Complexidade de Algoritmos I – 2022 - ATIVIDADE 3

Nome:____ RA: _______________

1) Sejam $T1(n) = 3n + 3n\log_2 n + 25\log_3 n$, $T2(n) = 15n + 3n^2 + 9n^2\log_2 n + 8$ e $T3(n) = 5n^3 + 7n^2 + 2$, apresente as equações que descrevem a ordem de complexidade de tempo dos algoritmos Alg1, Alg2 e Alg3, respectivamente, para entradas de tamanho n.
   Alg1: $O(n\log n)$
   Alg2: $O(n^2\log n)$
   Alg3: $O(n^3)$

2) Um método de ordenação de complexidade $O(\log n)$ gasta exatamente 2 milissegundos para ordenar 10000 (10^4) elementos. Supondo que o tempo $T(n)$ para ordenar n desses elementos é diretamente proporcional a $\log n$, ou seja, $T(n) = c.\log n$:

   a) Estime a constante c utilizando uma base conveniente para o logaritmo.

$$2 = c.\log_{10} 10^4$$
$$2 = 4c$$
$$c = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

   b) Estime o tempo consumido por esse algoritmo, em segundos, para ordenar 1000000 (10^6) elementos.

$$T(10^6) = 0{,}5 * \log_{10} 10^6$$
$$T(10^6) = 0{,}5 * 6$$
$$T(10^6) = 3\, milissegundos = 0{,}003\, segundos$$

3) Suponha que cada expressão abaixo represente o tempo $T(n)$ consumido por um algoritmo para resolver um problema de tamanho n. Escreva os termos(s) dominante(s) para valores muito grandes de n e especifique o menor limite assintótico superior $O(n)$ possível para cada algoritmo.

Expressão	Termo(s) Dominante(s)	$O(\dots)$
$5 + 0.01n^2 + 0.52n^4$	$0.52n^4$	$O(n^4)$
$100n + 0.01n^3$	$0.01n^3$	$O(n^3)$
$5n^2 + 10n^{1.5} + 5n$	$5n^2$	$O(n^2)$
$13n + 4n^2$	$4n^2$	$O(n^2)$
$0.3n + 5n^{1.5} + 2.5n^{1.75}$	$2.5n^{1.75}$	$O(n^{1.75})$
$n^3 \log_2(n) + 5n(\log_3(n))^2$	$n^3 \log_2(n)$	$O(n^3 \log n)$
$2n + n^{1.5} + 0.5n^2$	$0.5n^2$	$O(n^2)$
$n^2 \log_3(n) + n^2 \log_2(n)$	$n^2 \log_3(n)$ / $n^2 \log_2(n)$	$O(n^2 \log n)$
$5n^2 \log_2(n) + 2n^3 + 10n$	$2n^3$	$O(n^3)$
$5n^2 + n^3 \log n$	$n^3 \log n$	$O(n^3 \log n)$

4) Analise o algoritmo abaixo, escrito em C, que recebe dois vetores, a e b, de tamanhos iguais n e determine o menor limite assintótico superior para o pior caso em função do parâmetro n.

```
float fc(float *v1, float *v2, int n, int op){
    int i=0;
    float r = 0;
    if(op ==1){
        for(;i<n;i++)
            r += v1[i] + v2[i];
    }
    else{
        r = 1;
        for(;i<n;i++)
            for(int j=i;j<n;j++)
                r *= v1[i]*v2[j];
    }
}
```

Resposta: $O(n^2)$

5) Encontre o menor limite assintótico superior para o algoritmo abaixo, escrito C:

```
int menor(int vetor[], int n){
  int menor = MAX_INT;
  para i=1 ate n faça
    se (vetor[i] < menor)
      menor = vetor[i];
  se menor < 0
     para i=1 ate n faca
       para j=1 ate n faca
         vetor[i] = vetor[i]^(i+j);
   retorna(menor);
}
```

Resposta: $O(n^2)$

6) Suponha que ofereçam a você dois pacotes de software, **A** e **B**, para processamento dos dados da sua empresa, que contêm 10^6 registros. Sabendo que o tempo de processamento médio do pacote **A** é $T_A(n) = 2n^2$ milissegundos, e o tempo médio de **B** é $T_B(n) = 1000n$ milissegundos, responda:

a) Qual desses pacotes é o mais indicado para processar os dados da empresa?

$$T_A(10^6) = 2.(10^6)^2 = 2.10^{12}$$
$$T_B(10^6) = 1000.10^6 = 10^9$$

Logo, o software B é mais indicado para o caso da sua empresa.

b) A partir de quantos registros um dos pacotes passa a ser melhor que o outro?

$$2n^2 = 1000n$$

$$2n^2 - 1000n = 0$$

$$n = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{1000 \pm \sqrt{1000^2 - 4.2.0}}{2.2} = \frac{1000 \pm 1000}{4}$$

$$n = 0 \text{ ou } n = 500$$

Logo, a partir de 500 elementos o software B passa a ser mais vantajoso.