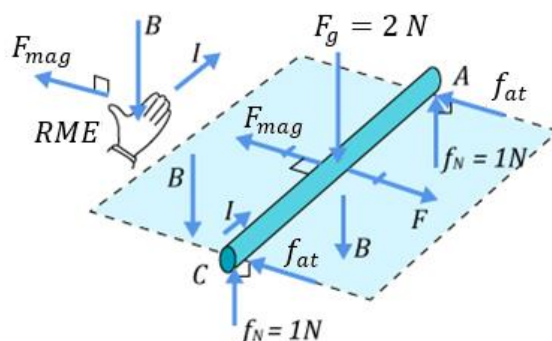


Comentários:


Quando o condutor se move em um campo magnético, sabemos que se induz uma *fem*. Assim, podemos determinar a polaridade da barra de acordo com os esquemas abaixo:



Dessa forma, a barra condutora estabelece uma corrente elétrica I e o campo magnético exerce uma força magnética como no diagrama de forças abaixo:



Se a barra está se movendo com velocidade constante, então a força resultante é nula. Portanto:


$$\vec{F}_{res} = \vec{0}$$

No plano sombreado da figura logo acima, temos:

$$F = F_{mag} + 2 \cdot f_{at}$$

Note que a força normal dos trilhos na barra está igualmente dividida nos dois pontos de contato com a barra. Portanto:

$$F_g = 2f_N \Rightarrow 2 = 2f_N \Rightarrow f_N = 1 \text{ N}$$

Então a força de atrito em cada trilho é dada por:

$$f_{at} = \mu \cdot f_N \Rightarrow f_{at} = 0,29 \cdot 1 = 0,29 \text{ N}$$

Portanto, a força F é igual a:

$$F = F_{mag} + 2 \cdot 0,29 = F_{mag} + 0,58$$

Agora, vamos atrás da força magnética. Sabemos que ela é expressa por:

$$F_{mag} = B \cdot I \cdot L \cdot \sin(90^\circ)$$

Então, resta apenas conhecer a corrente elétrica para determinar F_{mag} . A corrente I pode ser determinada pela primeira lei de Pouillet:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R_{total}}$$

$$i = \frac{B \cdot L \cdot v}{R_{total}}$$

$$i = \frac{0,7 \cdot 1 \cdot 2}{\frac{4}{3} + 1} \Rightarrow i = 0,6 \text{ A}$$

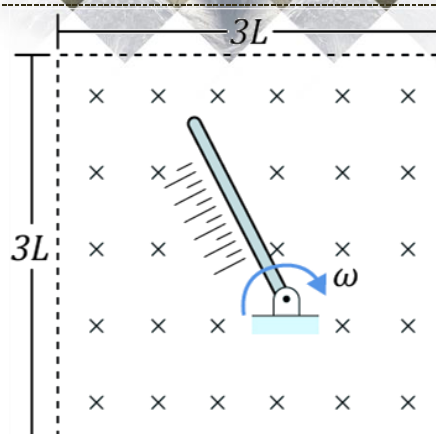
Portanto:

$$F_{mag} = 0,7 \cdot 0,6 \cdot 1 = 0,42 \text{ N}$$

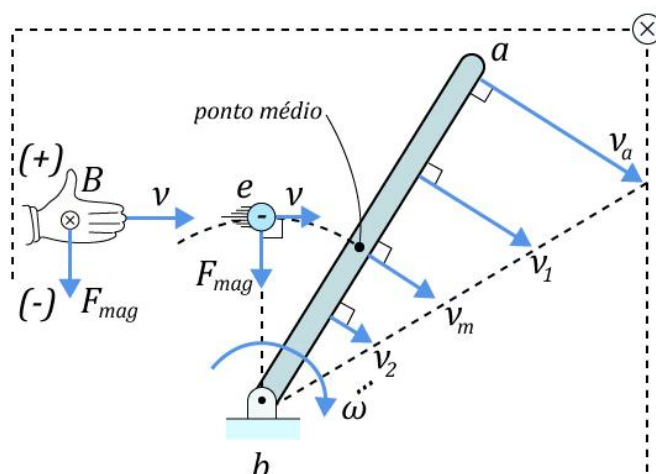
$$F = 0,42 + 0,58 \Rightarrow \boxed{F = 1 \text{ N}}$$

16.

Uma barra gira com velocidade angular constante ω em um campo magnético homogêneo de indução B , que está entrando no plano da página. Calcule a *fem* induzida entre os terminais da barra L .

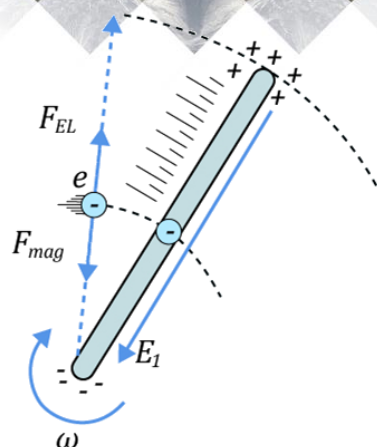
**Comentários:**

Quando a barra condutora gira em relação a um eixo no interior de um campo magnético, nela é induzida uma *fem* devido a ação de uma força magnética sobre seus elétrons livres, como na figura abaixo:



A força magnética se distribui ao longo da barra nos elétrons livres, concentrando-os na extremidade *b*. Por isso, o extremo *a* da barra torna-se positivamente eletrizado. Devido a esse reordenamento dos elétrons, surge um campo elétrico interno \vec{E} .

No equilíbrio eletrostático, isto é, quando os elétrons livres já não se movem pela barra, cada um deles experimenta um movimento circular. Para calcular a *fem* devemos analisar o movimento do elétron, mas cada elétron apresenta uma velocidade diferente, já que cada um está a uma distância do eixo de rotação da barra. Então, vamos tomar o elétron que se encontra no ponto médio da barra:



De acordo com a dinâmica do movimento circular, sabemos que:

$$F_{cp} = m \cdot a_{cp}$$

$$F_{mag} - F_{EL} = m \cdot a_{cp}$$

Como a massa do elétron é muito pequena, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, então:

$$F_{mag} - F_{EL} \cong 0$$

$$F_{mag} = F_{EL}$$

$$|q_{e-}| \cdot v_m \cdot B = |q_{e-}| \cdot E \Rightarrow E = B \cdot v_m$$

Da cinemática, temos:

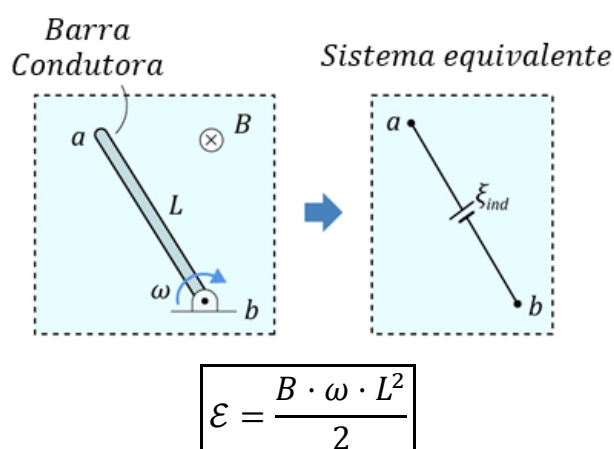
$$v_m = \omega \cdot \frac{L}{2}$$

Então:

$$E = \frac{U_{ab}}{L} \Rightarrow U_{ab} = B \cdot \left(\omega \cdot \frac{L}{2} \right) \cdot L$$

$$U_{ab} = \frac{B \cdot \omega \cdot L^2}{2} \Rightarrow \boxed{\mathcal{E} = \frac{B \cdot \omega \cdot L^2}{2}}$$

Com isso, podemos guardar este resultado da seguinte forma:



Note que se a barra girar no sentido contrário, teremos um movimento dos elétrons no sentido oposto ao da situação que acabamos de deduzir. Assim, a polaridade da *fem* induzida teria sentido oposto ao que acabamos de deduzir. Entretanto, o módulo da *fem* seria o mesmo.

3. Corrente alternada e Transformadores

Para fechar a aula, vamos estudar alguns conceitos sobre corrente alternada e transformadores.

No capítulo anterior, vimos que quando uma barra condutora se move em um campo magnético, de tal forma que corta as linhas de indução, surge uma força eletromotriz induzida que é determinada por:

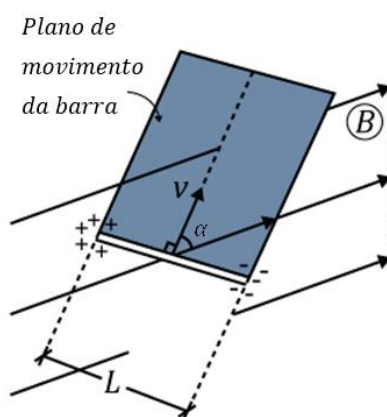


Figura 48: Barra se movendo em um campo magnético.

$$\mathcal{E} = B \cdot v \cdot L \cdot \sin \alpha$$

Lembre-se: ao inverter a direção da velocidade se inverte também a polaridade da *fem* no condutor.

Agora, vamos considerar uma espira condutora que gira com velocidade angular ω constante em sentido anti-horário em um campo magnético homogêneo, conforme figura abaixo:

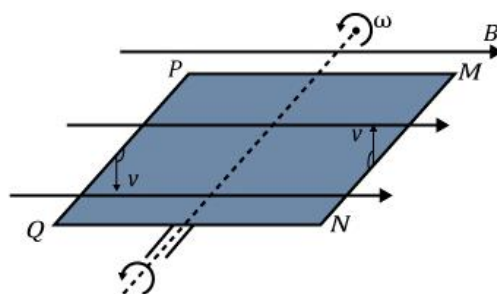


Figura 49: Espira condutora com velocidade angular ω .

Quando giramos a espira, os segmentos *NM* e *PQ* cortam as linhas de indução magnética, induzindo uma *fem* em cada um destes segmentos. Note que os segmentos *QN* e *MP* giram em forma paralela às linhas de indução, não cortam as linhas de indução, então nestes segmentos não se induz *fem*.

Dessa forma, temos o seguinte sistema equivalente:

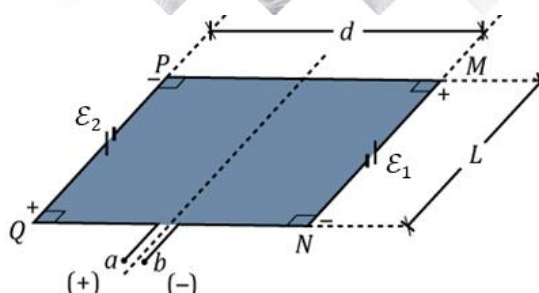


Figura 50: Sistema equivalente para uma espira girando com velocidade angular constante.

Para os instantes mostrado, temos:

$$\begin{cases} \mathcal{E}_1 = B \cdot L \cdot v \\ \mathcal{E}_2 = B \cdot L \cdot v \end{cases} \Rightarrow \mathcal{E}_{ab} = 2 \cdot B \cdot L \cdot v$$

Vamos deduzir a *fem* para um instante t qualquer do movimento de rotação da espira. Para isso, vamos tomar a espira em uma posição para um $t \neq 0$.

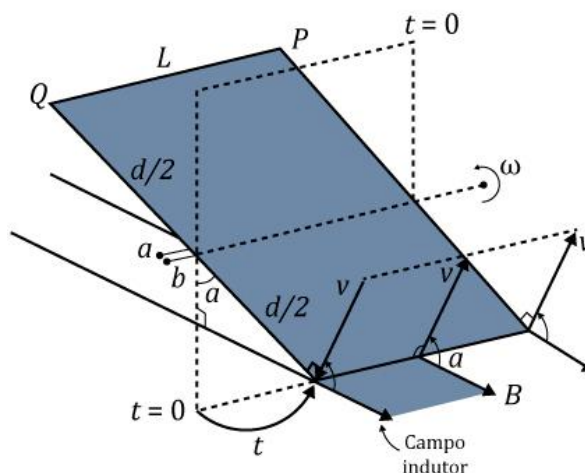


Figura 51: Espira em um tempo t .

Agora, para um instante t , temos:

$$\begin{cases} \mathcal{E}_1 = B \cdot L \cdot v \cdot \sen \alpha \\ \mathcal{E}_2 = B \cdot L \cdot v \cdot \sen \alpha \end{cases}$$

Portanto, a *fem* entre os terminais a e b é dada por:

$$\mathcal{E}_{ab} = 2 \cdot B \cdot L \cdot v \cdot \sen \alpha$$

Do MCU executado pela espira, vem:

$$\alpha = \omega \cdot t \Rightarrow v = \omega \cdot r = \omega \cdot \frac{d}{2}$$

Substituindo em \mathcal{E}_{ab} , temos:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{ab} &= 2 \cdot B \cdot L \cdot \left(\omega \cdot \frac{d}{2} \right) \cdot \sen \alpha \\ \mathcal{E}_{ab} &= B \cdot \omega \cdot d \cdot L \cdot \sen(\omega \cdot t) \end{aligned}$$

Note que $d \cdot L$ corresponde à área da espira. Portanto, a lei da *fem* para este é:

$$\mathcal{E} = B \cdot \omega \cdot A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$$

Em que:

- \mathcal{E} : *fem* instantânea.
- ω : velocidade angular.
- A : área delimitada pela espira.
- B : indução magnética.
- t : instante de tempo.

Note que a lei da *fem* é senoidal, isto é, a *fem* se alterna, pois sabemos que a função seno é periódica e varia de -1 a $+1$. Observe também que determinamos a expressão de \mathcal{E} para o caso de o ângulo inicial ser nulo. Então, de uma forma mais geral, temos que:

$$\mathcal{E} = B \cdot \omega \cdot A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \alpha_0)$$

Em que α_0 é a fase inicial. Lembre-se que podemos obter o mesmo resultado utilizando a lei de Faraday:

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi}{dt}$$

Sabemos que a função seno é limitada entre -1 e $+1$. Então, a *fem* assume valor máximo quando $\text{sen}(\omega \cdot t + \alpha_0) = 1$ e ela é igual a:

$$\mathcal{E}_{\text{máx}} = B \cdot \omega \cdot A$$

Portanto, podemos reescrever a *fem* em função do seu valor máximo.

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\text{máx}} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \alpha_0)$$

Diante deste resultado, vemos que a força eletromotriz varia entre um valor máximo e um valor mínimo, de acordo com a função seno. Portanto, o gráfico de $\mathcal{E} \times t$ é representado por:

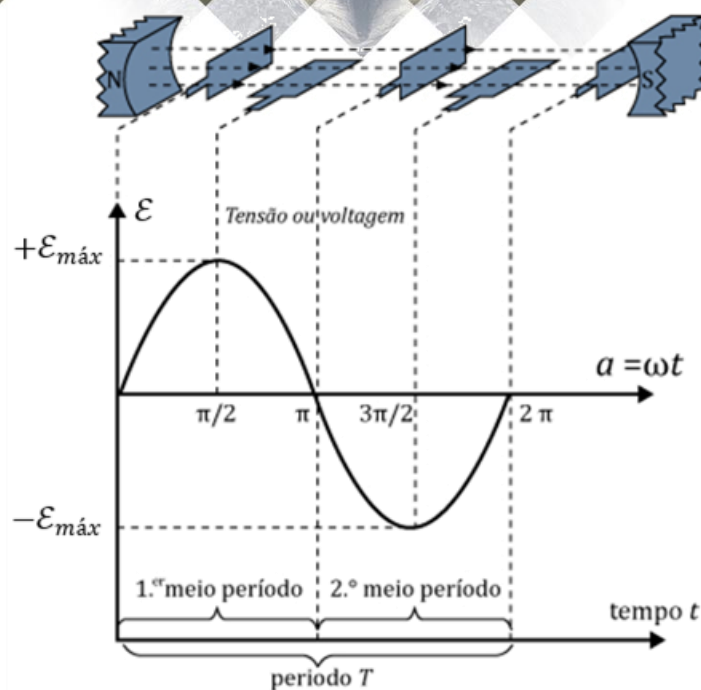


Figura 52: Variação da fem com o tempo.

A partir da *fem*, se fecharmos um circuito com uma resistência entre os terminais *a* e *b* igual a *R*, então podemos dizer que a corrente é dada por:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mathcal{E}_{\text{máx}}}{R} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \alpha_0) \Rightarrow i = i_{\text{máx}} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \alpha_0)$$

Podemos deduzir que o valor médio de i^2 é igual a:

$$i_m^2 = \frac{i_{\text{máx}}^2}{2}$$

3.1. Valor eficaz da corrente alternada (i_{ef}) e da tensão eficaz (V_{ef})

Durante um ciclo (período), a corrente alternada tem diferentes valores instantâneos. Então qual valor um amperímetro irá indicar? Os efeitos da corrente alternada não são determinados pelos seus valores de máximo e de mínimo. Para melhor entendermos o comportamento da corrente alternada, vamos comparar ao efeito térmico da corrente contínua.

Quando um resistor é atravessado por uma corrente contínua, a energia dissipada nele é dada por:

$$Q = P \cdot t \Rightarrow Q = R \cdot i^2 \cdot t$$

Para uma resistência percorrida por uma corrente alternada, a energia dissipada durante um ciclo (período) é igual a:

$$Q = R \cdot i_m^2 \cdot t$$

Para que em ambos os casos tenhamos a mesma quantidade de calor dissipado, devemos ter que:

$$i^2 = i_m^2 \Rightarrow i = \sqrt{i_m^2}$$

A partir de agora, vamos chamar de i_{ef} a corrente eficaz ou i_{rms} (*rms* em inglês: “root mean square”) simboliza a média quadrática da corrente. Ela pode ser determinada por:

$$i_{ef} = \frac{i_{máx}}{\sqrt{2}}$$

Se a corrente eficaz é dada pela expressão logo acima, de forma análoga, a tensão eficaz também será dada por uma expressão semelhante:

$$V_{ef} = \frac{V_{máx}}{\sqrt{2}}$$

Por analogia, a *fem* eficaz também é expressa por:

$$\mathcal{E}_{ef} = \frac{\mathcal{E}_{máx}}{\sqrt{2}}$$

3.2. Autoindutância

Seja um solenoide de N voltas onde é estabelecida uma corrente que aumenta com o tempo, como na figura abaixo.

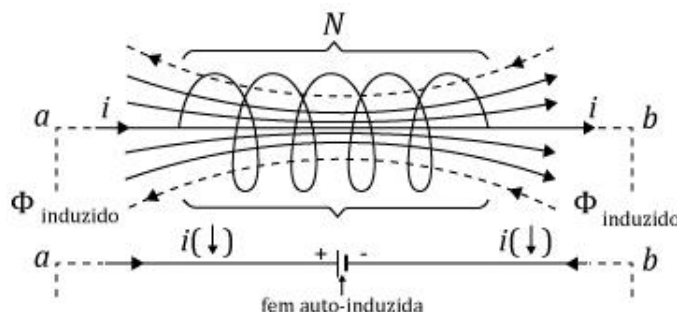


Figura 53: Solenoide percorrido por uma corrente crescente no tempo.

Por causa da corrente elétrica i , as espiras geram um fluxo magnético Φ_i e ao aumentar a corrente i , o fluxo magnético também aumenta, ou seja, ele está variando no tempo. Este fluxo crescente induz no circuito uma *fem* que se opõe ao seu indutor.

Pela lei de Lenz, a direção do campo magnético induzido nos fios deve ser oposta ao da corrente e a *fem* induzida deve ser tal que seja capaz de diminuir a corrente i .

Assim, surge uma *fem* induzida no circuito, devido a variação do campo magnético causado pela própria corrente i que circula pelo solenoide. Este fenômeno recebe o nome de autoindução e a força eletromotriz gerada é denominada *fem* autoinduzida.

De acordo com os experimentos, quando em um circuito fechado não há materiais ferromagnéticos, então o próprio fluxo magnético total deste circuito é proporcional a intensidade da corrente que passa por ele. Para uma espira, temos:

$$\Phi = L \cdot i$$

Ou para N espiras:

$$N \cdot \Phi = L \cdot i$$

Em que o fator de proporcionalidade L recebe o nome de indutância do circuito. A unidade de L é:

$$L = \frac{\Phi}{i} \Rightarrow L = \frac{1 \text{ Wb}}{1 \text{ A}} = 1 \text{ H (henry)}$$

$$1 \text{ H} = 1 \text{ Wb/A} = 1 \Omega \cdot \text{s}$$

Pela lei de Faraday, sabemos que:

$$\mathcal{E}_{ind} = N \cdot \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}$$

Mas, $\Delta\Phi = L \cdot i$. Portanto:

$$\Delta\Phi = \underbrace{L}_{cte} \cdot \underbrace{i}_{variável}$$

$$\mathcal{E}_a = N \cdot L \cdot \frac{|\Delta i|}{\Delta t} \text{ ou } \mathcal{E}_a = N \cdot L \cdot \frac{di}{dt}$$

Este resultado mostra que a *fem* induzida em um circuito é diretamente proporcional a rapidez da corrente elétrica no circuito.

Pelo fato de qualquer bobina ter uma autoindutância que se opõe a variação da corrente, podemos associar a corrente na bobina a uma espécie de inércia. Então, se desejamos variar a corrente em uma bobina, devemos vencer esta inércia conectando a bobina em alguma fonte de tensão, como na figura abaixo:

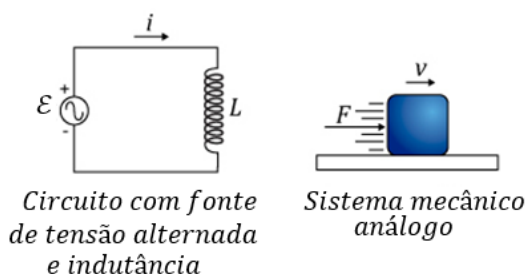


Figura 54: Associação do conceito de inércia à indutância magnética.

Para estes dois sistemas, temos:

$$\mathcal{E}_a = L \cdot \frac{\Delta i}{\Delta t}; F = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ (Lei de Newton)}$$

Note que ambas equações apresentam o mesmo formato. Podemos então fazer uma analogia de um corpo e uma bobina:

Corpo (ou partícula)

$$F \text{ (força)}$$

$$v \text{ (velocidade)}$$

$$x \text{ (deslocamento)}$$

$$F = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Bobina

$$\mathcal{E} \text{ (tensão)}$$

$$i \text{ (corrente)}$$

$$q \text{ (carga)}$$

$$\mathcal{E}_a = L \cdot \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

$$\frac{1}{2}mv^2(\text{energia cinética})$$

$$\frac{1}{2}Li^2(\text{energia magnética})$$

3.2.1. A indutância de um solenoide

Vimos na aula passada que o campo no interior de um solenoide é dado por:

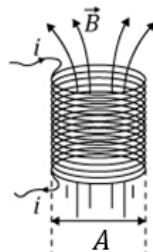


Figura 55: Campo magnético no interior de um solenoide.

$$B = \mu_0 \cdot n \cdot i$$

Em que:

- n : número de voltas por unidade de comprimento l .
- l : comprimento do solenoide.
- N : número de voltas ($N = n \cdot l$).

Por definição:

$$N \cdot \Phi = L \cdot i \Rightarrow L = \frac{N \cdot \Phi}{i}$$

$$L = \frac{(n \cdot l) \cdot (B \cdot A)}{i} \Rightarrow L = \frac{n \cdot l \cdot \mu_0 \cdot n \cdot i \cdot A}{i}$$

$$\boxed{L = \mu_0 \cdot n^2 \cdot A \cdot l}$$

Com este resultado, vemos que a indutância não depende da corrente elétrica, nem do campo magnético. Deve-se ter em mente que desprezamos a dispersão das linhas de campo próximo aos extremos do solenoide.

3.2.2. Energia do campo magnético

Considere o circuito da figura abaixo:

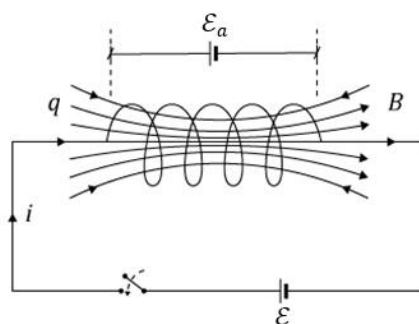


Figura 56: Circuito formado por uma fem externa e o surgimento de uma fem autoinduzida. Nesta imagem representamos o campo gerado por i (orientado para a direita) e o campo gerado pela corrente induzida (orientado para a esquerda).

Quando fechamos a chave, a corrente começa a aumentar no condutor, surgindo um campo magnético rotacional de sentido oposto ao campo elétrico que cria no condutor uma fonte de corrente.

Para que a intensidade da corrente elétrica seja igual a i , a fonte de corrente deve realizar um trabalho contra o campo rotacional e este trabalho é convertido em energia do campo magnético da corrente.

Então, a energia do campo magnético E_{mag} de um circuito é igual ao trabalho realizado para vencer a fem autoinduzida. Matematicamente, temos:

$$E_{mag} = \tau^{\mathcal{E}_a} = \mathcal{E}_a \cdot q$$

Mas, a fem autoinduzida é dada por:

$$\mathcal{E}_a = L \cdot \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

Então:

$$E_{mag} = L \cdot \frac{\Delta i}{\Delta t} \cdot q$$

Pelas condições iniciais, $i_0 = 0$, então $\Delta i = i - i_0 = i$. Logo:

$$E_{mag} = L \cdot i \frac{q}{\Delta t}$$

Como $q/\Delta t$ é a intensidade média da corrente no tempo de seu aumento, então podemos considerar a intensidade média da corrente por $\frac{i}{2} = \frac{q}{\Delta t}$. Logo:

$$E_{mag} = L \cdot i \left(\frac{i}{2} \right) \Rightarrow \boxed{E_{mag} = \frac{1}{2} Li^2}$$

Outra forma de escrever a energia no campo é utilizando o fluxo magnético:

$$L \cdot i = \Phi$$

Então:

$$E_{mag} = \frac{1}{2} \Phi \cdot i = \frac{1}{2} \frac{\Phi^2}{L}$$

As unidades são dadas em:

- Φ : weber (Wb).
- i : ampere (i).
- L : henry (H).

3.3. Transformadores

Trata-se de um aparelho eletromagnético estático (sem partes móveis) que é capaz de alterar a voltagem e a corrente alternada que recebe, em outros valores de tensão e de corrente, mas sem modificar a frequência.

Um transformador é constituído das seguintes partes:

- Um núcleo ferromagnético fechado formado por um conjunto de chapas de aço silicioso isolado entre si por verniz ou por um tratamento metalúrgico especial de suas superfícies.
- Uma bobina, que envolve o núcleo ferromagnético, definida por um conjunto de voltas ou espiras em que se recebe corrente ou tensão alternada de certa intensidade. Esta bobina é denominada lado primário do transformador.
- Outra bobina, que envolve o mesmo núcleo ferromagnético, composto por outro número de voltas ou espiras pelas quais saem outras correntes ou tensões alternadas. Esta bobina é denominada lado secundário do transformador.

Podemos representar um transformador da seguinte forma:

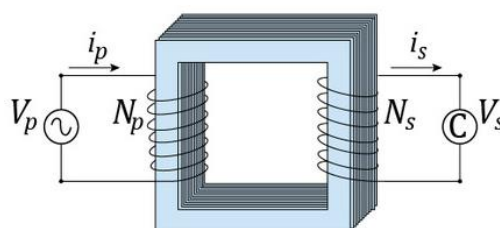


Figura 57: Elementos de um transformador.

Em que:

- N_p : número de espiras ou voltas do fio no lado primário.
- N_s : número de espiras ou voltas do fio no lado secundário ou saído do transformador.
- V_p : tensão fornecida no lado primário por uma fonte de corrente alternada.
- V_s : tensão induzida ou recebida no lado secundário.

Se $V_s < V_p$, então o transformador é um redutor de tensão. Caso $V_s > V_p$, então o transformador é um elevador de tensão.

Em circuitos elétricos utilizamos a seguinte representação para transformadores.

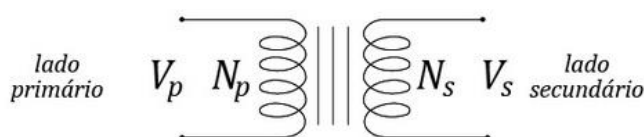


Figura 58: Representação de um transformador em um circuito.

3.3.1. O funcionamento de um transformador

Para melhor compreensão do transformador, vamos estabelecer uma série de etapas do seu funcionamento:

- 1) Fecha-se a chave do lado primário do transformador. Assim, a fonte de tensão primária no circuito fechado alimenta a bobina primária com corrente alternada.
- 2) Quando a corrente alternada pelas espiras do primário se origina no núcleo da bobina um vetor indução magnética variável $\Delta \vec{B}$ cuja direção se define pela regra da mão direita:

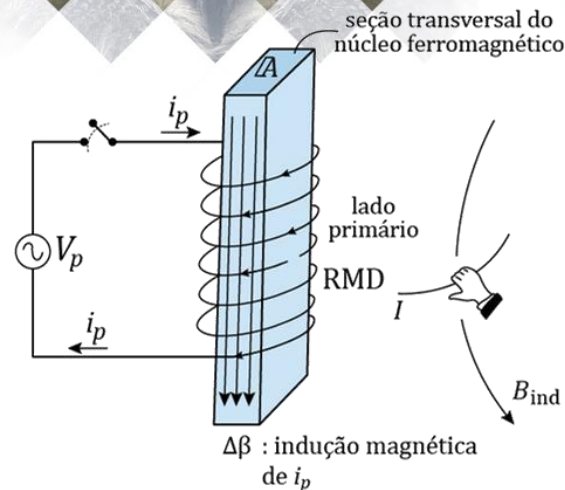


Figura 59: Sentido da indução magnética no interior do núcleo ferromagnético.

- 3) Devido à indução magnética variável no núcleo estabelece um fluxo magnético variável $\Delta\Phi = \Delta B \cdot A$, em que A é a área da seção transversal do núcleo envolvido pelas espiras.
- 4) O fluxo magnético variável, semelhante a uma corrente magnética, circula pelo núcleo fechado do transformador:

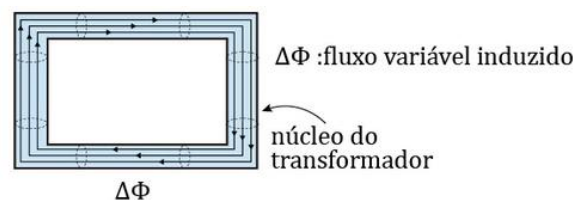


Figura 60: Fluxo magnético induzido no interior do núcleo do transformador.

Observação: desconsideramos as perdas de fluxo magnético, pois consideramos que o núcleo é feito de um material ferromagnético (aço silicioso). Assim, note que o fluxo magnético nos lados primário e secundário são iguais.

- 5) Quando o fluxo magnético passa pela bobina no secundário, ele induz uma tensão e uma corrente que, de acordo com a lei de Lenz, é determinada da seguinte maneira:

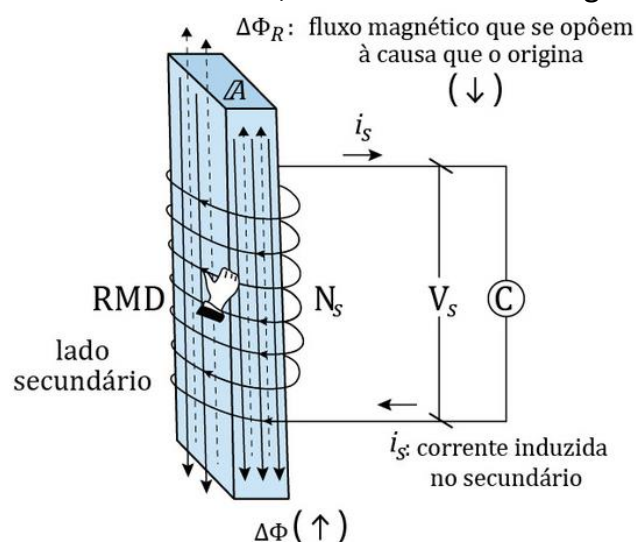


Figura 61: Fluxo magnético e o induzido no lado secundário do transformador.

Dessa forma, o fluxo magnético pelo núcleo da bobina secundária induz uma tensão alternada e uma corrente alternada.

3.3.2. O princípio do funcionamento do transformador

O funcionamento do transformador se explica com base na lei da indução eletromagnética no primário e no secundário.

Efetivamente, no lado primário, de acordo com a lei da indução eletromagnética, se estabelece a tensão no primário da seguinte forma:

$$V_p = -N_p \frac{d\Phi}{dt}$$

E no secundário:

$$V_s = -N_s \frac{d\Phi}{dt}$$

Como o fluxo magnético deve ser o mesmo nos dois lados, então:

$$\boxed{\frac{V_p}{V_s} = \frac{N_p}{N_s}} \text{ (Relação de transformação)}$$

Quando $N_s > N_p$, então $V_s > V_p$. Neste caso, a tensão que se induz e se obtém na saída é maior que a tensão de entrada no primário. Portanto, dizemos que o transformador é elevador de tensão.

Por outro lado, quando $N_s < N_p$, então $V_s < V_p$. Agora, a tensão que se induz e se obtém na saída é menor que a tensão de entrada no primário. Portanto, dizemos que o transformador é redutor de tensão.

3.3.3. Eficiência do transformador

Considere o esquema de um transformador como na figura abaixo:

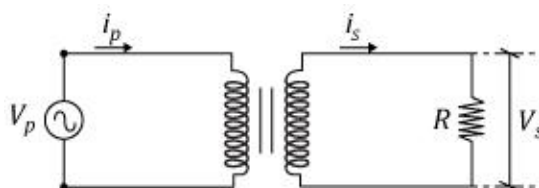


Figura 62: Circuito simples com um transformador.

Se consideramos que as perdas de energia no transformador são desprezíveis, então a energia por unidade de tempo que se entrega na fonte primária deve ser a mesma que a consumida no secundário. Então, podemos dizer que a potência no lado primário deve ser igual a do lado secundário. Matematicamente:

$$P_s = P_p$$

$$V_s \cdot i_s = V_p \cdot i_p$$

Evidentemente, estamos trabalhando com um transformador ideal, com 100% de eficiência. Entretanto, sabemos que no mundo real há perdas de energia e não temos um transformador ideal. Por exemplo, existem perdas por efeito Joule, por correntes de Foucault (assunto dos próximos tópicos) e por histerese magnética.

Diante disso, definimos a eficiência de um transformador como sendo a relação entre as potências no secundário e no primário:

$$\eta = \frac{P_{saída}}{P_{entrada}} = \frac{P_s}{P_p} \therefore \boxed{\eta = \frac{V_s \cdot i_s}{V_p \cdot i_p}}$$

Mas, sabemos que a relação entre as tensões V_s e V_p pode ser dada pela relação entre o número de enrolamento em cada lado.

$$\frac{V_p}{V_s} = \frac{N_p}{N_s}$$

Então:

$$\boxed{\eta = \frac{N_s \cdot i_s}{N_p \cdot i_p}}$$

Note que $0 \leq \eta \leq 1$. Em transformadores superpotentes, com potências superiores a 1000 kW, a eficiência chega próximo de 98%. A eficiência depende da potência do transformador. Em aparelhos que operam entre 1 a 5 kW, ela chega somente próximo de 94%.

3.3.4. Força magnetomotriz

Nos circuitos magnéticos é fácil estabelecer uma analogia com relação aos circuitos elétricos. Através de uma bobina que envolve um material ferromagnético, em seu núcleo se transfere um fluxo magnético dado por:

$$\Phi = B \cdot A$$

A indução magnética no núcleo da bobina é expressa por:

$$B = \mu_a \cdot \frac{N}{L} \cdot i$$

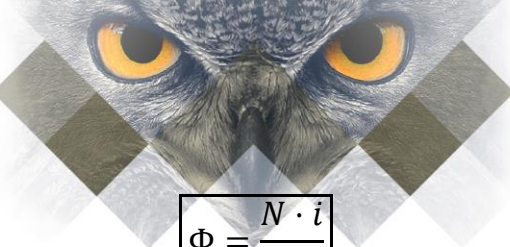
Logo, o fluxo pode ser reescrito como:

$$\Phi = \mu_a \cdot \frac{N}{L} \cdot i \cdot A \Rightarrow \Phi = \frac{N \cdot i}{\frac{1}{\mu_a} \cdot \frac{L}{A}}$$

Dessa forma, semelhante a lei de Ohm, surge o conceito de relutância ou resistência magnética (r_m).

$$r_m = \frac{1}{\mu_a} \cdot \frac{L}{A}$$

Assim, temos para um circuito magnético que:


$$\Phi = \frac{N \cdot i}{r_m}$$

Em que:

- Φ : é o fluxo magnético que circula pelo núcleo (em Wb). Ele tem analogia com a intensidade de corrente.
- $N \cdot i = \mathcal{E}_m$: é a força magnetomotriz. Ela se expressa em ampere-volta e desempenha o papel da força eletromotriz (fem).
- $r_m = \frac{1}{\mu_a} \cdot \frac{L}{A}$: é a relutância magnética e sua unidade é $\frac{1}{H} = \frac{1}{henry}$

Além disso, temos que:

$$\mu_a = \mu_0 \cdot \mu$$

Com:

- $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} H/m$: permeabilidade magnética do ar. A permeabilidade magnética do ar é muito próxima a do vácuo.
- μ : permeabilidade magnética relativa da substância ferromagnética que constitui o núcleo da bobina.
- L : comprimento do núcleo em metros por onde circula o fluxo magnético.
- A : área da seção transversal do núcleo (m^2).

Podemos escrever a relutância magnética da seguinte forma:

$$r_m = \frac{1}{\mu_0 \cdot \mu} \cdot \frac{L}{A}$$

Se $\mu \gg \gg 1$, então $r_m \rightarrow 0$, isto é, se desprezam as perdas.

3.3.5 As perdas em um transformador

Na prática, os transformadores se caracterizam pelos seus altos rendimentos a plena carga, de tal forma que os grandes transformadores chegam próximo a 99% de eficiência. Entretanto, transformadores que apresentam baixas eficiências se devem, geralmente, a suas elevadas relutâncias.

Agora, vamos destacar as razões das perdas em um transformador. Primeiramente, vamos separar os transformadores em duas classes e ver as principais perdas:

- 1) Bobinas de cobre: as correntes que circulam as bobinas levam a uma dissipação de energia (efeito Joule) e para reduzir este fenômeno térmico é necessário projetar condutores de cobre com diâmetros otimizados.
- 2) Núcleos ferromagnéticos (Fe, Ni, Co): de um modo geral, os núcleos dos transformadores são de aço silicioso, de Fe tratado e neles se estabelecem as variações do fluxo magnético no tempo. Neste tipo de transformador se destacam as seguintes perdas:
 - a) **Perdas por histerese**: as substâncias ferromagnéticas que formam o núcleo do transformador têm a propriedade de se magnetizar e intensificar o campo magnético externo originado pela corrente que percorre a bobina.

No início, os momentos magnéticos das regiões imantadas espontaneamente estão orientados de modo aleatório (desordenado), de tal maneira que o momento magnético total em todo volume é nulo e, por isso, o núcleo ferromagnético não revela suas propriedades magnéticas de início.

Entretanto, quando varia a orientação dos momentos magnéticos das zonas de imantação devido a ação do campo externo, vemos a intensificação do campo magnético no núcleo. Alguma parte dos momentos magnéticos conservam sua direção adquirida durante a imantação, de modo que o momento magnético resultante de todo o volume do núcleo falha em diminuir para zero.

Consequentemente, a partir destas premissas, como pelo núcleo circula um fluxo magnético variável, também surge uma saturação e um magnetismo residual, de modo que a desmagnetização do núcleo aparenta certo retardo em comparação com a redução da intensidade do campo magnético em um ciclo variável. Este fenômeno se chama histerese magnética e é conhecido pelo gráfico de \vec{B} por \vec{H} . (\vec{H} é o vetor campo magnetizante).

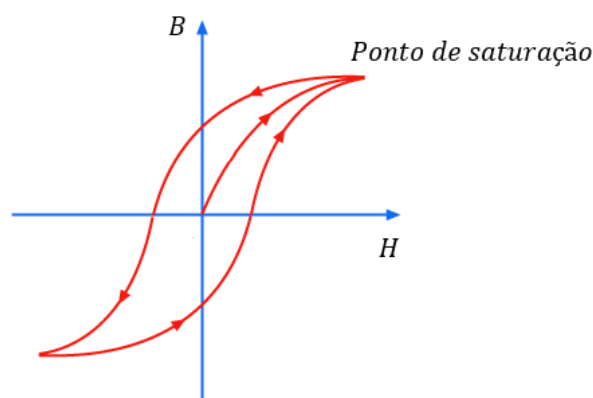


Figura 63: Curva de histerese.

Devido à ação do campo magnético alternar, os domínios magnéticos, similares à ímãs microscópicos, variam seu sentido e superam as forças de acoplamento internas no núcleo ferromagnético. Com isso, dá lugar a uma oposição semelhante a um atrito, surgindo, deste modo, as perdas por histerese.

- b) **Perdas por correntes em turbilhão ou correntes parasitas de Foucault:** vamos considerar um núcleo ferromagnético são compostas por uma série de camadas fechadas cujos eixos coincidem com o eixo do núcleo. Cada camada fechada é uma espira fechada, como na figura a logo abaixo, em que se pode notar um fluxo magnético $\Phi_M(\uparrow)$ alternado que induz uma fem e a corrente, direcionadas nos planos perpendiculares ao eixo do fluxo.

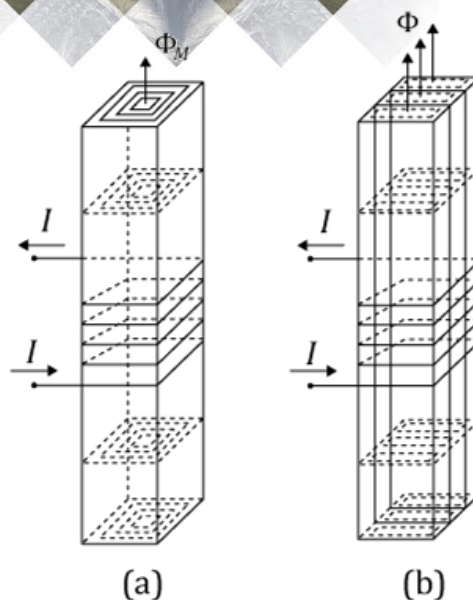


Figura 64: Correntes de Foucault.

Como consequência, considerando o conjunto de espiras fechadas (contornos), podemos representar no corpo do núcleo as correntes em turbilhão fechadas ao redor do fluxo magnético $\Phi_M(\uparrow)$, como mostrado na figura b.

O sentido das correntes de turbilhão se define pela lei de Lenz. Estas correntes em turbilhão geram dissipação de calor no núcleo e as perdas não são desprezíveis em substâncias ferromagnéticas.

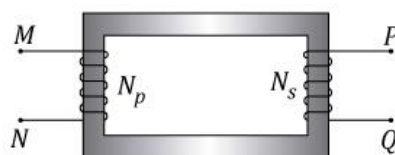
Para reduzir estas perdas, o núcleo é construído com um conjunto de lâminas de aço silicioso e se isolam entre si com verniz especial. Então, os efeitos causados pelas *fem* induzidas se reduzem como pretende mostrar a figura b.

ESCLARECENDO!



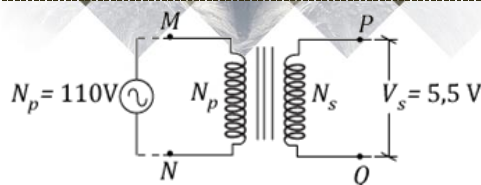
21.

Ao conectar uma tensão alternada de 110 V entre os terminais M e N , obtemos $5,5\text{ V}$ entre os terminais P e Q . Determine a tensão que seria medida entre M e N , quando conectamos uma tensão alternada de 220 V entre os terminais P e Q .



Comentários:

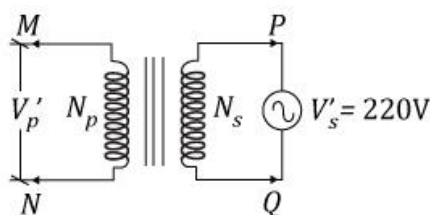
A partir da primeira situação, podemos extrair a razão N_s/N_p . No primeiro caso, temos a seguinte situação:



Note que se trata de um transformador redutor de tensão, pois $V_s < V_p$. Pela relação dos transformadores, temos:

$$\frac{V_p}{V_s} = \frac{N_p}{N_s} \Rightarrow \frac{N_p}{N_s} = \frac{110}{5,5} \Rightarrow \frac{N_p}{N_s} = 20$$

Para o segundo caso, temos a seguinte configuração:



A relação entre o número de enrolamento de cada lado se mantém, então:

$$\frac{V_p'}{V_s} = \frac{N_p}{N_s} \Rightarrow \frac{V_p'}{220} = 20 \Rightarrow \boxed{V_p' = 4400 \text{ V}}$$



4. Lista de exercícios

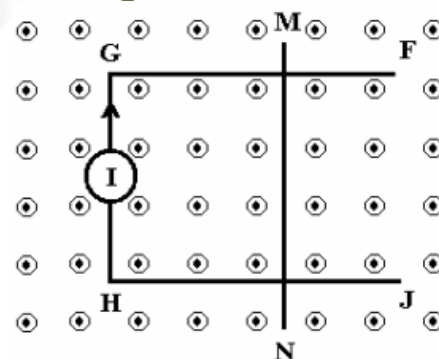
1. (ITA – 2006)

Um solenoide com núcleo de ar tem uma autoindutância L . Outro solenoide, também com núcleo de ar, tem a metade do número de espiras do primeiro solenoide, 0,15 do seu comprimento e 1,5 de sua seção transversal. A autoindutância do segundo solenoide é

- a) 0,2 L b) 0,5 L c) 2,5 L d) 5,0 L e) 20,0 L

2. (ITA – 2008)

A figura mostra um circuito formado por uma barra fixa FGHJ e uma barra móvel MN, imerso num campo magnético perpendicular ao plano desse circuito. Considerando desprezível o atrito entre as barras e também que o circuito seja alimentado por um gerador de corrente constante I , o que deve acontecer com a barra móvel MN?

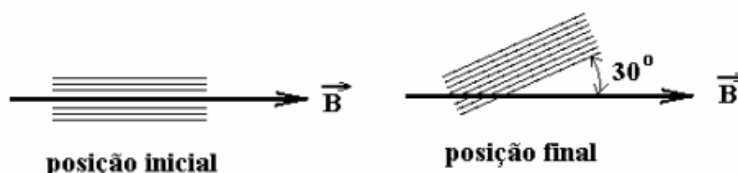


- Permanece no mesmo lugar.
- Move-se para a direita com velocidade constante.
- Move-se para a esquerda com velocidade constante.
- Move-se para a direita com aceleração constante.
- Move-se para a esquerda com aceleração constante.

3. (ITA – 2008)

A figura mostra uma bobina com 80 espiras de $0,5 \text{ m}^2$ de área e 40Ω de resistência. Uma indução magnética de 4 teslas é inicialmente aplicada ao longo do plano da bobina. Esta é então girada de modo que seu plano perfaça um ângulo de 30° em relação à posição inicial. Nesse caso, qual o valor da carga elétrica que deve fluir pela bobina?

- $0,025 \text{ C}$
- $2,0 \text{ C}$
- $0,25 \text{ C}$
- $3,5 \text{ C}$
- $0,50 \text{ C}$



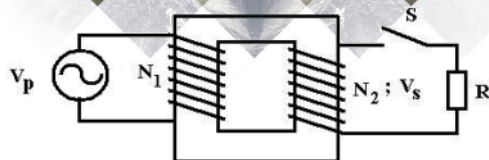
4. (ITA – 2008)

Considere uma espira retangular de lados a e b percorrida por uma corrente I , cujo plano da espira é paralelo a um campo magnético B . Sabe-se que o módulo do torque sobre essa espira é dado por $\tau = I \cdot B \cdot a \cdot b$. Supondo que a mesma espira possa assumir qualquer outra forma geométrica, indique o valor máximo possível que se consegue para o torque.

- | | | |
|---|--|--|
| a) $\frac{I \cdot B \cdot (a+b)^2}{\pi}$ | b) $I \cdot B \cdot a \cdot b$ | c) $2 \cdot I \cdot B \cdot a \cdot b$ |
| d) $\frac{I \cdot B \cdot a \cdot b}{2\pi}$ | e) $\frac{I \cdot B \cdot a \cdot b}{\pi}$ | |

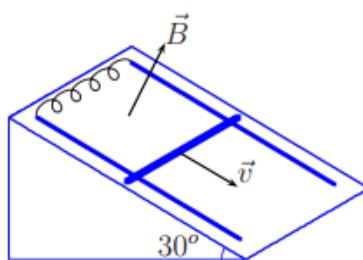
5. (ITA – 2008)

Considere o transformador da figura, onde V_p é a tensão no primário, V_s é a tensão no secundário, R um resistor, N_1 e N_2 são o número de espiras no primário e secundário, respectivamente, e S uma chave. Quando a chave é fechada, qual deve ser a corrente I_p no primário?

**6. (ITA – 2009)**

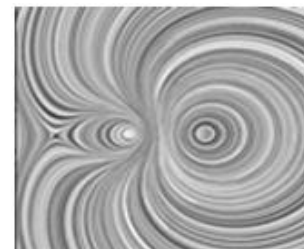
Uma haste metálica com $5,0 \text{ kg}$ de massa e resistência de $2,0 \Omega$ desliza sem atrito sobre duas barras paralelas separadas de $1,0 \text{ m}$, interligadas por um condutor de resistência nula e apoiadas em um plano de 30° com a horizontal, conforme a figura. Tudo se encontra imerso num campo magnético \vec{B} , perpendicular ao plano do movimento, e as barras de apoio têm resistência e atrito desprezíveis. Considerando que após deslizar durante um certo tempo a velocidade da haste permanece constante em $2,0 \text{ m/s}$, assinale o valor do campo magnético.

- a) $25,0 \text{ T}$
- b) $20,0 \text{ T}$
- c) $15,0 \text{ T}$
- d) $10,0 \text{ T}$
- e) $5,0 \text{ T}$

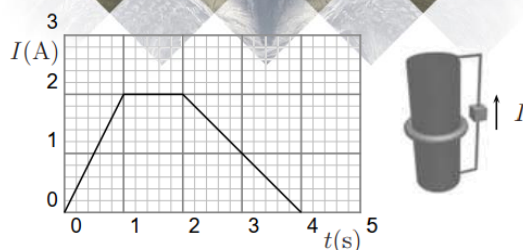
**7. (ITA – 2009)**

A figura representa o campo magnético de dois fios paralelos que conduzem correntes elétricas. A respeito da força magnética resultante no fio da esquerda, podemos afirmar que ela

- a) atua para a direita e tem magnitude maior que a da força no fio da direita.
- b) atua para a direita e tem magnitude igual à da força no fio da direita.
- c) atua para a esquerda e tem magnitude maior que a da força no fio da direita.
- d) atua para a esquerda e tem magnitude igual à da força no fio da direita.
- e) atua para a esquerda e tem magnitude menor que a da força no fio da direita.

**8. (ITA – 2009)**

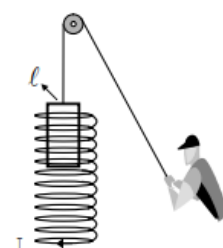
Um longo solenoide de comprimento L , raio a e com n espiras por unidade de comprimento, possui ao seu redor um anel de resistência R . O solenoide está ligado a uma fonte de corrente I , de acordo com a figura. Se a fonte variar conforme mostra o gráfico, calcule a expressão da corrente que flui pelo anel durante esse mesmo intervalo de tempo e apresente esse resultado em um novo gráfico.



9. (ITA – 2010)

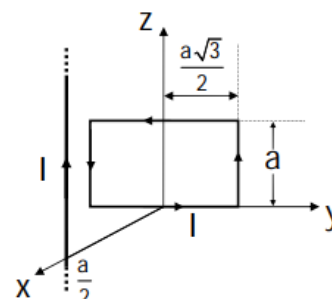
Considere um aparato experimental composto de um solenoide com n voltas por unidade de comprimento, pelo qual passa uma corrente I , e uma espira retangular de largura l , resistência R e massa m presa por um de seus lados a uma corda inextensível, não condutora, a qual passa por uma polia de massa desprezível e sem atrito, conforme a figura. Se alguém puxar a corda com velocidade constante v , podemos afirmar que a força exercida por esta pessoa é igual a

- $(\mu_0 n I l)^2 v / R + mg$ com a espira dentro do solenoide.
- $(\mu_0 n I l)^2 v / R + mg$ com a espira saindo do solenoide.
- $(\mu_0 n I l)^2 v / R + mg$ com a espira entrando no solenoide.
- $\mu_0 n I^2 l + mg$ com a espira dentro do solenoide.
- mg e independe da posição da espira com relação ao solenoide.



10. (ITA – 2010)

Considere uma espira retangular de lados $\sqrt{3}a$ e a , respectivamente, em que circula uma corrente I , de acordo com a figura. A espira pode girar livremente em torno do eixo z . Nas proximidades da espira há um fio infinito, paralelo ao eixo z , que corta o plano xy no ponto $x = a/2$ e $y = 0$. Se pelo fio passa uma corrente de mesma magnitude I , calcule o momento resultante da força magnética sobre a espira em relação ao eixo z , quando esta encontra-se no plano yz .



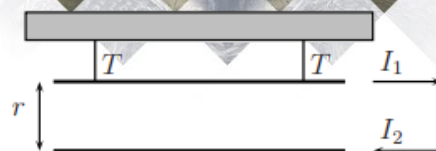
11. (ITA – 2011)

Uma bobina de 100 espiras, com seção transversal de área de 400 cm^2 e resistência de 20Ω , está alinhada com seu plano perpendicular ao campo magnético da Terra, de $7,0 \cdot 10^{-4} \text{ T}$ na linha do Equador. Quanta carga flui pela bobina enquanto ela é virada de 180° em relação ao campo magnético?

- | | | |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| a) $1,4 \cdot 10^{-4} \text{ C}$ | b) $2,8 \cdot 10^{-4} \text{ C}$ | c) $1,4 \cdot 10^{-2} \text{ C}$ |
| d) $2,8 \cdot 10^{-2} \text{ C}$ | e) $1,4 \text{ C}$ | |

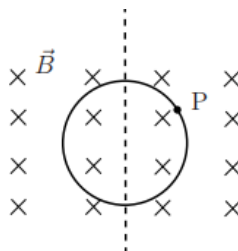
12. (ITA – 2012)

Considere dois fios paralelos, muito longos e finos, dispostos horizontalmente conforme mostra a figura. O fio de cima pesa $0,080 \text{ N/m}$, é percorrido por uma corrente $I_1 = 20 \text{ A}$ e se encontra dependurado por dois cabos. O fio de baixo encontra-se preso e é percorrido por uma corrente $I_2 = 40 \text{ A}$, em sentido oposto. Para qual distância r indicada na figura, a tensão T nos cabos será nula?



13. (ITA – 2012)

Considere uma espira com N voltas de área A , imersa num campo magnético B uniforme e constante, cujo sentido aponta para dentro da página. A espira está situada inicialmente no plano perpendicular ao campo e possui uma resistência R . Se a espira gira 180° em torno do eixo mostrado na figura, calcule a carga que passa pelo ponto P .



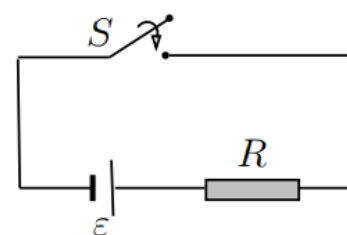
14. (ITA – 2013)

O circuito mostrado na figura é constituído por um gerador com f.e.m. \mathcal{E} e um resistor de resistência R . Considere as seguintes afirmações, sendo a chave S fechada:

- I - Logo após a chave S ser fechada haverá uma f.e.m. autoinduzida no circuito.
- II - Após um tempo suficientemente grande cessará o fenômeno de autoindução no circuito.
- III - A autoindução no circuito ocorrerá sempre que houver variação da corrente elétrica no tempo.

Assinale a alternativa verdadeira.

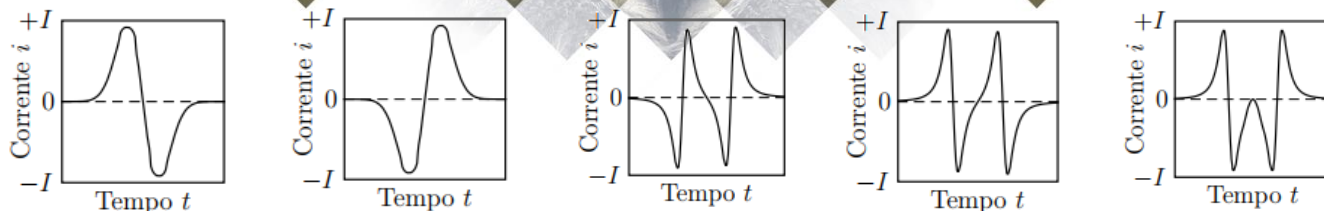
- a) Apenas a I é correta.
- b) Apenas a II é correta.
- c) Apenas a III é correta.
- d) Apenas a II e a III são corretas.
- e) Todas são corretas.



15. (ITA – 2014)

Considere um ímã cilíndrico vertical com o polo norte para cima, tendo um anel condutor posicionado acima do mesmo. Um agente externo imprime um movimento ao anel que, partindo do repouso, desce verticalmente em torno do ímã e atinge uma posição simétrica à original, iniciando, logo em seguida, um movimento ascendente e retornando à posição inicial em repouso. Considerando o eixo de simetria do anel sempre coincidente com o do ímã e sendo positiva a corrente no sentido anti-horário (visto por um observador de cima), o gráfico que melhor representa o comportamento da corrente induzida i no anel é

- a) b) c) d) e)



16. (ITA – 2014)

Dois espiras verticais estacionárias com aproximadamente o mesmo diâmetro d , perpendiculares e isoladas eletricamente entre si, têm seu centro comum na origem de um sistema de coordenadas xyz , na qual também está centrado um ímã cilíndrico de comprimento $l \ll d$ e raio $r \ll l$. O ímã tem seu polo norte no semieixo x positivo e pode girar livremente em torno do eixo vertical z , sendo mantido no plano xy . Numa das espiras, situada no plano yz , circula uma corrente $I_1 = i \cdot \cos(\omega \cdot t)$, cujo sentido positivo é o anti-horário visto do semieixo x positivo, e na outra circula uma corrente $I_2 = i \cdot \sin(\omega \cdot t)$, cujo sentido positivo é o anti-horário visto do semieixo y positivo.

- Desprezando a diferença de diâmetro entre as espiras, obtenha o campo magnético B na origem devido às correntes I_1 e I_2 , na forma $B_x \hat{x} + B_y \hat{y}$.
- Explique, por que, partindo do repouso em $t = 0$, o ímã adquire um movimento de rotação em torno de z . Em que sentido (horário ou anti-horário, visto a partir do semieixo z positivo) ocorre este giro?
- Ao se aumentar gradativamente a frequência angular ω das correntes, nota-se que o ímã passa a girar cada vez mais rápido. Contudo, com o ímã inicialmente em repouso e se são repentinamente aplicadas correntes I_1 e I_2 de alta frequência angular, nota-se que o ímã praticamente não se move. Explique a(s) razão(ões).

17. (ITA – 2015)

Considere as seguintes proposições sobre campos magnéticos:

- Em um ponto P no espaço, a intensidade do campo magnético produzido por uma carga puntiforme q que se movimenta com velocidade constante ao longo de uma reta só depende da distância entre P e a reta.
- Ao se aproximar um ímã de uma porção de limalha de ferro, esta se movimenta porque o campo magnético do ímã realiza trabalho sobre ela.
- Dois fios paralelos por onde passam correntes uniformes num mesmo sentido se atraem.

Então,

- apenas I é correta.
- apenas II é correta.
- apenas III é correta.
- todas são corretas.
- todas são erradas.

18. (ITA – 2016)

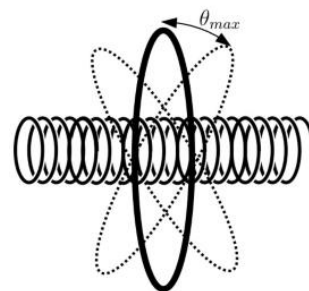
Uma bobina metálica circular de raio r , com N espiras e resistência elétrica R , é atravessada por um campo de indução magnética de intensidade B . Se o raio da bobina é aumentado de

uma fração $\Delta r \ll r$; num intervalo de tempo Δt , e desconsiderando as perdas, a máxima corrente induzida será de

- a) $2\pi NBr\Delta r/(R\Delta t)$. b) $2\pi NBr\Delta r^2/(R\Delta t)$. c) $2\pi NB^2r\Delta r/(R\Delta t)$.
d) $2\pi NBr\Delta r/(R^2\Delta t)$ e) $2\pi NBr\Delta r/(R\Delta t^2)$

19. (ITA – 2019)

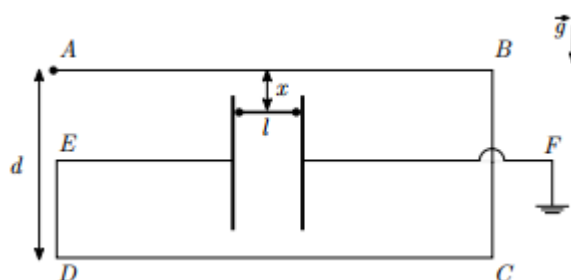
A figura mostra uma espira circular, de raio a e resistência R , com centro situado sobre o eixo de um solenóide muito longo, com n voltas por unidade de comprimento e raio b ($b < a$). No instante inicial, $t = 0$, o eixo do solenóide encontra-se perpendicular ao plano da espira, que oscila segundo a expressão $\theta = \theta_{max} \sin(\omega t)$, em que ω é a frequência angular do movimento. Se a corrente que passa pelo solenóide cresce linearmente com o tempo, conforme $I = Kt$, e sendo μ_0 a permeabilidade magnética do vácuo, então a intensidade da corrente elétrica induzida na espira é



- a) $\frac{\mu_0 n K \pi a^2}{R}$. d) $\frac{\mu_0 n K \omega t \theta_{max} \pi b^2}{R} |\cos(\omega t)|$.
b) $\frac{\mu_0 n K \pi b^2}{R}$. e) 0.
c) $\frac{\mu_0 n K \omega t \theta_{max} \pi b^2}{R} |\sin(\omega t)|$.

20. (ITA – 2019)

Um condutor muito longo $ABCDEF$ é interrompido num trecho, onde é ligado a guias metálicas pelas quais desliza sem atrito um condutor metálico rígido de comprimento $l = 10 \text{ cm}$ e massa $m = 5,0 \text{ mg}$, mantendo o contato elétrico e a passagem de corrente pelo sistema contido no plano vertical, conforme esquematizado na figura. O potencial elétrico no terminal A é $V_0 = 1,0 \text{ V}$ e o sistema como um todo possui resistência $R = 0,10 \Omega$. Sendo a distância $d = 18 \text{ cm}$ e considerando apenas o efeito dos segmentos longos AB e CD sobre o condutor móvel, determine a distância de equilíbrio x indicada na figura.



GABARITO



5. Gabarito sem comentários

1. C
2. E
3. B
4. A
5. $I_p = \frac{N_2}{N_1} \cdot \frac{V_S}{R}$
6. E
7. D
8. ver gráfico
9. E
10. $\tau = \frac{\mu_0 I^2 a \sqrt{3}}{4\pi}$
11. B
12. $r = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
13. $\Delta Q = \frac{2 \cdot N \cdot B \cdot A}{R}$
14. E
15. D
16. a) $\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{d} (\cos(\omega t) \hat{x} + \sin(\omega t) \hat{y})$ b) ver comentários c) ver comentários
17. C
18. A
19. B
20. $x = 0,06 \text{ m}$ ou $x = 0,12 \text{ m}$

ESCLARECENDO!



6. Lista de exercícios comentada

1. (ITA – 2006)

Um solenoide com núcleo de ar tem uma autoindutância L . Outro solenoide, também com núcleo de ar, tem a metade do número de espiras do primeiro solenoide, 0,15 do seu comprimento e 1,5 de sua seção transversal. A autoindutância do segundo solenoide é

- a) 0,2 L b) 0,5 L c) 2,5 L d) 5,0 L e) 20,0 L

Comentários:

A definição de indutância diz que:

$$N \cdot \Phi = N \cdot B \cdot A = L \cdot i$$

Mas o campo no solenoide é dado por:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N}{L} \cdot i$$

Logo, a indutância no solenoide é expressa por:

$$L = \mu_0 \cdot \frac{N^2}{L} \cdot A$$

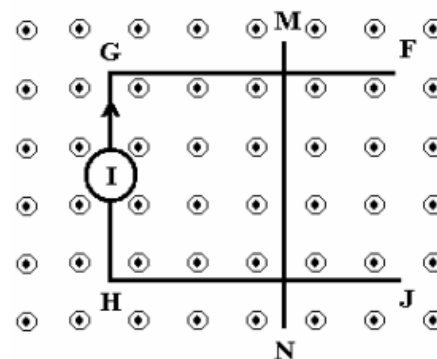
Para o segundo solenoide, temos:

$$L' = \mu_0 \cdot \frac{\left(\frac{N}{2}\right)^2}{0,15L} \cdot 1,5A = \frac{10}{4} \mu_0 \cdot \frac{N^2}{L} \cdot A \Rightarrow \boxed{L' = 2,5L}$$

Gabarito: C

2. (ITA – 2008)

A figura mostra um circuito formado por uma barra fixa FGHI e uma barra móvel MN, imerso num campo magnético perpendicular ao plano desse circuito. Considerando desprezível o atrito entre as barras e também que o circuito seja alimentado por um gerador de corrente constante I , o que deve acontecer com a barra móvel MN?



- Permanece no mesmo lugar.
- Move-se para a direita com velocidade constante.
- Move-se para a esquerda com velocidade constante.
- Move-se para a direita com aceleração constante.
- Move-se para a esquerda com aceleração constante.

Comentários:

A força magnética que atua na barra é igual a $F_{mag} = B \cdot i \cdot l$ e seu sentido é para a esquerda, de acordo com a RME. Como a fonte do circuito é uma fonte de corrente, podemos considerar que a corrente no circuito é constante, independentemente da fem induzida. Logo, F_{mag} tem módulo constante.

Pela segunda lei de Newton:

$$F_R = m \cdot a \Rightarrow F_{mag} = m \cdot a$$

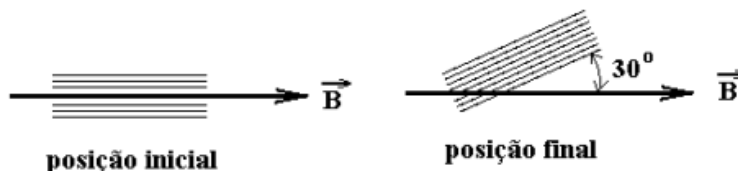
Logo, a aceleração é constante e para a esquerda.

Gabarito: E

3. (ITA – 2008)

A figura mostra uma bobina com 80 espiras de $0,5 \text{ m}^2$ de área e 40Ω de resistência. Uma indução magnética de 4 teslas é inicialmente aplicada ao longo do plano da bobina. Esta é então girada de modo que seu plano perfaça um ângulo de 30° em relação à posição inicial. Nesse caso, qual o valor da carga elétrica que deve fluir pela bobina?

- a) $0,025 \text{ C}$
- b) $2,0 \text{ C}$
- c) $0,25 \text{ C}$
- d) $3,5 \text{ C}$
- e) $0,50 \text{ C}$



Comentários:

A corrente induzida que circula a espira pode ser relacionada com a *fem* induzida por:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

Mas, a *fem* induzida é calculada pela lei de Faraday:

$$|\mathcal{E}| = N \cdot \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = R \cdot i \Rightarrow i = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = N \cdot \frac{1}{R} \cdot \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}$$

Quando a espira está na posição inicial, nenhuma linha de indução fura espira, pois o vetor normal à superfície da espira forma um ângulo de 90° com as linhas de campo. Na situação final, as linhas de campo formam um ângulo de $60^\circ = 90^\circ - 30^\circ$ com o vetor normal à superfície da espira. Neste caso, o fluxo magnético é dado por:

$$\Phi_{\text{final}} = B \cdot A \cdot \cos 60^\circ \Rightarrow \Phi_{\text{final}} = 4 \cdot 0,5 \cdot \frac{1}{2} = 1 \text{ Wb}$$

Logo:

$$\Delta Q = \frac{N}{R} \cdot |\Delta\Phi| \Rightarrow \Delta Q = \frac{80}{40} \cdot (1 - 0) \Rightarrow \boxed{\Delta Q = 2 \text{ C}}$$

Gabarito: B

4. (ITA – 2008)

Considere uma espira retangular de lados a e b percorrida por uma corrente I , cujo plano da espira é paralelo a um campo magnético B . Sabe-se que o módulo do torque sobre essa espira é dado por $\tau = I \cdot B \cdot a \cdot b$. Supondo que a mesma espira possa assumir qualquer outra forma geométrica, indique o valor máximo possível que se consegue para o torque.

- a) $\frac{I \cdot B \cdot (a+b)^2}{\pi}$
- b) $I \cdot B \cdot a \cdot b$
- c) $2 \cdot I \cdot B \cdot a \cdot b$
- d) $\frac{I \cdot B \cdot a \cdot b}{2\pi}$
- e) $\frac{I \cdot B \cdot a \cdot b}{\pi}$

Comentários:

O torque gerado em uma espira é dado por $\tau = I \cdot B \cdot A$, em que A é a área da espira. Dado que o perímetro é $2(a + b)$. Da matemática, sabemos que para um período fixo, a figura geométrica que maximiza a área é uma circunferência.

Então:

$$2(a + b) = 2\pi \cdot R \Rightarrow R = \frac{a + b}{\pi}$$

Logo, a área máxima é de:

$$A_{\max} = \pi R^2 = \pi \cdot \frac{(a + b)^2}{\pi^2} \Rightarrow A_{\max} = \frac{(a + b)^2}{\pi}$$

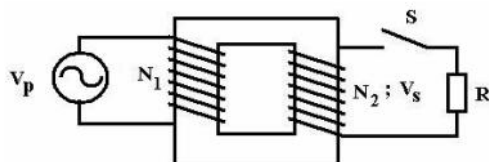
Portanto, o torque é máximo é expresso por:

$$\tau_{\max} = I \cdot B \cdot \frac{(a + b)^2}{\pi}$$

Gabarito: A

5. (ITA – 2008)

Considere o transformador da figura, onde V_p é a tensão no primário, V_s é a tensão no secundário, R um resistor, N_1 e N_2 são o número de espiras no primário e secundário, respectivamente, e S uma chave. Quando a chave é fechada, qual deve ser a corrente I_p no primário?



Comentários:

De acordo com a equação de relações dos transformadores, sabemos que:

$$\frac{V_p}{V_s} = \frac{N_1}{N_2}$$

Supondo que o transformador é ideal, temos:

$$P_p = P_s \Rightarrow V_p \cdot I_p = V_s \cdot I_s \Rightarrow I_p = \frac{V_s}{V_p} \cdot I_s \Rightarrow I_p = \frac{N_2}{N_1} \cdot I_s$$

Mas a corrente no secundário pode ser escrita em função da tensão V_s . Então:

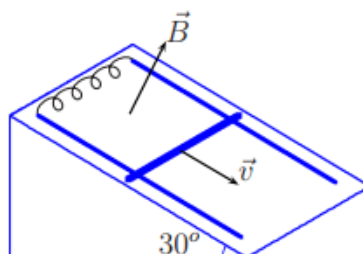
$$I_p = \frac{N_2}{N_1} \cdot \frac{V_s}{R}$$

$$\text{Gabarito: } I_p = \frac{N_2}{N_1} \cdot \frac{V_s}{R}$$

6. (ITA – 2009)

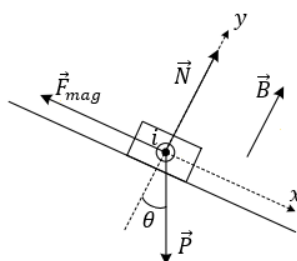
Uma haste metálica com $5,0 \text{ kg}$ de massa e resistência de $2,0 \Omega$ desliza sem atrito sobre duas barras paralelas separadas de $1,0 \text{ m}$, interligadas por um condutor de resistência nula e apoiadas em um plano de 30° com a horizontal, conforme a figura. Tudo se encontra imerso num campo magnético \vec{B} , perpendicular ao plano do movimento, e as barras de apoio têm resistência e atrito desprezíveis. Considerando que após deslizar durante um certo tempo a velocidade da haste permanece constante em $2,0 \text{ m/s}$, assinale o valor do campo magnético.

- a) $25,0 \text{ T}$
- b) $20,0 \text{ T}$
- c) $15,0 \text{ T}$
- d) $10,0 \text{ T}$
- e) $5,0 \text{ T}$



Comentários:

De acordo com a lei de Lenz, em uma vista por cima, nota-se que a corrente tem sentido horário. Dessa forma, isolando a barra e tomando uma vista lateral, temos:



Quando a velocidade se torna constante, temos:

$$F_{res,x} = 0$$

$$P \cdot \text{sen}(\theta) - F_{mag} = 0 \Rightarrow m \cdot g \cdot \text{sen}(\theta) = B \cdot i \cdot l$$

Mas a corrente é expressa por:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{B \cdot l \cdot v}{R}$$

Portanto:

$$m \cdot g \cdot \text{sen}(\theta) = B \cdot \frac{B \cdot l \cdot v}{R} \cdot l \Rightarrow B = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot R \cdot \text{sen}(\theta)}{l^2 \cdot v}}$$

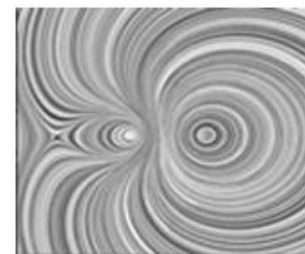
Substituindo valores:

$$B = \sqrt{\frac{5 \cdot 10 \cdot 2 \cdot \text{sen}(30^\circ)}{1^2 \cdot 2}} \Rightarrow \boxed{B = 5,0 \text{ T}}$$

Gabarito: E

7. (ITA – 2009)

A figura representa o campo magnético de dois fios paralelos que conduzem correntes elétricas. A respeito da força magnética resultante no fio da esquerda, podemos afirmar que ela



- a) atua para a direita e tem magnitude maior que a da força no fio da direita.
- b) atua para a direita e tem magnitude igual à da força no fio da direita.
- c) atua para a esquerda e tem magnitude maior que a da força no fio da direita.
- d) atua para a esquerda e tem magnitude igual à da força no fio da direita.
- e) atua para a esquerda e tem magnitude menor que a da força no fio da direita.

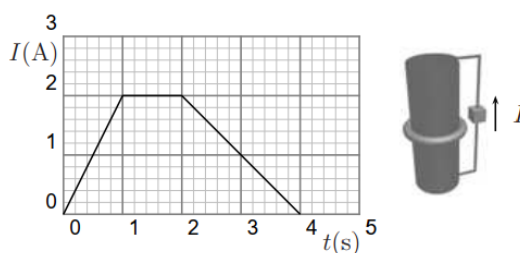
Comentários:

De acordo com a figura em questão, na região entre os fios podemos notar uma intensificação das linhas de força, ou seja, os campos devem estar no mesmo sentido. Para isso, as correntes nos fios devem ter sentidos opostos. Lembrando que o sentido do campo é dado pela regra da mão direita envolvente.

Como as correntes nos fios têm sentidos opostos, a força entre eles é repulsiva e os módulos das forças que agem nos dois fios são iguais (Lembre-se elas não formam um par ação/reação). Portanto, a força que age no fio da esquerda é para a esquerda.

Gabarito: D**8. (ITA – 2009)**

Um longo solenoide de comprimento L , raio a e com n espiras por unidade de comprimento, possui ao seu redor um anel de resistência R . O solenoide está ligado a uma fonte de corrente I , de acordo com a figura. Se a fonte variar conforme mostra o gráfico, calcule a expressão da corrente que flui pelo anel durante esse mesmo intervalo de tempo e apresente esse resultado em um novo gráfico.

**Comentários:**

Para a determinação da corrente no anel, vamos utilizar a lei da indução de Faraday, aplicando a primeira lei de Ohm no anel:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} = -\frac{1}{R} \cdot \frac{d\Phi}{dt}$$

Lembrando que o fluxo magnético no solenoide é expresso por:

$$\Phi = B \cdot A = B \cdot \pi a^2 \Rightarrow \Phi = \mu \cdot n \cdot I \cdot \pi a^2$$

Portanto, a corrente induzida é dada por:

$$i = -\frac{1}{R} \cdot \frac{d\Phi}{dt} \Rightarrow i = -\frac{\mu \cdot n \cdot \pi a^2}{R} \cdot \frac{dI}{dt}$$

Lembrando que o sinal negativo é devido à lei de Lenz e o termo $\frac{dI}{dt}$ é o coeficiente angular da reta. Assim, vamos dividir o gráfico da corrente em três partes:

a) entre 0 e 1 s:

Neste trecho, o coeficiente da reta no gráfico é dado por:

$$\frac{dI}{dt} = 2 \text{ A/s}$$

Portanto:

$$i = -\frac{2 \cdot \mu \cdot n \cdot \pi a^2}{R}$$

b) entre 1 s e 2 s:

Neste intervalo não há variação da corrente. Portanto, o fluxo magnético não varia e, portanto, não há corrente induzida.

c) entre 2 s e 4 s:

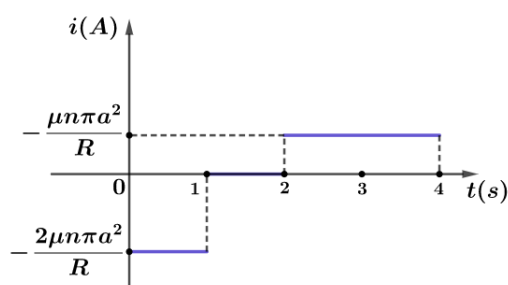
Neste intervalo, o coeficiente da reta no gráfico é dado por:

$$\frac{dI}{dt} = -1 \text{ A/s}$$

Logo, a corrente induzida é igual a:

$$i = +\frac{\mu \cdot n \cdot \pi a^2}{R}$$

Com isso, o gráfico da corrente induzida é dado por:



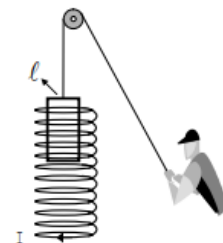
Como não foi arbitrado um sentido positivo para a corrente, podemos dizer que o gráfico com sinais opostos ao que colocamos como resposta também pode ser considerado.

Gabarito: ver gráfico

9. (ITA – 2010)

Considere um aparato experimental composto de um solenoide com n voltas por unidade de comprimento, pelo qual passa uma corrente I , e uma espira retangular de largura l , resistência R e massa m presa por um de seus lados a uma corda inextensível, não condutora, a qual passa por uma polia de massa desprezível e sem atrito, conforme a figura. Se alguém puxar a corda com velocidade constante v , podemos afirmar que a força exercida por esta pessoa é igual a

- a) $(\mu_0 n I l)^2 v / R + mg$ com a espira dentro do solenoide.
- b) $(\mu_0 n I l)^2 v / R + mg$ com a espira saindo do solenoide.
- c) $(\mu_0 n I l)^2 v / R + mg$ com a espira entrando no solenoide.
- d) $\mu_0 n I^2 l + mg$ com a espira dentro do solenoide.
- e) mg e independe da posição da espira com relação ao solenoide.



Comentários:

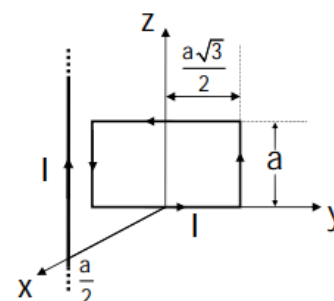
Se considerarmos o campo magnético no interior do solenoide como uniforme, seu módulo é igual $B = \mu_0 \cdot n \cdot I$ e sua direção é longitudinal no interior da espira. Dessa forma, a direção normal à espira é perpendicular à direção das linhas de indução magnética. Em outras palavras, o fluxo magnético através da espira é sempre igual a zero.

Por isso, se a velocidade v é constante, a força resultante sobre a corda é nula. Então, a força realizada pelo operador deve ser igual ao peso da espira (mg). Trata-se de uma questão meramente teórica sobre fluxo magnético.

Gabarito: E

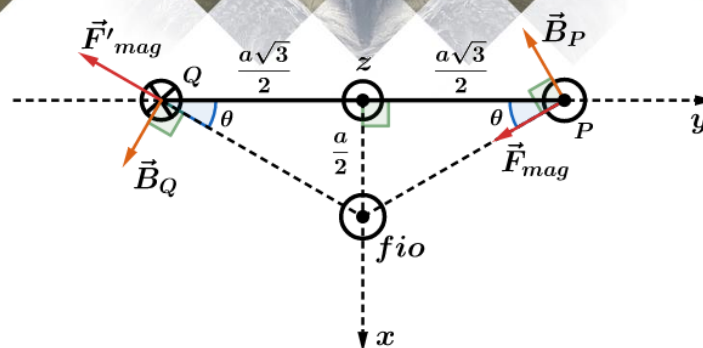
10. (ITA – 2010)

Considere uma espira retangular de lados $\sqrt{3}a$ e a , respectivamente, em que circula uma corrente I , de acordo com a figura. A espira pode girar livremente em torno do eixo z . Nas proximidades da espira há um fio infinito, paralelo ao eixo z , que corta o plano xy no ponto $x = a/2$ e $y = 0$. Se pelo fio passa uma corrente de mesma magnitude I , calcule o momento resultante da força magnética sobre a espira em relação ao eixo z , quando esta encontra-se no plano yz .



Comentários:

Vamos fazer uma análise dos campos gerados nos lados paralelos ao eixo z . Além disso, vamos escrever a força magnética entre o fio infinito e os lados da espira que são paralelos ao eixo z . Note que não há força magnética nos lados paralelos ao eixo y , pois estes lados são paralelos as linhas de indução geradas pelo fio infinito. Chamado os lados da espira que são paralelos ao eixo z de P e Q , temos a seguinte figura para um observador olhando de cima para baixo o plano xy :



Pela geometria do problema, temos que a distância do fio até os lados P e Q é igual a:

$$d^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 \Rightarrow d = a$$

A uma distância d , o campo gerado por um fio infinito com corrente é dado por:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

Note que P e Q estão a uma mesma distância do fio infinito. Portanto:

$$B_P = B_Q = B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

Logo, os módulos das forças magnéticas em cada fio são expressos por:

$$F = F_{mag} = F'_{mag} = B \cdot I \cdot a \Rightarrow F = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \cdot I \cdot a \Rightarrow F = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi}$$

Da geometria, temos:

$$\text{sen}(\theta) = \frac{\frac{a}{2}}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

Portanto, o momento da espira, em relação ao eixo z , é dado por:

$$\tau = F_{mag} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \text{sen } \theta + F'_{mag} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \text{sen } \theta \Rightarrow \tau = 2 \cdot \frac{\mu_0 I^2}{2\pi} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\tau = \frac{\mu_0 I^2 a \sqrt{3}}{4\pi}$$

Gabarito: $\tau = \frac{\mu_0 I^2 a \sqrt{3}}{4\pi}$

11. (ITA – 2011)

Uma bobina de 100 espiras, com seção transversal de área de 400 cm^2 e resistência de $20 \, \Omega$, está alinhada com seu plano perpendicular ao campo magnético da Terra, de $7,0 \cdot 10^{-4} \text{ T}$ na linha do Equador. Quanta carga flui pela bobina enquanto ela é virada de 180° em relação ao campo magnético?

a) $1,4 \cdot 10^{-4} \text{ C}$

b) $2,8 \cdot 10^{-4} \text{ C}$

c) $1,4 \cdot 10^{-2} \text{ C}$

d) $2,8 \cdot 10^{-2} \text{ C}$

e) $1,4 \text{ C}$

Comentários:

O fluxo magnético na bobina é expresso por:

$$\Phi = B \cdot A \cdot \cos \theta$$

A variação no fluxo é devido a variação no ângulo θ formado pela normal à espira e o vetor indução magnética. As duas situações, temos:

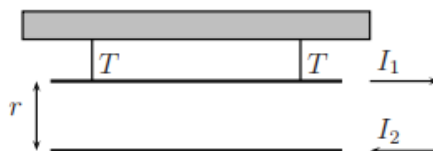
$$\begin{cases} \Phi_0 = B \cdot A \cdot \cos 0^\circ = B \cdot A \\ \Phi_f = B \cdot A \cdot \cos 180^\circ = -B \cdot A \Rightarrow \Delta\Phi = -2 \cdot B \cdot A \end{cases}$$

Pela lei de Faraday, a *fem* induzida é dada por:

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= -N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = R \cdot i = R \cdot \frac{\Delta Q}{\Delta t} \\ -N \cdot \left(\frac{-2 \cdot B \cdot A}{\Delta t} \right) &= R \cdot \frac{\Delta Q}{\Delta t} \Rightarrow \Delta Q = \frac{2 \cdot N \cdot B \cdot A}{R \cdot \Delta t} \\ \Delta Q &= \frac{2 \cdot 100 \cdot (7 \cdot 10^{-4}) \cdot (400 \cdot 10^{-4})}{20} \Rightarrow \boxed{\Delta Q = 2,8 \cdot 10^{-4} \text{ C}} \end{aligned}$$

Gabarito: B**12. (ITA – 2012)**

Considere dois fios paralelos, muito longos e finos, dispostos horizontalmente conforme mostra a figura. O fio de cima pesa $0,080 \text{ N/m}$, é percorrido por uma corrente $I_1 = 20 \text{ A}$ e se encontra dependurado por dois cabos. O fio de baixo encontra-se preso e é percorrido por uma corrente $I_2 = 40 \text{ A}$, em sentido oposto. Para qual distância r indicada na figura, a tensão T nos cabos será nula?

**Comentários:**

Para que a tensão nos cabos seja nula, o peso do fio 1 deve ter o mesmo módulo da força magnética de repulsão entre os fios, pois eles são percorridos por corrente de sentidos opostos. Então:

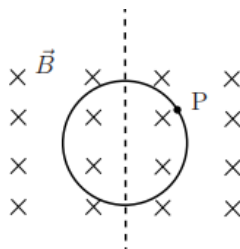
$$F_{mag} = P_1 \Rightarrow B_2 \cdot i_1 \cdot L = \lambda \cdot L \Rightarrow \frac{\mu_0 \cdot i_2}{2\pi r} \cdot i_1 = \lambda \Rightarrow r = \frac{\mu_0 \cdot i_1 \cdot i_2}{2\pi \cdot \lambda}$$

Substituindo valores, temos:

$$r = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 20 \cdot 40}{2\pi \cdot 0,08} \Rightarrow \boxed{r = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}}$$

Gabarito: $r = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ **13. (ITA – 2012)**

Considere uma espira com N voltas de área A , imersa num campo magnético B uniforme e constante, cujo sentido aponta para dentro da página. A espira está situada inicialmente no plano perpendicular ao campo e possui uma resistência R . Se a espira gira 180° em torno do eixo mostrado na figura, calcule a carga que passa pelo ponto P .

**Comentários:**

O fluxo magnético na espira é dado por:

$$\Phi = B \cdot A \cdot \cos \theta$$

Em que θ é o ângulo entre o vetor normal à espira e o vetor indução magnética. Portanto, quando a espira gira de 180° , a variação do fluxo magnético é expressa por:

$$\begin{cases} \Phi_i = B \cdot A \\ \Phi_f = -B \cdot A \end{cases} \Rightarrow \Delta\Phi = -2 \cdot B \cdot A$$

Pela lei de Faraday para N espiras, temos:

$$\mathcal{E} = -N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow \mathcal{E} = -N \cdot \frac{-2 \cdot B \cdot A}{\Delta t} \Rightarrow R \cdot i = \frac{N \cdot 2 \cdot B \cdot A}{\Delta t} \Rightarrow i \cdot \Delta t = \frac{N \cdot 2 \cdot B \cdot A}{R}$$

$$\Delta Q = \frac{2 \cdot N \cdot B \cdot A}{R}$$

Gabarito: $\Delta Q = \frac{2 \cdot N \cdot B \cdot A}{R}$

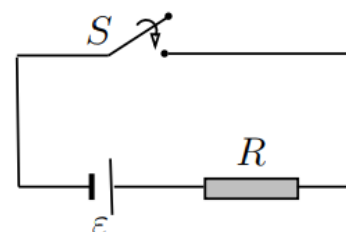
14. (ITA – 2013)

O circuito mostrado na figura é constituído por um gerador com f.e.m. \mathcal{E} e um resistor de resistência R . Considere as seguintes afirmações, sendo a chave S fechada:

- I - Logo após a chave S ser fechada haverá uma f.e.m. autoinduzida no circuito.
- II - Após um tempo suficientemente grande cessará o fenômeno de autoindução no circuito.
- III - A autoindução no circuito ocorrerá sempre que houver variação da corrente elétrica no tempo.

Assinale a alternativa verdadeira.

- a) Apenas a I é correta.
- b) Apenas a II é correta.
- c) Apenas a III é correta.
- d) Apenas a II e a III são corretas.



e) Todas são corretas.

Comentários:

I. Correta.

Podemos considerar o circuito formado por uma espira retangular percorrida por corrente, logo após o fechamento da chave. Embora a indutância ser baixa, haverá uma *fem* induzida.

II. Correta.

Ao estabilizar o valor da corrente elétrica (corrente elétrica constante), cessa o fluxo magnético pela espira retangular e, com isso, cessa a *fem* induzida.

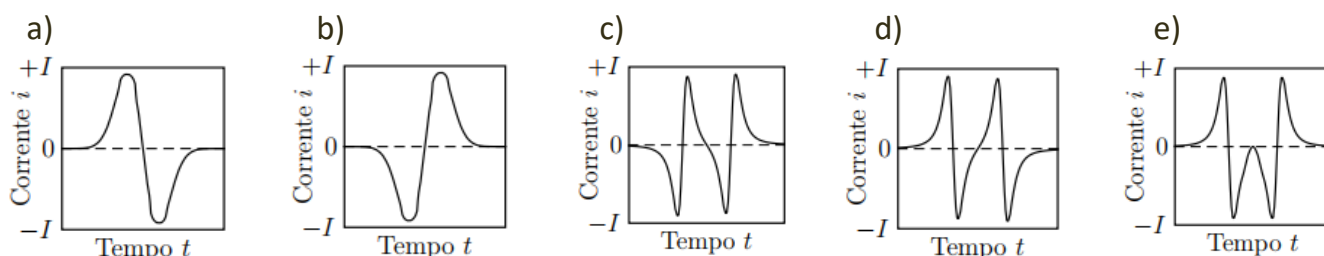
III. Correta.

Como visto em teoria, a *fem* autoinduzida é dada por $\mathcal{E}_m = -L \cdot \frac{\Delta i}{\Delta t}$. Então, sempre que houver variação da corrente, haverá uma *fem* autoinduzida.

Gabarito: E

15. (ITA – 2014)

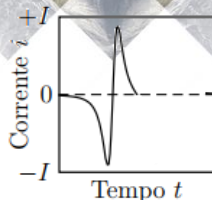
Considere um ímã cilíndrico vertical com o polo norte para cima, tendo um anel condutor posicionado acima do mesmo. Um agente externo imprime um movimento ao anel que, partindo do repouso, desce verticalmente em torno do ímã e atinge uma posição simétrica à original, iniciando, logo em seguida, um movimento ascendente e retornando à posição inicial em repouso. Considerando o eixo de simetria do anel sempre coincidente com o do ímã e sendo positiva a corrente no sentido anti-horário (visto por um observador de cima), o gráfico que melhor representa o comportamento da corrente induzida i no anel é



Comentários:

Quando o anel começa seu movimento de descida, as linhas de campo estão saindo do plano da espira para um observador acima do ímã, olhando de cima para baixo. Portanto, pela lei de Lenz, a corrente induzida deve estar no sentido horário para anular a variação do fluxo na espira. Então, inicialmente a corrente tem valor negativo, e sua intensidade vai aumentando, pois quanto mais próximo ao polo norte do ímã, mais intensas vão ficando as linhas de campo.

Entretanto, após a espira passar pelo polo sul do ímã, as linhas de campo do ímã terão sentido saindo da espira (para o observador) e cada vez que o ímã se afasta do polo sul, pela lei de Lenz, a corrente induzida deve ter sentido a compensar essa diminuição das linhas de campo na espira. Portanto, a corrente passa a ter sentido anti-horário. Assim, até chegar na posição simetricamente oposta à inicial, temos a seguinte variação da corrente induzida pelo tempo.



À medida que a espira volta da posição simetricamente oposta para a de início, o gráfico deve se repetir, de acordo com a lei de Lenz.

Gabarito: D

16. (ITA – 2014)

Duas espiras verticais estacionárias com aproximadamente o mesmo diâmetro d , perpendiculares e isoladas eletricamente entre si, têm seu centro comum na origem de um sistema de coordenadas xyz , na qual também está centrado um ímã cilíndrico de comprimento $l \ll d$ e raio $r \ll l$. O ímã tem seu polo norte no semieixo x positivo e pode girar livremente em torno do eixo vertical z , sendo mantido no plano xy . Numa das espiras, situada no plano yz , circula uma corrente $I_1 = i \cdot \cos(\omega \cdot t)$, cujo sentido positivo é o anti-horário visto do semieixo x positivo, e na outra circula uma corrente $I_2 = i \cdot \sin(\omega \cdot t)$, cujo sentido positivo é o anti-horário visto do semieixo y positivo.

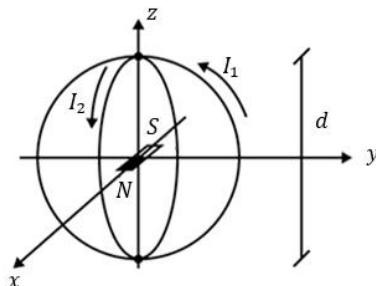
a) Desprezando a diferença de diâmetro entre as espiras, obtenha o campo magnético B na origem devido às correntes I_1 e I_2 , na forma $B_x \hat{x} + B_y \hat{y}$.

b) Explique, por que, partindo do repouso em $t = 0$, o ímã adquire um movimento de rotação em torno de z . Em que sentido (horário ou anti-horário, visto a partir do semieixo z positivo) ocorre este giro?

c) Ao se aumentar gradativamente a frequência angular ω das correntes, nota-se que o ímã passa a girar cada vez mais rápido. Contudo, com o ímã inicialmente em repouso e se são repentinamente aplicadas correntes I_1 e I_2 de alta frequência angular, nota-se que o ímã praticamente não se move. Explique a(s) razão(ões).

Comentários:

Segundo o enunciado, temos a seguinte distribuição espacial das espiras e do ímã:



a) O campo magnético resultante no centro da espira, em função do diâmetro, é dado por:

$$\vec{B} = B_x \hat{x} + B_y \hat{y} \Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 I_1}{d} \hat{x} + \frac{\mu_0 I_2}{d} \hat{y}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{d} (\cos(\omega t) \hat{x} + \sin(\omega t) \hat{y})$$

b) Para $t > 0$, o campo magnético no centro está girando no sentido anti-horário, para um observador situado na direção positiva de z . Assim, o dipolo magnético (o ímã) tende sempre a se alinhar com o campo. Portanto, o ímã gira no sentido anti-horário.

c) A taxa de variação do campo no tempo é expressa por:

$$\frac{d\vec{B}}{dt} = \frac{\mu_0 i}{d} (-\sin(\omega t) \cdot \omega \hat{x} + \cos(\omega t) \cdot \omega \hat{y}) = \frac{\mu_0 i}{d} \cdot \omega \cdot (-\sin(\omega t) \hat{x} + \cos(\omega t) \hat{y})$$

Diante deste resultado, vemos que a taxa de variação do campo no tempo é proporcional a ω . Para valores altos de ω , o campo magnético gira rapidamente, mas o ímã não consegue acompanhar devido a sua inércia. Por isso, o ímã praticamente não se movimenta.

Gabarito: a) $\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{d} (\cos(\omega t) \hat{x} + \sin(\omega t) \hat{y})$ b) ver comentários c) ver comentários

17. (ITA – 2015)

Considere as seguintes proposições sobre campos magnéticos:

- I. Em um ponto P no espaço, a intensidade do campo magnético produzido por uma carga puntiforme q que se movimenta com velocidade constante ao longo de uma reta só depende da distância entre P e a reta.
- II. Ao se aproximar um ímã de uma porção de limalha de ferro, está se movimenta porque o campo magnético do ímã realiza trabalho sobre ela.
- III. Dois fios paralelos por onde passam correntes uniformes num mesmo sentido se atraem.

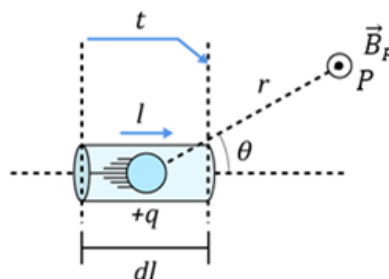
Então,

- a) apenas I é correta.
- b) apenas II é correta.
- c) apenas III é correta.
- d) todas são corretas.
- e) todas são erradas.

Comentários:

I. Incorreta.

Resolvemos este problema na aula 24. De acordo com o enunciado, temos:



Vamos dizer que a carga se move no interior de um elemento imaginário, de tal forma que o pequeno condutor tenha uma corrente I e, com isso, podemos aplicar a Lei de Biot-Savart-Laplace.

Pela regra da mão direita (RMD), vemos que \vec{B}_P se estabelece em P saindo do plano da folha e seu módulo é calculado por:

$$B_P = \frac{\mu_0 I \sin(\theta) dl}{4\pi r^2}$$

Pela definição de corrente, temos que:

$$I = \frac{|q|}{\Delta t}$$

Logo:

$$B_P = \frac{\mu_0 \frac{|q|}{\Delta t} \sin(\theta) dl}{4\pi r^2} \Rightarrow B_P = \frac{\mu_0 |q| \sin(\theta)}{4\pi r^2} \frac{dl}{\Delta t}$$

Mas $\frac{dl}{\Delta t} = v$, então:

$$B_P = \frac{\mu_0 |q| v \sin(\theta)}{4\pi r^2}$$

Note que a intensidade da indução magnética depende de r e da inclinação θ que está relacionada com a distância do ponto P a reta.

II. Incorreta.

Por definição, a força magnética não realiza trabalho sobre monopolos elétricos. Os dipolos induzidos na limalha são originados por microcorrentes, elétrons em movimento, portanto, não haverá realização de trabalho. Observação: a expressão “campo magnético do ímã realiza trabalho” é uma metonímia, já que se refere à força magnética. Alguns autores gostam de utilizar esta linguagem.

III. Correta.

Como visto em teoria, dois fios paralelos são atraídos quando percorridos por correntes em mesmo sentido.

Gabarito: C

18. (ITA – 2016)

Uma bobina metálica circular de raio r , com N espiras e resistência elétrica R , é atravessada por um campo de indução magnética de intensidade B . Se o raio da bobina é aumentado de uma fração $\Delta r \ll r$; num intervalo de tempo Δt , e desconsiderando as perdas, a máxima corrente induzida será de

- a) $2\pi N B r \Delta r / (R \Delta t)$. b) $2\pi N B r \Delta r^2 / (R \Delta t)$. c) $2\pi N B^2 r \Delta r / (R \Delta t)$.
d) $2\pi N B r \Delta r / (R^2 \Delta t)$ e) $2\pi N B r \Delta r / (R \Delta t^2)$

Comentários:

Pela lei de Faraday, podemos determinar a *fem* induzida:

$$|\mathcal{E}| = N \cdot \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} \Rightarrow |\mathcal{E}| = N \cdot \frac{|B \cdot \Delta A|}{\Delta t} \Rightarrow |\mathcal{E}| = N \cdot B \cdot \frac{\pi(r + \Delta r)^2 - \pi r^2}{\Delta t}$$

$$|\mathcal{E}| = N \cdot B \cdot \pi \frac{(r + \Delta r - r)(r + \Delta r + r)}{\Delta t} \Rightarrow |\mathcal{E}| = N \cdot B \cdot \pi \frac{\Delta r(2r + \Delta r)}{\Delta t}$$

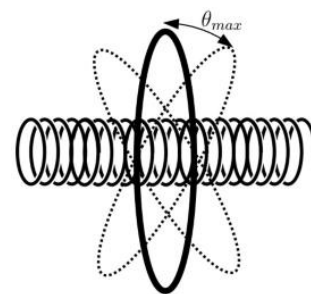
Como $\Delta r \ll r$, então:

$$|\mathcal{E}| = \frac{N \cdot B \cdot 2\pi \cdot r \cdot \Delta r}{\Delta t}$$

Gabarito: A

19. (ITA – 2019)

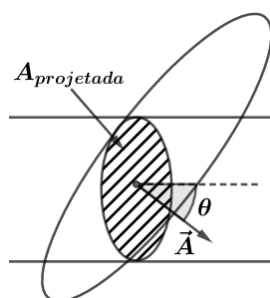
A figura mostra uma espira circular, de raio a e resistência R , com centro situado sobre o eixo de um solenóide muito longo, com n voltas por unidade de comprimento e raio b ($b < a$). No instante inicial, $t = 0$, o eixo do solenóide encontra-se perpendicular ao plano da espira, que oscila segundo a expressão $\theta = \theta_{\max} \sin(\omega t)$, em que ω é a frequência angular do movimento. Se a corrente que passa pelo solenóide cresce linearmente com o tempo, conforme $I = Kt$, e sendo μ_0 a permeabilidade magnética do vácuo, então a intensidade da corrente elétrica induzida na espira é



- a) $\frac{\mu_0 n K \pi a^2}{R}$.
 b) $\frac{\mu_0 n K \pi b^2}{R}$.
 c) $\frac{\mu_0 n K \omega t \theta_{\max} \pi b^2}{R} |\sin(\omega t)|$.
 d) $\frac{\mu_0 n K \omega t \theta_{\max} \pi b^2}{R} |\cos(\omega t)|$.
 e) 0.

Comentários:

Quando a espira começa a oscilar, temos a seguinte configuração:



O fluxo do campo magnético é dado por:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{A} = B \cdot A \cdot \cos \theta = \mu_0 \cdot n \cdot i(t) \cdot A_{\text{projetada}}$$

Em que $A \cdot \cos \theta = A_{\text{projetada}} = \pi b^2$. Logo, o fluxo do campo é dado por:

$$\phi = \mu_0 \cdot n \cdot K t \cdot \pi b^2$$

Pela lei de Faraday, o módulo da tensão é dado por:

$$|\varepsilon| = \frac{d\phi}{dt} = \mu_0 \cdot n \cdot K \cdot \pi b^2$$

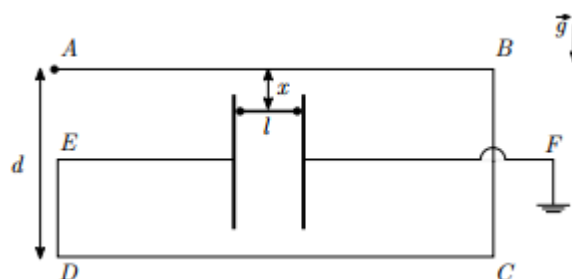
Então, pela primeira Lei de Ohm, a corrente elétrica induzida na espira é de:

$$|\varepsilon| = R \cdot i_{ind} \Rightarrow \mu_0 \cdot n \cdot K \cdot \pi b^2 = R \cdot i_{ind} \Rightarrow i_{ind} = \frac{\mu_0 \cdot n \cdot K \cdot \pi b^2}{R}$$

Gabarito: B

20. (ITA – 2019)

Um condutor muito longo $ABCDEF$ é interrompido num trecho, onde é ligada a guias metálicas pelas quais desliza sem atrito um condutor metálico rígido de comprimento $l = 10 \text{ cm}$ e massa $m = 5,0 \text{ mg}$, mantendo o contato elétrico e a passagem de corrente pelo sistema contido no plano vertical, conforme esquematizado na figura. O potencial elétrico no terminal A é $V_0 = 1,0 \text{ V}$ e o sistema como um todo possui resistência $R = 0,10 \Omega$. Sendo a distância $d = 18 \text{ cm}$ e considerando apenas o efeito dos segmentos longos AB e CD sobre o condutor móvel, determine a distância de equilíbrio x indicada na figura.

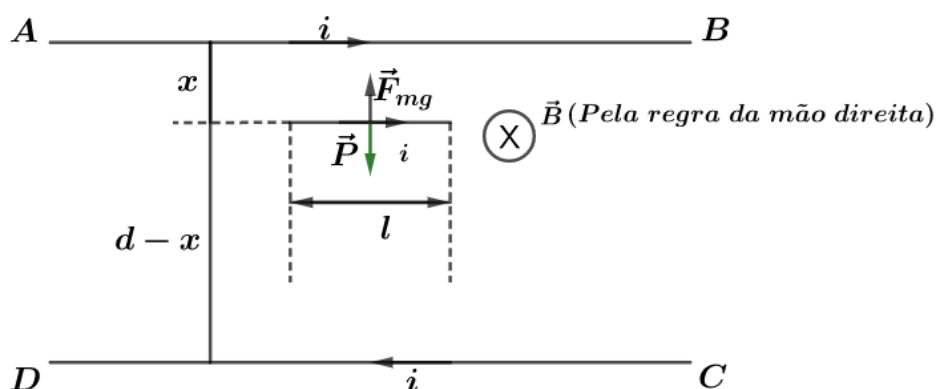


Comentários:

Inicialmente, devemos encontrar a corrente que atravessa todo o conduto $ABCDEF$:

$$i = \frac{V_0}{R} = \frac{1,0}{0,10} = 10 \text{ A}$$

Com isso, temos o seguinte esquema das correntes e as forças magnéticas nos fios:



Admitindo que o fio é muito longo, para o equilíbrio das forças devemos ter que:

$$P = F_{mg} \Rightarrow m \cdot g = B \cdot i \cdot l$$

$$m \cdot g = \left(\frac{\mu_0 i}{2\pi x} + \frac{\mu_0 i}{2\pi(d-x)} \right) \cdot i \cdot l \Rightarrow m \cdot g = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{d-x} \right) \cdot i \cdot l$$

Substituindo valores, vem:

$$5 \cdot 10^{-6} \cdot 10 = \frac{4\pi 10^{-7}}{2\pi} \cdot 10 \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{0,18-x} \right) \cdot 10 \cdot 0,1 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{0,18-x} = 25$$

$$\boxed{x = 0,06 \text{ m ou } x = 0,12 \text{ m}}$$

Gabarito: $x = 0,06 \text{ m}$ ou $x = 0,12 \text{ m}$

7. Considerações finais

Nessa aula fechamos o tema Magnetismo. Abordamos aqui os temas que mais aparecem nos nossos vestibulares. Você estudará assuntos bem mais complexos sobre eletromagnetismo no ITA.

Revise e anote os principais conceitos estudados nesta aula, principalmente força sobre fio com corrente, indução eletromagnética e lei de Lenz. Muito provavelmente terá uma questão destes assuntos na sua prova, ainda mais se você for fazer ITA.

Busque entender como se aplica a lei de Lenz e não fique preocupado em decorar os casos. Sempre tenha em mente a conservação da energia do sistema.

Conte comigo nessa jornada. Quaisquer dúvidas, críticas ou sugestões entre em contato pelo fórum de dúvidas do Estratégia ou se preferir:



@proftoniburgatto

8. Referências bibliográficas

- [1] Calçada, Caio Sérgio. Física Clássica volume 5. 2. Ed. Saraiva Didáticos, 2012. 576p.
- [2] Bukhovtsev, B.B. Krivtchenkov, V.D. Miakishev, G.Ya. Saraeva, I. M. Problemas Seleccionados de Física Elementar. 1 ed. MIR, 1977. 518p.
- [3] Newton, Gualter, Helou. Tópicos de Física volume 3. 11ª ed. Saraiva, 1993. 303p.
- [4] Toledo, Nicolau, Ramalho. Os Fundamentos da Física volume 3. 9ª ed. Moderna. 490p.
- [5] Resnick, Halliday, Jearl Walker. Fundamentos de Física volume 3. 10ª ed. LTC. 365p.
- [6] Asociación Fondo de Investigadores y Editores. Una visión analítica del movimiento volume II. 11ª ed. Lumbreras editores. 989 p.

9. Versão de aula

Versão de Aula

Data da última atualização

1.0

21/08/2021