Prof. Marcos Serrou do Amaral marcos.amaral@ufms.br

## ESTUDO DIRIGIDO – INTEGRAÇÃO NUMÉRICA

$$\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=0}^{m-1} \frac{h}{2}[f(x_i)+f(x_{i+1})] \qquad (1)$$

(Regra dos Trapézios Repetida)

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3}\{[f(x_0)+f(x_n)]+4[f(x_1)+f(x_3)+...+f(x_{n-1})]+2[f(x_2)+f(x_4)+...+f(x_{n-2})]\} \qquad (2)$$

com $a=x_0, b=x_n \, e \, m=par$

(Regra de 1/3 de Simpson Repetida)

**1)** Utilizando as expressões para as Regras dos Trapézios e de 1/3 de Simpson, Eq. (1) e (2), encontre a expressão algébrica para *m = 4*, com *a = 0* e *b = 4*.

**2)** Considerando a tabela a seguir:

| *x* | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|
| *f(x)* | 1 | 1 | 0 | -1 | 2 |

Utilize as Regras dos Trapézios e de 1/3 de Simpson para encontrar $\int_{-1}^{3} f(x)dx$

Desenvolva um código em Python para realizar esses cálculos. Compare os resultados obtidos.

**3)** Seja $I=\int_0^1 e^x dx$ :

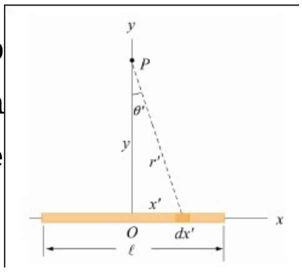
**a)** Utilizando seu código em Python do item anterior, calcule uma aproximação para *I* usando 10 subintervalos e as regras dos Trapézios e de 1/3 de Simpston.

**b)** Compare o resultado numérico da etapa (a) com o resultado algébrico (integral definida conforme as aulas de Cálculo). Determine o erro relativo.

**c)** A partir do seu código, determine o erro relativo para 100 e 1000 subintervalos.

**4)** Um experimento de decaimento nuclear encontra que o número de particulas por unidade de tempo que entra em um contador é $dN/dt = e^{-t}$ . (a) Escreva um código em Python que calcule as integrais numéricas usando as regras do trapézio e de 1/3 de Simpston. (b) Com esses códigos, calcule o número de partículas que entram no contador depois de 1 segundo. (c) Gere gráficos de *N* em função de *t* usando a biblioteca *matplotlib* (https://matplotlib.org/) e as regras do trapézio e de 1/3 de Simpston.

**5)** Usando integração numérica, determine, graficamente, o potencial eletrostático, *V(y),* em função da distância *y/l* de uma haste não-condutora de comprimento *l* uniformemente carregada com densidade linear $\lambda$.




$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\, dx'}{(x'^2+y^2)^{1/2}} \qquad V = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-\ell/2}^{\ell/2}\frac{dx'}{\sqrt{x'^2+y^2}}$$