

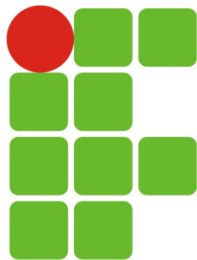
INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO
Campus Birigui

Processamento Digital de Imagens

Segmentação de Imagens – Parte 2



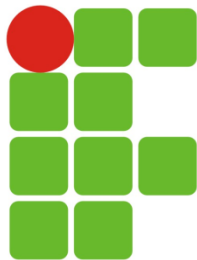
Professor Dr. Murilo Vargas da Silva
murilo.varges@ifsp.edu.br



Bibliografia

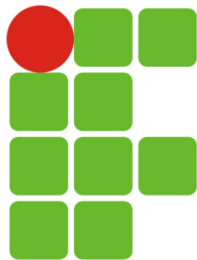


- **Capítulo 10**
- GONZALEZ, R. C.; WOODS, R. E. **Processamento digital de imagens.** 3. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.
- Disponível da biblioteca digital Pearson
- Acesso via SUAP com link na página inicial



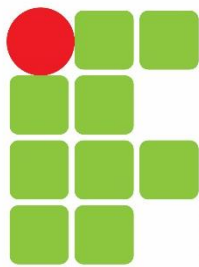
Aula passada

- Segmentação de imagens
 - Introdução
 - Detecção de pontos
 - Detecção de bordas
 - Detecção de retas



Aula de hoje!

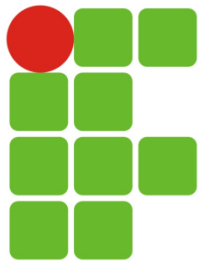
- Transformada de Hough
- Limiarização Global e Local
- Segmentação de Regiões



INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO
Campus Birigui

Transformada de Hough

Processamento Digital de Imagens



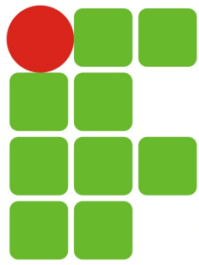
Transformada de Hough Motivação

- Sudoku

- Não podem haver números repetidos nas linhas horizontais e verticais, assim como nos quadrados delimitados por linhas em negrito.

5	3			7				
6			1	9	5			
	9	8					6	
8				6				3
4			8		3			1
7				2				6
	6					2	8	
			4	1	9			5
				8			7	9

Como poderia fazer um programa que dado uma imagem verifique automaticamente se o jogo está correto?



Transformada de Hough

Motivação

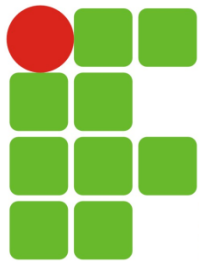
- Um problema comum na área de análise de imagens é a detecção de um conjunto de pontos na imagem que pertençam a uma curva específica, tal como segmento de reta, circunferência, elipse e outras.

- Essas curvas constituem uma família representada como:

$$f(v, p) = 0$$

Onde v é um vetor de coordenadas e p é um vetor de parâmetros característicos da curva.

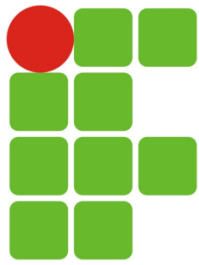
- A partir de um numero de pontos $p_i(x_i, y_i)$ na imagem, o objetivo é identificar se subconjuntos de pontos pertencem a uma determinada curva.



Transformada de Hough

Motivação

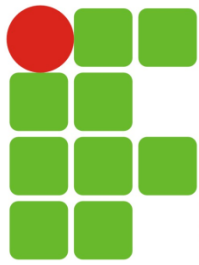
- Para o caso particular de segmentos de retas, o problema consiste em achar **subconjuntos de pontos que sejam colineares**.
- Uma solução possível é encontrar todos os segmentos de retas formados entre cada par de pontos e buscar os subconjuntos de pontos que estejam próximos dos segmentos de retas.
- Entretanto, essa abordagem envolve um numero **elevado de iterações**, sendo proibitiva computacionalmente para a maior parte das aplicações.
- Hough (1962) propôs um método, comumente conhecido como **transformada de Hough**, para detectar curvas da forma representada pela equação: $f(v, p) = 0$



Transformada de Hough

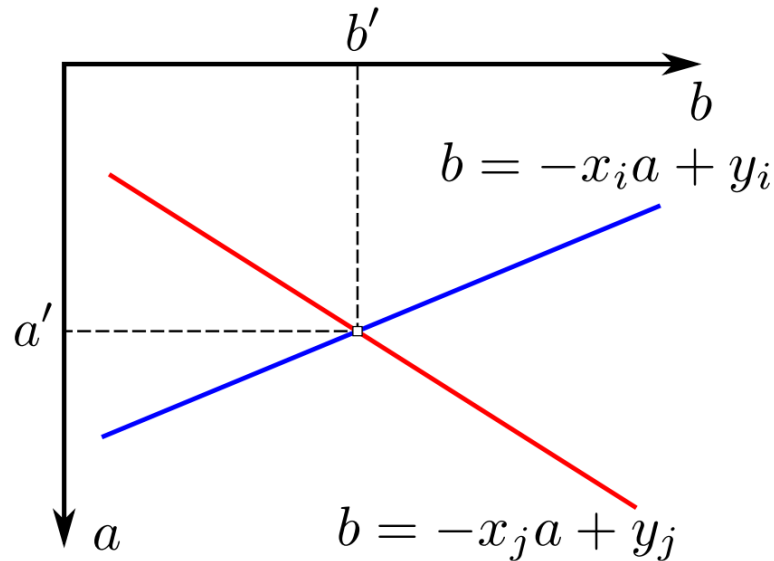
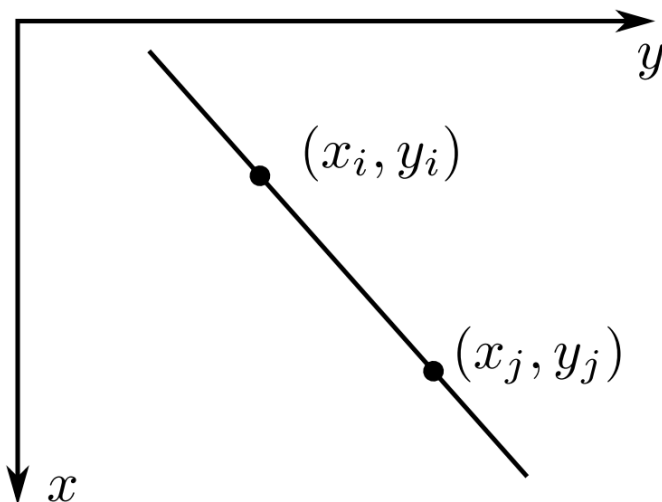
- Dado uma imagem de uma rodovia, como encontrar as retas que definem os limites da rodovia?

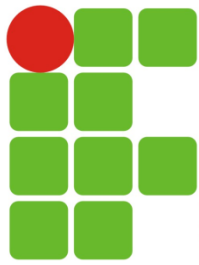




Transformada de Hough

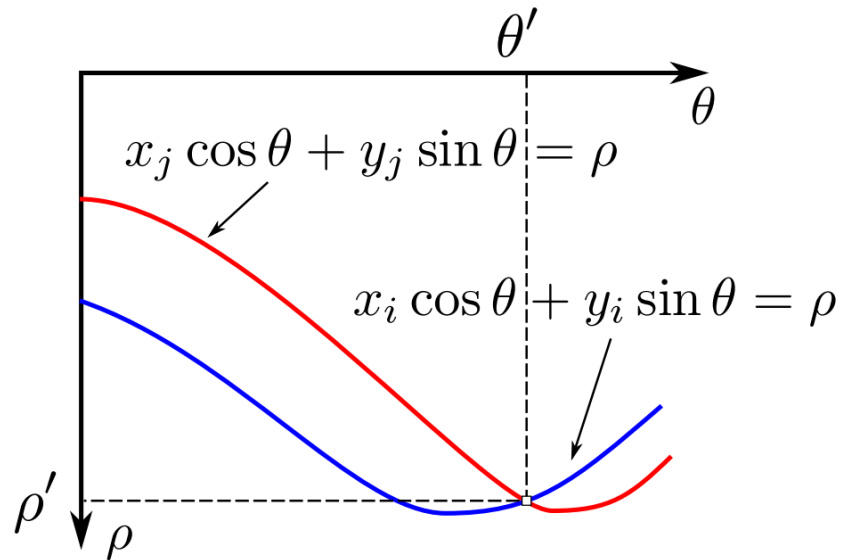
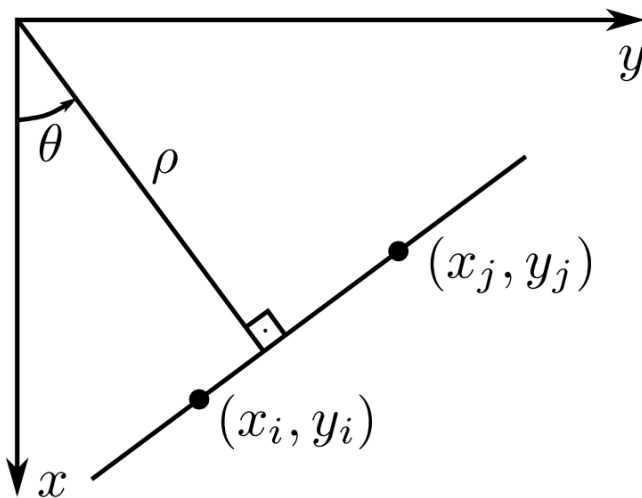
- Tem por objetivo encontrar as equações das retas presentes em uma imagem.
- Considere dois pontos (x_i, y_i) e (x_j, y_j) . Apenas uma reta da forma $y_i = ax_i + b$ passa por ambos os pontos.
- Se a equação da reta for reescrita da forma $b = -ax_i + y_i$, a representação no espaço de parâmetros mostra uma interseção das novas retas formadas por (x_i, y_i) e (x_j, y_j) .



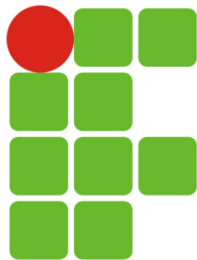


Transformada de Hough

- **Problema:** retas se aproximando da inclinação vertical ($a \rightarrow \infty$).
- **Solução:** representação em coordenadas na norma normal $[\theta, \rho]$.
 - **θ (Theta)** - Ângulo formado com o eixo x
 - **ρ (Rho)** - Distância da origem

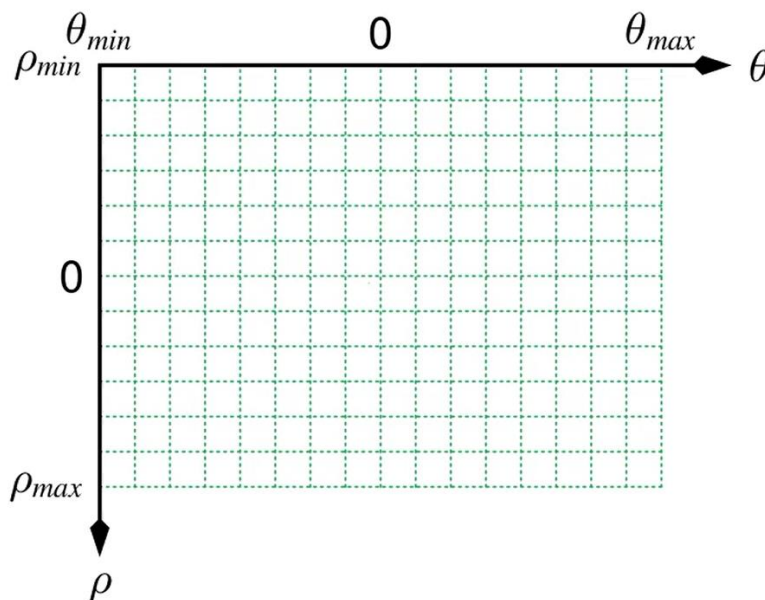


No espaço (θ, ρ) , ou espaço de Hough, pontos colineares no espaço (x, y) correspondem agora a curvas senoidais que se interceptam no espaço (θ, ρ) .

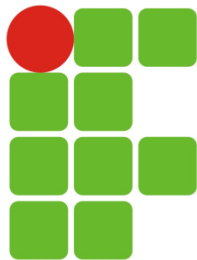


Transformada de Hough

- Para implementar a transformada de Hough, o espaço (θ, ρ) deve ser discretizado utilizando uma matriz acumuladora, conforme ilustra a figura a seguir.

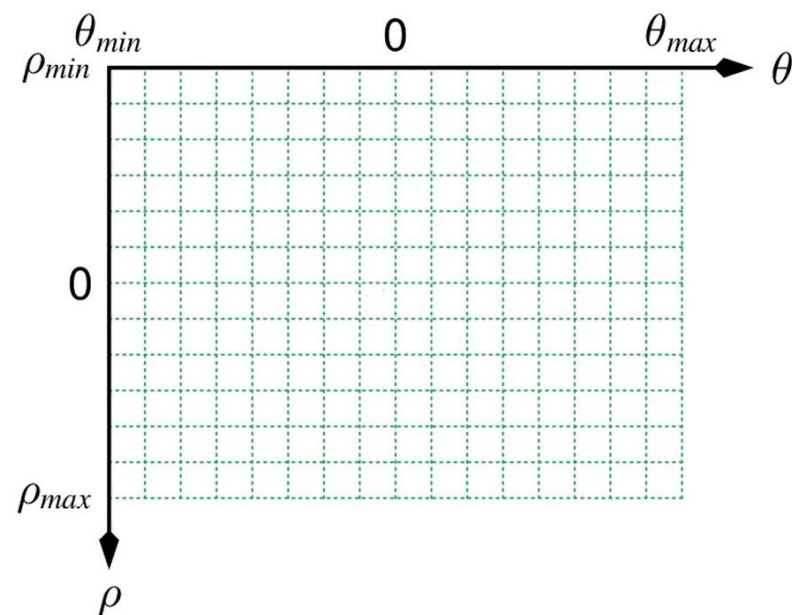


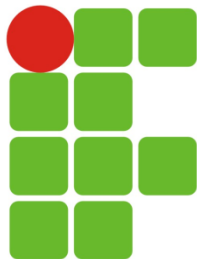
- Desde que θ é medido com respeito ao eixo x, os valores possíveis de θ variam de 0° a 180° . Se o intervalo for dividido em incrementos de 1° , então 181° ângulos serão possíveis.
- O domínio do eixo ρ varia de 0 a $\sqrt{M^2 + N^2}$, para uma imagem com dimensões de $M \times N$ pixels.



Transformada de Hough

- Uso de matriz acumuladora $A(\rho, \theta)$ que subdivide o espaço de parâmetros (ρ, θ) .
- A matriz assume variações $-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ e $-D \leq \rho \leq D$, onde D é o diâmetro da imagem.
- Inicia-se o processo de cálculo da transformada com $A(p, q) = 0$.
- O processamento é realizado em uma imagem de borda (**Exemplo**: obtida pelo filtro de Canny).
- Para cada pixel de borda, uma função paramétrica é traçada. Para cada valor de θ incrementando, arredonda-se o valor de ρ resultante para a posição mais próxima na matriz, (ρ, θ) . Acrescenta-se em 1 o valor de $A(\rho, \theta)$, ou seja $A(\rho, \theta) = A(\rho, \theta) + 1$.
- Examinar a matriz acumuladora em busca de máximos.
- Examinar a conectividade entre pixels de uma reta associada a uma célula escolhida.

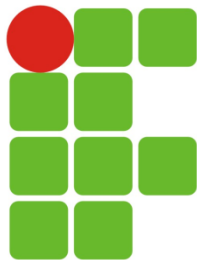




Transformada de Hough

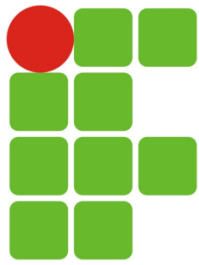
Algoritmo Detecção de retas pela transformada de Hough

- 1: Discretizar o espaço de parâmetros (ρ, θ) em intervalos finitos. Cada célula $M(\rho, \theta)$ no espaço de parâmetros é um acumulador.
 - 2: Inicializar todas as células do acumulador com valor zero.
 - 3: Para cada ponto (x, y) no espaço da imagem, calcular os valores de ρ e θ que satisfazem a equação da reta.
 - 4: Incrementar em 1 o acumulador $M(\rho, \theta)$.
 - 5: Após a determinação dos parâmetros de todos os pontos no espaço da imagem, os pontos de máximo (picos) na matriz de acumulação indicam forte evidência de retas na imagem.
-

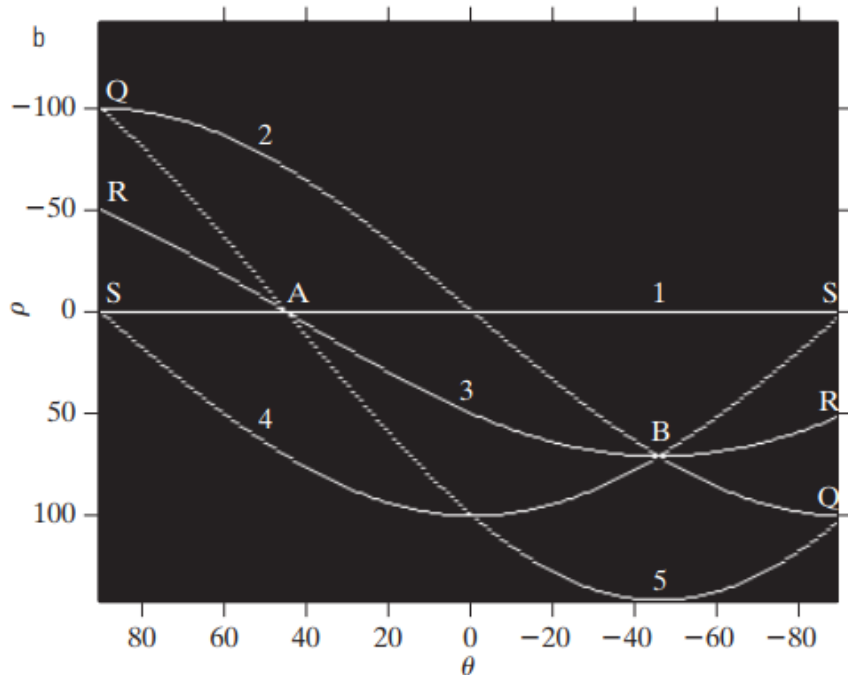
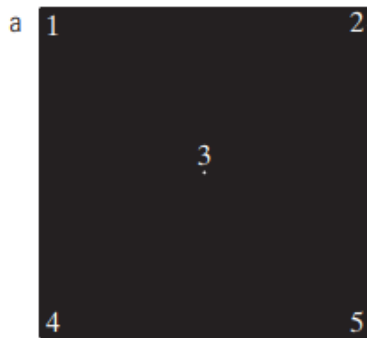


Transformada de Hough

- Se existirem várias retas que são detectadas pelo modelo, então existirão vários **picos no espaço de parâmetros**.
- Cada pico pode ser detectado e as retas associadas às retas correspondentes aos picos podem ser removidas.
- O processo continua para as retas remanescentes, enquanto existirem picos relevantes.
- Entretanto, pode ser difícil determinar se um pico é ou não relevante.
- Outra dificuldade com a transformada de Hough é sua dependência com relação ao **número de parâmetros**.
- Para um arco circular, por exemplo, o espaço de parâmetros possui três dimensões; para outras curvas mais complexas, a dimensionalidade pode ser ainda maior.

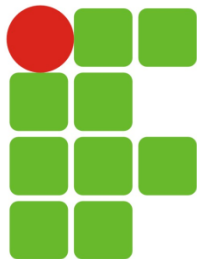


Transformada de Hough

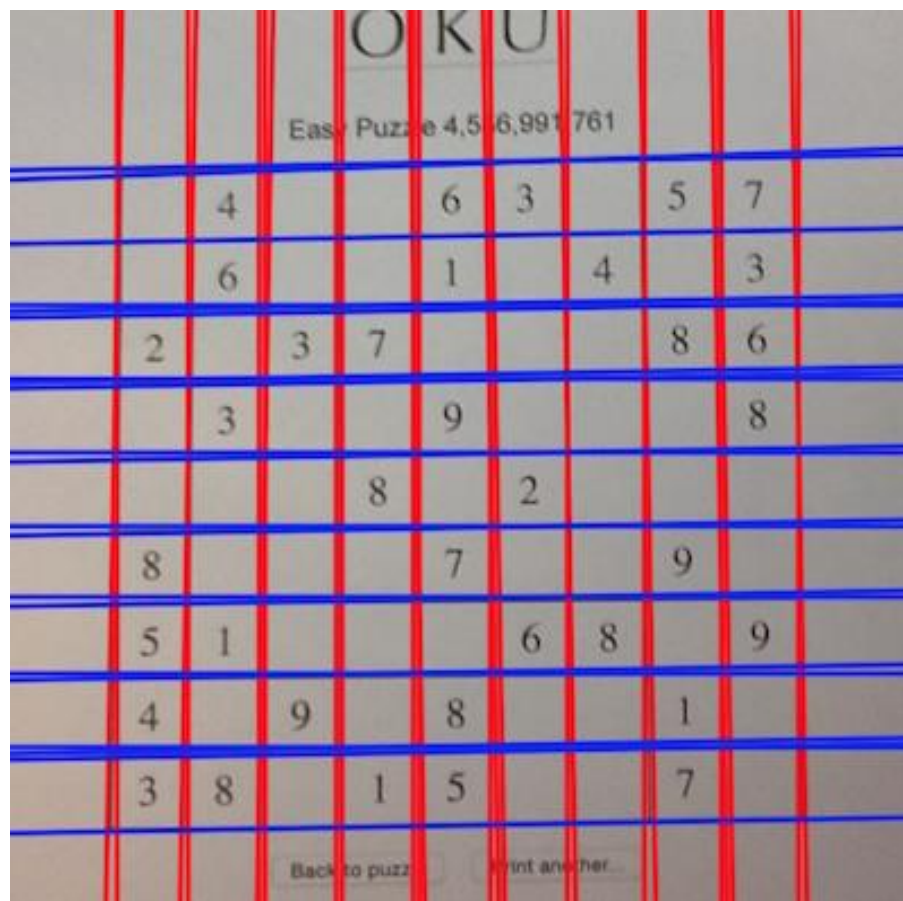


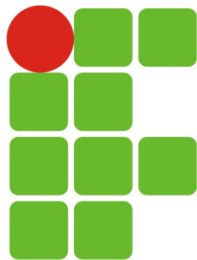
a) Imagem com 101×101 pixels, contendo cinco pontos.

a) Espaço de parâmetros correspondente.

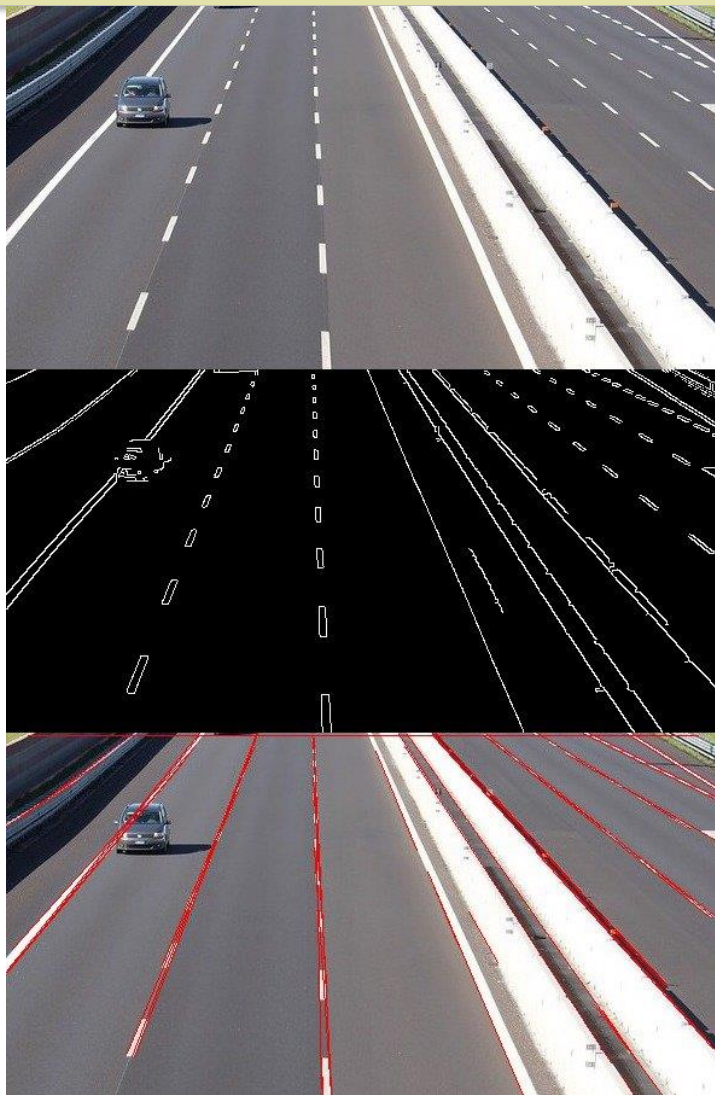


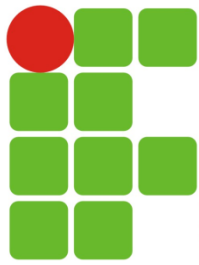
Transformada de Hough





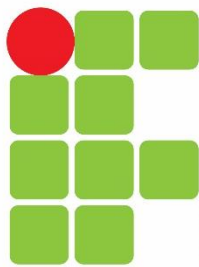
Transformada de Hough





Transformada de Hough

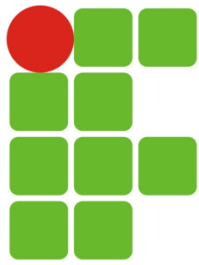




INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO
Campus Birigui

Transformada de Hough Generalização (Círculos)

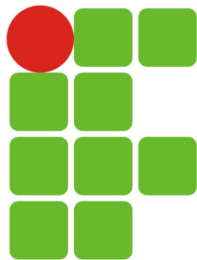
Processamento Digital de Imagens



Transformada de Hough

Detecção de Círculos

- Embora o foco até o momento tenha sido nas linhas retas, a transformada de Hough é aplicável a qualquer função da forma $f(v, p) = 0$, na qual v é um vetor de coordenadas e p é um vetor de coeficientes.
- Por exemplo, pontos situados na circunferência podem ser detectados usando o método básico discutido anteriormente.
- A diferença é a presença de três parâmetros (c_1, c_2 e c_3),



Transformada de Hough

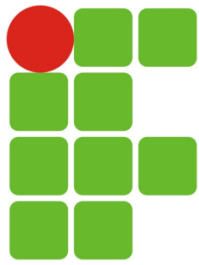
Detecção de Círculos

- A transformada de Hough pode ser utilizada para detectar circunferências em uma imagem.
- Uma formulação possível de uma circunferência em coordenadas cartesianas é dada por:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

em que (a, b) e r representam as coordenadas do **centro** e o **raio** da circunferência, respectivamente.

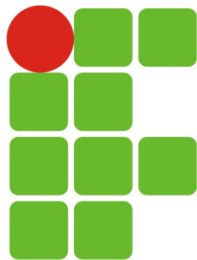
- Portanto, a estrutura de acumulação é **tridimensional** para o caso de detecção de circunferências.



Transformada de Hough

Detecção de Círculos

- Para cada pixel (x, y) , a célula de acumulação (a, b, r) é incrementada se o ponto (a, b) estiver à distância r do ponto (x, y) .
- Se um centro (a, b) de uma circunferência de raio r é frequentemente encontrado no espaço de parâmetros, é altamente provável que uma circunferência com raio r e centro (a, b) exista na imagem.
- Dessa forma, **picos no espaço de parâmetros** corresponderão aos centros das circunferências no plano da imagem.



Transformada de Hough

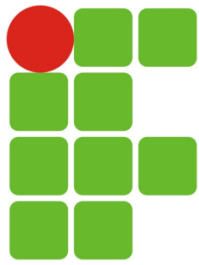
Detecção de Círculos

- A transformada de Hough pode ser usada para determinar os parâmetros de um círculo quando são conhecidos vários pontos que caem no mesmo perímetro. Um círculo com raio R e centro (a, b) pode ser descrito com as equações paramétricas em coordenadas polares:

$$x = a + R \cos(\theta)$$

$$y = b + R \sin(\theta)$$

- Quando o ângulo θ percorre toda a faixa de 360 graus, os pontos (x, y) traçam o perímetro de um círculo.
- Se uma imagem contém muitos pontos, alguns dos quais caem em perímetros de círculos, então o trabalho do programa de busca é encontrar os parâmetros (a, b, R) para descrever cada círculo.
- O fato de o espaço paramétrico ser 3D torna a implementação direta da técnica de Hough mais cara em memória e tempo do computador.



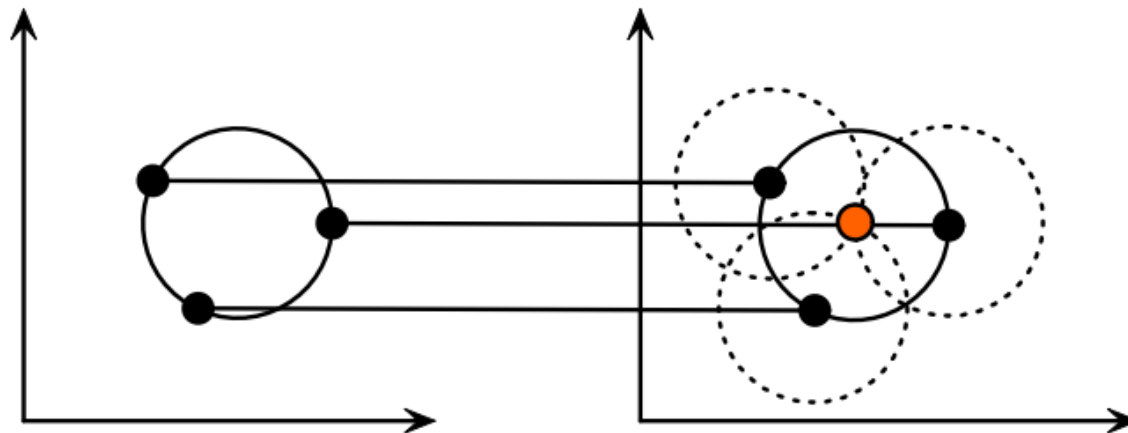
Transformada de Hough Detecção de Círculos

- Se os círculos em uma imagem são de raio conhecido R , então a busca pode ser reduzida para 2D. O objetivo é encontrar as coordenadas (a, b) dos centros.

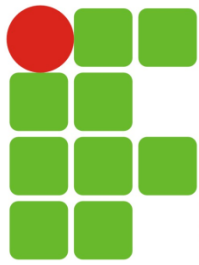
$$x = a + R \cos(\theta)$$

$$y = b + R \sin(\theta)$$

- O lugar geométrico dos pontos (a, b) no espaço de parâmetros cai em um círculo de raio R centrado em (x, y) . O verdadeiro ponto central será comum a todos os círculos e pode ser encontrado com uma matriz de acumulação.



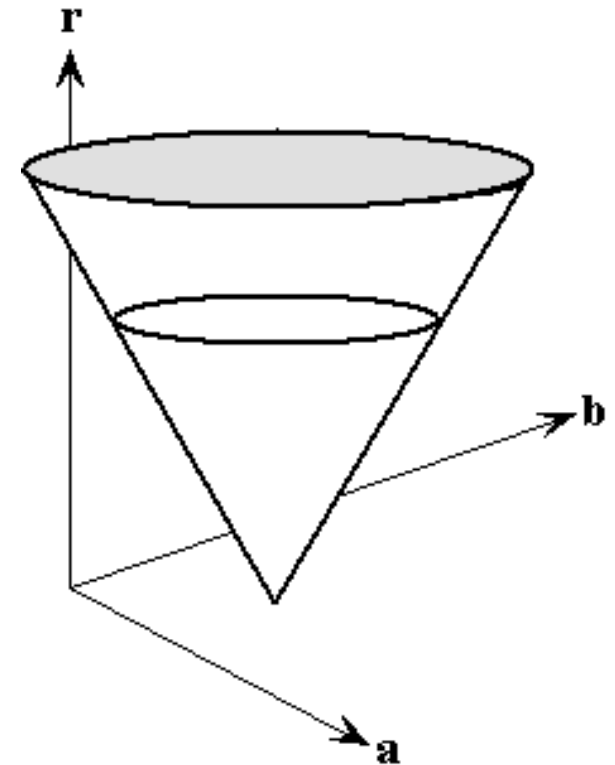
Cada ponto no espaço geométrico (esquerda) gera um círculo no espaço de parâmetros (direita). Os círculos no espaço de parâmetros se cruzam em (a, b) que é o centro no espaço geométrico.

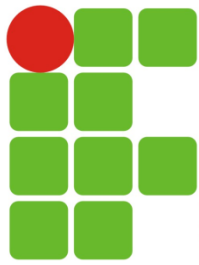


Transformada de Hough

Detecção de Círculos

- Se o raio não for conhecido, então o lugar geométrico dos pontos no espaço de parâmetros cairá na superfície de um cone. Cada ponto (x, y) no perímetro de um círculo produzirá uma superfície de cone no espaço de parâmetros. O trio (a, b, R) corresponderá à célula de acumulação onde se cruzam o maior número de superfícies de cone.
- O desenho à direita ilustra a geração de uma superfície cônica no espaço de parâmetros para um ponto (x, y) .
- Um círculo com um raio diferente será construído em cada nível, r . A busca por círculos com raio desconhecido pode ser realizada usando uma matriz de acumulação tridimensional.

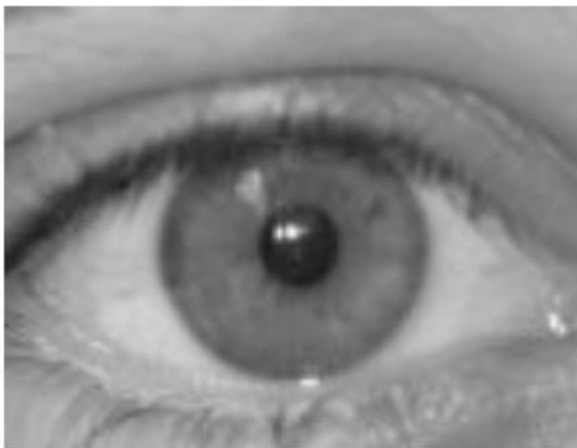




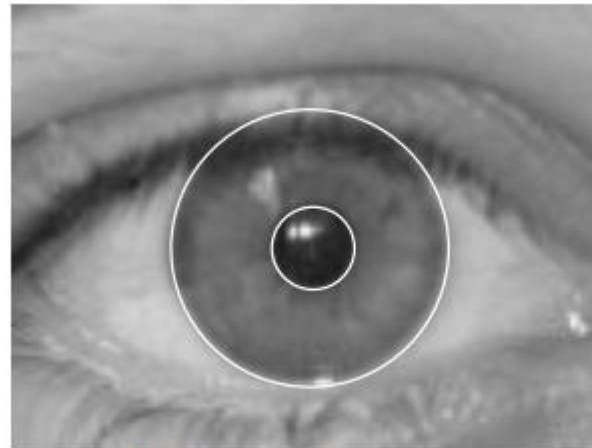
Transformada de Hough

Detecção de Círculos

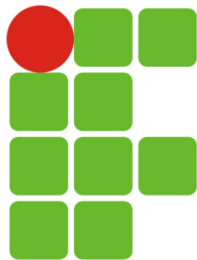
- Uma aplicação prática da transformada de Hough é a detecção da pupila e da íris em imagens digitais (fotografias) obtidas a partir de iluminação infravermelha.
- Em sistemas biométricos, o reconhecimento da íris pode ser utilizado, por exemplo, na identificação criminal, autenticação e controle de acesso de usuários a ambientes ou locais específicos, como prédios ou salas.
- A figura a seguir ilustra a detecção da íris e da pupila pela transformada de Hough.



(a) imagem original



(b) detecção da íris e pupila

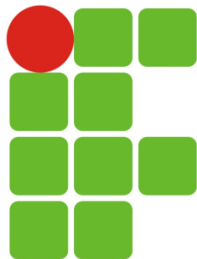


Transformada de Hough

Detecção de Círculos

Algoritmo Detecção de circunferências pela transformada de Hough

- 1: Quantizar o espaço de parâmetros a e b .
 - 2: Inicializar células de acumulação $M(a, b)$ com zero.
 - 3: Calcular a magnitude do gradiente $\nabla f(x, y)$ e ângulo $\theta(x, y)$.
 - 4: Para cada ponto em $\nabla f(x, y)$, incrementar todos pontos nas células de acumulação $M(a, b)$ de acordo com a equação $b = a \tan \theta - x \tan \theta + y$.
 - 5: Picos locais na matriz de acumulação correspondem aos centros das circunferências na imagem.
-



Transformada de Hough Detecção de Círculos

ORIGINAL IMAGE



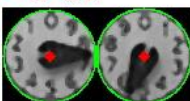
"circled_img"



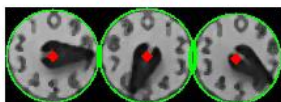
"crop0.jpg"



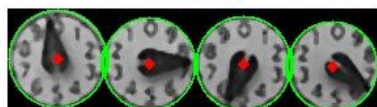
"crop1.jpg"



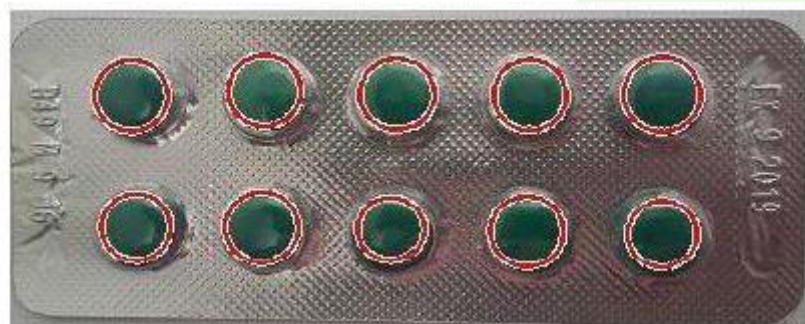
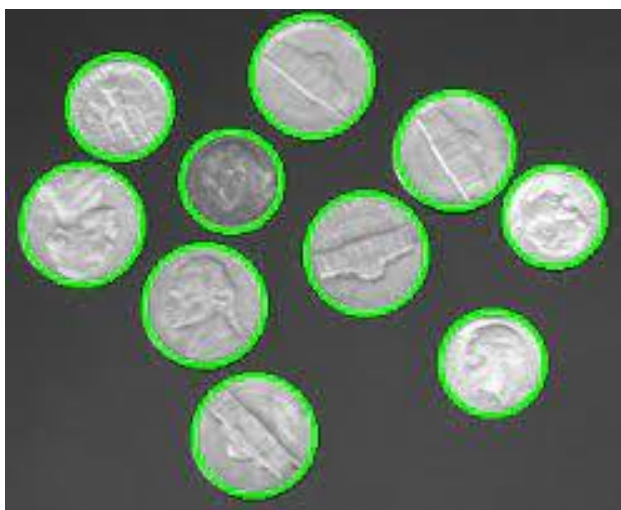
"crop2.jpg"

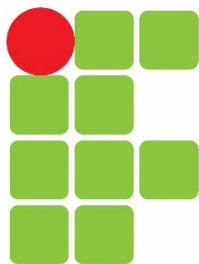


"crop3.jpg"



"crop4.jpg"

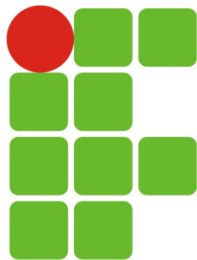




INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO
Campus Birigui

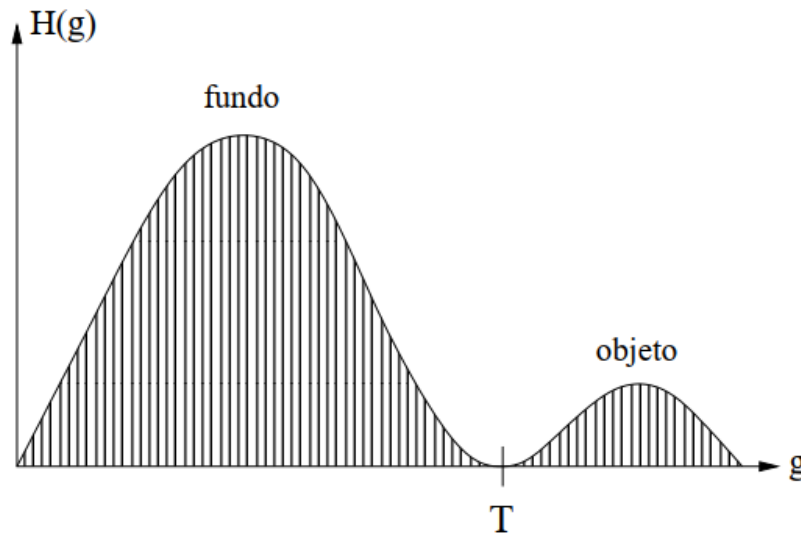
Limiarização

Processamento Digital de Imagens

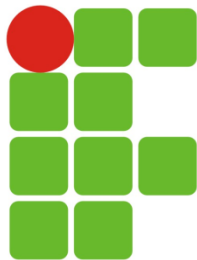


Limiarização

- A limiarização é uma das técnicas mais simples de segmentação e consiste na classificação dos pixels de uma imagem de acordo com a especificação de um ou mais limiares.
- Seja o histograma de níveis de cinza, mostrado na figura a seguir, correspondente a uma imagem $f(x, y)$, de maneira que os pixels dos objetos e os do fundo tenham seus níveis de cinza separados em dois grupos dominantes.



- Uma maneira óbvia de extrair os objetos do fundo é por meio da seleção de um limiar T que separe os dois grupos.

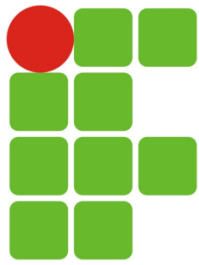


Limiarização Global Simples

- Selecionar uma estimativa global para o limiar, T .
 - **Exemplo:** valor médio dos pixels da imagem.
- Segmentar a imagem em dois grupos de pixels usando T .
- Calcular as médias de tons de cinza de cada grupo, m_1 e m_2 .
- Calcular um novo valor de limiar:

$$T = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)$$

- Repetir a segmentação até que a diferença entre os limiares obtidos em duas iterações consecutivas, T_k e T_{k+1} , seja menor que um parâmetro pré-definido ΔT .
- É rápido, mas pode falhar em imagens com grandes diferenças entre as quantidades de pixels de cada grupo (objeto e fundo).



Limiarização

Método de Otsu

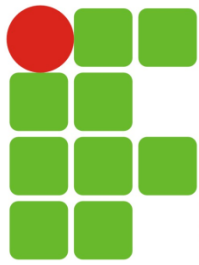
- Assume que o histograma pode ser representado por duas funções de densidade de probabilidade.
- Procura determinar um limiar ótimo de modo a maximizar a variância entre classes.
- Para um dado limiar k , a **variância entre classes** pode ser escrita como:

$$\sigma_B^2(k) = P_1(k)(m_1(k) - m_G)^2 + P_2(k)(m_2(k) - m_G)^2 \quad \text{ou} \quad \sigma_B^2(k) = \frac{[m_G P_1(k) - m(k)]^2}{P_1(k)[1 - P_1(k)]}$$

- $m(k)$ é a média acumulada até o nível k .
- m_G é a média geral dos pixels na imagem.
- Para n_i pixels no nível i , $P_i(k)$ é dado pela **soma cumulativa**:

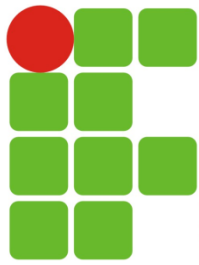
$$P_i(k) = \sum_{i=0}^k p_i = \sum_{i=0}^k \frac{n_i}{MN}$$

A medida de variância entre classes indica o grau de **separabilidade** entre elas.



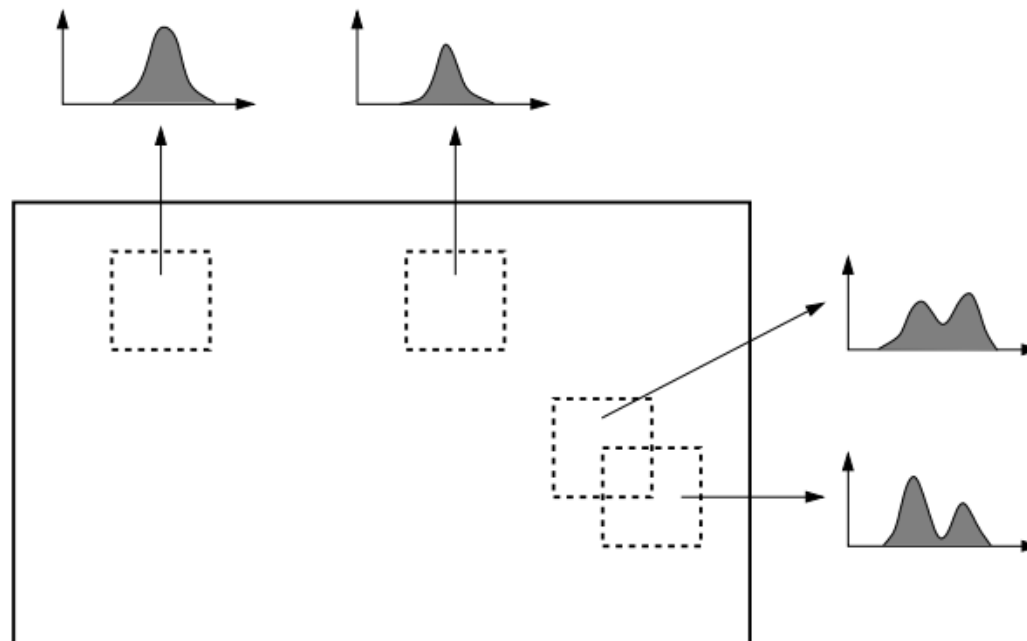
Limiarização Método de Otsu

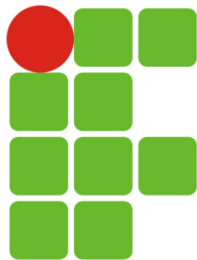
- Calcular o **histograma normalizado** da imagem de entrada, p_i .
- Calcular as **somas acumuladas** $P_i(k)$
- Calcular as **médias acumuladas** $m(k)$.
- Calcular a **média global** m_G .
- Calcular a **variância entre classes** $\sigma_B^2(k)$, para $k = 0, 1, 2, \dots, L - 1$ (L níveis de cinza).
- Procurar nos valores de $\sigma_B^2(k)$ aquele que manifesta **valor máximo**. Se mais de um máximo for encontrado, o limiar ótimo será a média dos valores de k que produziram os máximos.
- Caso contrário, escolha k como limiar.



Limiarização Local

- Em casos nos quais a utilização de um único limiar para segmentar toda a imagem não produza bons resultados, a limiarização local pode ser uma alternativa mais apropriada.
- Uma forma comum de realizar a limiarização local é analisar as intensidades dos pixels em uma região da imagem para determinar limiares locais. Esse processo é ilustrado na figura a seguir.





Limiarização Local

- Algunas medidas estatísticas simples para calcular um limiar local são a media dos valores de intensidade em uma vizinhança local da imagem

$$T = media_v(p)$$

a mediana dos valores:

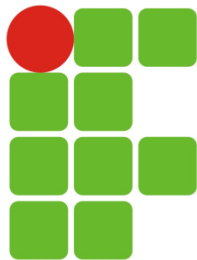
$$T = mediana_v(p)$$

ou a media dos valores mínimo e máximo:

$$T = (min_v(p) + max_v(p)) / 2$$

em que v é uma vizinhança local ao ponto p na imagem.

- Um problema crítico encontrado nas técnicas de limiarização local é a escolha do **tamanho da janela**.
- O tamanho selecionado deve ser suficientemente grande para garantir uma boa estimativa do valor da media, entretanto, sem sofrer distorções por causa da não-uniformidade do fundo.

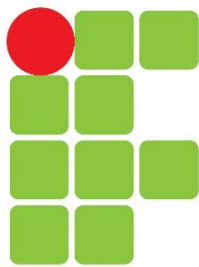


Limiarização Melhorando a segmentação

- Suavização prévia
- Uso de informação de bordas para processar o histograma
- Limiarização local
 - Particionando a imagem em blocos
 - Realizando a limiarização em uma vizinhança de tamanho fixo.
- Usando médias de movimento (segmentação de documentos)
 - z_{k+1} : intensidade do ponto encontrado na etapa de digitalização $k + 1$.
 - média neste novo ponto

$$m(k+1) = \frac{1}{n} \sum_{i=k+2-n}^{k+1} z_i = m(k) + \frac{1}{n}(z_{k+1} - z_{k-n})$$

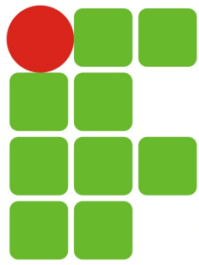
- Uso do limiar $T_{xy} = b \times m_{xy}$, com $b = 0.5$, por exemplo. O valor de n é, via de regra, 4 a 5 vezes a largura média do traço.



INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO
Campus Birigui

Aglomerção de Regiões

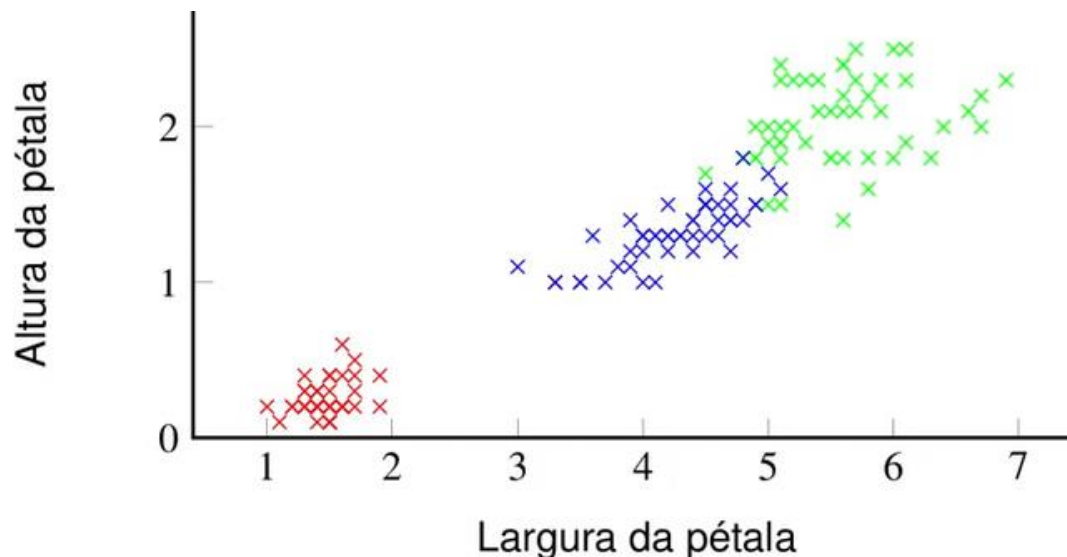
Processamento Digital de
Imagens

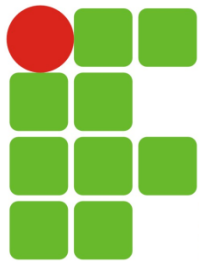


Segmentação por agrupamento

Algoritmo k-médias

- Algoritmo iterativo que classifica um conjunto de vetores em **k classes**.
- A classificação é realizada com base na distância do vetor ao centro do grupo.
- O algoritmo minimiza a soma de todas as distâncias (euclidiana ou outra) entre cada vetor e o centroide do seu grupo.
- Nenhum dos vetores pertence inicialmente a uma classe específica.
 - **Exemplo:** Base de dados Íris (Virginica, Versicolor e Setosa): Largura e altura da pétala.

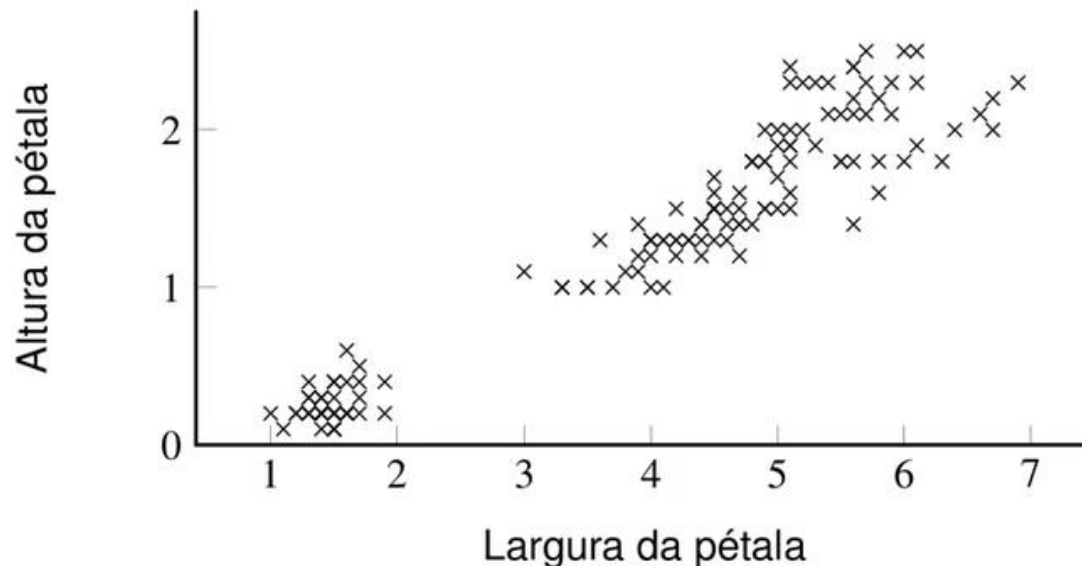


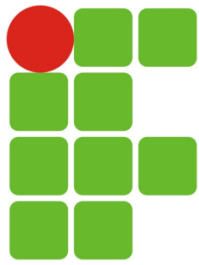


Segmentação por agrupamento

Algoritmo k-médias

- Algoritmo iterativo que classifica um conjunto de vetores em **k classes**.
- A classificação é realizada com base na distância do vetor ao centro do grupo.
- O algoritmo minimiza a soma de todas as distâncias (euclidiana ou outra) entre cada vetor e o centroide do seu grupo.
- Nenhum dos vetores pertence inicialmente a uma classe específica.
 - **Exemplo:** Base de dados Íris (Virginica, Versicolor e Setosa): Largura e altura da pétala.

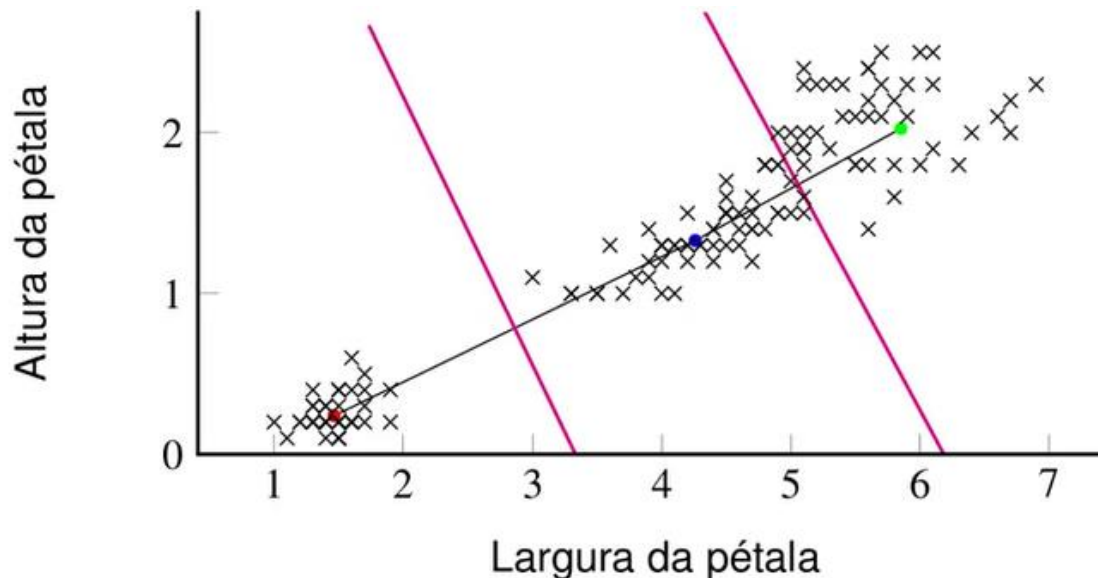


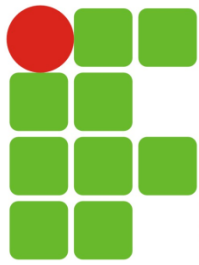


Segmentação por agrupamento

Algoritmo k-médias

- Algoritmo iterativo que classifica um conjunto de vetores em **k classes**.
- A classificação é realizada com base na distância do vetor ao centro do grupo.
- O algoritmo minimiza a soma de todas as distâncias (euclidiana ou outra) entre cada vetor e o centroide do seu grupo.
- Nenhum dos vetores pertence inicialmente a uma classe específica.
 - **Exemplo:** Base de dados Íris (Virginica, Versicolor e Setosa): Largura e altura da pétala.

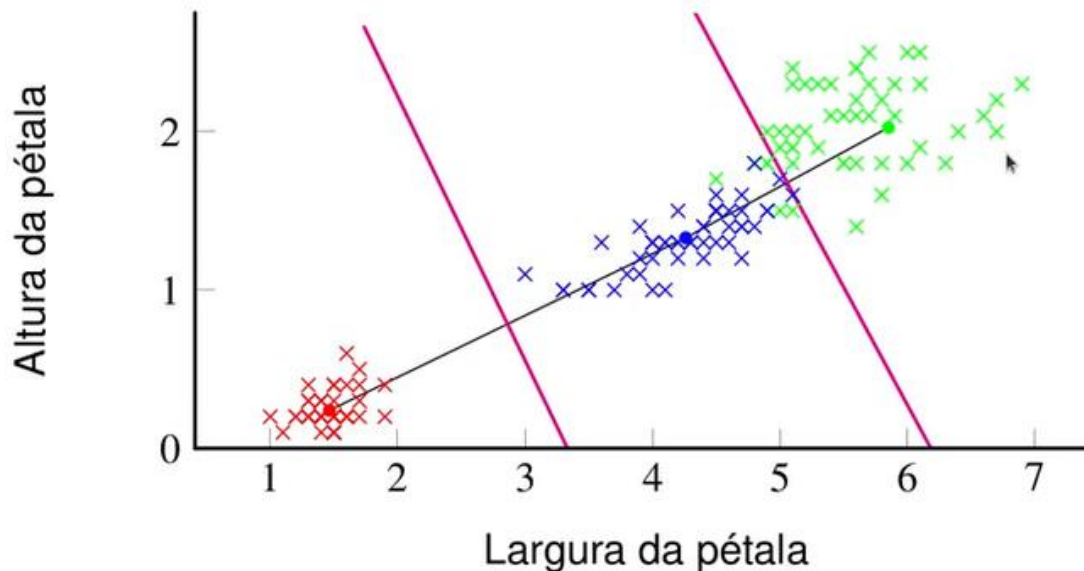


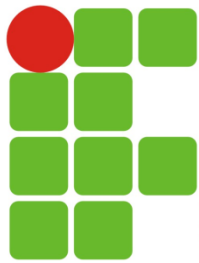


Segmentação por agrupamento

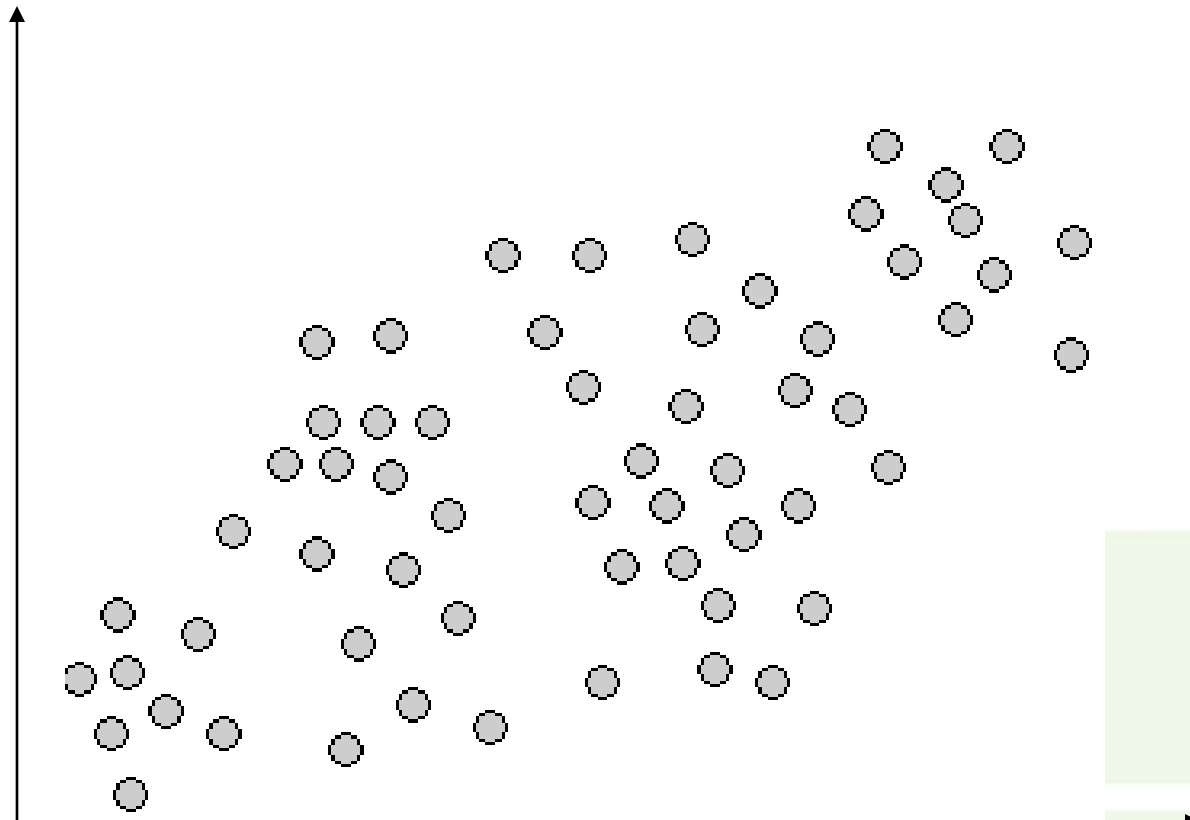
Algoritmo k-médias

- Algoritmo iterativo que classifica um conjunto de vetores em **k classes**.
- A classificação é realizada com base na distância do vetor ao centro do grupo.
- O algoritmo minimiza a soma de todas as distâncias (euclidiana ou outra) entre cada vetor e o centroide do seu grupo.
- Nenhum dos vetores pertence inicialmente a uma classe específica.
 - **Exemplo:** Base de dados Íris (Virginica, Versicolor e Setosa): Largura e altura da pétala.

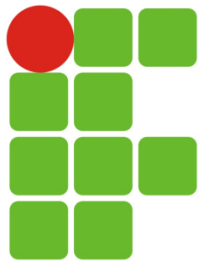




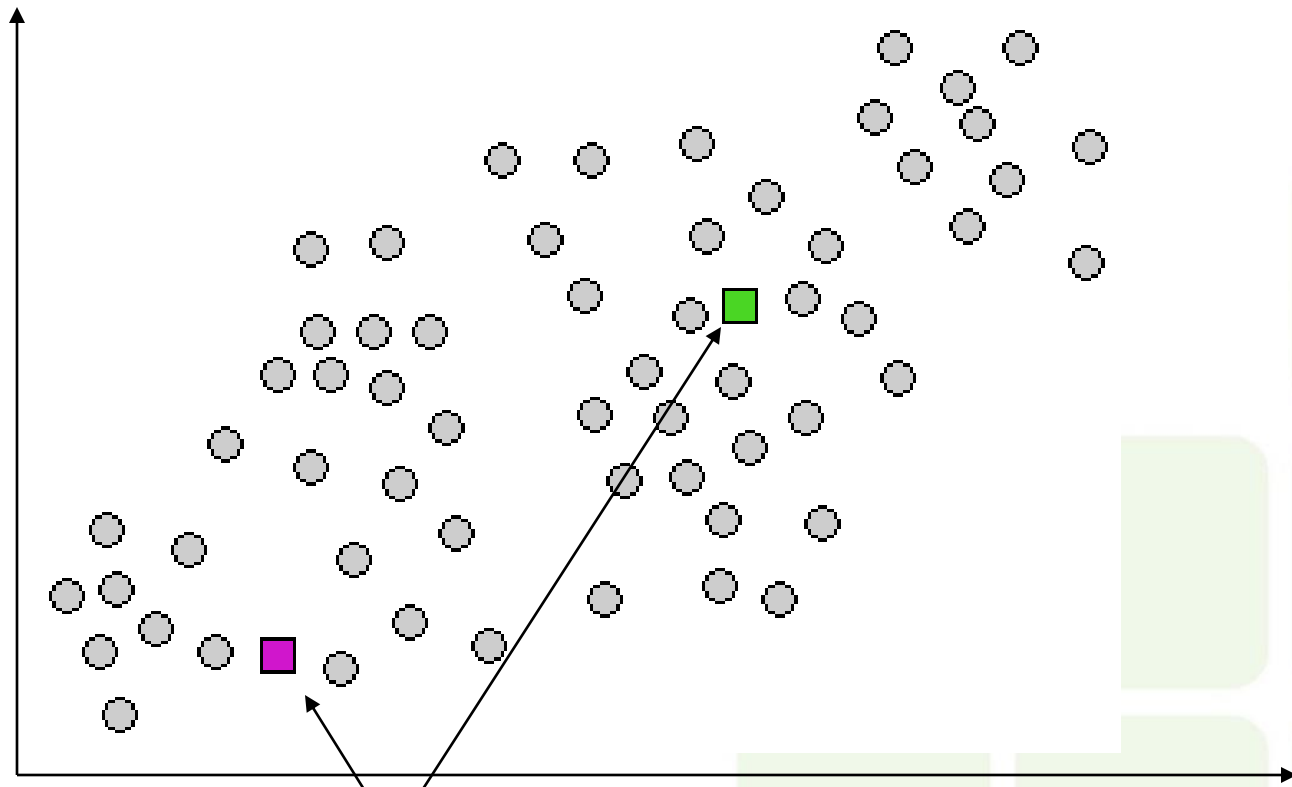
k-Means – Um Exemplo



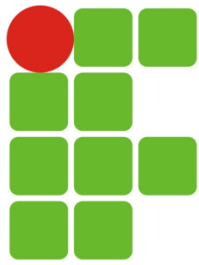
Objetos em um plano 2D



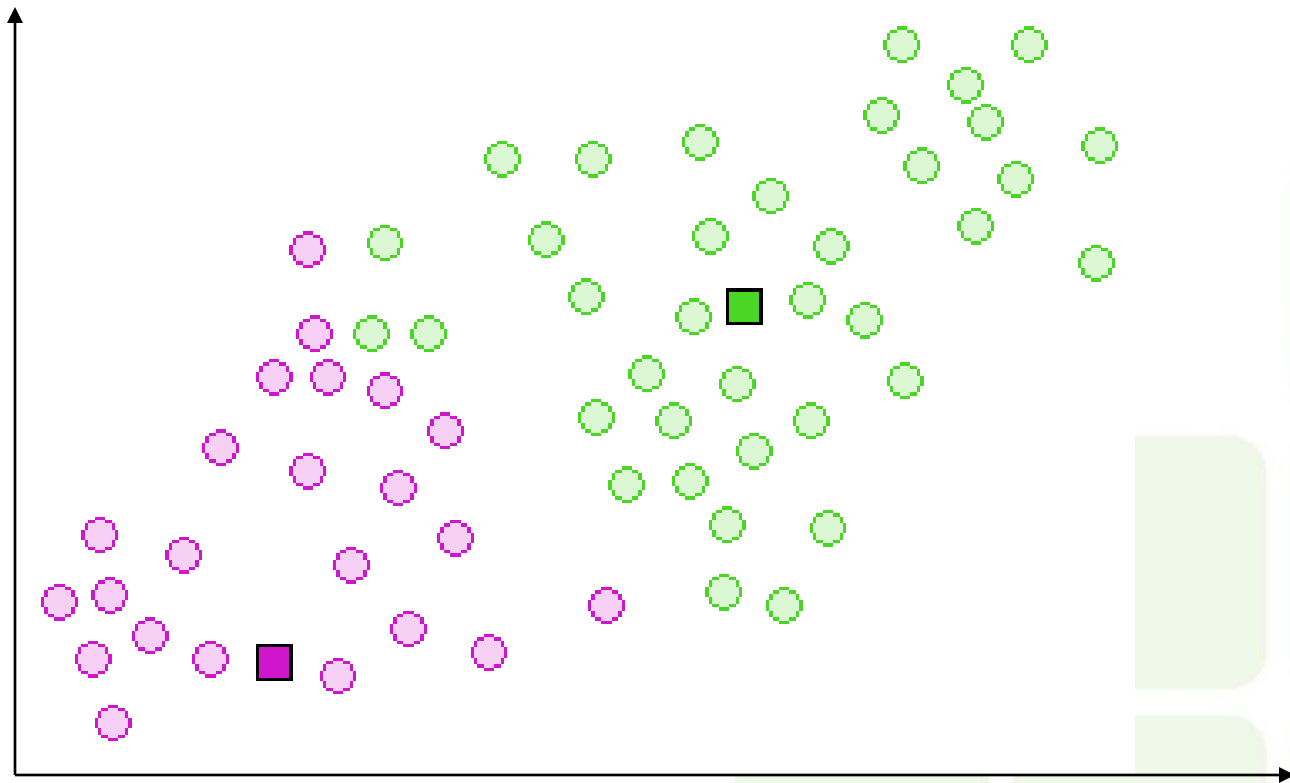
k-médias – Um Exemplo



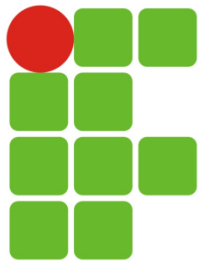
Passo 1: Centróides inseridos aleatoriamente



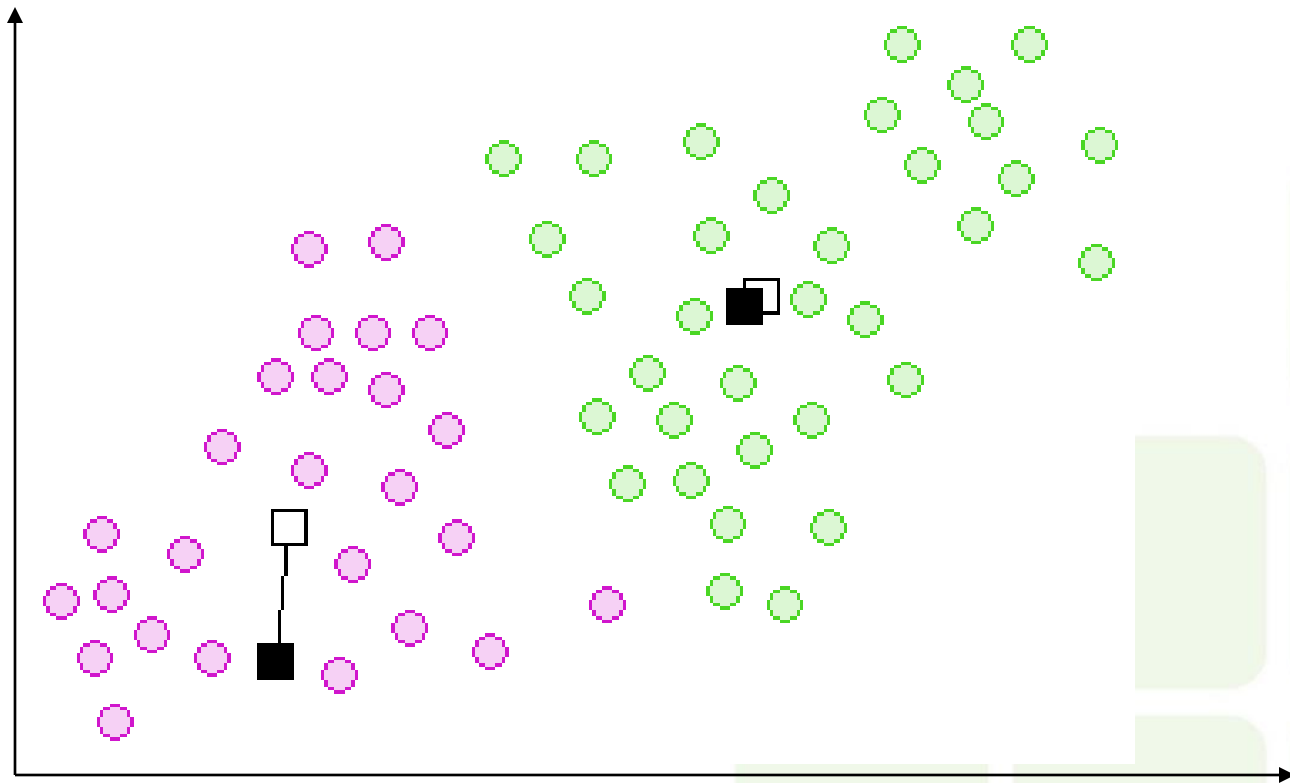
k-médias – Um Exemplo



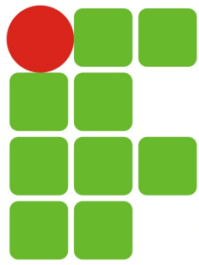
Passo 2: Atribuir a cada objeto o centróide mais próximo



k-médias – Um Exemplo



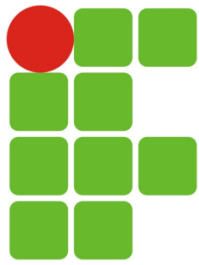
Passo 3: Recalcular os centróides



Segmentação por agrupamento

Algoritmo k-médias

1. Escolha o número de classes para vetores x_i de N características, $i = 1, 2, \dots, N_{amostras}$.
2. Escolha m_1, m_2, \dots, m_k como aproximações iniciais para os centros das classes.
3. Classifique cada amostra x_i usando, por exemplo, um classificador de distância mínima.
4. Recalcule as médias m_j usando o resultado de 3.
5. Se as novas médias são consistentes, finalize o algoritmo. Caso contrário, repita o passo 3 com as novas médias obtidas.



Segmentação por agrupamento

Algoritmo k-médias

- 8 centros
- 1000 iterações

Original

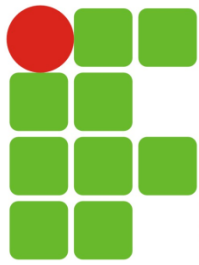


8 Regiões



Cores dos Centroides





Segmentação por agrupamento

Algoritmo k-médias



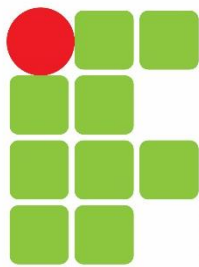
2

4

8

16

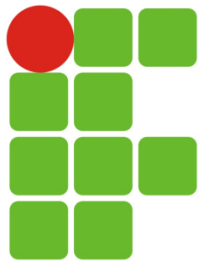
32



INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO
Campus Birigui

Exemplos Python

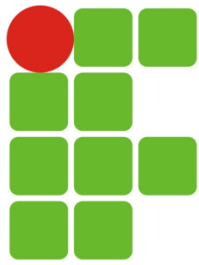
Processamento Digital de Imagens



Exemplos

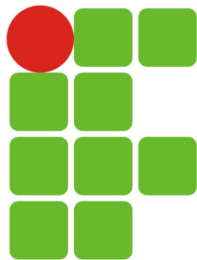
Repositório GitHub com Exemplos:

<https://github.com/murilovarges/DigitalImageProcessingSamples>



Leitura Capítulo 10





Próxima aula

- Descrição
- Representação

Até a próxima aula!