

PROPOSIÇÕES

Proposições é uma sentença declarativa, que exprime um pensamento.

O valor lógico de uma proposição é a verdade (1), quando ela é verdadeira; ou a falsidade (0), quando é falsa.

Ex:

p: O Japão fica na África. $V(p) = 0$

q: O Brasil ganhou a Copa do Mundo em 1970 no México. $V(q) = 1$

A proposição pode ser simples: É a que não contém nenhuma outra proposição como parte integrante de si mesma. Indicaremos por letras minúsculas do alfabeto.

Ex:

p: O sol é verde. $V(p) = 0$

q: O número 16 é quadrado perfeito. $V(q) = 1$

r: O número 10 é ímpar. $V(r) = 0$

A proposição composta: é formada por duas ou mais proposições relacionadas pelos conectivos “e”, “ou” e “se...então”. São habitualmente designadas pelas letras latinas maiúsculas P, Q, R..., também chamadas de letras proporcionais.

Uma proposição composta P é formada pelas proposições simples p, q, r, escreve-se: P(p,q,r).

Ex:

P: O número 4 é quadrado perfeito **e** o número 3 é ímpar.

$V(P) = 1$

Q: O triângulo abc é retângulo **ou** isósceles. $V(Q) = 1$

R: **Se** João estuda, **então** sabe a matéria. $V(R) = 1$

Princípios Fundamentais da Lógica Matemática.

a) Não-Contradição: não pode ser simultaneamente “FALSA” e “VERDADEIRA”.

b) Terceiro excluído: Só pode ser falsa ou verdadeira, não ocorrendo um terceiro caso.

Tabela Verdade

Pelo princípio do terceiro excluído, toda proposição só pode ser $V(p)=1$ ou $V(p)=0$, ou seja, $V(\text{verdadeira})$ ou $F(\text{falsa})$.

Teorema: O número de linhas de uma tabela verdade é dado por 2^n , onde n é o número de proposições dadas.

$2 = 2$ linhas

$2^2 = 4$ linhas

$2^3 = 8$ linhas

p

0
1

p

$V(p,q)$

p	q
0	0
0	1
1	0
1	1

$V(p,q,r)$

p	q	r
0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

Operações Lógicas sobre Proposições

1. NEGAÇÃO (') (\neg)

Seja p uma proposição.

Negação $\rightarrow p'$ (não p)

Então se : $V(p') = 0$ (falsidade)

$V(p) = 1$ (verdadeiro)

se: $V(p) = 0$ (falso)

$V(p') = 1$ (verdadeiro)

p	p'
0	1
1	0

Ex:

a) q : João é estudante $V(q) = 0$

b) q' : João não é estudante $V(q') = 1$

Outra maneira de efetuar a **Negação** consiste em antepor à proposição dada expressões tais como: “não é verdade que”, “é falso que”.

Ex: q : Carlos é mecânico.

q' : Não é verdade que Carlos é mecânico.

q' : É falso que Carlos é mecânico.

2. CONJUNÇÃO (.) (\wedge)

A conjunção de duas proposições p e q é uma proposição verdadeira quando $V(p) = V(q) = 1$, e falsa nos demais casos.

Lê-se " p e q ", e indica " $p \wedge q$ " ou " $p . q$ ".

p	q	$p.q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Ex:

$$a) \quad r: 1 + 1 = 2 \quad V(r) = 1$$

$$s: 0 \times 2 = 0 \quad V(s) = 1$$

$$V(r . s) = 1$$

3. DISJUNÇÃO INCLUSIVA OU SOMA LÓGICA (+) (\vee)

A disjunção de duas proposições p e q é falsa quando $V(p) = V(q) = 0$ e verdadeira nos demais casos. Lê-se " p ou q ", e indica " $p \vee q$ " ou " $p + q$ ".

p	q	$p + q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Ex:

$$a) p: \pi = 3 \quad V(p) = 0$$

$$r: 9 - 3 = 6 \quad V(r) = 1$$

$$V(p + r) = 1$$

4. DISJUNÇÃO EXCLUSIVA \oplus

A disjunção exclusiva de duas proposições p e q é uma proposição verdadeira somente quando $V(p) \neq V(q)$ e falsa quando $V(p) = V(q)$. Lê-se p ou q , mas não ambas.

p	q	$p \oplus q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Ex. p : Mário é alagoano $V(p) = 1$

q : Mário é gaúcho $V(q) = 0$
 $V(p + q) = 1$

5. CONDICIONAL (\rightarrow)

O condicional de duas proposições p e q é uma proposição falsa quando $V(p) = 1$ e $V(q) = 0$, sendo verdadeira nos demais casos. Lê-se "se p então q ".

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$
0	0	1	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	1	1

Ex: p: O mês de Maio tem 31 dias $V(p) = 1$

q: A Terra é plana $V(q) = 0$

Se o mês de Maio tem 31 dias, então a Terra é plana.

$$V(p \rightarrow q) = 0$$

6. BICONDICIONAL (\leftrightarrow)

A bicondicional de duas proposições p e q é verdadeira

quando $V(p) = V(q)$ e falsa quando $V(p) \neq V(q)$. A

proposição é representada por "p se e somente se q).

p	q	$p \leftrightarrow q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Ex: p: Roma fica na Europa $V(p) = 1$

q: A neve é branca $V(q) = 1$

Roma fica na Europa se e somente se a neve é branca.

$$V(p \leftrightarrow q) = 1$$

Exercícios

1. Dar os valores lógicos das proposições :

p1: $3 + 5 = 8$ $V(p1)=$

p2: $3 + 9 = 5$ $V(p2)=$

p3: Colombo descobriu a Ásia $V(p3)=$

p4: $(8-3)^2 = 8^2 - 3^2$ $V(p4)=$

p5: 1 e -1 são raízes da equação $x^2 - 1 = 0$ $V(p5)=$

p6: As diagonais do quadrado são diferentes. $V(p6)=$

p7: Todo número divisível por 3 tem como soma de seus algarismos um número divisível por 3. $V(p7):$

p8: O produto de dois números ímpares é sempre um número ímpar. $V(P8)=$

2. Dadas as proposições:

p: Maria é bonita.

q: Maria é elegante.

Escrever na linguagem simbólica:

a) Maria é bonita e elegante.

$$p \cdot q$$

b) Maria é bonita mas não é elegante.

$$p \cdot q'$$

c) Não é verdade que Maria é feia ou elegante.

$$(p' + q)'$$

d) Maria não é bonita nem elegante.

$$p' \cdot q'$$

e) Maria é bonita ou é feia e elegante.

$$p + (p' \cdot q)$$

f) É falso que Maria é feia ou que não é elegante.

$$(p' + q')'$$

3. p: João joga futebol.

q: João joga tênis.

a) $p + q$ João joga futebol ou joga tênis.

b) $p \cdot q$ João joga futebol e joga tênis.

c) $p \cdot q'$ João joga futebol e não joga tênis.

d) $p' \cdot q'$ João não joga futebol e não joga tênis.

e) $(p')'$ É falso que João não joga futebol.

f) $(p' \cdot q')'$ É falso que João não joga futebol e não joga tênis.

4. Sabendo que $V(p) = 1$ e $V(q) = 0$

Determinar o valor lógico das proposições:

a) $p \cdot q'$ $1 \cdot 1 = 1$ $V(p \cdot q') = 1$

b) $p + q'$ $1 + 1 = 1$ $V(p + q') = 1$

c) $p' \cdot q$ $0 \cdot 0 = 0$ $V(p' \cdot q) = 0$

d) $p' \cdot q'$ $0 \cdot 1 = 0$ $V(p' \cdot q') = 0$

e) $p' + q'$ $0 + 1 = 1$ $V(p' + q') = 1$

f) $p \cdot (p' + q)$ $1 \cdot (0 + 0) = 1 \cdot 0 = 0$ $V(p \cdot (p' + q)) = 0$

Lista de Exercícios

1. Sabendo-se que $V(p) = 1$, $V(q) = 0$ e $V(r) = 0$, determinar o valor lógico (0 ou 1) da proposição:

a) $P(p,q) = (p + q) \leftrightarrow p' \cdot q'$

b) $P(p,q,r) = (q \leftrightarrow (r \rightarrow p')) + ((q' \rightarrow p) \leftrightarrow r)$

2. Construir as tabelas-verdade das seguintes proposições:

a) $(p \cdot q) \rightarrow (p + q)$

b) $(p \leftrightarrow q') \leftrightarrow (p \rightarrow q)$

c) $(p \rightarrow q')'$

d) $q \leftrightarrow (q' \wedge p)$

e) $(p \wedge q \rightarrow r) \vee (p' \leftrightarrow q \vee r')$

3. Dizer quais as proposições que satisfazem as tabelas-verdade abaixo:

a)

p	q	?
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

b)

p	q	?
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

c)

p	q	?
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0