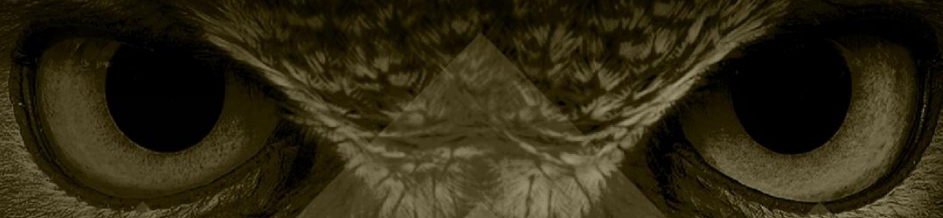


***CURSO INTENSIVO 2022***



**Física**

**ITA - 2022**

**Introdução ao Magnetismo e corrente  
em espiras**

**Prof. Toni Burgatto**



## SUMÁRIO

<i>Introdução .....</i>	<i>3</i>
<b>1. Magnetismo.....</b>	<b>3</b>
1.1. O campo magnético .....	5
1.2. A experiência de Oersted .....	8
1.2.1. Regra da mão direita (RMD).....	9
1.3. A lei de Briot-Savart-Laplace .....	10
1.3.1. Indução magnética no centro de uma espira circular .....	13
1.4. Lei de Ampere .....	23
1.4.1. Fio infinito.....	24
1.4.2. Solenoide ideal.....	24
<b>2. Interação magnética .....</b>	<b>25</b>
2.1. Módulo da força magnética.....	26
2.2. Orientação da força magnética .....	26
2.3. As propriedades da força magnética sobre uma partícula.....	28
2.4. O movimento das partículas com carga elétrica em um campo magnético homogêneo. ....	28
2.4.1. Retilínea .....	29
2.4.2. Circunferência .....	29
2.4.3. Helicoidal .....	31
2.5. Força magnética expressa na forma vetorial .....	33
2.6. Efeito Hall .....	34
<b>3. Lista de questões.....</b>	<b>36</b>
<b>4. Gabarito sem comentários .....</b>	<b>40</b>
<b>5. Lista de questões comentadas.....</b>	<b>41</b>
<b>6. Considerações finais.....</b>	<b>57</b>
<b>7. Referências bibliográficas.....</b>	<b>58</b>
<b>8. Versão de aula .....</b>	<b>58</b>

## Introdução

Nesta aula vamos iniciar os estudos sobre o Magnetismo. Faremos algumas considerações iniciais e estudaremos a experiência de Oersted. Além disso, veremos como é a interação de uma carga elétrica em uma região onde existe um campo magnético.

Após a experiência de Oersted, estudaremos como determinar a indução magnética gerada pelos condutores com corrente. Para isso, enunciaremos duas leis importantes: Lei de Briot-Savart-Laplace e Lei de Ampere. Estes assuntos não são comuns no ensino médio. Por isso, peço que estude com calma e não se prenda aos rigores do Cálculo.

Preste mais atenção em movimento helicoidal, força magnética na forma vetorial e efeito Hall. O ITA já cobrou efeito Hall e pode vir a cobrar novamente.

Caso tenha alguma dúvida entre em contato conosco através do fórum de dúvidas do Estratégia ou se preferir:



 @proftoniburgatto

## 1. Magnetismo

Chamamos de magnetismo a propriedade que certas substâncias apresentam, em especial, alguns minérios de ferro, cobalto e níquel, de atrair alguns corpos como pedacinhos de ferro, por exemplo. O primeiro material com propriedades magnéticas observadas pelo homem na natureza foi a magnetita,  $\text{Fe}_3\text{O}_4$ , que possui o magnetismo em forma natural e é um material sólido natural metálico que pode atrair ferro.

Alguns metais, quando submetidos a um processo chamado imantação, transformam-se em ímãs. São denominados ímãs artificiais.

Quando colocamos limalha de ferro próximo a um ímã em forma de barra, observa-se que a limalha é mais fortemente atraída pelas regiões extremas do ímã. Chamamos essas regiões de polos do ímã.

Os ímãs permanentes possuem as mais variadas formas, de acordo com a sua utilização:

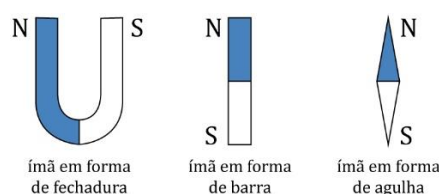


Figura 1: Representações de ímãs.

Quando suspendemos um ímã de barra pelo seu centro de gravidade com um fio, de tal maneira que pode girar livremente por esse ponto. Observa-se que a barra sempre se orienta em uma mesma direção.

Tal direção coincide, aproximadamente, com as orientações norte e sul da Terra. Por isso, os polos de um ímã são chamados de **polo norte** e **polo sul**.

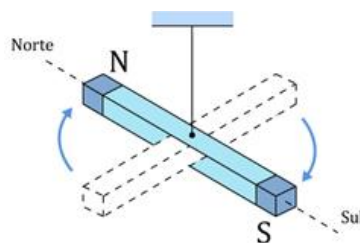


Figura 2: Ímã se orientando de acordo com o campo magnético terrestre.

Essa propriedade mostra a existência do campo magnético terrestre. Além disso, podemos construir as bússolas, instrumento formado por uma agulha magnética, que são capazes de orientar o homem geograficamente.

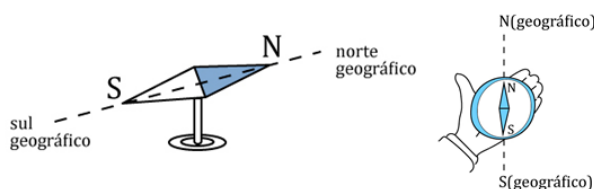


Figura 3: Orientação de uma bússola com o campo magnético terrestre.

O fato de a agulha magnética apontar para o polo norte geográfico é porque no **polo norte geográfico existe um polo sul magnético**. Consequentemente, no polo sul geográfico existe um polo norte magnético. Vale lembrar que os polos geográficos e os polos magnéticos da Terra não estão exatamente no mesmo local, como na figura abaixo.

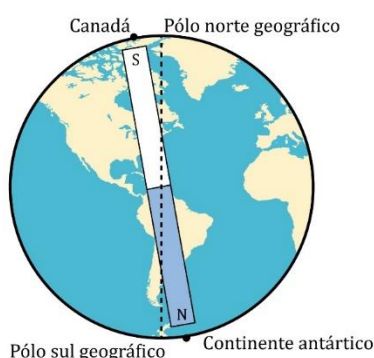


Figura 4: Representação simplificada do campo magnético terrestre. O polo sul magnético terrestre está próximo do polo norte geográfico. Assim, o polo norte magnético terrestre está próximo do polo sul geográfico.

Outra propriedade dos ímãs consiste na inseparabilidade dos polos magnéticos. Quando dividimos um ímã ao meio, produzimos outros dois ímãs com seus respectivos polos norte e sul, como na figura abaixo.

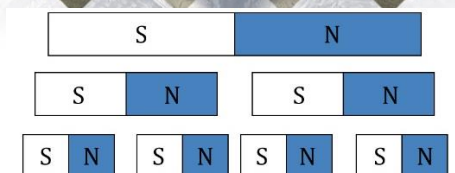


Figura 5: Princípio da inexistência do monopolo magnético.

Dessa forma, é impossível obter um ímã com somente um polo magnético, semelhante a um corpo carregado com uma carga um único sinal. Além disso, ao manusear dos ímãs de polos magnéticos bem conhecidos, facilmente você observará que:

Polos magnéticos de mesmo nome se repelem e de nomes diferentes se atraem.

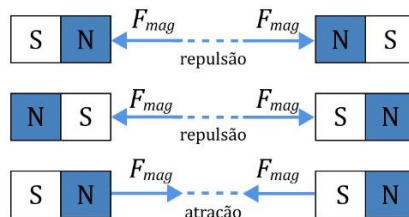


Figura 6: Interação magnética entre polos.

## 1.1. O campo magnético

Um ímã cria uma região de influências, que se manifestam tanto em outros ímãs quanto em alguns materiais. Denominamos essa região por **campo magnético** e representamos, matematicamente, pelo **vetor indução magnética**  $\vec{B}$ , cuja unidade no SI é o tesla (T).

Neste momento, iremos apenas definir a direção e o sentido de  $\vec{B}$ . Para definir as linhas de força é necessário utilizar um elemento sensível ao campo. Para o caso do campo magnético deve ser usado uma agulha magnética.

Ao colocar uma série de agulhas dispostas sequencialmente ao redor de um ímã e fazendo coincidir o polo norte de um com o polo sul da seguinte, podemos definir a linha de força como na figura abaixo.

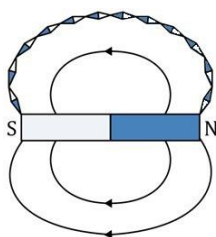


Figura 7: Orientação das linhas de força do campo magnético.

O sentido das linhas de força é determinado pela direção estabelecida pelo polo norte da agulha magnética. Por isso, observa-se que as linhas de indução magnética saem do polo norte e entram no polo sul. Nas linhas de indução, o vetor  $\vec{B}$  tangencia as linhas em cada um de seus pontos e tem sentido concordante com elas.



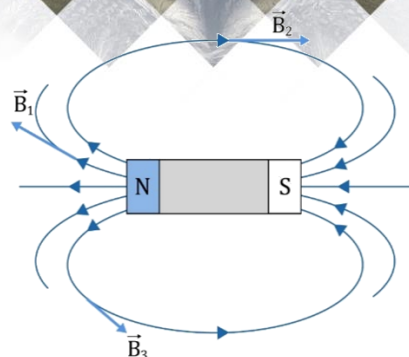


Figura 8: Orientação da indução magnética, dada as linhas de força.

É comum chamar o vetor indução magnética  $\vec{B}$  de vetor campo magnético ou até mesmo de campo magnético.

Observações sobre as linhas de indução:

- 1) As linhas de indução do campo magnético de um ímã se estabelecem no seu interior, não apenas no seu interior. Por isso, dizemos que as linhas são fechadas. E com isso, podemos enunciar a Lei de Gauss do magnetismo:

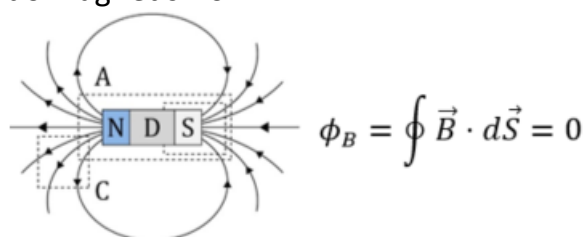


Figura 9: Representação das linhas de força perfurando cada um dos contornos fechados A, C e D.

Se as letras A, C e D indicam superfícies fechadas, note que o número de linhas de campo magnético que atravessam qualquer uma das três superfícies A, C e D de fora para dentro é igual ao número de linhas de campo que passam de dentro para a fora, de modo que o fluxo magnético total, para cada superfície, é nulo. Tal fato comprova a inexistência do monopolo magnético, como na figura abaixo:

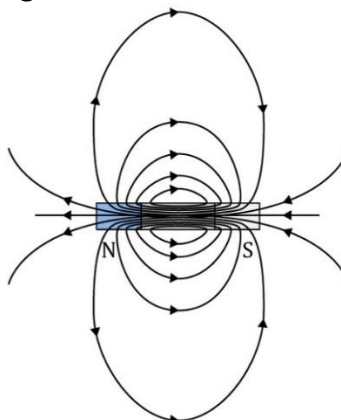


Figura 10: As linhas de força no interior do ímã se orientam do sul para o norte.

Note que as linhas de indução na região externa ao ímã, por convenção, saem do norte para o sul, mas na região interna elas se orientam do sul para o norte.

- 2) **As linhas de indução magnética nunca se cruzam.** Caso isso acontecesse, o vetor  $\vec{B}$  teria duas orientações possíveis, gerando um absurdo.

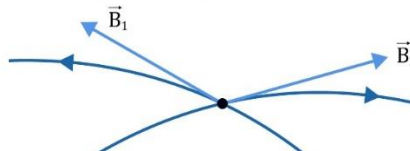


Figura 11: As linhas de força nunca se cruzam. Se elas se cruzassem, geraria um absurdo.

Lembre-se que essa propriedade também existe com relação às linhas de força de um campo elétrico.

- 3) Quando representamos um conjunto de linhas de indução, a região onde a concentração de linhas (densidade de linhas) é mais intensa é onde o campo magnético é mais intenso. Tal fato ocorre nas proximidades dos polos do ímã.

Um campo magnético que possui vetor indução magnética de mesma intensidade em todos os pontos, a mesma direção e o mesmo sentido é denominado **campo magnético uniforme**. Para atender essas restrições, as linhas de indução de um campo magnético uniforme são retas, paralelas, igualmente orientadas e igualmente espaçadas.

Podemos ter uma boa aproximação de um campo magnético uniforme na região entre duas faces polares norte e sul próximas, como na figura abaixo:

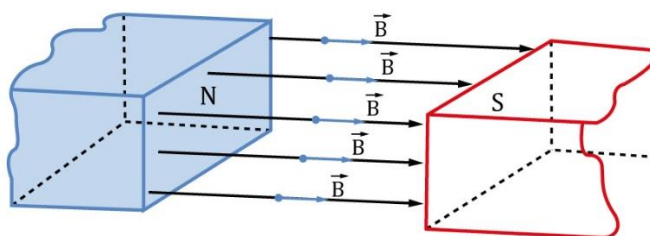


Figura 12: Campo magnético uniforme ou homogêneo.

Quando colocamos um pequeno ímã no interior de um campo magnético uniforme de indução magnética  $\vec{B}$ , o campo exerce forças magnéticas nos polos do ímã. Verifica-se experimentalmente que a força magnética sobre o polo norte tem o mesmo sentido do vetor  $\vec{B}$  e a força magnética sobre o polo sul tem sentido contrário ao de  $\vec{B}$  e ainda, essas forças possuem a mesma intensidade.

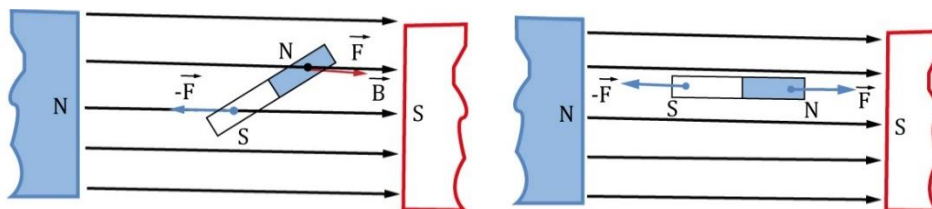


Figura 13: Ao inserir um ímã com as polaridades dispostas como na imagem, as forças magnéticas nos polos do ímã levarão a um equilíbrio estável, quando ele está submetido a um campo magnético homogêneo.

Em Magnetismo, é comum usarmos uma bolinha com um ponto para representar o vetor saindo do plano da folha e uma bolinha com uma “cruzinha”.



Figura 14: Representação de vetores saindo e entrando do plano da folha.

## 1.2. A experiência de Oersted

Hans Christian Oersted (1777 – 1851), professor de filosofia natural na Universidade de Copenhague, em 1807 iniciou os estudos a respeito da eletricidade em uma agulha magnética de uma bússola.

A experiência de Oersted foi a seguinte: colocou um arrame por onde circulava uma corrente elétrica em cima de uma bússola e observou que o polo norte da agulha se desviava para oeste.

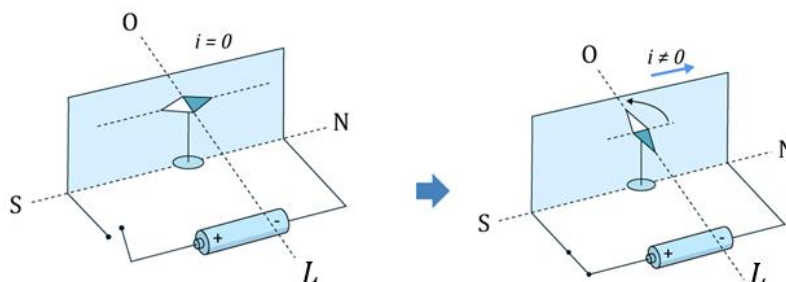


Figura 15: Deflexão da bússola para oeste ao fechar a chave do circuito, quando o fio de arame está em cima da bússola.

A partir desses resultados, Oersted conclui que a agulha imantada da bússola só poderia se mover pois ela sofreu ação de uma força magnética, e que a corrente elétrica no arame quem gerou esta força. Assim, Oersted deduziu que a corrente elétrica produziu o efeito magnético.

Consequentemente, o efeito magnético da corrente elétrica não estava apenas confinado no interior do arame, mas em todo espaço ao redor do fio, onde estava inserida a agulha.

A conclusão da experiência de Oersted é que quando passa corrente elétrica por um condutor, em torno deste se estabelece um campo magnético.

Ampere fez passar uma corrente por uma bobina (solenóide), que é um conjunto de espiras circulares com um eixo comum, e percebeu que o campo magnético estabelecido na bobina era semelhante ao de um ímã de barra.

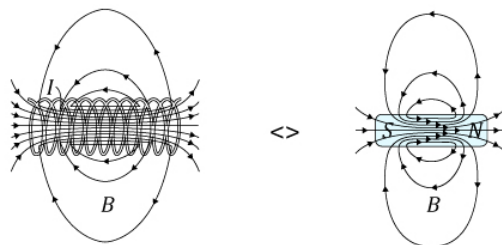


Figura 16: Se aproximarmos limalhas de ferro em um solenoide, elas terão forma semelhante ao aproximá-las de um ímã de barra, pois os campos magnéticos são semelhantes.

Afinal, qual é a essência da experiência de Oersted? As partículas com carga elétrica em movimento são as fontes do campo magnético.





Figura 17: Quando a carga elétrica está em repouso, temos apenas um campo elétrico associado a ela. Entretanto, quando a carga está em movimento, se associa um campo elétrico e um campo magnético.

Assim, podemos dizer que para um condutor atravessado por uma corrente, o campo elétrico que há em torno dele é consequência do movimento orientado dos elétrons livres.

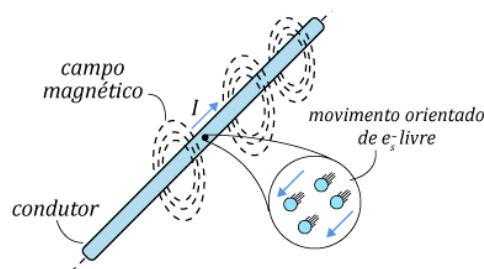


Figura 18: Representação do campo magnético e da movimentação orientada dos elétrons livres no condutor.

Por volta de 1900, A. Einstein desenvolveu a leis do eletromagnetismo e, em 1905, em sua teoria especial da relatividade demonstrou que o campo magnético é um efeito relativístico do campo elétrico. A partir de agora, vamos representar o campo magnético que há em torno de um condutor sendo atravessado por uma corrente utilizando as linhas de indução magnética.

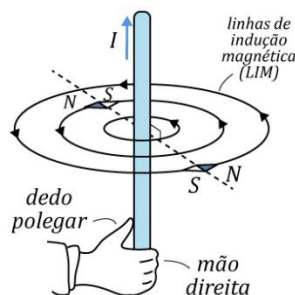


Figura 19: Regra da mão direita para determinar a indução magnética, de acordo com as linhas de força.

De acordo com a orientação das agulhas magnéticas ao redor do fio, foi possível criar uma regra prática para determinar o sentido das linhas de indução.

### 1.2.1. Regra da mão direita (RMD)

A regra que permite estabelecer o sentido das linhas que representam o campo magnético que envolve um condutor percorrido por corrente é denominada regra da mão direita. Aplicamos a regra da seguinte maneira:

**O polegar da mão direita** tem que estar orientado no **sentido da corrente** e os outros **4 dedos** tem que **envolver ou abraçar o condutor**. A forma como se orienta estes últimos será o sentido das linhas de indução magnética. A figura abaixo mostra como se aplica a RMD.

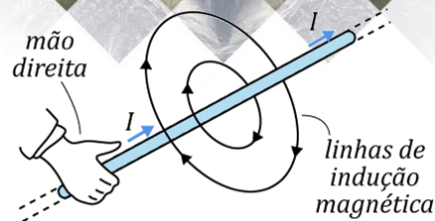


Figura 20: Aplicação da regra da mão direita.

Deve-se ter em mente que as linhas de indução sempre envolvem o condutor seja reto seja curvo, como veremos logo adiante em espira circular percorrida por corrente.

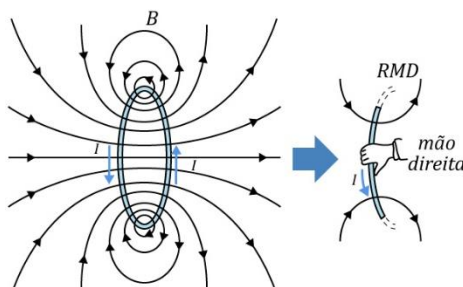


Figura 21: O campo dessa espira é chamado campo dipolar magnético, pois se assemelha também ao de um ímã de barra.

Observação: embora a regra da mão direita (RMD) tenha sido aplicada sabendo o sentido da corrente elétrica e, com isso, determinamos o sentido das linhas de indução, podemos estabelecer o sentido da corrente elétrica a partir das linhas de indução.

### 1.3. A lei de Briot-Savart-Laplace

Após termos estudado a origem do campo, a direção e o sentido, vamos aprender como calcula a intensidade do vetor indução magnética.

A lei que se formula matematicamente para uma pequena porção de um condutor ( $\Delta l$ ) percorrido por uma corrente deve relacionar essas três características destacadas.

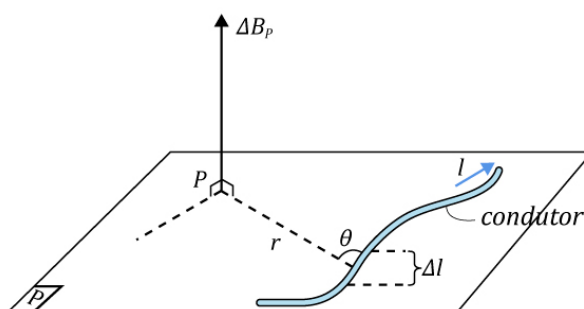


Figura 22: Desenho esquemático para a formulação da Lei de Briot-Savart-Laplace. O plano P contém o condutor a uma distância  $r$ .

Devido ao elemento pequeno do condutor de comprimento  $\Delta l$ , em  $P$  se estabelece um elemento de toda a indução magnética  $\Delta B$ , por causa da corrente elétrica atravessando o condutor e a magnitude de  $\Delta B$  é dada por:

$$\Delta B_P = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot \text{sen}(\theta) \cdot \Delta l}{4\pi r^2}$$

Em que:

- $I$  é a corrente em ampere (A).
- $r$  e  $\Delta l$  são distâncias dadas em metro (m).
- $B_P$  é a indução magnética em  $P$  gerada pelo elemento  $\Delta l$  percorrido por uma corrente.
- $b$  é uma constante de proporcionalidade.
- $\mu_0$  é a permeabilidade magnética do vácuo. No SI,  $\mu_0$  vale  $4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$ .

Na matemática do ensino superior, quando os elementos pequenos se levam ao limite, isto é, tendem a zero, se transformam em elementos diferenciais. Portanto, a lei de B.S.L. se tornam:

$$dB_P = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot \sin(\theta) \cdot dl}{4\pi r^2}$$

Observação: a indução magnética dada por  $d\vec{B}_P$  tem uma direção tal que é perpendicular à distância  $r$  e ao elemento condutor ( $dl$ ). Portanto, a indução magnética é perpendicular ao plano formado pelo condutor e pela distância.

Em sua forma vetorial, a lei de B.S.L. é escrita como:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi r^3} \cdot d\vec{l} \times \vec{r}$$

Como vemos pela expressão logo acima, para determinar a indução magnética em  $P$  devido a todo condutor, devemos somar a contribuição de cada elemento do condutor ( $dl$ ), isto é, integrar a lei de Briot-Savart-Laplace. Nosso objetivo aqui não é ficar resolvendo integrais, então vamos apenas mostrar como aplica a lei e o resultado na maioria das vezes.

Quando aplicamos a lei de Briot-Savart-Laplace a um condutor reto finito, encontramos a seguinte relação:

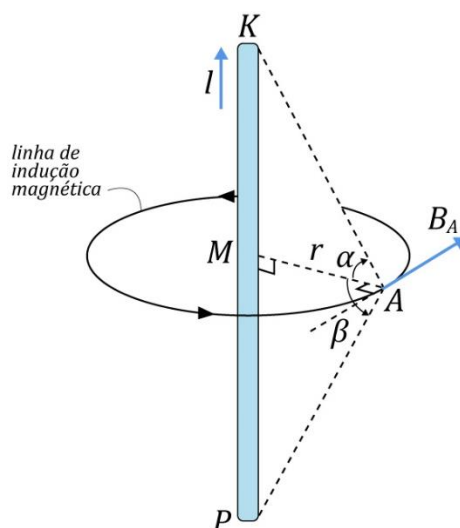


Figura 23: Condutor finito reto percorrido por uma corrente  $I$ .

O módulo da indução magnética em  $A$  é expresso por:

$$B_A = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi \cdot r} \cdot [\sin(\alpha) + \sin(\beta)] \quad (eq. 1)$$

Observação: observe que  $r$  é perpendicular a  $\vec{B}_A$  e ao condutor. Dessa forma, o sentido que fixa para os ângulos  $\alpha$  (horário) e  $\beta$  (anti-horário), a partir de  $r$ , são considerados positivos. Do contrário, devemos inserir na expressão com sinal negativo.

À medida que o comprimento do condutor aumenta, os segmentos que unem os extremos do fio ao ponto  $A$  se tornam cada vez mais próximos de serem paralelos ao condutor.

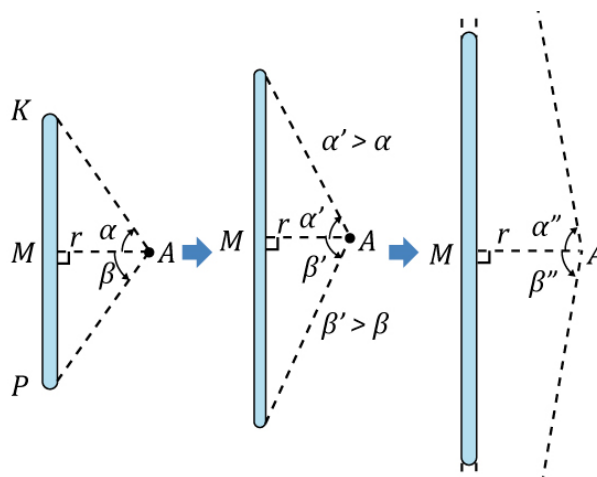


Figura 24: Condutor finito sendo extrapolado para um fio infinito.

Como podemos ver, os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  tendem a  $90^\circ$ :

$$\begin{cases} \alpha \rightarrow 90^\circ \\ \beta \rightarrow 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \sin(\alpha) = \sin(\beta) = 1$$

Substituindo estes valores na equação 1, temos:

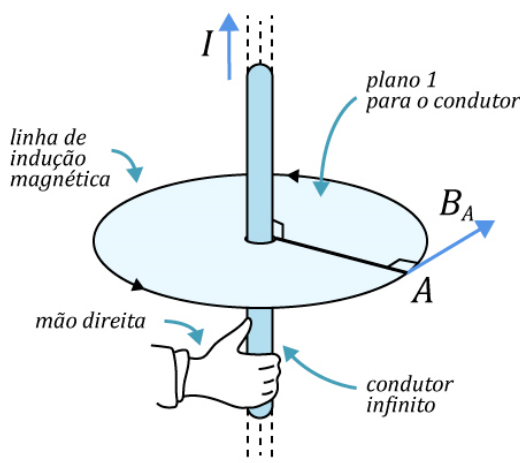


Figura 25: Indução magnética de um fio condutor infinito.

$$B_A = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi \cdot r} \cdot [\sin(90^\circ) + \sin(90^\circ)]$$

$$\boxed{B_A = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}} \quad (eq. 2)$$

Como podemos ver pela equação 2, a intensidade de  $\vec{B}$  é inversamente proporcional a distância  $r$ .

Observe que pela regra da mão direita, se a corrente está entrando no plano da folha, as linhas de campo possuem sentido horário. Por outro lado, se a corrente está saindo do plano da folha, então as linhas de campo possuem sentido anti-horário, como na figura abaixo:

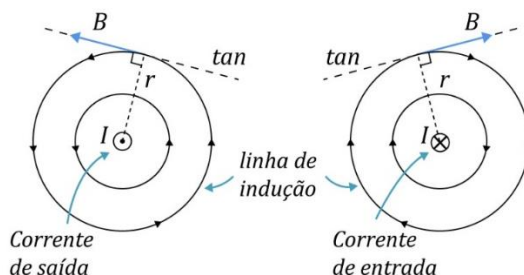


Figura 26: Sentido das linhas de campo de acordo com o sentido da corrente elétrica.

Obviamente, não precisamos decorar este resultado, basta apenas aplicar a regra da mão direita envolvente. Se tomarmos um fio condutor muito longo e desejarmos o campo na direção radial no plano que contém uma das extremidades, a intensidade de  $\vec{B}$  será dada por:

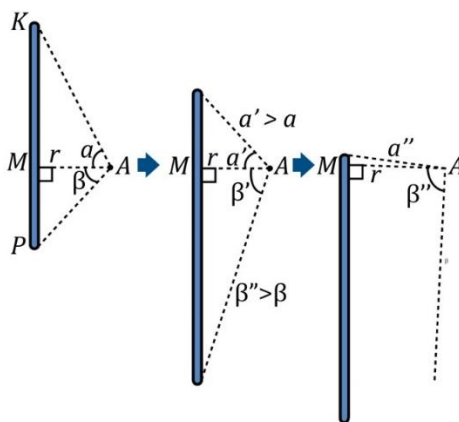


Figura 27: Cálculo da indução magnética para um condutor semi-infinito.

$$\alpha \rightarrow 0 \text{ e } \beta \rightarrow 90^\circ \Rightarrow \text{sen}(\alpha) \approx 0 \text{ e } \text{sen}(\beta) \approx 1$$

$$B_A = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi \cdot r} \cdot [\text{sen}(0) + \text{sen}(90^\circ)] \therefore \boxed{B_A = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi \cdot r}}$$

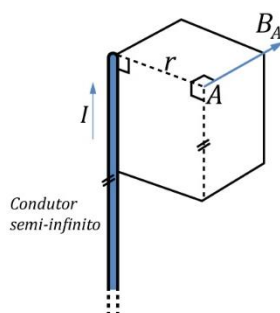


Figura 28: Campo resultante no ponto A.

### 1.3.1. Indução magnética no centro de uma espira circular

Uma espira percorrida por uma corrente elétrica nada mais é que um dipolo magnético. Lembre-se que o campo magnético associado a uma espira com corrente se assemelha a um ímã de barra, como mostra a figura abaixo.



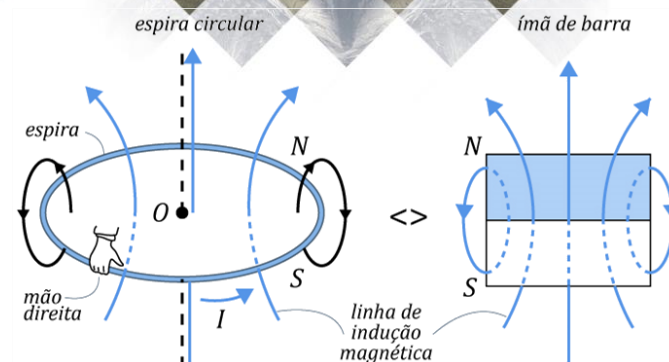


Figura 29: Representação das linhas de indução em uma espira circular.

Para aplicações futuras, tenha em mente que uma espira com corrente tem um norte e um sul magnético. Aplicando a RMD, podemos determinar a orientação do vetor  $\vec{B}$  no centro da espira:

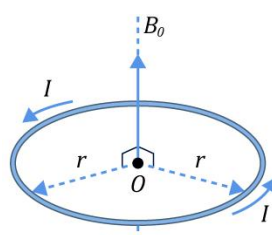


Figura 30: Indução magnética no centro da espira circular de acordo com a RMD.

O módulo de  $\vec{B}$  é dada pela Lei de B.S.L. da seguinte forma:

$$dB = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi \cdot r^2} \cdot dl \cdot \sin(\theta)$$

Neste caso,  $\theta = 90^\circ$  e o comprimento da espira é de  $2\pi \cdot r$ . Portanto:

$$dB = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi \cdot r^2} \cdot dl \Rightarrow B = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi \cdot r^2} \int_0^{2\pi r} dl \Rightarrow B = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi \cdot r^2} \cdot [2\pi r - 0] \Rightarrow \boxed{B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot r}} \text{ (eq. 3)}$$

Caso deseje-se saber a indução magnética no centro devido apenas a uma parte da espira, devemos usar a equação 3 tomando apenas uma fração correspondente à porção desejada. Por exemplo:

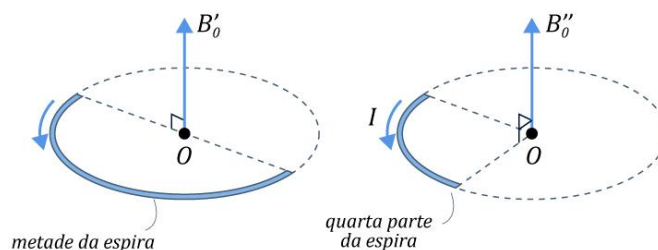


Figura 31: Vetor indução magnética devido aos arcos da espira.

Em que:

$$B'_0 = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot r} \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \text{ e } B''_0 = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot r} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)$$

Podemos generalizar este resultado para o caso de um arco qualquer. Note que a indução no ponto  $O$  será perpendicular ao plano onde se encontra o arco e expresso matematicamente por:

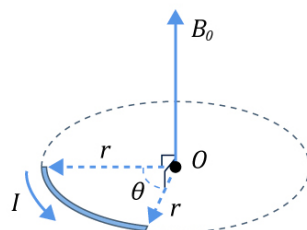


Figura 32: Vetor indução magnética para um condutor em formato de um arco de circunferência.

$$B_o = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot r} \cdot \left( \frac{\theta}{2\pi} \right)$$

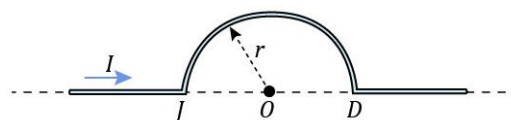
Em que  $\theta$  é o ângulo central **em radianos**.

ESCLARECENDO!



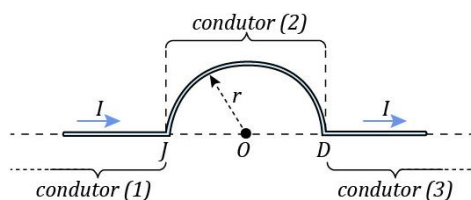
1.

Um condutor muito longo tem o formato conforme indica a figura abaixo, determine o módulo da indução magnética em  $O$ .



**Comentários:**

Para resolver este problema, vamos dividir o condutor em 3 partes e determinar a indução no ponto  $O$  devido a cada parte.



Cada condutor estabelece em  $O$  uma certa indução magnética e o vetor resultante é dado pela soma vetorial:

$$\vec{B}_o = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3$$

Note que para os condutores 1 e 3, o ponto  $O$  está situado no prolongamento dos fios. Pela lei de B.S.L. a indução magnética gerada pelos fios na direção dos seus prolongamentos deve ser nula, já que o ângulo formado entre  $d\vec{l}$  e  $\vec{r}$  ser igual a zero. Então:

$$d\vec{l} \times \vec{r} = \vec{0} \Rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi r^3} \cdot d\vec{l} \times \vec{r} = \vec{0}$$

Ou seja:

$$\vec{B}_1 = \vec{B}_3 = \vec{0}$$

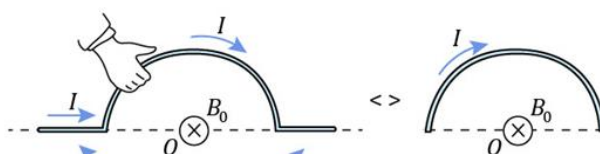
Portanto, o campo no ponto  $O$  dependerá apenas do arco com corrente:

$$B_O = B_2$$

Como vimos anteriormente,  $B_2$  é dado por:

$$B_2 = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot r} \left( \frac{\pi}{2\pi} \right) \Rightarrow \boxed{B_O = B_2 = \frac{\mu_0 \cdot I}{4 \cdot r}}$$

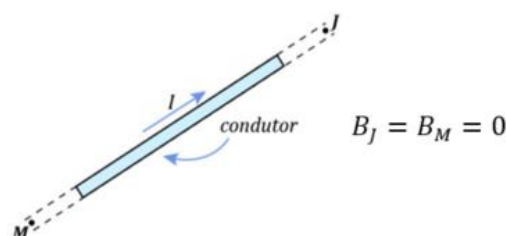
O sentido de  $\vec{B}_2$ , que é o mesmo de  $\vec{B}_O$  é dado pela RMD.



Estas partes não contribuem  
para a indução magnética em  $O$ .

**Propriedade:**

De acordo com a Lei de Briot-Savart-Laplace podemos demonstrar que a indução magnética ( $\vec{B}$ ) no prolongamento do condutor é nula.



Uma forma de intensificar o campo magnético associado a uma espira com corrente é colocar mais espiras de mesmo raio e percorridas pela mesma intensidade de corrente.

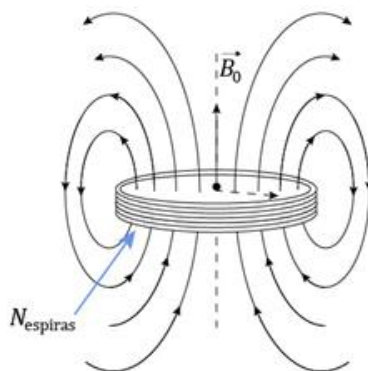


Figura 33: Campo magnético sendo intensificado devido à associação de  $N$  espiras circulares iguais.

### 1.3.2. Indução magnética devido a um solenoide e toroide

Chamamos de solenoide um fio metálico enrolado sobre uma superfície cilíndrica, que forma uma bobina de secção circular.

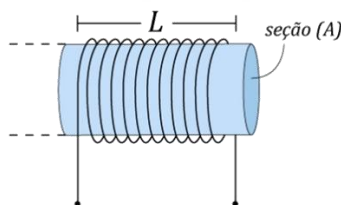


Figura 34: Representação de um solenoide.

Neste caso, a bobina é formada por  $N$  voltas. Quando passamos uma corrente pelo condutor, se estabelece um campo magnético semelhante ao de um ímã de barra. Por isso, dizemos que o solenoide com corrente é um dipolo magnético.

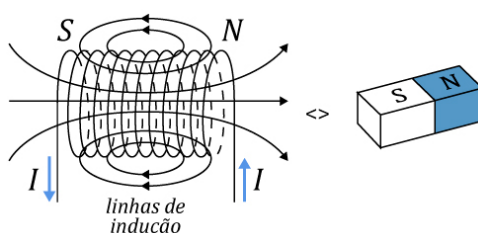


Figura 35: Linhas de indução magnética em um solenoide.

O campo magnético no interior do solenoide pode ser considerado homogêneo se o comprimento  $L$  é bem grande com respeito a seção  $A$ . A partir dessa consideração e aplicando a Lei de B.S.L. (utilizando o cálculo integral), pode-se mostrar que o módulo da indução magnética no interior é dado por:

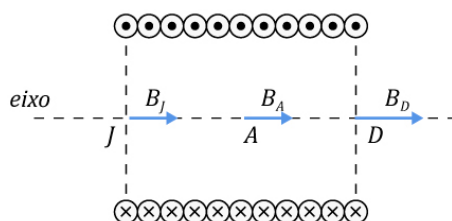


Figura 36: Representação do corte longitudinal de um solenoide com corrente elétrica.

$$B_A = \mu_0 \cdot I \cdot \left( \frac{N}{L} \right)$$

Como o campo é considerado uniforme no interior do solenoide, temos que:

$$B_A = B_J = B_D = \mu_0 \cdot I \cdot \left( \frac{N}{L} \right)$$

Chamamos o termo  $\frac{N}{L}$  de número de espira por unidade de comprimento e denotamos pela letra  $n$ :  $n = \frac{N}{L}$ . Se o arame possui diâmetro igual a  $2r$ , então os  $N$  enrolamentos ao longo do comprimento  $L$ , definem que:

$$L = N \cdot 2r \Rightarrow \boxed{\frac{N}{L} = \frac{1}{2r} = n}$$

Logo, o módulo da indução magnética no interior do solenoide pode ser escrito como:

$$B_A = \mu_0 \cdot n \cdot I$$

Utilizando limalhas de ferro, podemos ver que o campo em um solenoide se distribui da seguinte forma:

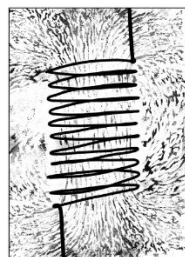


Figura 37: Ao colocar limalha de ferro em um solenoide com corrente, temos a seguinte disposição das limalhas.

Pela RMD, as linhas de campo são representadas por:

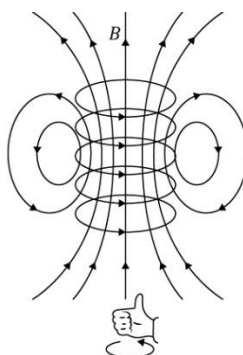


Figura 38: Regra da mão direita para determinação das linhas de indução em um solenoide.

Quando as espiras do solenoide se encontram muito afastadas, as linhas de campo são dadas por:

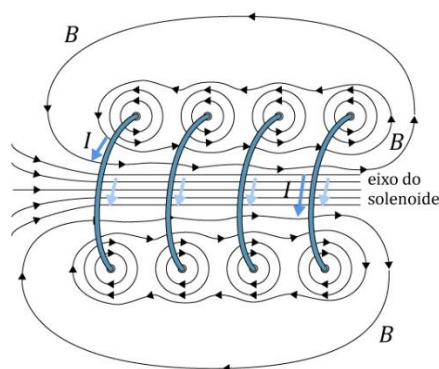


Figura 39: Linhas de indução em um solenoide que possuem enrolamentos não tão próximos.

Experimentalmente, nota-se que as linhas de indução magnética no interior do solenoide estão muito concentradas, mas fora dele são muito dispersas. Caso o solenoide fosse infinitamente longo, o campo em seu exterior seria nulo.



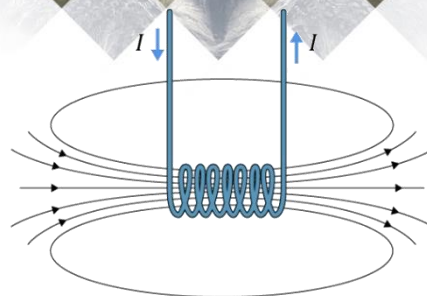


Figura 40: Solenoide com enrolamentos muito próximos, o campo fora dele é praticamente nulo.

Quando dobramos um tubo de seção transversal circular aos poucos e juntamos seus extremos, se forma um toroide. Dessa forma, se enrolarmos um fio condutor envolta do tubo toroidal, formamos uma bobina denominada toroide.

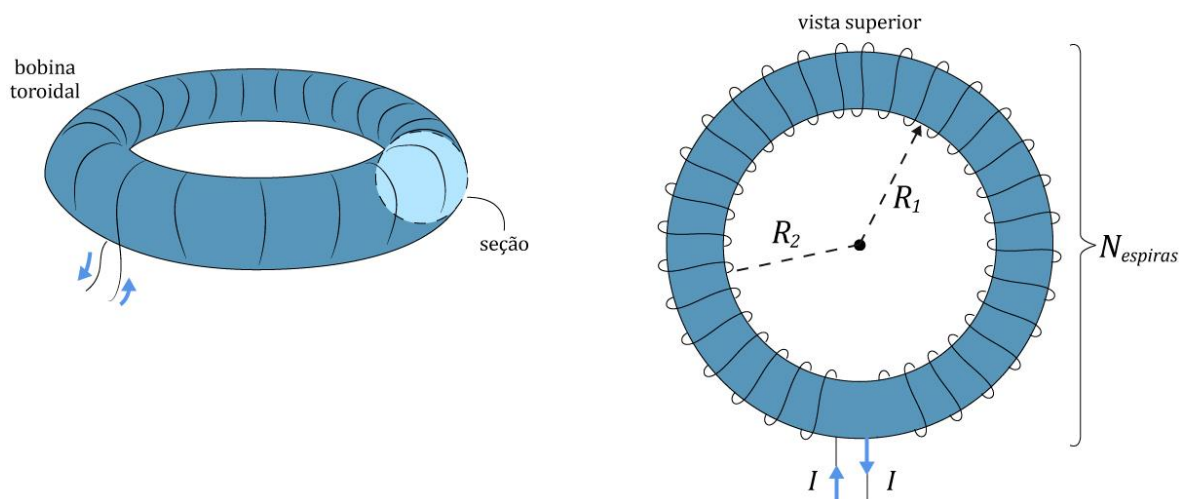


Figura 41: Representação de uma bobina toroidal.

O módulo da indução magnética nos pontos inteiros do toroide é dado por:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N}{L_m} \cdot I$$

Em que:

$$L_m = 2\pi R_m \text{ e } R_m = \frac{R_1 + R_2}{2}$$

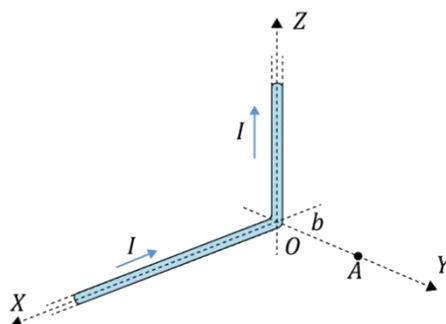
Chamamos  $R_m$  de raio médio. Uma propriedade muito importante de uma bobina toroidal com corrente está no fato do campo magnético associado a ela se encontrar confinado no interior do toroide, além do módulo da indução em todos os pontos ser praticamente o mesmo.

ESCLARECENDO!



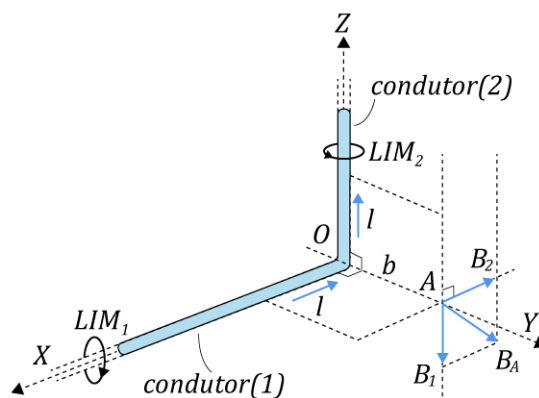
2.

Um condutor muito longo é dobrado como na figura abaixo. Determine a intensidade da indução magnética em  $A$ .



**Comentários:**

Vamos dividir o condutor em dois fios condutores semi-infinitos nos eixos  $OX$  e  $OZ$  e superpor as induções magnéticas no ponto  $A$ :



Os sentidos de  $B_1$  e  $B_2$  devido aos fios semi-infinitos  $OX$  e  $OZ$ , respectivamente, geram campos em  $A$  com orientações dadas pela RMD, como na figura logo acima. Note que  $\vec{B}_1$  e  $\vec{B}_2$  estão em um plano paralelo ao formado por  $OX$  e  $OZ$ . Os módulos destes campos são dados por:

$$B_1 = B_2 = B = \frac{\mu_0 I}{4\pi b}$$

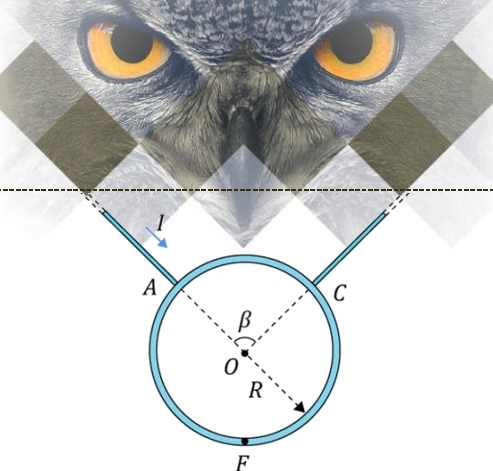
Conforme vimos o campo para um fio semi-infinito. Então, o módulo da indução magnética em  $A$  é dado pela soma vetorial:

$$\vec{B}_A = \vec{B}_1 + \vec{B}_2, \text{ com } \vec{B}_1 \perp \vec{B}_2$$

$$B_A = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \sqrt{B^2 + B^2} = B\sqrt{2} \therefore \boxed{B_A = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \sqrt{2}}$$

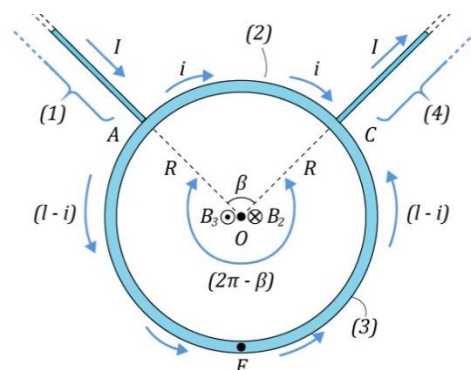
3.

O aro da figura abaixo tem secção uniforme. Calcule o módulo da indução magnética em  $O$ .



### Comentários:

Ao chegar no nó  $A$ , a corrente se divide nos arcos  $AC$  e  $AFC$ , retornando o seu valor ao sair por  $C$ . Para calcular a indução magnética em  $O$  vamos dividir nosso condutor em 4 partes:



Como (1) e (4) são fios semi-infinitos retos e seus prolongamentos passa por  $O$ , esses trechos não geram indução magnética em  $O$ . Dessa forma, a indução em  $O$  é devido a (2) e (3):

$$\vec{B}_O = \vec{B}_2 + \vec{B}_3$$

Pela RMD podemos determinar os sentidos de  $\vec{B}_2$  e  $\vec{B}_3$ . Se supormos que  $B_2 > B_3$ , então:

$$B_O = B_2 - B_3$$

Como vimos, um arco de circunferência condutor, percorrido por corrente, gera um campo no centro dado por:

$$B = \frac{\mu I}{2R} \left( \frac{\theta}{2\pi} \right)$$

Assim, para os arcos (2) e (3), temos:

$$B_O = \frac{\mu_0 I}{2R} \left( \frac{\beta}{2\pi} \right) - \frac{\mu_0 (I-i)}{2R} \left( \frac{2\pi - \beta}{2\pi} \right) \Rightarrow B_O = \frac{\mu_0}{4\pi R} [\beta i - (I-i)(2\pi - \beta)]$$

Para determinar uma relação entre  $I$  e  $i$ , devemos notar que os terminais dos arcos (2) e (3) estão submetidos a mesma ddp:

$$U_2 = U_3 \Rightarrow R_2 i = R_3 (I-i)$$

Como o fio tem secção uniforme, podemos usar a segunda lei de Ohm e determinar uma relação entre as correntes a partir da medida dos arcos:

$$\frac{\rho L_{AC}}{A} i = \frac{\rho L_{AFC}}{A} (I-i) \Rightarrow L_{AC} i = L_{AFC} (I-i)$$

Mas da geometria plana, temos que:

$$L_{AC} = R \cdot \beta \text{ e } L_{AFC} = R \cdot (2\pi - \beta)$$

Portanto:

$$R \cdot \beta \cdot i = R \cdot (2\pi - \beta) \cdot (I - i) \Rightarrow \beta \cdot i = (2\pi - \beta) \cdot (I - i)$$

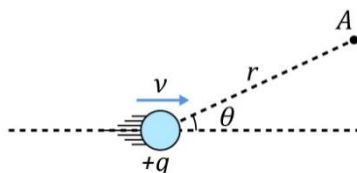
$$\beta \cdot i - (2\pi - \beta) \cdot (I - i) = 0$$

Assim:

$$B_O = \frac{\mu_0}{4\pi R} [\beta i - (I - i)(2\pi - \beta)] \Rightarrow B_O = \frac{\mu_0}{4\pi R} [0] \therefore \boxed{B_O = 0}$$

4.

Uma partícula se move com velocidade constante. Calcule para o instante considerado o módulo da indução magnética que se estabelece em  $A$ .

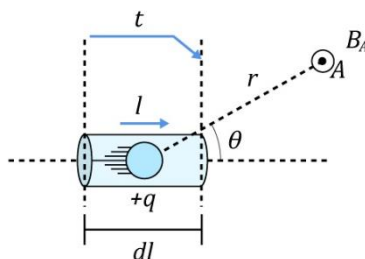


**Comentários:**

Como vimos em teoria, a uma partícula com carga elétrica em movimento se associa um campo eletromagnético. No ponto  $A$ , a partícula estabelece um campo elétrico e um campo magnético.

Pela Lei de Briot-Savart-Laplace permite determinar a indução magnética para condutores com corrente elétrica, mas neste caso não temos uma corrente, temos apenas uma carga. Por isso, devemos fazer um certo artifício. (Por este motivo colocamos esta questão no material, pois ela traz uma ideia nova).

Vamos dizer que a carga se move no interior de um elemento imaginário, de tal forma que o pequeno condutor tenha uma corrente  $I$  e, com isso, podemos aplicar a Lei de Briot-Savart-Laplace.



Pela regra da mão direita (RMD), vemos que  $\vec{B}_A$  se estabelece em  $A$  saindo do plano da folha e seu módulo é calculado por:

$$B_A = \frac{\mu_0 I \sin(\theta) dl}{4\pi r^2}$$

Pela definição de corrente, temos que:

$$I = \frac{|q|}{\Delta t}$$

Logo:

$$B_A = \frac{\mu_0 \frac{|q|}{\Delta t} \text{sen}(\theta) dl}{4\pi r^2} \Rightarrow B_A = \frac{\mu_0 |q| \text{sen}(\theta) dl}{4\pi r^2 \Delta t}$$

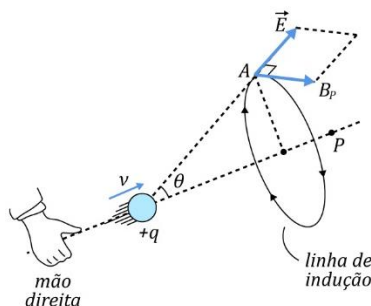
Mas  $\frac{dl}{\Delta t} = v$ , então:

$$B_A = \frac{\mu_0 |q| v \text{sen}(\theta)}{4\pi r^2}$$

O resultado encontrado corresponde a um elemento de condutor imaginário, mas se deve entender que ele também corresponde a uma carga em movimento.

Observação:

A indução magnética  $\vec{B}$  devido a uma partícula com carga elétrica em movimento em pontos pertencentes a reta suporte da orientação da velocidade é nula. Esta propriedade vem do fato de considerarmos  $\theta = 0$  no resultado deduzido anteriormente.



## 1.4. Lei de Ampere

Utilizamos a Lei de Ampere para a determinação de  $|\vec{B}|$  devido a uma distribuição de corrente com **elevado grau de simetria**. Ela é enunciada da seguinte forma:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu \cdot I_{int} \text{ (Lei de Ampere)}$$

Em que: C é contorno onde desejamos determinar  $|\vec{B}|$ . Um percurso fechado! E  $I_{int}$  é a corrente interna ao contorno.

Vamos criar um procedimento para utilizar a Lei de Ampere, assim como criamos para a Lei de Gauss da Eletricidade:

- 1) Passamos pelo ponto P onde desejamos calcular  $|\vec{B}|$  um percurso fechado que contenha a distribuição de corrente e que possua a simetria do problema. Por simetria associe-a:
  - $|\vec{B}|$  constante em todos os pontos onde  $\vec{B} \cdot d\vec{l} \neq 0$ .
  - O ângulo entre  $\vec{B}$  e  $d\vec{l}$  é igual a  $0^\circ$ ,  $90^\circ$  ou  $180^\circ$  em todos os pontos do contorno, denominado **curva amperiana**.
- 2) Devemos somar a contribuição de cada trecho da curva amperiana na determinação da indução no ponto desejado, isto é, efetua-se  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu \cdot I_{int}$  ao longo da amperiana.



### 1.4.1. Fio infinito

Considere um fio muito longo percorrido por uma corrente elétrica de intensidade  $I$  e desejamos calcular a indução magnética em um ponto  $A$ , a uma distância  $R$  do fio.

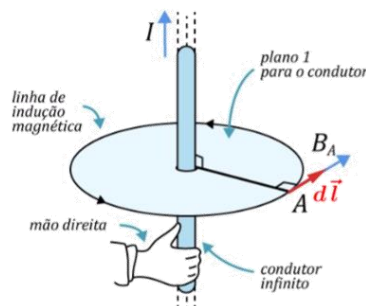


Figura 42: Representação dos elementos da lei de Ampere.

Vimos que a determinação de  $\vec{B}$  é dada pela RMD. Note que a curva amperiana é uma circunferência que passa por  $A$ , pois nesta curva  $|\vec{B}|$  é constante e o ângulo entre  $\vec{B}$  e  $d\vec{l}$  ( $dl$  na amperiana) é zero. Logo:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu \cdot I_{int} \Rightarrow \oint_C B \cdot dl \cdot \cos \theta = \mu \cdot I \Rightarrow B \cdot \oint_C dl = \mu \cdot I$$

$$B \cdot (2\pi R) = \mu \cdot I \therefore \boxed{B = \frac{\mu \cdot I}{2\pi R}}$$

### 1.4.2. Solenoide ideal

Considere um solenoide ideal com  $N$  espiras por unidade de comprimento ( $L$ ). Podemos traçar a curva amperiana da seguinte forma:

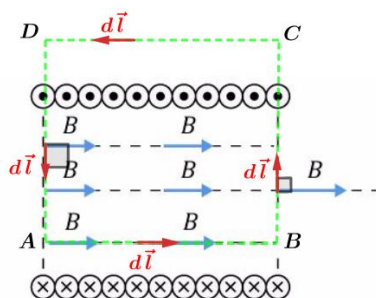


Figura 43: Representação de solenoide com corrente após um corte longitudinal.

Aplicando a Lei de Ampere, vem:

$$\oint B dl \cdot \cos \theta_{AB} + \oint B dl \cdot \cos \theta_{BC} + \oint B dl \cdot \cos \theta_{CD} + \oint B dl \cdot \cos \theta_{DA} = \mu \cdot i_{int}$$

Como vimos, no solenoide ideal, o campo no seu interior é uniforme e nulo no exterior. Além disso, note que  $\theta_{BC} = \theta_{DA} = 90^\circ$ , ou seja, tais ângulos possuem cosseno nulo. Portanto, a expressão logo acima, que parece ser um pouco assustadora, se resume a:

$$\oint_{AB} B dl \cdot \cos \theta_{AB} = \mu \cdot i_{int}$$

Agora, perceba que  $\theta_{AB} = 0^\circ$  e  $B$  é constante. Além disso, a corrente interna ao solenoide é a corrente que atravessa as  $N$  voltas. Portanto:

$$B \oint_{AB} dl = \mu \cdot N \cdot I \Rightarrow B \cdot L = \mu \cdot N \cdot I \therefore B = \mu \cdot \frac{N}{L} \cdot I$$

## 2. Interação magnética

Antes da experiência de Oersted pensava-se que uma forma de relacionar eletricidade e magnetismo era analisar de qual forma uma carga em repouso interagia com um ímã, mas na prática não se observava nenhum efeito.

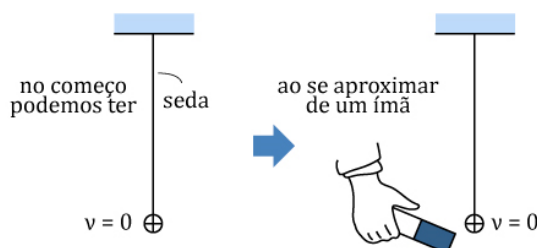


Figura 44: Ao se aproximar um ímã de uma carga em repouso, a carga não se desvia.

Por outro lado, quando colocava a carga para realizar um movimento pendular e aproximava um ímã da carga, notava-se que havia uma conexão entre o ímã e a carga, alterando a trajetória da carga no movimento pendular.

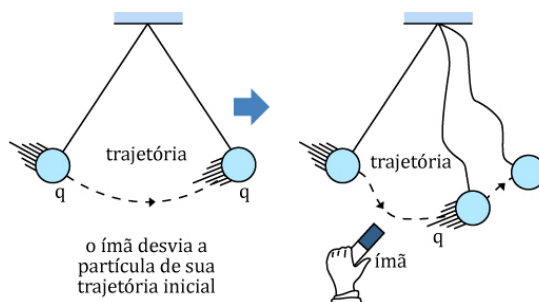


Figura 45: Carga elétrica realizando um movimento pendular. Quando aproximamos um ímã, há um desvio na trajetória.

Diante disso, podemos dizer que um ímã pode desviar a trajetória de uma carga elétrica em movimento. Quando a partícula está em repouso, ela sofre apenas influência de campo elétrico, mas quando ela está em movimento deve ser associado um campo magnético e este campo é responsável pela interação com o ímã.

Em tubos de raios catódicos este efeito é mais evidente. Os raios catódicos, como na figura abaixo, são elétrons (cargas negativas) muito rápidos que se obtém entre os eletrodos submetidos a uma grande diferença de potencial.

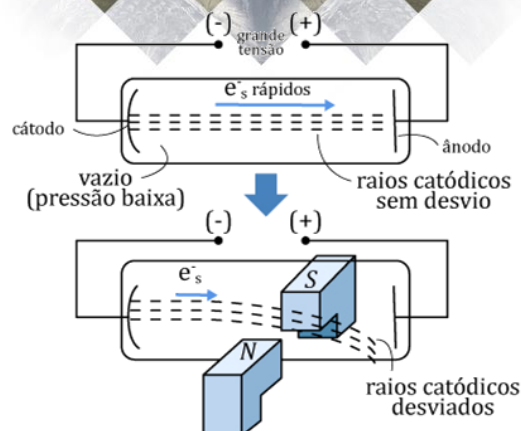


Figura 46: Representação de um tubo de raios catódicos sem e com a presença de um campo magnético.

Denominamos a ação magnética sobre as cargas em movimento de força magnética ( $\vec{F}_{mag}$ ).

## 2.1. Módulo da força magnética

Após todas as observações a respeito do experimento com um tubo de raios catódicos, podemos dizer que o módulo da força magnética é expresso por:

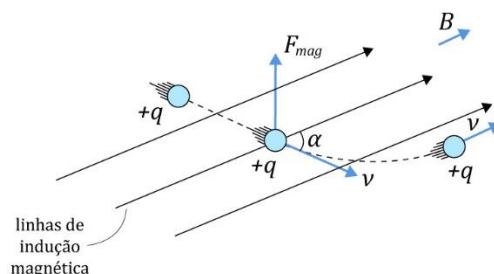


Figura 47: Carga elétrica em movimento em uma região onde existe um campo magnético de intensidade  $B$ .

$$F_{mag} = |q| \cdot v \cdot B \cdot \text{sen}(\alpha)$$

Em que:

- $|q|$  é o módulo da carga da partícula dada em coulomb (C).
- $v$  é a intensidade da velocidade da partícula em  $m/s$ .
- $B$  a intensidade da indução magnética na região onde a partícula está se movendo. Sua unidade é o tesla (T).
- A força magnética, como toda força, é expressa em newton (N).

O ângulo  $\alpha$  formado entre a velocidade  $\vec{v}$  e a direção do campo magnético  $\vec{B}$ .

## 2.2. Orientação da força magnética

Vimos que para determinar o sentido das linhas de indução magnética usamos a regra da mão direita envolvente (RMD). Entretanto, para determinar a direção da força magnética vamos utilizar a regra da mão direita espalmada (RMDE). Nesta regra, utilizamos a seguinte configuração dos elementos da mão para uma carga positiva:

- 1) Com a mão espalmada, os dedos da mão direita, exceto o polegar, indicam a direção do vetor indução magnética.
- 2) O polegar deve ter a orientação do vetor velocidade da partícula positiva.
- 3) Consequentemente, a força magnética é determinada pelo tapa (empurrão) com a palmada da mão direita.

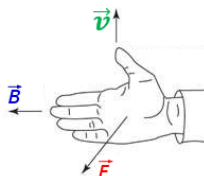


Figura 48: Aplicação da regra da mão direita espalmada para a determinação da orientação da força magnética.

A ação magnética sobre a partícula em movimento é perpendicular a direção de seu movimento e a direção do campo magnético. Portanto, a força magnética é perpendicular ao plano formado pela velocidade e pelas linhas de indução magnética. Vetorialmente, temos:

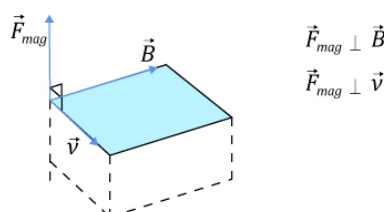


Figura 49: Os três vetores são perpendiculares, induzindo a utilização de produto vetorial para a definição de força magnética.

Os experimentos em laboratórios mostram que ao inverter o sinal da carga, mantendo as demais condições de campo e de velocidade, as partículas se desviam em sentidos opostos.

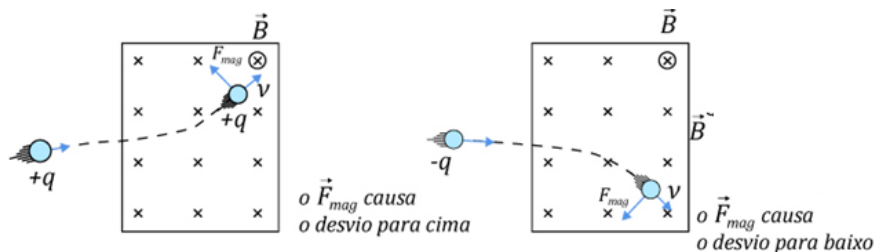


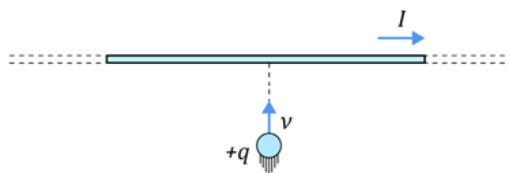
Figura 50: Inversão de sentido de deslocamento, quando a carga tem sinal negativo, em um campo entrando no plano da folha.

ESCLARECENDO!



## 5.

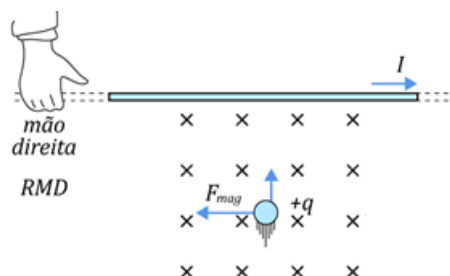
Determine a direção da força magnética em uma partícula com carga  $+q$ , que se aproxima de um fio que é percorrido por uma corrente elétrica de intensidade  $I$ , como na figura abaixo.



**Comentários:**

Primeiramente, devemos determinar a direção da indução magnética devido ao fio percorrido pela corrente  $I$ . Para isso, devemos usar a regra da mão direita envolvente, como vimos anteriormente. Portanto, o campo magnético na partícula está entrando no plano da folha.

Agora, basta aplicar a regra da mão direita espalmada e determinaremos o sentido de  $\vec{F}_{mag}$ :



Para a configuração mostrada no enunciado do problema, a força magnética é horizontal e orientada para a esquerda. Analisando a dinâmica do problema, vemos que a força magnética é sempre perpendicular à velocidade e este fato traz consequências importantes.

**2.3. As propriedades da força magnética sobre uma partícula**

Como estudamos em Dinâmica, se a força é perpendicular à velocidade, ela não altera seu módulo, mas sim a sua direção. Por este motivo, a  $\vec{F}_{mag}$  pode somente alterar a direção de  $\vec{v}$ .

Como consequência desta propriedade, podemos inferir que se não varia o módulo da velocidade, também não varia a energia cinética e, ao variar a direção da velocidade, altera-se a direção da quantidade de movimento da partícula ( $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ ).

Além disso, vimos na aula de Trabalho e Energia que quando uma força é perpendicular a velocidade (a trajetória), o trabalho mecânico produzido por esta força é nulo ( $W_{\vec{F}_{mag}} = 0$ ).

$$\vec{F}_{mag} \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{F}_{mag} \perp \vec{d} \text{ (em todos os pontos da trajetória)}$$

Logo:

$$W_{\vec{F}_{mag}} = \vec{F}_{mag} \cdot \vec{d} = 0$$

Vale lembrar que todas essas propriedades aqui enunciadas são válidas para um campo magnetostático, isto é, que não depende do tempo, um campo magnético estacionário. As propriedades acima não são válidas em um campo magnético variante no tempo e no espaço.

**2.4. O movimento das partículas com carga elétrica em um campo magnético homogêneo.**

Dizemos que campo magnético é homogêneo quando ele é invariável no espaço e no tempo, isto é, em qualquer posição e em qualquer instante temos o mesmo  $\vec{B}$ .

Quando uma partícula carregada entra em uma região onde existem um campo homogêneo, ela pode seguir três trajetórias muito particulares na região do campo. A forma da trajetória vai



depende de como a partícula entra na região do campo e de como se manifesta ou não a ação magnética na partícula. As três trajetórias são: retilínea, circular e helicoidal.

### 2.4.1. Retilínea

Quando a partícula tem velocidade paralela às linhas de indução magnética (LIM), a partícula não experimenta nenhuma força magnética. Então, ela apresenta trajetória retilínea, sem sofrer desvio.

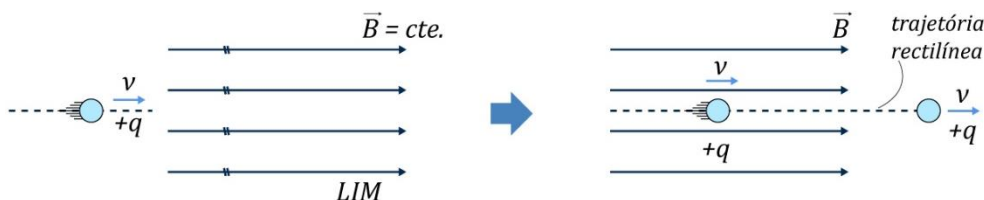


Figura 51: Partícula entrando paralelamente às linhas de indução e não sofrendo desvio.

### 2.4.2. Circular

Neste caso, a partícula deve entrar na região do campo magnético homogêneo perpendicularmente, ou seja, sua velocidade deve formar  $90^\circ$  com as LIM.

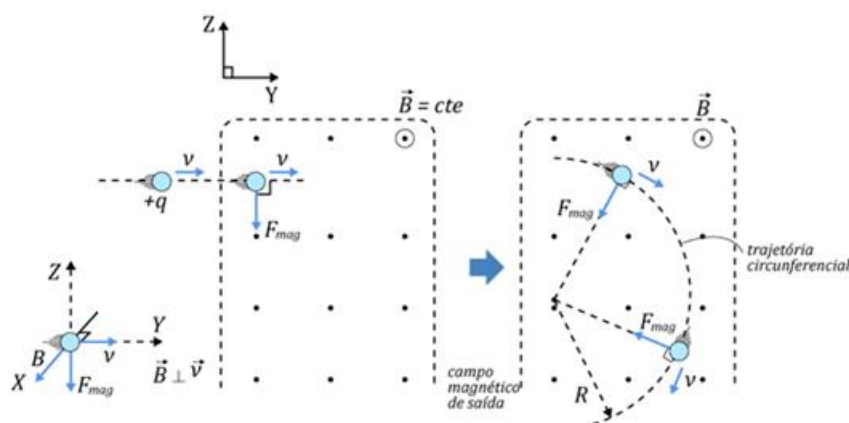


Figura 52: Partícula entrando com um ângulo de  $90^\circ$  entre  $\vec{v}$  e  $\vec{B}$ .

Para que a trajetória seja uma circunferência, ao entrar perpendicularmente na região do campo magnético homogêneo, a força e a velocidade são sempre perpendiculares. Assim, a força não altera a magnitude da velocidade, apenas a sua direção.

Além disso, como a força é perpendicular à velocidade, então a partícula descreverá um movimento circular uniforme (MCU), em que a força magnética sempre apontará para o centro da trajetória.

O raio da trajetória circular  $R$  pode ser determinado pela segunda lei de Newton.

$$R_{cp} = m \cdot a_{cp}$$

Mas:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R}$$

Como a força magnética é a resultante centrípeta do movimento, então:

$$F_{mag} = R_{cp}$$

$$|q| \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{R} \therefore \boxed{R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}}$$

Neste caso, as unidades são dadas em:

- $m$ : quilograma ( $kg$ ).
- $v$ :  $m/s$ .
- $|q|$ : coulomb ( $C$ ).
- $B$ : tesla ( $T$ ).
- $R$ : metro ( $m$ ).

Como a partícula descreve um MCU, sabemos que este tipo de movimento é periódico. O período é dado por:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{v}{R} = \frac{2\pi}{T}$$

Mas da expressão do raio  $R$ , podemos dizer que:

$$\frac{v}{R} = \frac{q \cdot B}{m}$$

Portanto:

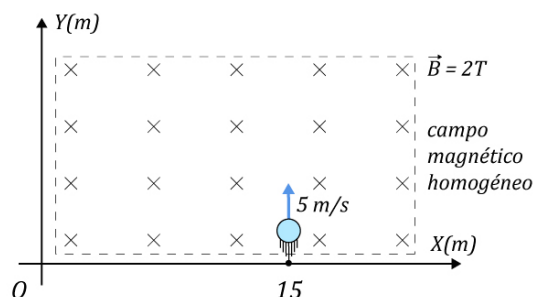
$$\frac{q \cdot B}{m} = \frac{2\pi}{T} \therefore \boxed{T = \frac{2\pi \cdot m}{q \cdot B}}$$

ESCLARECENDO!



6.

Determine em que ponto a partícula irá sair da região do campo. Despreze os efeitos gravitacionais e considere que  $q = +2 \text{ mC}$  e  $m = 4 \text{ g}$ .

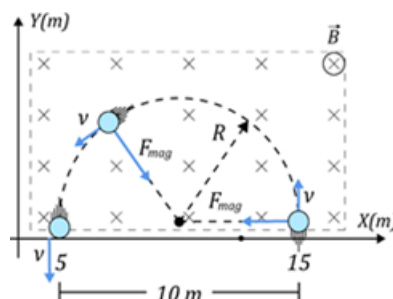


**Comentários:**

Inicialmente, calculamos o raio da trajetória da partícula na região dentro do campo magnético.

$$R = \frac{mv}{qB} \Rightarrow R = \frac{(4 \cdot 10^{-3})(5)}{(2 \cdot 10^{-3})(2)} \Rightarrow \boxed{R = 5 \text{ m}}$$

Aplicando a regra da mão direita espalmada, dado que a carga é positiva (não precisa inverter o sentido da força), a partícula descreverá uma semicircunferência, como na figura abaixo:



Portanto, a partícula deve sair no ponto (5,0).

### 2.4.3. Helicoidal

Quando a partícula ingressa em um campo formando um ângulo  $\alpha$  entre os vetores  $\vec{v}$  e  $\vec{B}$ , a trajetória descrita é espiralada de raio fixado pela chamada hélice circular da helicoide.

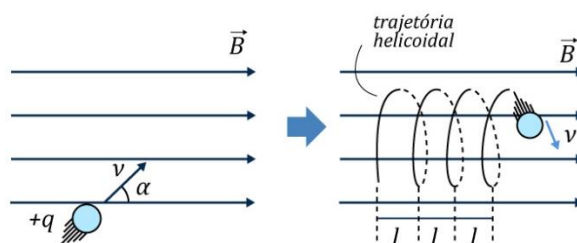


Figura 53: Partícula descrevendo um movimento helicoidal.

Para melhor entender a natureza deste movimento, basta decompor a velocidade na direção paralela e perpendicular ao campo.

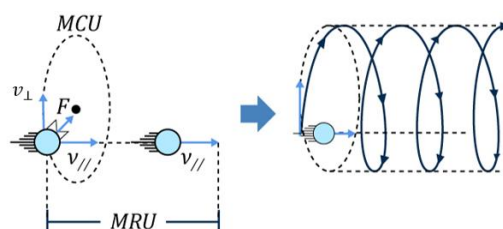


Figura 54: Decomposição da velocidade paralelamente e perpendicularmente ao campo.

Em que  $//$  denota paralelo e  $\perp$  perpendicular. Como a componente paralela ao campo  $\vec{v}_{//}$  não gera força na partícula, o movimento nesta direção será um movimento retilíneo uniforme (MRU), com velocidade constante nesta direção.

Por outro lado, a componente perpendicular ao campo ( $\vec{v}_{\perp}$ ) descreverá uma trajetória circular (MCU). Quando compomos o movimento circular com o movimento retilíneo de avanço paralelo ao campo, formamos a trajetória helicoidal.

Uma característica importante da trajetória helicoidal é o passo ( $l$ ). Quando a partícula completa uma volta no MCU, no MRU ela avançou uma distância denominada passo da helicóide. Então, podemos dizer que o passo é igual a:

$$l = v_{//} \cdot \Delta t$$

O intervalo definido pelo passo é o período do MCU da partícula. Portanto:

$$l = v_{//} \cdot \frac{2\pi \cdot m}{q \cdot B}$$

$$l = v \cdot \cos \alpha \cdot \frac{2\pi \cdot m}{q \cdot B} \therefore \boxed{l = \frac{2\pi \cdot m \cdot v \cdot \cos \alpha}{q \cdot B}}$$

Quando uma partícula entra em um campo não homogêneo, ela descreve uma trajetória helicoidal com raio variável. Dependendo de como ela entra na região do campo, podemos ter a seguinte trajetória.

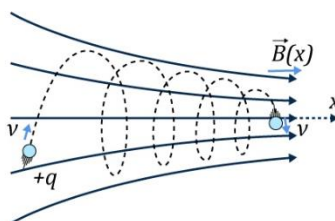


Figura 55: Carga em um campo variável com a posição  $x$ . Note que neste caso, a intensidade do campo está aumentando com  $x$ , já que o número de linhas de força por unidade de área está aumentando.

Neste caso, a velocidade da partícula  $v$  não varia, enquanto sua velocidade de deriva  $v_D$ , aquela velocidade de avanço ao longo do campo, vai diminuindo até anular-se e depois volta a aumentar.

Esta propriedade mostra que a partícula é de volta pela região onde o campo é mais intenso, apresentando, assim, um espelho magnético.

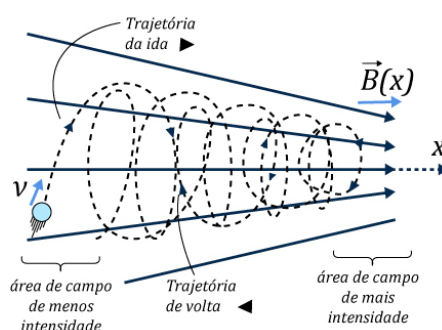


Figura 56: Trajetória de uma partícula com carga positiva ao ingressar em um campo deste tipo.

Este tipo de reflexão que experimentam as cargas em um campo magnético convergente resulta na explicação dos cinturões de Van Allen, que são regiões onde existem grandes densidades de partículas com carga elétrica. A formação destes cinturões é consequência da captura de elétrons e prótons de alta energia de origem cósmica.

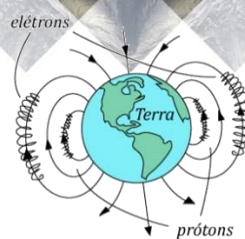


Figura 57: Elétrons e prótons ao chegar próximo do campo magnético terrestre.

As partículas nas regiões descrevem trajetórias espiraladas com raio variável e oscilante.

## 2.5. Força magnética expressa na forma vetorial

Como vimos, o módulo da força magnética é expresso por:

$$F_{mag} = |q| \cdot v \cdot B \cdot \sin(\alpha)$$

De acordo com esta expressão e pelo fato de  $\vec{F}_{mag}$  ser perpendicular a  $\vec{v}$  e a  $\vec{B}$ , podemos associar a força magnética a um produto vetorial dos vetores  $\vec{v}$  e  $\vec{B}$ . A determinação do vetor  $\vec{F}_{mag}$  pode ser feita pela expressão:

$$\vec{F}_{mag} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

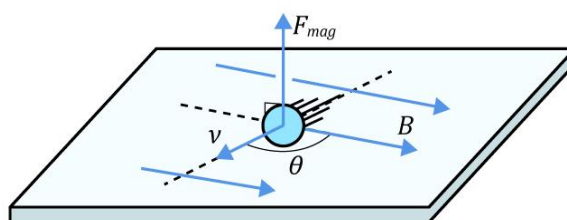


Figura 58: Disposição geométrica dos vetores.

No caso da aplicação da forma vetorial da força magnética, devemos trabalhar com o valor algébrico da carga, isto é, levar em conta o sinal da carga e não apenas calcular utilizando o módulo dela.

Aplicando a definição da força magnética pelo produto vetorial, não precisamos utilizar a RME para determinar o sentido da força. Para calcular a força, basta escrever os vetores em função dos seus componentes:

$$\begin{cases} \vec{v} = (v_x, v_y, v_z) = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k} \\ \vec{B} = (B_x, B_y, B_z) = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k} \end{cases}$$

Assim, a força magnética é dada por:

$$\vec{F}_{mag} = q \cdot \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = q[(v_y B_z - v_z B_y)\hat{i} - (v_x B_z - v_z B_x)\hat{j} + (v_x B_y - v_y B_x)\hat{k}]$$

Como exemplo, podemos ver que para uma partícula com  $\vec{v} = +v_0\hat{i}$ , que ingressa em um campo com indução magnética igual a  $\vec{B} = +B_0\hat{k}$ . Neste caso, temos:



$$\begin{cases} v_x = +v_0; v_y = v_z = 0 \\ B_z = +B_0; B_x = B_y = 0 \end{cases}$$

Substituindo na expressão deduzida, temos:

$$\vec{F}_{mag} = q[(v_y B_z - v_z B_y)\hat{i} - (v_x B_z - v_z B_x)\hat{j} + (v_x B_y - v_y B_x)\hat{k}]$$

$$\vec{F}_{mag} = q[(0 - 0)\hat{i} - (v_0 B_0 - 0)\hat{j} + (0 - 0)\hat{k}]$$

$$\boxed{\vec{F}_{mag} = -qv_0 B_0 \hat{j}}$$

Esquemáticamente:

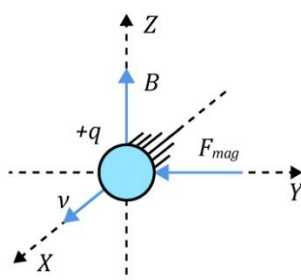


Figura 59: Representação dos vetores em uma carga no espaço.

## 2.6. Efeito Hall

O efeito Hall é o surgimento de uma ddp ( $V_H$ ) entre as laterais de um condutor percorrido por corrente elétrica e submetido a um campo magnético.

Edwin Hall projetou um experimento para descobrir o sinal positivo ou negativo da carga das partículas que formam a corrente elétrica em um condutor.

Nas ilustrações abaixo,  $R_1$  e  $R_2$  são regiões retangulares, condutoras, percorridas por correntes elétricas no sentido indicado. Essas regiões estão imersas em um campo magnético que está saindo perpendicularmente ao plano da página.

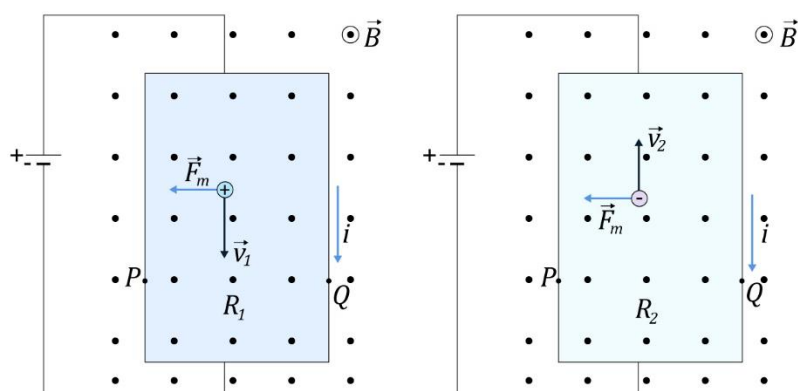


Figura 60: Representação esquemática do experimento de Edwin Hall.

Note que, nas duas ocasiões, os portadores de carga estão sujeitos a forças magnéticas orientadas para a esquerda. Portanto, haverá um acúmulo de cargas positivas no lado esquerdo na região  $R_1$ . Assim, o potencial elétrico no ponto  $P$  será maior que o do ponto  $Q$ .

Na região  $R_2$ , haverá um acúmulo de cargas negativas, também do lado esquerdo. Consequentemente, o potencial no ponto  $P$  será menor que o do ponto  $Q$ .

Assim, mede-se a diferença de potencial entre  $P$  e  $Q$ , a fim de descobrir o sinal da carga elétrica na corrente. Ao medir essa ddp, verificou-se que  $V_P$  era menor que  $V_Q$ , portanto, sabemos que os portadores de carga têm sinal negativo. A partir disso, podemos determinar alguns resultados teóricos importantes neste experimento.

Vamos fazer uma representação do condutor em formato de um paralelepípedo e entendermos um pouco mais a dinâmica do experimento.

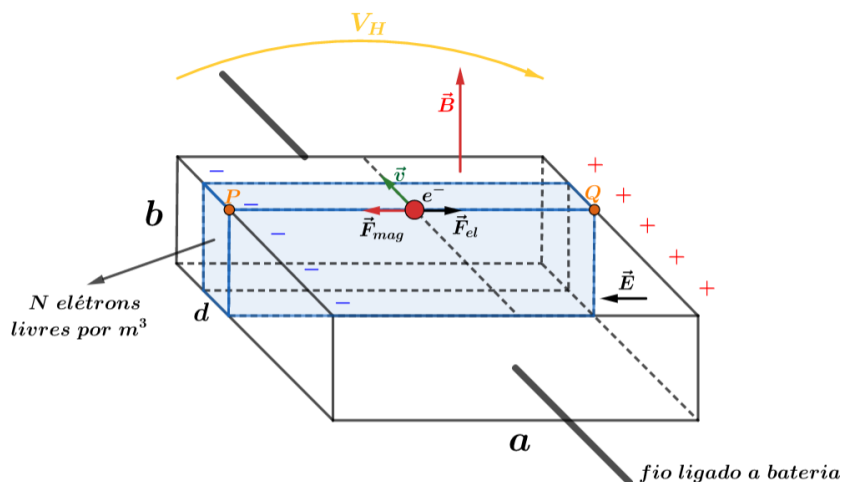


Figura 61: Detalhamento dos elementos no efeito Hall.

Da eletrostática, sabemos que:

$$U = E \cdot d \Rightarrow V_H = E \cdot a \Rightarrow \boxed{E = \frac{V_H}{a}} \quad (eq. 1)$$

No estado estacionários, temos que a força elétrica é igual a força magnética, em módulo, então:

$$F_{mag} = F_{el} \Rightarrow e \cdot v_d \cdot B = e \cdot E \Rightarrow \boxed{v_d \cdot B = E} \quad (eq. 2)$$

Em que  $v_d$  é a velocidade de deriva dos elétrons. Substituindo 1 em 2, temos:

$$v_d \cdot B = \frac{V_H}{a} \Rightarrow \boxed{v_d = \frac{V_H}{B \cdot a}} \quad (eq. 3)$$

Vimos em eletrodinâmica que a velocidade de deriva dos elétrons é dada por:

$$v_d = \frac{i}{N \cdot \text{Área} \cdot e} \quad (eq. 4)$$

Em que a  $\text{Área} = b \cdot a = A$  no nosso caso (área de secção). Igualando 3 e 4, vem:

$$\frac{V_H}{B \cdot a} = \frac{i}{N \cdot A \cdot e} \Rightarrow \boxed{N = \frac{B \cdot a \cdot i}{V_H \cdot A \cdot e}}$$

Com isso, podemos determinar o número de elétrons por unidade de volume, por exemplo. Na verdade, temos todas informações para determinar qualquer informação sobre o efeito Hall. Não quero que você decore as equações, mas que você lembre as condições:

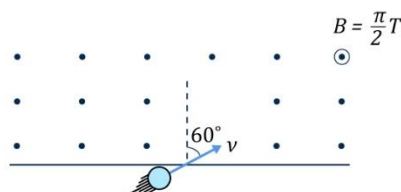
$$U = E \cdot d; F_{mag} = F_{el}; v_d = \frac{i}{N \cdot \text{Área} \cdot e}$$



### 3. Lista de questões

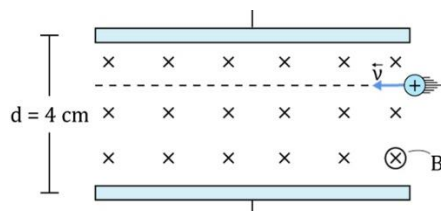
1.

Uma partícula de  $2 \text{ g}$  e carregada com  $+4 \text{ mC}$  entra em um campo magnético homogêneo como na figura abaixo. Desprezando efeitos da gravidade, determine o tempo que a carga leva para deixar o campo.



2.

Dentro de um capacitor carregado existe um campo magnético uniforme cuja indução magnética é  $B = 200 \text{ mT}$ . Quando uma carga positiva entra com velocidade de  $200 \text{ m/s}$  na região do campo magnético e mantém sua velocidade, qual a diferença de potencial entre as placas? Despreze a força gravitacional sobre a carga.



3.

Uma esfera carregada com  $q = -15 \text{ mC}$  e de  $30 \text{ g}$  é lançada em um campo magnético, como na figura abaixo. Determine a intensidade do campo elétrico que deve ser colocado na região, para que a esfera realize um movimento circular uniforme em um plano vertical. Calcule também a máxima força de Lorentz ( $\vec{F}_L = \vec{F}_{el} + \vec{F}_{mag}$ ) que atua na esfera. Considere  $v_0 = 5 \text{ m/s}$  e  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



4.

Uma partícula carregada com  $+2\text{ mC}$  se move com velocidade  $\vec{v} = (0; 3; 4)\text{ m/s}$ . Repentinamente, se estabelece um campo magnético uniforme de indução  $\vec{B} = (0; 0; -2\pi)\text{ mT}$ . Calcule o período de seu movimento, desprezando os efeitos gravitacionais. Considere  $m_{\text{part}} = 4 \cdot 10^{-3}\text{ g}$ .

5.

Uma partícula com  $+20\text{ mC}$  e de  $1\text{ g}$  tem velocidade  $\vec{v} = (3\hat{j} + 4\hat{k})\text{ m/s}$  e passa pelo ponto  $A(80; 0; 40)\text{ cm}$ , em um campo magnético homogêneo de  $\vec{B} = 0,5\hat{j}\text{ T}$ . Quantas voltas ela dá até que passe por  $C(80; 240\pi; 40)\text{ cm}$ ? Despreze os efeitos gravitacionais sobre a partícula.

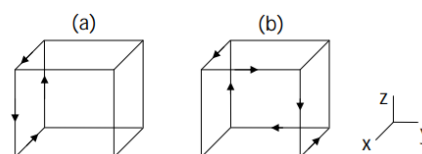
6.

Uma partícula eletrizada com  $-1\text{ mC}$  tem uma velocidade  $\vec{v} = (4; 3)\text{ m/s}$  e entra em um campo magnético cuja indução magnética é  $\vec{B} = (\hat{i} - \hat{j} - \hat{k})\text{ T}$ . Determine o módulo da aceleração normal que experimenta a partícula se sua massa é de  $\sqrt{74}\text{ g}$ . Os efeitos gravitacionais podem ser desconsiderados.

## 7. (ITA – 2010)

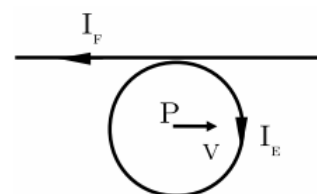
Uma corrente  $I$  flui em quatro das arestas do cubo da figura (a) e produz no seu centro um campo magnético de magnitude  $B$  na direção  $y$ . cuja representação no sistema de coordenadas é  $(0, B, 0)$ . Considerando um outro cubo (figura (b)) pelo qual uma corrente de mesma magnitude  $I$  flui através do caminho indicado, podemos afirmar que o campo magnético no centro desse cubo será dado por

- $(-B, -B, -B)$ .
- $(-B, B, B)$ .
- $(B, B, B)$ .
- $(0, 0, B)$ .
- $(0, 0, 0)$ .



## 8. (ITA – 2011)

Uma corrente  $I_E$  percorre uma espira circular de raio  $R$  enquanto uma corrente  $I_F$  percorre um fio muito longo, que tangencia a espira, estando ambos no mesmo plano, como mostra a figura. Determine a razão entre as correntes  $I_E/I_F$  para que uma carga  $Q$  com velocidade  $v$  paralela ao fio no momento que passa pelo centro  $P$  da espira não sofra aceleração nesse instante.



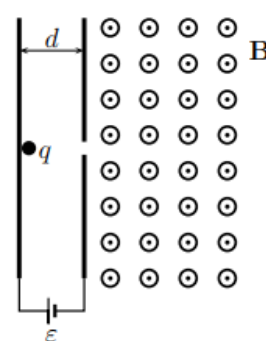
## 9. (ITA – 2012)

Assinale em qual das situações descritas nas opções abaixo as linhas de campo magnético formam circunferência no espaço.

- a) Na região externa de um toroide.
- b) Na região interna de um solenoide.
- c) Próximo a um ímã com formato esférico.
- d) Ao redor de um fio retilíneo percorrido por corrente elétrica.
- e) Na região interna de uma espira circular percorrida por corrente elétrica.

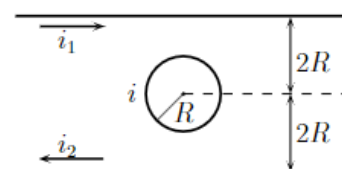
## 10. (ITA – 2013)

Um próton em repouso é abandonado do eletrodo positivo de um capacitor de placas paralelas submetidas a uma diferença de potencial  $\mathcal{E} = 1000 \text{ V}$  e espaçadas entre si de  $d = 1 \text{ mm}$ , conforme a figura. A seguir, ele passa através de um pequeno orifício no segundo eletrodo para uma região de campo magnético uniforme de módulo  $B = 1,0 \text{ T}$ . Faça um gráfico da energia cinética do próton em função do comprimento de sua trajetória até o instante em que a sua velocidade se torna paralela às placas do capacitor. Apresente detalhadamente seus cálculos.



## 11. (ITA – 2013)

Uma espira circular de raio  $R$  é percorrida por uma corrente elétrica  $i$  criando um campo magnético. Em seguida, no mesmo plano da espira, mas em lados opostos, a uma distância  $2R$  do seu centro colocam-se dois fios condutores retilíneos, muito longos e paralelos entre si, percorridos por correntes  $i_1$  e  $i_2$  não nulas, de sentidos opostos, como indicado na figura. O valor de  $i$  e o seu sentido para que o módulo do campo de indução resultante no centro da espira não se altere são respectivamente.

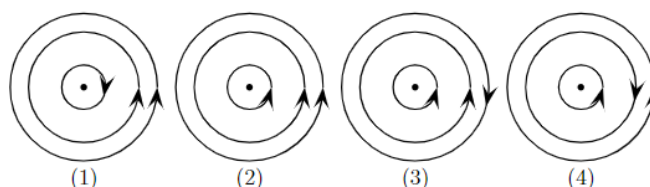


- a)  $i = (1/2\pi)(i_1 + i_2)$  e horário.
- b)  $i = (1/2\pi)(i_1 + i_2)$  e anti-horário.
- c)  $i = (1/4\pi)(i_1 + i_2)$  e horário.
- d)  $i = (1/4\pi)(i_1 + i_2)$  e anti-horário.
- e)  $i = (1/\pi)(i_1 + i_2)$  e horário.

## 12. (ITA – 2014)

As figuras mostram três espiras circulares concêntricas e coplanares percorridas por correntes de mesma intensidade  $I$  em diferentes sentidos. Assinale a alternativa que ordena corretamente as magnitudes dos respectivos campos magnéticos nos centros  $B_1, B_2, B_3$  e  $B_4$ .

- a)  $B_2 > B_4 > B_3 > B_1$
- b)  $B_1 > B_4 > B_3 > B_2$
- c)  $B_2 > B_3 > B_4 > B_1$
- d)  $B_3 > B_2 > B_4 > B_1$





e)  $B_4 > B_3 > B_2 > B_1$

**13. (ITA – 2015)**

Um próton com uma velocidade  $v = 0,80 \cdot 10^7 \text{ e}_x \text{ m/s}$  move-se ao longo do eixo  $x$  de um referencial, entrando numa região em que atuam campos de indução magnéticos. Para  $x$  de 0 a  $L$ , em que  $L = 0,85 \text{ m}$ , atua um campo de intensidade  $B = 50 \text{ mT}$  na direção negativa do eixo  $z$ . Para  $x > L$ , um outro campo de mesma intensidade atua na direção positiva do eixo  $z$ . Sendo a massa do próton de  $1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  e sua carga elétrica de  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ , descreva a trajetória do próton e determine os pontos onde ele cruza a reta  $x = 0,85 \text{ m}$  e a reta  $y = 0 \text{ m}$ .

**14. (ITA – 2016)**

Um líquido condutor (metal fundido) flui no interior de duas chapas metálicas paralelas, interdistantes de  $2,0 \text{ cm}$ , formando um capacitor plano, forme a figura. Toda essa região interna está submetida a um campo homogêneo de indução magnética de  $0,01 \text{ T}$ , paralelo aos planos das chapas, atuando perpendicularmente à direção da velocidade do escoamento. Assinale a opção com o módulo dessa velocidade quando a diferença de potencial medida entre as placas for de  $0,40 \text{ mV}$ .

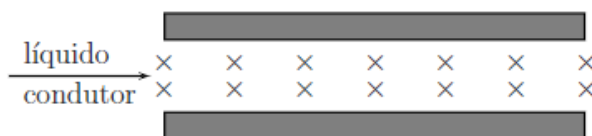
a)  $2 \text{ cm/s}$

b)  $3 \text{ cm/s}$

c)  $1 \text{ m/s}$

d)  $2 \text{ m/s}$

e)  $5 \text{ m/s}$



**15. (ITA – 2017)**

Num ponto de coordenadas  $(0,0,0)$  atua na direção  $x$  um campo de indução magnética com  $2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$  de intensidade. No espaço em torno deste ponto coloca-se um fio retilíneo, onde flui uma corrente de  $5 \text{ A}$ , acarretando nesse ponto um campo de indução magnética resultante de  $2\sqrt{3} \cdot 10^{-5} \text{ T}$  na direção  $y$ . Determine o lugar geométrico dos pontos de intersecção do fio com o plano  $xy$ .

**16. (ITA – 2017)**

Uma carga  $q$  de massa  $m$  é solta do repouso num campo gravitacional  $g$  onde também atua um campo de indução magnética uniforme de intensidade  $B$  na horizontal. Assinale a opção que fornece a altura percorrida pela massa desde o repouso até o ponto mais baixo de sua trajetória, onde ela fica sujeita a uma aceleração igual e oposta à que tinha no início.

a)  $g(m/qB)^2$

b)  $g(qB/m)^2$

c)  $2g(m/qB)^2$

d)  $2g(qB/m)^2$

e)  $g(m/qB)^2$

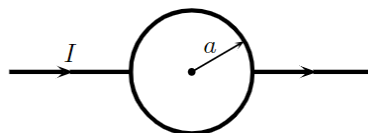
**17. (ITA – 2018)**

Uma massa  $m$  de carga  $q$  gira em órbita circular de raio  $R$  e período  $T$  no plano equatorial de um ímã. Nesse plano, a uma distância  $r$  do ímã, a intensidade do campo magnético é  $B(r) = \mu/r^3$ , em que  $\mu$  é uma constante. Se fosse de  $4R$  o raio dessa órbita, o período seria de:

- a)  $T/2$       b)  $2T$       c)  $8T$       d)  $32T$       e)  $64T$

**18. (ITA – 2018)**

A figura mostra um fio por onde passa uma corrente  $I$  conectado a uma espira circular de raio  $a$ . A semicircunferência superior tem resistência igual a  $2R$  e a inferior, igual a  $R$ . Encontre a expressão para o campo magnético no centro da espira em termos da corrente  $I$ .



**19. (ITA – 2019)**

Seja uma partícula de massa  $m$  e carga positiva  $q$ , imersa em um campo magnético uniforme  $\vec{B}$ , com velocidade inicial  $\vec{v}$  no instante de tempo  $t = 0$ . Sabe-se que  $\theta$  é o ângulo entre  $\vec{v}$  e  $\vec{B}$ , cujos respectivos módulos são  $v$  e  $B$ . Pode-se afirmar que a distância mínima percorrida pela partícula até que sua velocidade readquirir a mesma direção e sentido iniciais é dada por:

- a)  $\pi \frac{mv}{qB} \cos \theta$       b)  $2\pi \frac{mv}{qB} \cos \theta$       c)  $\pi \frac{mv}{qB} \sin \theta$   
d)  $\pi \frac{mv}{qB}$       e)  $2\pi \frac{mv}{qB}$

GABARITO



## 4. Gabarito sem comentários

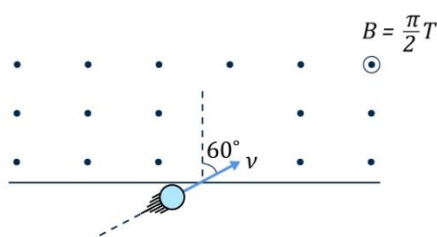
- |  |  |
|--|--|
| 1. $1/3 \text{ s}$                       | 12. C  |
| 2. $1,6 \text{ V}$                       | 13. para $x = 0,85 \text{ m}$ , $y = 0,23 \text{ m}$ e para $y = 0$ , $x = 2,86 \text{ m}$                           |
| 3. $20 \text{ N/C}$ e $0,3075 \text{ N}$ | 14. D  |
| 4. $2 \text{ s}$                         | 15. $x = 1,25 \text{ cm}$ e $y = 1,25\sqrt{3} \text{ cm}$ ou $x = -1,25 \text{ cm}$ e $y = -1,25\sqrt{3} \text{ cm}$ |
| 5. 4 voltas                              | 16. C  |
| 6. $1 \text{ m/s}^2$                     | 17. E  |
| 7. B                                     | 18. $B_O = \frac{\mu \cdot I}{12a}$  |
| 8. $\frac{I_E}{I_F} = \frac{1}{\pi}$     | 19. E  |
| 9. D                                     |  |
| 10. Ver gráfico.                         |  |
| 11. D                                    |  |



## 5. Lista de questões comentadas

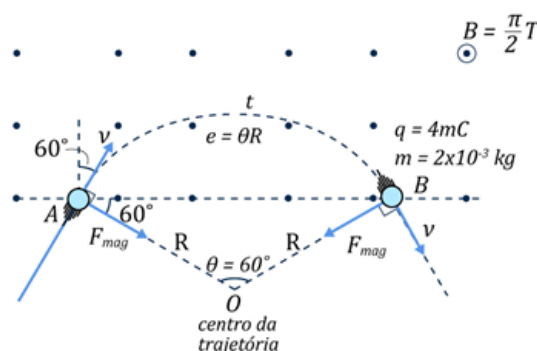
1.

Uma partícula de  $2\text{ g}$  e carregada com  $+4\text{ mC}$  entra em um campo magnético homogêneo como na figura abaixo. Desprezando efeitos da gravidade, determine o tempo que a carga leva para deixar o campo.



### Comentários:

Quando a partícula eletrizada entra perpendicularmente ao campo em  $A$  e a partir dessa posição, a única força que atua sobre a carga é a  $F_{mag}$ . Como vimos em teoria, esta força é sempre perpendicular a velocidade da partícula. Por isso, a partícula descreverá uma trajetória circular enquanto estiver dentro do campo magnético. Assim, o centro desta trajetória é o ponto  $O$  já que a força centrípeta (neste caso é a  $F_{mag}$ ) sempre deve apontar para o centro da trajetória circular. Então, devemos ter a seguinte trajetória para a partícula:



Pela geometria do problema, deduzimos que o arco  $\widehat{AB}$  é de  $\theta = \frac{\pi}{3}\text{ rad}$ . Como a partícula realiza um MCU, então:

$$\theta = \omega \cdot \Delta t$$

Mas, a resultante centrípeta é a força magnética, então:

$$R_{cp} = F_{mag}$$

$$m \cdot \omega^2 \cdot R = q \cdot v \cdot B \Rightarrow m \cdot \omega^2 \cdot R = q \cdot \omega \cdot R \cdot B \therefore \omega = \frac{q \cdot B}{m}$$

Portanto:

$$\theta = \frac{q \cdot B}{m} \cdot \Delta t \Rightarrow \boxed{\Delta t = \frac{\theta \cdot m}{q \cdot B}}$$

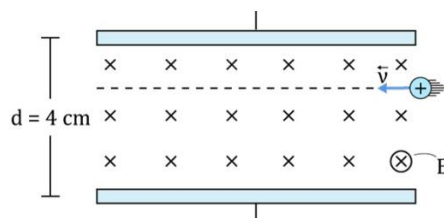
Substituindo valores, temos:

$$\Delta t = \frac{\frac{\pi}{3} \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{\pi}{2}} \Rightarrow \boxed{\Delta t = \frac{1}{3} \text{ s}}$$

**Gabarito: 1/3 s**

2.

Dentro de um capacitor carregado existe um campo magnético uniforme cuja indução magnética é  $B = 200 \text{ mT}$ . Quando uma carga positiva entra com velocidade de  $200 \text{ m/s}$  na região do campo magnético e mantém sua velocidade, qual a diferença de potencial entre as placas? Despreze a força gravitacional sobre a carga.

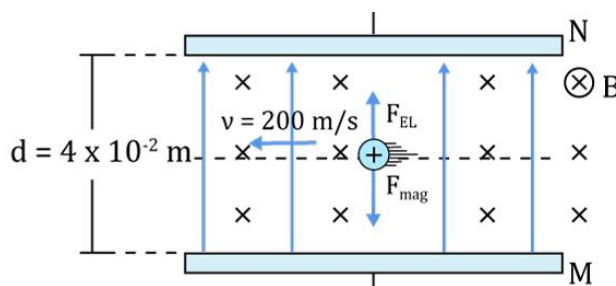


**Comentários:**

Como vimos em eletrostática, a diferença de potencial entre as placas é dada por:

$$U = E \cdot d$$

Então, precisamos determinar o valor do campo elétrico no interior das placas para então determinar  $U$ . Para que a carga mantenha sua velocidade constante (módulo, direção e sentido), ela deve realizar um MRU no interior das placas. Portanto, analisando as forças elétricas e magnéticas, temos:



Para a condição do problema, temos:

$$F_{el} = F_{mag}$$

$$E \cdot q = q \cdot B \cdot v \Rightarrow E = B \cdot v \Rightarrow E = 200 \cdot 10^{-3} \cdot 200 \Rightarrow \boxed{E = 40 \text{ V/m}}$$

Portanto:

$$U = 40 \cdot 4 \cdot 10^{-2} \Rightarrow \boxed{U = 1,6 \text{ V}}$$

**Gabarito: 1, 6 V**

**3.**

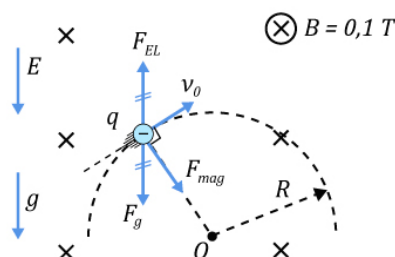
Uma esfera carregada com  $q = -15 \text{ mC}$  e de  $30 \text{ g}$  é lançada em um campo magnético, como na figura abaixo. Determine a intensidade do campo elétrico que deve ser colocado na região, para que a esfera realize um movimento circular uniforme em um plano vertical. Calcule também a máxima força de Lorentz ( $\vec{F}_L = \vec{F}_{el} + \vec{F}_{mag}$ ) que atua na esfera. Considere  $v_0 = 5 \text{ m/s}$  e  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



**Comentários:**

De acordo com o enunciado, a partícula deve descrever uma trajetória circular em um MCU. Como vimos, para que isto seja possível, a resultante  $\vec{F}_{res}$  sobre a esfera deve ser perpendicular a velocidade da esfera ( $\vec{v}_0$ ) o tempo todo e, assim, seu módulo deve ser constante.

Esta condição só será possível se a força elétrica ( $\vec{F}_{el}$ ) anular o efeito da força gravitacional ( $\vec{F}_g$ ). Logo, a resultante sobre a esfera será a força magnética ( $\vec{F}_{mag}$ ) e, consequentemente, a partícula descreverá um MCU.



Portanto:

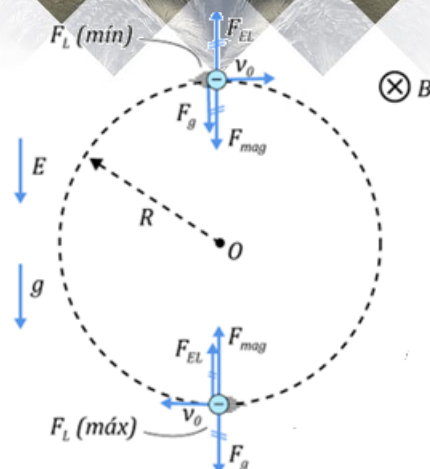
$$F_{el} = F_g \Rightarrow E \cdot q = m \cdot g \Rightarrow E \cdot 15 \cdot 10^{-3} = 30 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \therefore \boxed{E = 20 \text{ N/C}}$$

Este campo deve ser homogêneo e suas linhas de força estão orientadas de cima para baixo. Assim, como a carga é negativa, a força elétrica estará orientada para cima, equilibrando com a força gravitacional. A força de Lorentz é determinada pela soma da força elétrica com a força magnética.

$$\vec{F}_L = \vec{F}_{el} + \vec{F}_{mag}$$

Para que  $\vec{F}_L$  seja máxima,  $\vec{F}_{el}$  e  $\vec{F}_{mag}$  devem ter o mesmo sentido. Isto acontece quando a esfera está na posição mais baixa de sua trajetória, como na figura logo abaixo:





Nesta condição de força de Lorentz máxima, temos:

$$F_L = F_{el} + F_{mag}$$

$$F_L = E \cdot q + q \cdot v \cdot B$$

$$F_L = 20 \cdot 15 \cdot 10^{-3} + 15 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 0,1 \therefore \boxed{F_L = 0,3075 \text{ N}}$$

**Gabarito: 20 N/C e 0,3075 N**

**4.**

Uma partícula carregada com  $+2 \text{ mC}$  se move com velocidade  $\vec{v} = (0; 3; 4) \text{ m/s}$ . Repentinamente, se estabelece um campo magnético uniforme de indução  $\vec{B} = (0; 0; -2\pi) \text{ mT}$ . Calcule o período de seu movimento, desprezando os efeitos gravitacionais. Considere  $m_{part} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ g}$ .

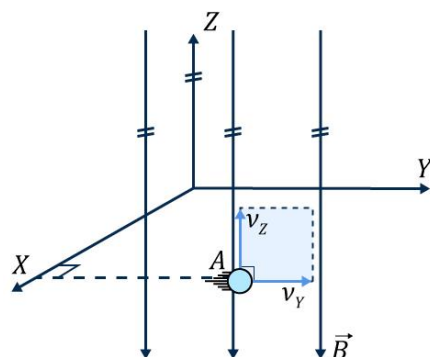
**Comentários:**

A velocidade da partícula é escrita em função de suas componentes:

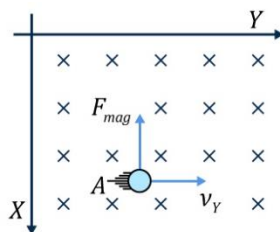
$$\vec{v} = (v_x; v_y; v_z) = (0; 3; 4) \text{ m/s}$$

Note que no interior campo, a velocidade é constante e se move em um plano paralelo ao plano  $YZ$ .

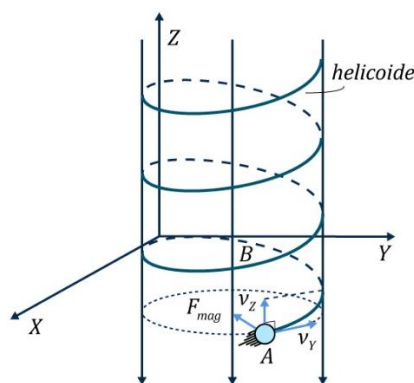
Quando se estabelece o campo magnético uniforme de indução  $\vec{B} = (B_x; B_y; B_z) = (0; 0; -2\pi) \text{ mT}$ , as linhas de indução estão orientadas na direção  $-Z$ . Então, quando se estabelece o campo, temos a seguinte situação:



Como a partícula está eletrizada com uma carga positiva, então magnética que surge na carga é perpendicular à velocidade  $v_Y$  e às linhas de indução magnética. Dessa forma, a força magnética é dada pela RMDE, utilizando a velocidade  $v_Y$  e o campo  $B_Z$ . A componente da velocidade  $v_Z$  apenas desloca a partícula na direção de  $Z$ . A direção da força magnética é dada pela RMDE:



Como bem sabemos, estes elementos são típicos de uma trajetória helicoidal. Então:



O período do movimento é calculado quando a partícula dá uma volta na trajetória circular no plano  $XY$ . Então:

$$\Delta S_{1 \text{ volta}} = v_Y \cdot T \Rightarrow 2\pi \cdot R = v_Y \cdot T$$

O raio da trajetória do movimento circular de uma partícula dentro de um campo magnético é dado por:  $R = \frac{m \cdot v_Y}{q \cdot B}$ . Lembrando que é a componente  $v_Y$  que é perpendicular à força magnética e ao campo. Então:

$$2\pi \cdot \frac{m \cdot v_Y}{q \cdot B} = v_Y \cdot T \Rightarrow \boxed{T = \frac{2\pi \cdot m}{q \cdot B}}$$

Substituindo valores, temos:

$$T = \frac{2\pi \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 2\pi \cdot 10^{-3}} \Rightarrow \boxed{T = 2 \text{ s}}$$

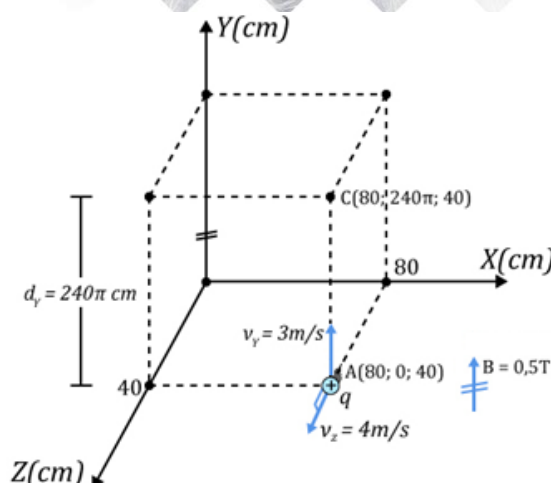
**Gabarito: 2 s**

5.

Uma partícula com  $+20 \text{ mC}$  e de  $1 \text{ g}$  tem velocidade  $\vec{v} = (3\hat{j} + 4\hat{k}) \text{ m/s}$  e passa pelo ponto  $A(80; 0; 40) \text{ cm}$ , em um campo magnético homogêneo de  $\vec{B} = 0,5\hat{j} \text{ T}$ . Quantas voltas ela dá até que passe por  $C(80; 240\pi; 40) \text{ cm}$ ? Despreze os efeitos gravitacionais sobre a partícula.

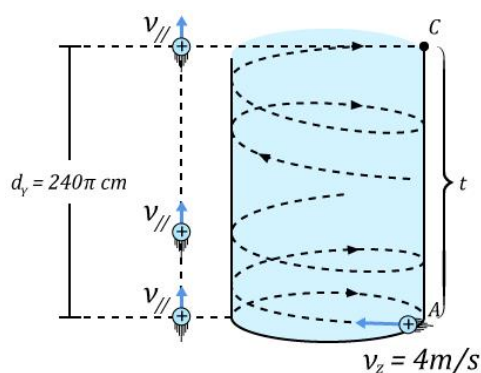
**Comentários:**

Segundo as condições do problema, temos:



Note que como  $\vec{v}_Y // \vec{B}$ , a partícula descreverá um MRU na direção  $Y$ . Por outro lado,  $\vec{v}_Z$  é perpendicular a  $\vec{B}$ . Logo, a partícula descreverá um MCU no plano  $XZ$ , devido à ação da força magnética.

Para determinar o número de voltas que a partícula dá até chegar em  $C$ , devemos calcular o tempo gasto para executar uma volta (período) e o tempo para ele deslocar em  $Y$  deve ser múltiplos do período.



$$\Delta t = n \cdot T, \text{ com } n \in \mathbb{N}$$

No MRU, temos:

$$d_Y = v_Y \cdot \Delta t$$

O período do MCU é dado por:

$$T = \frac{2\pi \cdot m}{q \cdot B}$$

Logo:

$$\frac{d_Y}{v_Y} = n \cdot \frac{2\pi \cdot m}{q \cdot B} \Rightarrow \frac{240\pi \cdot 10^{-2}}{3} = n \cdot \frac{(2\pi \cdot 1 \cdot 10^{-3})}{20 \cdot 10^{-3} \cdot 0,5} \Rightarrow \boxed{n = 4}$$

**Gabarito: 4 voltas**

6.

Uma partícula eletrizada com  $-1mC$  tem uma velocidade  $\vec{v} = (4; 3) m/s$  e entra em um campo magnético cuja indução magnética é  $\vec{B} = (\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) T$ . Determine o módulo da aceleração normal que experimenta a partícula se sua massa é de  $\sqrt{74} g$ . Os efeitos gravitacionais podem ser desconsiderados.

### Comentários:

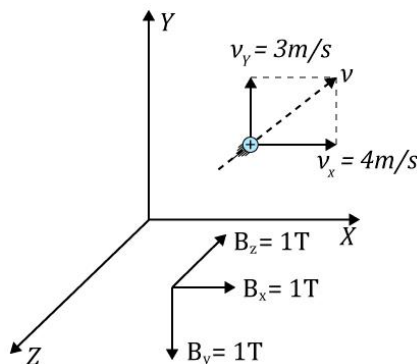
Esse é um problema clássico para se utilizar a força magnética na sua forma vetorial, já que ele forneceu os valores da velocidade e do campo em função de suas componentes. Então, a força magnética é dada por:

$$\vec{F}_{mag} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

Em que:

$$\begin{cases} \vec{v} = (4; 3) m/s \Rightarrow \vec{v} = (v_x; v_y; v_z) = (4; 3; 0) m/s \\ \vec{B} = (\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) T \Rightarrow \vec{B} = (B_x; B_y; B_z) = (1; -1; -1) T \end{cases}$$

Se representarmos os vetores espacialmente, temos:



Matematicamente:

$$\vec{v} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = (3 \cdot (-1) - ((-1) \cdot 0))\hat{i} - (4 \cdot (-1) - 1 \cdot 0)\hat{j} + (4 \cdot (-1) - 1 \cdot 3)\hat{k}$$

$$\vec{v} \times \vec{B} = -3\hat{i} + 4\hat{j} - 7\hat{k}$$

A força magnética é de:

$$\vec{F}_{mag} = q(\vec{v} \times \vec{B}) = (-10^{-3})(-3\hat{i} + 4\hat{j} - 7\hat{k}) = (3\hat{i} - 4\hat{j} + 7\hat{k}) \cdot 10^{-3} N$$

Então, o módulo da força magnética é igual a:

$$|\vec{F}_{mag}| = \sqrt{3^2 + 4^2 + 7^2} \cdot 10^{-3} = \sqrt{74} \cdot 10^{-3} N$$

Como a força magnética é a resultante centrípeta, então a aceleração normal (aceleração centrípeta) é de:

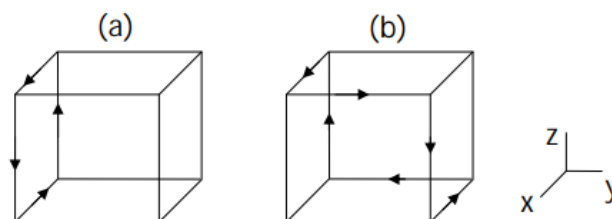
$$F_{cp} = F_{mag} \Rightarrow \sqrt{74} \cdot 10^{-3} \cdot a_{cp} = \sqrt{74} \cdot 10^{-3} N \Rightarrow \boxed{a_{cp} = 1 m/s^2}$$

**Gabarito: 1 m/s<sup>2</sup>**

## 7. (ITA – 2010)

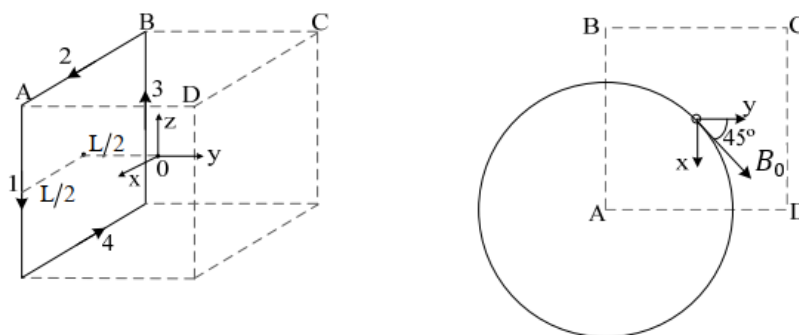
Uma corrente  $I$  flui em quatro das arestas do cubo da figura (a) e produz no seu centro um campo magnético de magnitude  $B$  na direção  $y$ , cuja representação no sistema de coordenadas é  $(0, B, 0)$ . Considerando um outro cubo (figura (b)) pelo qual uma corrente de mesma magnitude  $I$  flui através do caminho indicado, podemos afirmar que o campo magnético no centro desse cubo será dado por

- a)  $(-B, -B, -B)$ .
- b)  $(-B, B, B)$ .
- c)  $(B, B, B)$ .
- d)  $(0, 0, B)$ .
- e)  $(0, 0, 0)$ .



### Comentários:

Inicialmente, na figura (a) temos o campo devido à contribuição de quatro arestas. Se cada aresta gera um campo  $B_0$ , vem:



Logo, o campo gerado pelo fio 1 no centro do cubo é igual a:

$$\vec{B}_1 = \left( \frac{B_0\sqrt{2}}{2}, \frac{B_0\sqrt{2}}{2}, 0 \right)$$

De forma análoga ao fio 1, temos para as outras arestas:

$$\begin{cases} \vec{B}_2 = \left( 0, \frac{B_0\sqrt{2}}{2}, \frac{B_0\sqrt{2}}{2} \right) \\ \vec{B}_3 = \left( -\frac{B_0\sqrt{2}}{2}, \frac{B_0\sqrt{2}}{2}, 0 \right) \\ \vec{B}_4 = \left( 0, \frac{B_0\sqrt{2}}{2}, -\frac{B_0\sqrt{2}}{2} \right) \end{cases}$$

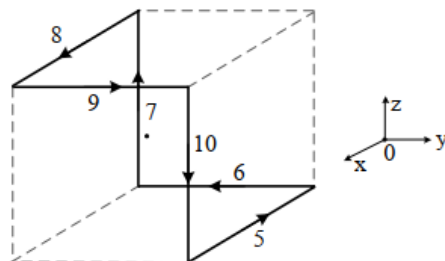
Portanto, o campo no centro do cubo, para a situação da figura (a), é dado por:

$$\begin{aligned} \vec{B}_{centro} &= \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4 \\ \vec{B}_{centro} &= (0, 2B_0\sqrt{2}, 0) \end{aligned}$$



$$|\vec{B}_{centro}| = B = 2B_0\sqrt{2}$$

Agora, utilizando novamente a RMD, o campo resultante no centro do cubo é igual a:



Em que cada aresta geram os seguintes campos:

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{B}_5 = \left( 0, \frac{B_0\sqrt{2}}{2}, \frac{B_0\sqrt{2}}{2} \right) \\ \vec{B}_6 = \left( -\frac{B_0\sqrt{2}}{2}, 0, \frac{B_0\sqrt{2}}{2} \right) \\ \vec{B}_7 = \left( -\frac{B_0\sqrt{2}}{2}, \frac{B_0\sqrt{2}}{2}, 0 \right) \end{array} \right. \text{ e } \left\{ \begin{array}{l} \vec{B}_8 = \left( 0, \frac{B_0\sqrt{2}}{2}, \frac{B_0\sqrt{2}}{2} \right) \\ \vec{B}_9 = \left( -\frac{B_0\sqrt{2}}{2}, 0, \frac{B_0\sqrt{2}}{2} \right) \\ \vec{B}_{10} = \left( -\frac{B_0\sqrt{2}}{2}, \frac{B_0\sqrt{2}}{2}, 0 \right) \end{array} \right.$$

Logo, o campo resultante no centro do cubo, na figura (b), é expresso por:

$$\vec{B}_{centro} = \vec{B}_5 + \vec{B}_6 + \vec{B}_7 + \vec{B}_8 + \vec{B}_9 + \vec{B}_{10}$$

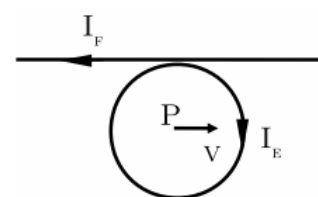
$$\vec{B}_{centro} = (-2B_0\sqrt{2}, 2B_0\sqrt{2}, 2B_0\sqrt{2})$$

$$\boxed{\vec{B}_{centro} = (-B, B, B)}$$

**Gabarito: B**

### 8. (ITA – 2011)

Uma corrente  $I_E$  percorre uma espira circular de raio  $R$  enquanto uma corrente  $I_F$  percorre um fio muito longo, que tangencia a espira, estando ambos no mesmo plano, como mostra a figura. Determine a razão entre as correntes  $I_E/I_F$  para que uma carga  $Q$  com velocidade  $v$  paralela ao fio no momento que passa pelo centro  $P$  da espira não sofra aceleração nesse instante.



**Comentários:**

Aplicando a RMD, vemos que o campo gerado por  $I_F$  no centro da espira está saindo do plano e o gerado por  $I_E$  está entrando no plano da página.

Para que a carga  $Q$  não sofra variação de sua velocidade no ponto  $P$ , a aceleração neste ponto deve ser nula. Isto quer dizer que o campo magnético no ponto  $P$  deve ser nulo. Portanto:

$$B_F = B_E$$

$$\frac{\mu \cdot I_F}{2\pi \cdot R} = \frac{\mu \cdot I_E}{2 \cdot R} \Rightarrow \boxed{\frac{I_E}{I_F} = \frac{1}{\pi}}$$

**Gabarito:**  $\frac{I_E}{I_F} = \frac{1}{\pi}$

### 9. (ITA – 2012)

Assinale em qual das situações descritas nas opções abaixo as linhas de campo magnético formam circunferência no espaço.

- a) Na região externa de um toroide.
- b) Na região interna de um solenoide.
- c) Próximo a um ímã com formato esférico.
- d) Ao redor de um fio retilíneo percorrido por corrente elétrica.
- e) Na região interna de uma espira circular percorrida por corrente elétrica.

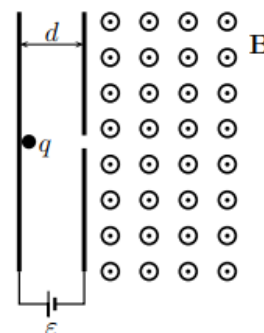
**Comentários:**

Dentro das opções, a única situação em que as linhas de campo magnético formam circunferências no espaço é quando um fio retilíneo é percorrido por corrente elétrica.

**Gabarito: D**

### 10. (ITA – 2013)

Um próton em repouso é abandonado do eletrodo positivo de um capacitor de placas paralelas submetidas a uma diferença de potencial  $\mathcal{E} = 1000 \text{ V}$  e espaçadas entre si de  $d = 1 \text{ mm}$ , conforme a figura. A seguir, ele passa através de um pequeno orifício no segundo eletrodo para uma região de campo magnético uniforme de módulo  $B = 1,0 \text{ T}$ . Faça um gráfico da energia cinética do próton em função do comprimento de sua trajetória até o instante em que a sua velocidade se torna paralela às placas do capacitor. Apresente detalhadamente seus cálculos.



**Comentários:**

Pelo teorema da energia cinética, temos:

$$\Delta E_C = \tau_{Fel} \Rightarrow E_C^f - E_C^i = q \cdot U \Rightarrow E_C^f - 0 = q \cdot E \cdot d \Rightarrow E_C^f = q \cdot E \cdot d$$

Quando o próton chega a outra placa, sua energia cinética vale:

$$E_C^f = q \cdot \mathcal{E} \Rightarrow E_C^f = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^3 \Rightarrow \boxed{E_C^f = 1,6 \cdot 10^{-16} \text{ J}}$$

Como a força magnética não altera o módulo da velocidade (apenas a direção), a energia cinética do próton na região do campo magnético permanece constante.

Quando a velocidade do próton se torna paralela às placas do capacitor, significa que ele andou  $1/4$  da sua trajetória circular na região do campo magnético. Portanto:

$$\Delta S_B = \frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot R \Rightarrow \Delta S_B = \frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot \frac{m \cdot v}{q \cdot B} \Rightarrow \boxed{\Delta S_B = \frac{\pi \cdot m \cdot v}{2 \cdot q \cdot B}}$$

A velocidade do próton ao chegar na região do campo magnético é de:

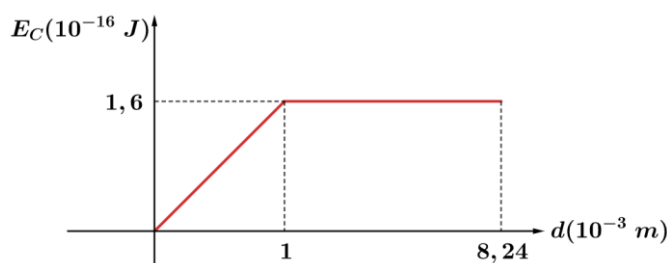
$$E_C^f = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_C^f}{m}}$$

Substituindo valores, temos que:

$$\Delta S_B = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{m \cdot \sqrt{\frac{2E_C^f}{m}}}{q \cdot B}$$

$$\Delta S_B = \frac{3,14}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1} \cdot \sqrt{\frac{1,6 \cdot 10^{-16} \cdot 1,7 \cdot 10^{-27}}{2}} \Rightarrow \boxed{\Delta S_B \cong 7,24 \cdot 10^{-3} \text{ m}}$$

Como a distância entre as placas do capacitor é de 1mm, então:

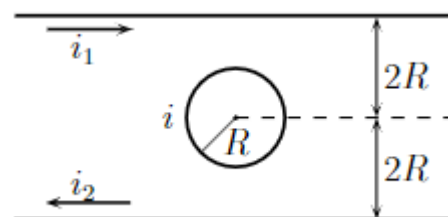


**Gabarito: ver gráfico.**

### 11. (ITA – 2013)

Uma espira circular de raio  $R$  é percorrida por uma corrente elétrica  $i$  criando um campo magnético. Em seguida, no mesmo plano da espira, mas em lados opostos, a uma distância  $2R$  do seu centro colocam-se dois fios condutores retílineos, muito longos e paralelos entre si, percorridos por correntes  $i_1$  e  $i_2$  não nulas, de sentidos opostos, como indicado na figura. O valor de  $i$  e o seu sentido para que o módulo do campo de indução resultante no centro da espira não se altere são respectivamente.

- a)  $i = (1/2\pi)(i_1 + i_2)$  e horário.
- b)  $i = (1/2\pi)(i_1 + i_2)$  e anti-horário.
- c)  $i = (1/4\pi)(i_1 + i_2)$  e horário.
- d)  $i = (1/4\pi)(i_1 + i_2)$  e anti-horário.
- e)  $i = (1/\pi)(i_1 + i_2)$  e horário.



### Comentários:

Aplicando a regra da mão direita envolvente, vemos que o campo gerado pela espira circular ( $B$ ) está saindo do plano da folha de prova. O campo gerado por  $i_1$  ( $B_1$ ) está entrando no plano da folha e o campo gerado por  $i_2$  ( $B_2$ ) está entrando no plano da folha de prova também. Para que não se altere o módulo de  $B$ , devemos ter que:

$$\underbrace{B_1 + B_2}_{\text{com os fios}} - B = \underbrace{B}_{\text{sem os fios}}$$

$$\frac{\mu \cdot i_1}{2\pi \cdot 2R} + \frac{\mu \cdot i_2}{2\pi \cdot 2R} - \frac{\mu \cdot i}{2R} = \frac{\mu \cdot i}{2R}$$

$$2i = \frac{i_1 + i_2}{2\pi} \Rightarrow i = \frac{i_1 + i_2}{4\pi}$$

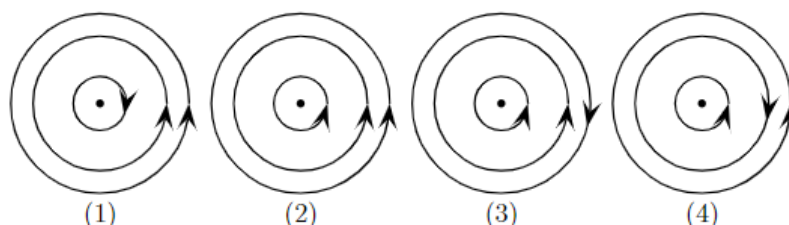
E a corrente deve ter sentido anti-horário, já que os campos pelos fios estão entrando no plano da folha.

**Gabarito: D**

### 12. (ITA – 2014)

As figuras mostram três espiras circulares concêntricas e coplanares percorridas por correntes de mesma intensidade  $I$  em diferentes sentidos. Assinale a alternativa que ordena corretamente as magnitudes dos respectivos campos magnéticos nos centros  $B_1, B_2, B_3$  e  $B_4$ .

- a)  $B_2 > B_4 > B_3 > B_1$
- b)  $B_1 > B_4 > B_3 > B_2$
- c)  $B_2 > B_3 > B_4 > B_1$
- d)  $B_3 > B_2 > B_4 > B_1$
- e)  $B_4 > B_3 > B_2 > B_1$



**Comentários:**

Vimos que neste caso, a intensidade do vetor indução magnética no centro de uma espira com corrente constante é expresso por:

$$B = \frac{\mu \cdot I}{2 \cdot R}$$

Em que  $R$  é o raio da espira. O sentido do vetor é dado pela RMD. Como  $B$  é inversamente proporcional ao raio, então fazendo a superposição dos vetores para cada uma das situações, temos que:

$$B_2 > B_3 > B_4 > B_1$$

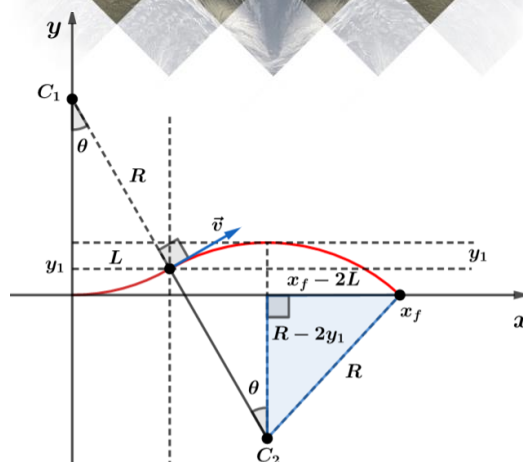
**Gabarito: C**

### 13. (ITA – 2015)

Um próton com uma velocidade  $v = 0,80 \cdot 10^7 \text{ e}_x \text{ m/s}$  move-se ao longo do eixo  $x$  de um referencial, entrando numa região em que atuam campos de indução magnéticos. Para  $x$  de 0 a  $L$ , em que  $L = 0,85 \text{ m}$ , atua um campo de intensidade  $B = 50 \text{ mT}$  na direção negativa do eixo  $z$ . Para  $x > L$ , um outro campo de mesma intensidade atua na direção positiva do eixo  $z$ . Sendo a massa do próton de  $1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  e sua carga elétrica de  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ , descreva a trajetória do próton e determine os pontos onde ele cruza a reta  $x = 0,85 \text{ m}$  e a reta  $y = 0 \text{ m}$ .

**Comentários:**

De acordo com o enunciado, ao entrar na região do campo, o próton irá descrever a seguinte trajetória.



Para as duas regiões, os raios dos trechos circulares serão dados por:

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B} = \frac{1,7 \cdot 10^{-27} \cdot 0,8 \cdot 10^7}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 50 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow \boxed{R = 1,7 \text{ m}}$$

Pela geometria, temos que:

$$\sin(\theta) = \frac{L}{R} \Rightarrow \sin(\theta) = \frac{0,85}{1,7} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\theta = 30^\circ}$$

Se  $\theta = 30^\circ$ , então:

$$y_1 = R - R \cdot \cos 30^\circ \Rightarrow y_1 = 0,85(2 - \sqrt{3}) \text{ m ou } y_1 = 0,23 \text{ m}$$

Portanto, aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo de destaque na figura acima, temos:

$$R^2 = (R - y_1)^2 + (x_f - 2L)^2$$

Substituindo valores, encontramos que:

$$\boxed{x_f = 2,86 \text{ m}}$$

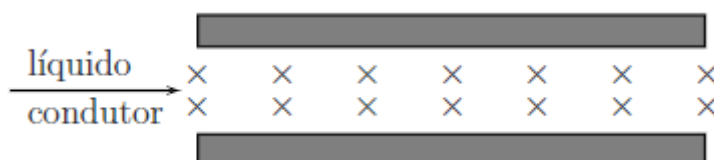
Pela figura acima, vemos que quando a partícula cruza a reta  $y = 0$ , o ponto de abscissa é igual 2,86.

**Gabarito: para  $x = 0,85 \text{ m}$ ,  $y = 0,23 \text{ m}$  e para  $y = 0$ ,  $x = 2,86 \text{ m}$**

#### 14. (ITA – 2016)

Um líquido condutor (metal fundido) flui no interior de duas chapas metálicas paralelas, interdistantes de 2,0 cm, formando um capacitor plano, forme a figura. Toda essa região interna está submetida a um campo homogêneo de indução magnética de 0,01 T, paralelo aos planos das chapas, atuando perpendicularmente à direção da velocidade do escoamento. Assinale a opção com o módulo dessa velocidade quando a diferença de potencial medida entre as placas for de 0,40 mV.

- a) 2 cm/s
- b) 3 cm/s
- c) 1 m/s





d) 2 m/s

e) 5 m/s

**Comentários:**

Dado que o líquido é condutor, eleve possuir cargas livres. De acordo com o enunciado, considerando as cargas livres escoando como positivas, a força magnética na carga no interior do campo deve ter sentido para cima, dado pela regra da mão direita espalmada.

Portanto, para haver equilíbrio, a força elétrica deverá estar em sentido oposto à magnética. Por isso, podemos associar um campo elétrico de cima para baixo no interior das placas. Na situação de equilíbrio, temos:

$$F_{mag} = F_{el} \Rightarrow q \cdot v \cdot B = q \cdot E$$

Em que o módulo do campo elétrico é dado por:

$$U = E \cdot d$$

Portanto:

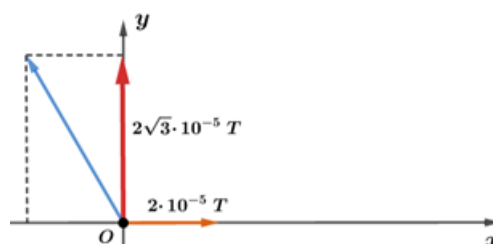
$$v = \frac{U}{B \cdot d} = \frac{4 \cdot 10^{-4}}{10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow v = 2 \text{ m/s}$$

**Gabarito: D****15. (ITA – 2017)**

Num ponto de coordenadas (0,0,0) atua na direção  $x$  um campo de indução magnética com  $2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$  de intensidade. No espaço em torno deste ponto coloca-se um fio retilíneo, onde flui uma corrente de 5 A, acarretando nesse ponto um campo de indução magnética resultante de  $2\sqrt{3} \cdot 10^{-5} \text{ T}$  na direção  $y$ . Determine o lugar geométrico dos pontos de intersecção do fio com o plano  $xy$ .

**Comentários:**

De acordo com o enunciado, tendo em mente que o campo resultante em  $O$  deve ter direção em  $y$  e módulo igual a  $2\sqrt{3} \cdot 10^{-5} \text{ T}$ , temos as seguintes disposições dos campos fornecidos:



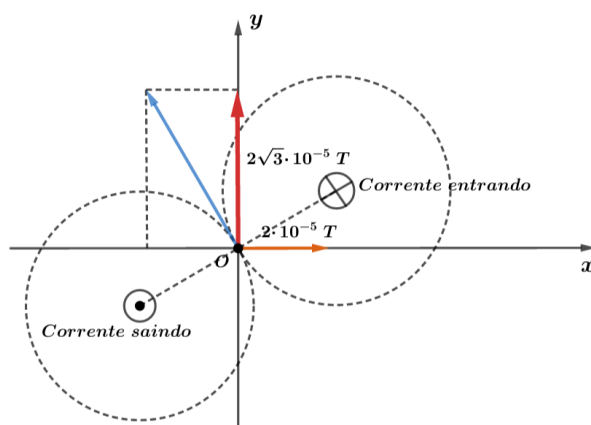
Portanto, devemos pensar em dois lugares onde o fio retilíneo irá produzir um campo de acordo com o em azul vetor azul. O valor deste campo é dado pelo Teorema de Pitágoras:

$$B_{res} = \sqrt{(2 \cdot 10^{-5})^2 + (2\sqrt{3} \cdot 10^{-5})^2} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

Pela lei de Briot-Savart-Laplace, sabemos que o campo gerado por um fio é expresso por:

$$B_{fio} = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r} \Rightarrow r = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5}{2\pi \cdot 4 \cdot 10^{-5}} \Rightarrow r = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ m ou } r = 2,5 \text{ cm}$$

Logo, existem duas posições possíveis do fio que gera em  $O$  um campo com esse valor:



Pela geometria do problema, temos:

- Fio com corrente entrando no plano  $xy$ :

$$x = r \cdot \cos 30^\circ = 1,25 \text{ cm e } y = r \cdot \sin 30^\circ = 1,25\sqrt{3} \text{ cm}$$

- Fio com corrente saindo no plano  $xy$ :

$$x = -1,25 \text{ cm e } y = -1,25\sqrt{3} \text{ cm}$$

**Gabarito:**  $x = 1,25 \text{ cm e } y = 1,25\sqrt{3} \text{ cm}$  ou  $x = -1,25 \text{ cm e } y = -1,25\sqrt{3} \text{ cm}$

### 16. (ITA – 2017)

Uma carga  $q$  de massa  $m$  é solta do repouso num campo gravitacional  $g$  onde também atua um campo de indução magnética uniforme de intensidade  $B$  na horizontal. Assinale a opção que fornece a altura percorrida pela massa desde o repouso até o ponto mais baixo de sua trajetória, onde ela fica sujeita a uma aceleração igual e oposta à que tinha no início.

- a)  $g(m/qB)^2$       b)  $g(qB/m)^2$       c)  $2g(m/qB)^2$   
d)  $2g(qB/m)^2$       e)  $g(m/qB)^2$

#### Comentários:

No ponto mais baixo da trajetória, temos que:

$$F_{mag} - P = m \cdot a \Rightarrow q \cdot v \cdot B - m \cdot g = m \cdot g \Rightarrow v = \frac{2m \cdot g}{q \cdot B}$$

Pela conservação da energia mecânica, temos:

$$m \cdot g \cdot h = \frac{m \cdot v^2}{2} \Rightarrow \boxed{h = 2g \left( \frac{m}{q \cdot B} \right)^2}$$

**Gabarito:** C

### 17. (ITA – 2018)

Uma massa  $m$  de carga  $q$  gira em órbita circular de raio  $R$  e período  $T$  no plano equatorial de um ímã. Nesse plano, a uma distância  $r$  do ímã, a intensidade do campo magnético é  $B(r) = \mu/r^3$ , em que  $\mu$  é uma constante. Se fosse de  $4R$  o raio dessa órbita, o período seria de:

- a)  $T/2$       b)  $2T$       c)  $8T$       d)  $32T$       e)  $64T$

**Comentários:**

No plano equatorial, temos que  $\vec{v} \perp \vec{B}$ . Nesse caso, a força magnética é a resultante centrípeta. Portanto:

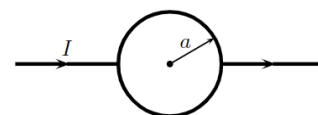
$$F_{mag} = R_{cp} \Rightarrow q \cdot v \cdot B = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow q \cdot \frac{\mu}{R^3} = \frac{m}{R} \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot R \Rightarrow T = \frac{2\pi \cdot m}{\mu \cdot q} \cdot R^3$$

Portanto:

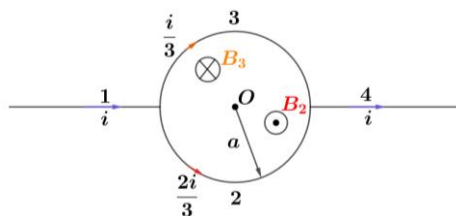
$$T' = \frac{2\pi \cdot m}{\mu \cdot q} \cdot (4R)^3 = 64 \frac{2\pi \cdot m}{\mu \cdot q} \cdot R^3 = 64T$$

**Gabarito: E****18. (ITA – 2018)**

A figura mostra um fio por onde passa uma corrente  $I$  conectado a uma espira circular de raio  $a$ . A semicircunferência superior tem resistência igual a  $2R$  e a inferior, igual a  $R$ . Encontre a expressão para o campo magnético no centro da espira em termos da corrente  $I$ .

**Comentários:**

De acordo com o enunciado, temos a seguinte configuração das correntes e campos:



Lembrando que os fios 1 e 4 não geram campo em seus prolongamentos, pela lei de Briot-Savart-Laplace. A determinação da relação das correntes em cada trecho é dada pela primeira lei de Ohm.

$$U_2 = U_3 \Rightarrow R_2 \cdot i_2 = R_3 \cdot i_3 \Rightarrow R_2 \cdot i_2 = 2R_2 \cdot i_3 \Rightarrow i_2 = 2i_3$$

E:

$$I = i_2 + i_3 \Rightarrow i_2 = \frac{2I}{3}; i_3 = \frac{I}{3}$$

Fazendo a superposição dos campos em  $O$ , temos:

$$B_o = B_2 - B_3 = \frac{1}{2} \left( \frac{\mu \left( \frac{2I}{3} \right)}{2a} \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{\mu \left( \frac{I}{3} \right)}{2a} \right) \Rightarrow \boxed{B_o = \frac{\mu \cdot I}{12a}}$$

**Gabarito:**  $B_0 = \frac{\mu \cdot I}{12a}$

**19. (ITA – 2019)**

Seja uma partícula de massa  $m$  e carga positiva  $q$ , imersa em um campo magnético uniforme  $\vec{B}$ , com velocidade inicial  $\vec{v}$  no instante de tempo  $t = 0$ . Sabe-se que  $\theta$  é o ângulo entre  $\vec{v}$  e  $\vec{B}$ , cujos respectivos módulos são  $v$  e  $B$ . Pode-se afirmar que a distância mínima percorrida pela partícula até que sua velocidade readquira a mesma direção e sentido iniciais é dada por:

- a)  $\pi \frac{mv}{qB} \cos \theta$       b)  $2\pi \frac{mv}{qB} \cos \theta$       c)  $\pi \frac{mv}{qB} \sin \theta$   
d)  $\pi \frac{mv}{qB}$       e)  $2\pi \frac{mv}{qB}$

**Comentários:**

Ao entrar na região do campo magnético, o módulo da velocidade não se altera, apenas a direção. Para que ela tenha a mesma velocidade em direção e em sentido, o tempo gasto pela partícula deve ser múltiplos do período. Logo:

$$d = v \cdot T \Rightarrow d = 2\pi \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

**Gabarito: E**

## 6. Considerações finais

Nessa aula estudamos os conceitos iniciais do Magnetismo. Releia com calma a experiência Oersted e as leis para determinar o campo gerado por condutores com corrente. Anote no seu bizuário os principais resultados e como utilizar as regras da mão direita envolvente e a regra da mão direita espalmada.

Fique atento ao fato de a velocidade ser perpendicular à força magnética e lembre os conceitos de produto vetorial da aula 00.

Conte comigo nessa jornada. Quaisquer dúvidas, críticas ou sugestões entre em contato pelo fórum de dúvidas do Estratégia ou se preferir:



@proftoniburgatto

## 7. Referências bibliográficas

- [1] Calçada, Caio Sérgio. Física Clássica volume 5. 2. Ed. Saraiva Didáticos, 2012. 576p.
- [2] Bukhovtsev, B.B. Krivtchenkov, V.D. Miakishev, G.Ya. Saraeva, I. M. Problemas Seleccionados de Física Elementar. 1 ed. MIR, 1977.518p.
- [3] Newton, Gualter, Helou. Tópicos de Física volume 3. 11ª ed. Saraiva, 1993. 303p.
- [4] Toledo, Nicolau, Ramalho. Os Fundamentos da Física volume 3. 9ª ed. Moderna. 490p.
- [5] Resnick, Halliday, Jearl Walker. Fundamentos de Física volume 3. 10ª ed. LTC. 365p.
- [6] Asociación Fondo de Investigadores y Editores. Una visión analítica del movimiento volume II. 11ª ed. Lumbreras editores. 989 p.

## 8. Versão de aula

Versão de Aula	Data da última atualização
1.0	21/09/2021