

Algoritmos e Estruturas de Dados

RECURSIVIDADE

Prof. Dr. André Mendes Garcia

Recursividade

- As funções recursivas são aquelas que fazem chamadas de si próprias
- Em outras palavras, uma função recursiva é chamada dentro dela mesma
- É necessário ter um controle de parada através de uma estrutura condicional para que não entre em uma recursividade infinita
- Internamente, quando uma função faz a chamada de si mesma, o fluxo de execução desta chamada é inserida em uma pilha, e à medida que o algoritmo é executado, esta pilha é esvaziada executando cada linha de execução inserida na pilha
- Vantagens:
 - Complexidade Logarítmica – Melhor desempenho
Mas não são todos algoritmos (Fibonacci por exemplo)
 - Permite implementação fácil em programação paralela

Recursividade

- Exemplo: Calcular o fatorial do número N
 - Maneira **Iterativa**

$$N! = N * (N - 1) * (N - 2) * (N - 3) \dots * 1$$

- Maneira **Recursiva**

$$N! = \begin{cases} N * (N - 1)!, & \text{para } N > 1 \\ 1, & \text{para } N = 1 \end{cases}$$

- Exemplo: $N = 5$

$$5! = 5 * 4 * 3 * 2 * 1 = 120$$

Recursividade

- Exemplo: Calcular o fatorial do número N

```
int Fatorial(int n)
{
    if( n > 1 )
    {
        return n * Fatorial(n-1);
    }
    else
    {
        return 1;
    }
} // int Fatorial(int n)
```

Recursividade

- Exemplo: Sequência de Fibonacci

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34 ...

Índice	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...
Valor	1	1	2	3	5	8	13	21	34	...

- Fazer uma função recursiva onde o índice da sequência é passado como parâmetro e o valor da sequência de Fibonacci correspondente deve ser retornado
- Exemplo: $\text{Fibonacci}(8) = 21$

Recursividade

- Exemplo: Sequência de Fibonacci

```
int Fibonacci(int n)
{
    if( n == 1 || n == 2)
    {
        return 1;
    }
    else
    {
        return Fibonacci(n-1) + Fibonacci(n-2);
    }
} // int Fibonacci(int n)
```

Recursividade

- Exemplo: Método de Ordenação QuickSort

```
void QuickSort(int *v, int i, int f)
{
    int k;

    if( i < f)
    {
        Particionar(v, i, f, k);

        // Ordenando o Seguimento da Esquerda
        QuickSort(v, i, k-1);

        // Ordenando o Seguimento da Direita
        QuickSort(v, k+1, f);
    }
} // QuickSort
```

Recursividade

- Exemplo: Busca Binária
 - Consiste em pesquisar um valor dentro de um vetor, analisando sempre a posição central de segmentos do vetor
 - Para utilizar a busca binária, o vetor **DEVE ESTAR ORDENADO**
 - O exemplo a seguir ilustra a busca do valor **258** dentro do vetor **V** de 17 posições, através da busca binária

Exemplo: Busca Binária

Chave	258
-------	-----

	índice	V
i	0	-98
	1	-8
	2	0,2
	3	2
	4	4
	5	5
	6	7
	7	7,5
	8	47
	9	51
	10	87
	11	258
	12	357
	13	405
	14	487
	15	7682
	j	16

BuscaBin(V, 0, 16, Chave)

Exemplo: Busca Binária

Chave 258

	índice	V
i	0	-98
	1	-8
	2	0,2
	3	2
	4	4
	5	5
	6	7
	7	7,5
(i+j)/2 = 8		8 47
	9	51
	10	87
	11	258
	12	357
	13	405
	14	487
j	15	7682
	16	98741

BuscaBin(V, 0, 16, Chave)

Chave 258

	índice	V
	0	-98
	1	-8
	2	0,2
	3	2
	4	4
	5	5
	6	7
	7	7,5
	8	47
i	9	51
	10	87
	11	258
	12	357
(i+j)/2 = 13		13 405
	14	487
	15	7682
j	16	98741

BuscaBin(V, 9, 16, Chave)

Exemplo: Busca Binária

Chave 258

	índice	V
i	0	-98
	1	-8
	2	0,2
	3	2
	4	4
	5	5
	6	7
	7	7,5
$(i+j)/2 = 8$	8	47
	9	51
	10	87
	11	258
	12	357
	13	405
	14	487
	15	7682
j	16	98741

BuscaBin(V, 0, 16, Chave)

Chave 258

	índice	V
	0	-98
	1	-8
	2	0,2
	3	2
	4	4
	5	5
	6	7
	7	7,5
	8	47
i	9	51
	10	87
	11	258
	12	357
$(i+j)/2 = 13$	13	405
	14	487
	15	7682
j	16	98741

BuscaBin(V, 9, 16, Chave)

Chave 258

	índice	V
	0	-98
	1	-8
	2	0,2
	3	2
	4	4
	5	5
	6	7
	7	7,5
	8	47
i	9	51
	10	87
$(i+j)/2 = 11$	11	258
	12	357
j	13	405
	14	487
	15	7682
	16	98741

BuscaBin(V, 9, 12, Chave)

Recursividade

- Exemplo: Busca Binária – Implementação
 - Fazer uma função com o seguinte protótipo:

$$BuscaBin(V, i, j, Chave) = \begin{cases} -1 & \text{caso não encontre o valor} \\ \text{Ou a posição onde encontrou o valor} \end{cases}$$

- Onde:
 - V : Vetor a ser pesquisado
 - i : Posição inicial do seguimento de busca
 - j : Posição final do seguimento de busca
 - Chave : Valor a ser procurado

Recursividade

- Exemplo: Busca Binária Implementação

```
int BuscaBin(float *V, int i, int j, float Chave)
{
    int k;

    if( i <= j )
    {
        k = (i+j)/2;

        if( V[k] == Chave )
        {
            return k;
        }
        else
        {
            if( Chave < V[k] )
            {
                return BuscaBin(V, i, j-1, Chave);
            }
            else
            {
                return BuscaBin(V, i+1, j, Chave);
            }
        }
    }
    else
    {
        return -1;
    }
} // BuscaBin
```

Recursividade

- Exercícios com funções recursivas
 1. Implementar em um só programa as funções Fatorial e Fibonacci
 2. Implementar a Busca Binária

Observação: Copie as funções do QuickSort dos exercícios anteriores e utilize este método para ordenar o vetor antes de utilizar a busca binária
 3. Implementar em um só programa as seguintes funções:
 1. Cálculo da potência de um número, exemplo: $Potencia(2,3) = 8$
 2. Determinar a soma dos n primeiros números naturais
 3. Determinar a soma dos n primeiros números pares