

Lista de Exercícios 02

Professores: Erickson e Fabricio

Política da Disciplina: Leia todas as instruções abaixo cuidadosamente antes de começar a resolver a lista, e antes de fazer a submissão.

- As questões podem ser discutidas entre até três alunos (conjuntos disjuntos). Os nomes dos colegas precisam ser incluídos na submissão.
- A submissão deve ser feita em formato PDF através do Moodle, mesmo que tenham sido resolvidas a mão e escaneadas.
- Todas as soluções devem ser justificadas.
- Todas as fontes de material precisam ser citadas. O código de conduta da UFMG será seguido à risca.

Problema 1: Encontre o espaço coluna $C(A)$, o espaço linha $R(A)$ e o espaço nulo $N(A)$, onde

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

Problema 2: Existem quatro possibilidades para o *rank* r e o tamanho m, n da matriz A que são equivalentes às quatro possibilidades para o sistema $Ax = b$. Encontre quatro matrizes de A_1 até A_4 que mostrem essas possibilidades:

$r = m = n$	$A_1 x = b$ possui uma solução para todo b
$r = m < n$	$A_2 x = b$ possui ∞ soluções
$r = n < m$	$A_3 x = b$ possui nenhuma ou uma solução
$r < m, r < n$	$A_4 x = b$ possui nenhuma ou ∞ soluções

Problema 3: Encontre os autovalores de A, B, AB e BA .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}_{2 \times 2} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}_{2 \times 2} \quad AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}_{2 \times 2} \quad BA = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

(a) Os autovalores de AB são iguais aos autovalores de A multiplicados pelos autovalores de B ?

(b) Os autovalores de AB são iguais aos autovalores de BA ?

Problema 4: Seja A uma matriz quadrada e λ uma constante qualquer.

Explique por que $\det(A - \lambda I) = \det(A^T - \lambda I)$.