

Sistemas de Numeração

Quando o homem descobriu as noções de quantidade e números, as suas transações envolviam apenas números pequenos. Com o desenvolvimento da civilização surge a necessidade de utilizar-se de números maiores. Surge assim, os sistemas de numeração que, tendo uma determinada quantidade de símbolos, permitem a representação de quaisquer números, bastando dispor os símbolos segundo um critério estabelecido.

Principais sistemas:

- Sistema Binário;
- Sistema Octal;
- Sistema decimal (arábico);
- Sistema hexadecimal.

Símbolos dos principais sistemas:

- Binário: 0 e 1. Ex: 101110_2
- Octal: 0,1,2,3,4,5,6,7. Ex: 2706_8
- Decimal: 0,1,2,.....,8,9. Ex: 972_{10}
- Hexadecimal: 0,1,2,3,.....,8,9,A,B,C,D,E,F. Ex: $F3A_{16}$



O Sistema Binário:

É o sistema de numeração dos computadores atuais utilizado internamente pelo hardware.

- Soma Binária

É semelhante à soma no sistema decimal, com a diferença de que trabalha com apenas dois dígitos (0 e 1).

Tabela:

$$0+0 = 0 \quad 0+1 = 1 \quad 1+0 = 1 \quad 1+1 = 10 \text{ (0 com transporte 1)}$$

Exemplos:

$$100100 = 36_{(10)}$$

$$11001 = 25_{(10)}$$

$$101110 = 46_{(10)}$$

$$+10010 = 18_{(10)}$$

$$10011 = 19_{(10)} +$$

$$+1110 = 14_{(10)}$$

$$\hline 110110 = 54_{(10)}$$

$$\hline 101100 = 44_{(10)}$$

$$111100 = 60_{(10)}$$

$$10,1 = 2,5_{(10)}$$

$$11,01 = 3,25_{(10)}$$

$$101.11 = 5,75_{(10)}$$

- Subtração Binária

Tabela: $0-0 = 0$ $0-1 = \text{não cabe}$ $1-0 = 1$ $1-1 = 0$

Exemplos:

Exemplos:

$$11101 = 29_{(10)}$$

$$111111 = 63_{(10)}$$

$$\begin{array}{r} 00111 = 7_{(10)} - \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101010 = 42_{(10)} - \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10110 = 22_{(10)} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 010101 = 21_{(10)} \\ \hline \end{array}$$

$$110100101 = 421_{(10)}$$

$$11,01 = 3,25_{(10)}$$

$$\begin{array}{r} - 11101000 = 232_{(10)} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10,10 = 2,50_{(10)} \\ \hline \end{array}$$

$$10111101 = 189_{(10)}$$

$$00,11 = 0,75_{(10)}$$

- Multiplicação Binária

Tabela: $0 \times 0 = 0$ $0 \times 1 = 0$ $1 \times 0 = 0$ $1 \times 1 = 1$

Exemplos:

$$\begin{array}{r} \\ 110101 \\ X 1101 \\ \hline 110101 \\ 110101 + \\ 110101 \\ \hline 1010110001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \\ 11010 \\ X 101010 \\ \hline 00000 \\ 11010 \\ 11010 + \\ 11010 \\ \hline 10001000100 \end{array}$$

- Divisão Binária

Realiza-se de maneira idêntica a divisão decimal.

Exemplos:

$$\begin{array}{r}
 \overline{100010} \\
 - 110 \\
 \hline
 001010 \\
 - 110 \\
 \hline
 0100
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \xrightarrow{\text{divisor}} \\
 \xrightarrow{\text{quociente}} \\
 \xrightarrow{\text{resto}}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{dividendo}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \overline{10001000100} \\
 - 101010 \\
 \hline
 00110100 \\
 - 101010 \\
 \hline
 00101010 \\
 - 101010 \\
 \hline
 0000000
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \overline{101010} \\
 \hline
 11010
 \end{array}$$

Verificação: Multiplicamos o divisor pelo quociente e ao resultado somamos o resto, obtendo o valor do dividendo.

$$\begin{array}{r}
 110 \text{ (divisor)} \\
 101 \text{ x (quociente)} \\
 \hline
 110 \\
 110 + \\
 \hline
 11110 \\
 + 100 \text{ (resto)} \\
 \hline
 100010 \text{ (dividendo)}
 \end{array}$$

Tabela de Bases Numéricas

Base 10 (decimal) Base 2 (binário) base 16 (hexadecimal) **Ver anexo (Xerox)**

Conversões entre os Sistemas de Numeração

A transformação de uma determinada quantidade num sistema de numeração, para a sua representação equivalente num outro sistema, recebe o nome de conversão.

- Conversão Decimal-Binário

Dividir sucessivamente por 2 o número decimal e os quocientes que vão sendo obtidos, até que o quociente numa das divisões seja 0 (zero). A sequência de todos os restos obtidos dispostos na ordem inversa representa o número inicial, expresso no sistema binário.

Ex: Converter o número decimal 10 para binário.

$$10_{(10)} = 1010_{(2)}$$

- Conversão de uma fração decimal para a representação binária

Ex: Converter a fração decimal 0,828125 em fração binária.

$$0,828125 \times 2 = 1,65625$$

$$0,65625 \times 2 = 1,3125$$

$$0,3125 \times 2 = 0,625$$

$$0,625 \times 2 = 1,25$$

$$0,25 \times 2 = 0,5$$

$$0,5 \times 2 = 1$$

$$0,828125_{(10)} = 0,110101_{(2)}$$

$$\text{Ex: } 350.765625 \quad \longrightarrow \quad 101011110.110001$$

Parte inteira:

Parte Fracionária:

$$\begin{array}{rcl} 0,765625 \times 2 & = & 1.53125 \\ 0,53125 \times 2 & = & 1.0625 \\ 0.0625 \times 2 & = & 0.1250 \\ 0.1250 \times 2 & = & 0.25 \\ 0.25 \times 2 & = & 0.5 \\ 0.5 \times 2 & = & 1 \end{array}$$

- Conversão Binário-Decimal

Reescrever o número binário na vertical de tal forma que a parte direita do número fique acima da parte esquerda. Posteriormente o seguinte processo deve ser repetido para cada um dos dígitos começando pelo que se encontra mais baixo: soma-se esse dígito ao produto igual a 2 vezes o resultado da operação anterior. Para o 1º dígito, considera-se que o resultado da operação anterior é 0 (zero). O resultado da última operação é o número decimal desejado.

Ex: Converter em decimal o número binário 101011

$$\begin{array}{r} 101011 \\ \begin{array}{l} 1x2^0 = 1 \\ 1x2^1 = 2 \\ 0x2^2 = 0 \\ 1x2^3 = 8 \\ 0x2^4 = 0 \\ 1x2^5 = 32 \end{array} \\ \hline 43_{(10)} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 111.111 \\ \begin{array}{l} 1x2^{-3} = 1x1/2^3 = 1/8 \\ 1x2^{-2} = 1x1/2^2 = 1/4 \\ 1x2^{-1} = 1x1/2^1 = 1/2 \\ 1x2^0 = 1 \\ 1x2^1 = 2 \\ 1x2^2 = 4 \end{array} \\ \hline 7874_{(10)} \end{array}$$

- Conversão Decimal-Octal

É utilizado para converter números decimais inteiros para o sistema octal e consiste em dividir sucessivamente por 8 o número e os quocientes obtidos nessas divisões até que o quociente seja 0 (zero). O número octal desejado é formado pelos restos das divisões escritas na ordem inversa à sua obtenção.

Ex: Converter o número decimal 500 em octal.

- Conversão de uma fração decimal para octal

$$0,140625 \times 8 = 1,125$$

$$0,125 \times 8 = 1$$

$$0,140625_{(10)} = 0,11_{(8)}$$

- Conversão Decimal para Hexadecimal

Ex: Converter o número decimal $1000_{(10)}$ para Hexadecimal

$$1000_{(10)} = 3E8_{(16)}$$

- Conversão Octal-Decimal

Ex: $20_{(8)}$

$$\begin{array}{l} \text{└─} 16 \times 8^0 = 16_{(10)} \end{array}$$

- Conversão Hexadecimal-Decimal

Ex: $1482_{(10)}$

$$\begin{array}{rcl} \text{└─} & 2 \times 16^0 = & 2 \\ \text{└─} & 8 \times 16^1 = & 128 \\ \text{└─} & 4 \times 16^2 = & 1024 \\ \text{└─} & 1 \times 16^3 = & 4096 \\ & & \hline & & 5250_{(10)} \end{array}$$