Centro Universitário de Adamantina
Lista de Exercícios de Geometria Analítica e Vetores I - MATRIZES
Curso: ***Ciência da Computação*** **Turma:** ***1º Termo***
Professora: ***Simone***

1. Construa as matrizes: A = $(a_{ij})_{3x3}$ tal que $a_{ij} = i - j$.

   B = $(b_{ij})_{3x3}$ tal que $b_{ij} = \begin{cases} 1, & se \quad i = j \\ 0, & se \quad i \neq j \end{cases}$

   C = $(c_{ij})_{3x3}$ tal que $c_{ij} = \begin{cases} 1, & se \quad i + j = 4 \\ 0, & se \quad i + j \neq 4 \end{cases}$

   D = $(d_{ij})_{3x2}$ tal que $d_{ij} = \begin{cases} 1, & se \quad i = j \\ i^2, & se \quad i \neq j \end{cases}$

2. Determine x e y de modo que se tenha $\begin{bmatrix} 2x & 3y \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+1 & 2y \\ 3 & y+4 \end{bmatrix}$

3. Determine x, y, z e t para que se tenha $\begin{bmatrix} x^2 & 2x & y \\ 4 & 5 & t^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & x & 3 \\ z & 5t & t \end{bmatrix}$

4. Dadas $A = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$ calcule A + B e A – B.

5. Dadas $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 3 & 9 & 11 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 10 & 12 \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -5 \\ 1 & 4 & 7 \end{bmatrix}$ calcule:

   (a) A + B + C (b) A – B + C (c) A – B – C (d) – A + B - C

6. Sejam as matrizes A = $(a_{ij})_{3x2}$, em que a_{ij} = i + 2j, e B = $(b_{ij})_{3x2}$, em que b_{ij} = 1 + i + j.
   a) Determine a matriz A + B;
   b) Determine a matriz D = A – B. Como você representaria, genericamente, um elemento d_{ij} de D?

7. Sejam as matrizes A = $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \\ 0 & 5 & -4 \end{pmatrix}$ e B = $(b_{ij})_{3x3}$, em que b_{ij}= i – j. Determine a matriz ½ A + 4B.

8. Se $A = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ determine X tal que:
   (a) 2X + A = 3B + C
   (b) X + A = ½(B – C)
   (c) 3X + A = B – X
   (d) ½(X – A – B) = 1/3(X – C)

9. Determine as matrizes X e Y que satisfazem o sistema $\begin{cases} X + Y = 3A \\ X - Y = 2B \end{cases}$ sendo

   $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$

10. Calcule os seguintes produtos:

$(a)\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}4 & 7\\ 2 & 3\end{bmatrix}$ $(b)\begin{bmatrix}1\\ 2\\ 3\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}3 & 1 & 1 & 2\end{bmatrix}$ $(c)\begin{bmatrix}1 & 5 & 2\\ -1 & 4 & 7\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1 & -1\\ 2 & 3\\ -3 & 0\end{bmatrix}$

$(d)\begin{bmatrix}1 & -1 & 5 & 0\\ 2 & 3 & 7 & 1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1 & 1\\ 2 & 1\\ 3 & 1\\ 1 & 1\end{bmatrix}$ $(e)\begin{bmatrix}1 & -1\\ 2 & 2\\ 3 & 4\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & -5 & 1\end{bmatrix}$ $(f)\begin{bmatrix}0 & 1 & 1\\ 2 & 2 & 0\\ 0 & 3 & 4\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1 & 4 & 7\\ 0 & 0 & 1\\ 1 & 2 & 0\end{bmatrix}$

11. Calcule A.B.C, sendo dadas: $A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 5 & 1\end{bmatrix}$; $B=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 3 & 2 & 1\end{bmatrix}$ $e\ C=\begin{bmatrix}3 & 1\\ 1 & 0\\ 2 & -1\end{bmatrix}$.

12. Considere as matrizes:
    A = (a_{ij}), 4 x 7, definida por $a_{ij} = i - j$
    B = (b_{ij}), 7 x 9, definida por $b_{ij} = i$
    C = (c_{ij}), C = AB.
    Determine o elemento c_{23}.

13. Calcule os produtos:

$(a)\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & 2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1 & 1 & 2\\ 1 & 3 & 5\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}7\\ 5\\ 0\end{bmatrix}$ $(b)\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}2 & 3\\ 5 & 7\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 1 & 2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$

14. Resolva a equação matricial:

$(a)\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}3 & 1\\ -2 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5 & 7\\ -5 & 9\end{bmatrix}$ $(b)\begin{bmatrix}1 & 3\\ -2 & 2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5 & 7\\ -5 & 9\end{bmatrix}$

$(c)\begin{bmatrix}a & b & c\\ d & e & f\\ g & h & i\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 0\\ 2 & 1 & 1\end{bmatrix}$ $(d)\begin{bmatrix}-2 & 1\\ 1 & -2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}9\\ 3\end{bmatrix}$

15. Sabendo – se que $A=\begin{bmatrix}x & 1 & 2\\ 3 & y & 5\\ 2 & 3 & z\end{bmatrix}$, B = ($b_{ij}$) é uma matriz diagonal ($b_{ij} = 0$ se $i \neq j$) e $AB=\begin{bmatrix}2 & 3 & 10\\ 6 & 12 & 25\\ 4 & 9 & 20\end{bmatrix}$.

    Determine x, y, z.

16. Determine x, y e z para que a matriz $\begin{bmatrix}1 & x & 5\\ 2 & 7 & -4\\ y & z & -3\end{bmatrix}$ seja simétrica.

17. Uma matriz A, quadrada de ordem n é dita ***anti-simétrica*** quando $A^T = -A$. Determine então x, y e z para que a matriz $\begin{bmatrix}0 & -4 & 2\\ x & 0 & 1-z\\ y & 2z & 0\end{bmatrix}$ seja anti-simétrica.

18. Sejam as matrizes A = $(a_{ij})_{6x3}$, em que $a_{ij} = i + j$, e B = $(b_{jk})_{3x4}$, em que $b_{jk} = 3j - 2k$. Sendo C = $(c_{ij})_{6x4}$ a matriz produto A.B, determine o elemento c_{52}.

19. Dois alunos, A e B, apresentaram a seguinte pontuação em uma prova de português e em outra de matemática

	Português	**Matemática**
Aluno A	4	6
Aluno B	9	3

a) Se o peso da prova de português é 3 e o da prova de matemática é x, obtenha através de um produto de matrizes, a matriz que fornece a pontuação total dos alunos A e B.

b) Qual deve ser o valor de x a fim de que A e B apresentem mesma pontuação?

20. Um *fast-food* de sanduíches naturais vende dois tipos de sanduíche, A e B, utilizando os ingredientes (queijo, atum salada, rosbife) nas seguintes quantidades (em gramas) por sanduíche:

	Sanduíche A	**Sanduíche B**
Queijo	18	10
Salada	26	33
Rosbife	23	12
Atum	-	16

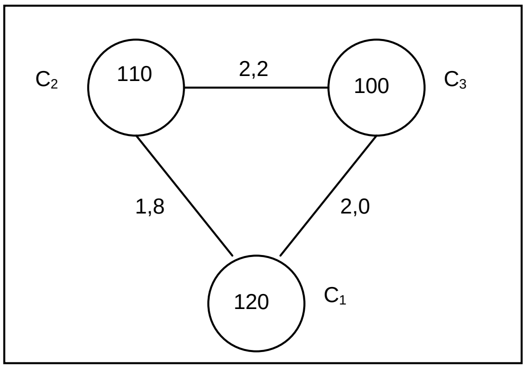
Durante um almoço foram vendidos 6 sanduíches do tipo A e 10 sanduíches do tipo B. Qual foi a quantidade necessária de cada ingrediente para a preparação desses 16 sanduíches? Represente-a na forma de produto de matrizes.

21. A tabela abaixo mostra as notas obtidas pelos alunos A, B e C nas provas de português, matemática e conhecimentos gerais em um exame vestibular.

	Português	Matemática	Conhecimentos Gerais
Aluno A	4	6	7
Aluno B	9	3	2
Aluno C	7	8	10

Se os pesos das provas são 7 (em Português), 6 (em Matemática) e 5 (em Conhecimentos Gerais), determine a nota total final de cada aluno utilizando matrizes. (Os pesos não correspondem à médias ponderadas).

22. Uma medida no sentido de desafogar o trânsito é o planejamento na construção de edifícios públicos. O diagrama ao lado representa três bairros, C_1, C_2 e C_3, com as respectivas populações de alunos e distâncias entre eles, em quilômetros.



Deseja-se construir uma escola em um desses bairros, de tal maneira que a distância percorrida por todos os alunos seja a mínima possível. A matriz X que representa as distâncias entre as localidades é dada por $X = [d_{ij}]$, onde d_{ij} é a distância entre C_i e C_j, $1 \le i \le 3$, $1 \le j \le 3$. Classifique cada uma das afirmações como verdadeira (V) ou falsa (F):

a) $$X = \begin{bmatrix} 0 & 1{,}8 & 2 \\ 1{,}8 & 0 & 2{,}2 \\ 2 & 2{,}2 & 0 \end{bmatrix}$$

b) Se $Y = [120 \quad 110 \quad 100]^T$ é a matriz coluna das populações então $X.Y = [398 \quad 436 \quad 482]^T$

c) A localidade escolhida para a construção da escola deve ser C_2.

23. Se $A = \begin{bmatrix} 2 & x^2 & x \\ 1 & 0 & 5-y \\ -1 & y-3 & 1 \end{bmatrix}$ é simétrica, qual o valor de $\dfrac{x+y}{3}$?

24. Suponhamos que um jornal esportivo, o *Brasil*, circule em todo o país. Seu preço varia de acordo com o Estado em que é vendido, pois leva-se em consideração a distância ao Estado de São Paulo, onde ele é produzido. As bancas de jornal "Leia Já", que distribuem o jornal *Brasil*, fazem parte de uma rede com sede em São Paulo e filiais em Belo Horizonte, Salvador e recife. O proprietário da rede decidiu, durante uma semana, fazer um levantamento sobre a arrecadação gerada pelas vendas do jornal, a fim de estimar qual fração dessa receita as vendas do domingo representavam. Na semana em que foi realizado o levantamento, foram vendidas as seguintes quantidades:

Número de exemplares vendidos		
Cidade	De segunda-feira a sábado	domingo
São Paulo	248	46
Belo Horizonte	93	32
Salvador	62	29
Recife	57	25

Na tabela seguinte, é possível encontrar o preço de venda do *Brasil* em cada cidade citada:

Cidade	Preço (em reais)
São Paulo	1,50
Belo Horizonte	2,00
Salvador	2,60
Recife	3,00

Qual foi a receita obtida pelas vendas de *Brasil* de segunda-feira a sábado nessas cidades? E de domingo? (Resolva utilizando matrizes)

25. Em um laboratório, as substâncias A, B e C são a matéria-prima utilizada na fabricação de dois medicamentos. O Mariax é fabricado com 5 g de A, 8 g de B e 10 g de C e o Luciax é fabricado com 9 g de A, 6 g de B e 4 g de C. Os preços dessas substâncias estão em constante alteração e, por isso, um funcionário criou um programa de computador para enfrentar essa dificuldade. Fornecendo-se ao programa os preços X, Y e Z de um grama das substâncias A, B e C, respectivamente, o programa apresenta uma matriz C, cujos elementos correspondem aos preços de custo da matéria-prima do Mariax e do Luciax. Através de qual produto de matrizes podemos obter C?

Respostas :

1. $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$; $C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; $D = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \\ 9 & 9 \end{bmatrix}$

2. x = 1; y = 0

3. x = 0; y = 3; z = 4; t = 1

4. $A + B = \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 9 & 6 \end{bmatrix}$; $A - B = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$

5. $A+B+C = \begin{bmatrix} 3 & 8 & 8 \\ 12 & 23 & 30 \end{bmatrix}$; $A-B+C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -4 \\ -4 & 3 & 6 \end{bmatrix}$; $A-B-C = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 6 \\ -6 & -5 & -8 \end{bmatrix}$; $-A+B-C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 4 & -3 & -6 \end{bmatrix}$

6. a) $\begin{pmatrix} 6 & 9 \\ 8 & 11 \\ 10 & 13 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $d_{ij} = -1 + j$

7. $\begin{bmatrix} 1 & -\frac{7}{2} & -8 \\ \frac{7}{2} & 1 & -3 \\ 8 & \frac{13}{2} & -2 \end{bmatrix}$

8. (a) $X = \begin{bmatrix} 5/2 & -1 \\ 6 & 3/2 \end{bmatrix}$ (b) $X = \begin{bmatrix} 0 & -15/2 \\ -1 & -9/2 \end{bmatrix}$ (c) $X = \begin{bmatrix} 1/4 & -3/2 \\ 1/2 & -3/4 \end{bmatrix}$ (d) $X = \begin{bmatrix} 9 & 20 \\ 14 & 27 \end{bmatrix}$

9. $X = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$; $Y = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -3 & 6 \end{bmatrix}$

10. (a) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 2 \\ 6 & 2 & 2 & 4 \\ 9 & 3 & 3 & 6 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 5 & 14 \\ -14 & 13 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 14 & 5 \\ 30 & 13 \end{bmatrix}$ (e) $\begin{bmatrix} -3 & 7 & 2 \\ 10 & -6 & 8 \\ 19 & -14 & 13 \end{bmatrix}$ (f) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 8 & 16 \\ 4 & 8 & 3 \end{bmatrix}$

11. $(AB)C = \begin{bmatrix} 32 & 4 \\ 43 & 2 \end{bmatrix}$ 12. - 84 13. (a) $\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 14 & 2 \end{bmatrix}$

14. (b) $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25/8 & -13/8 \\ 5/8 & 23/8 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ (d) x = -7; y = -5

15. x = 1; y = z = 4

16. x = 2; y = 5; z = -4

17. x = 4; y = -2; z = -1

18. 48

19. a) $\begin{pmatrix} 12+6x \\ 27+3x \end{pmatrix}$ b) x = 5

20. 208 g de queijo, 486 g de salada, 258 g de rosbife e 160 g de atum.

21. $\begin{pmatrix} 99 \\ 91 \\ 147 \end{pmatrix}$

22. a) V b) V c) F

23. 1

24. $\begin{pmatrix} 890,20 \\ 283,40 \end{pmatrix}$

25. $C = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 10 \\ 9 & 6 & 4 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$