

## Complexidade de Algoritmos I – 2022 - ATIVIDADE 3

Nome: VINICIUS MESQUINI DE OLIVEIRA

RA: 009319

- 1) Sejam  $T1(n) = 3n + 3n \log_2 n + 25 \log_3 n$ ,  $T2(n) = 15n + 3n^2 + 9n^2 \log_2 n + 8$  e  $T3(n) = 5n^3 + 7n^2 + 2$ , apresente as equações que descrevem a ordem de complexidade de tempo dos algoritmos Alg1, Alg2 e Alg3, respectivamente, para entradas de tamanho  $n$ .

Alg1:  $n \log n$   
Alg2:  $n^2 \log n$   
Alg3:  $n^3$

- 2) Um método de ordenação de complexidade  $O(\log n)$  gasta exatamente 2 milissegundos para ordenar 10000 elementos. Supondo que o tempo  $T(n)$  para ordenar  $n$  desses elementos é diretamente proporcional a  $\log n$ , ou seja,  $T(n) = c \cdot \log n$ :

- a) Estime a constante  $c$  utilizando uma base conveniente para o logaritmo.

$$\begin{aligned} t(10000) &= c \cdot \log n & 2 &= c \cdot 4 & c &= 1/2 = 0.5 \\ 2 &= c \cdot \log(10000) & c &= 2/4 \end{aligned}$$

- b) Estime o tempo consumido por esse algoritmo, em segundos, para ordenar 1000000 elementos.

$$\begin{aligned} t(1000000) &= 1/2 \cdot \log(1000000) & t(1000000) &= 3 \text{ ms} \\ t(1000000) &= 1/2 \cdot 6 \end{aligned}$$

- 3) Suponha que cada expressão abaixo represente o tempo  $T(n)$  consumido por um algoritmo para resolver um problema de tamanho  $n$ . Escreva os termos(s) dominante(s) para valores muito grandes de  $n$  e especifique o menor limite assintótico superior  $O(n)$  possível para cada algoritmo.

Expressão	Termo(s) Dominante(s)	$O(\dots)$
$5 + 0.01n^2 + 0.52n^4$	$0.52n^4$	$O(n^4)$
$100n + 0.01n^3$	$0.01n^3$	$O(n^3)$
$5n^2 + 10n^{1.5} + 5n$	$5n^2$	$O(n^2)$
$13n + 4n^2$	$4n^2$	$O(n^2)$
$0.3n + 5n^{1.5} + 2.5n^{1.75}$	$2.5n^{1.75}$	$O(n^{1.75})$
$n^3 \log_2(n) + 5n(\log_3(n))^2$	$n^3 \log n$	$O(n^3 \log n)$
$2n + n^{1.5} + 0.5n^2$	$0.5n^2$	$O(n^2)$
$n^2 \log_3(n) + n^2 \log_2(n)$	$n^2 \log n$	$O(n^2 \log n)$
$5n^2 \log_2(n) + 2n^3 + 10n$	$2n^3$	$O(n^3)$
$5n^2 + n^3 \log n$	$n^3 \log n$	$O(n^3 \log n)$

- 4) Analise o algoritmo abaixo, escrito em C, que recebe dois vetores,  $a$  e  $b$ , de tamanhos iguais  $n$  e determine o menor limite assintótico superior para o pior caso em função do parâmetro  $n$ .

```
float fc(float *v1, float *v2, int n, int op){
    int i=0;
    float r = 0;
    if(op ==1){
        for(;i<n;i++){
            r += v1[i] + v2[i];
        }
    }
    else{
        r = 1;
        for(;i<n;i++){
            for(int j=i;j<n;j++){
                r *= v1[i]*v2[j];
            }
        }
    }
}
```

```
else{
    r = 1
    for(n){
        for(n){
        }
    }
}
_____
n * n
_____
n²
```

- 5) Encontre o menor limite assintótico superior para o algoritmo abaixo, escrito C:

```
int menor(int vetor[], int n){
    int menor = MAX_INT;
    para i=1 ate n faça
        se (vetor[i] < menor)
            menor = vetor[i];
    se menor < 0
        para i=1 ate n faça
            para j=1 ate n faça
                vetor[i] = vetor[i]^(i+j);
    retorna(menor);
}
```

```
n { 1 _____ } n
}
se menor < 0
n {
    n {
        1 _____ } n²
    }
}
retorna ;
```

$\Omega(n)$   
 $O(n^2)$

- 6) Suponha que ofereçam a você dois pacotes de software, **A** e **B**, para processamento dos dados da sua empresa, que contêm  $10^6$  registros. Sabendo que o tempo de processamento médio do pacote **A** é  $T_A(n) = 2n^2$  milissegundos, e o tempo médio de **B** é  $T_B(n) = 1000n$  milissegundos, responda:

a) Qual desses pacotes é o mais indicado para processar os dados da empresa?

b) A partir de quantos registros um dos pacotes passa a ser melhor que o outro?

**A:** Cálculo  $T_A(n) = 2n^2$  :  
 $T_A(10^6) = 2(10^6)^2$   
 $T_A(10^6) = 2 \cdot 10^{12}$  ms  
 $T_A(10^6) = 2 \cdot 10^9$  seg

Cálculo  $T_B(n) = 1000n$  :  
 $T_B(10^6) = 1000 \cdot 10^6$   
 $T_B(10^6) = 10^9$  ms  
 $T_B(10^6) = 10^6$  seg

$T_A(10^6) > T_B(10^6)$ ,  
 o pacote B é melhor para empresa

**B:**  $T_A(n) = T_B(n)$

$$2 \cdot n^2 = 1000 \cdot n \Rightarrow 2n^2 - 1000n = 0$$

$$n = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$n = \frac{1000 \pm \sqrt{1000^2 - 4 \cdot 2 \cdot 0}}{2 \cdot 2}$$

$$n = \frac{1000 \pm 1000}{4} = n_1 = \frac{2000}{4} = 500 \quad n_2 = \frac{0}{4} = 0$$

Como valor 0 não corresponde, sobra o valor 500, podemos afirmar que o pacote B passa a ser melhor a partir de  $n = 500$