UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

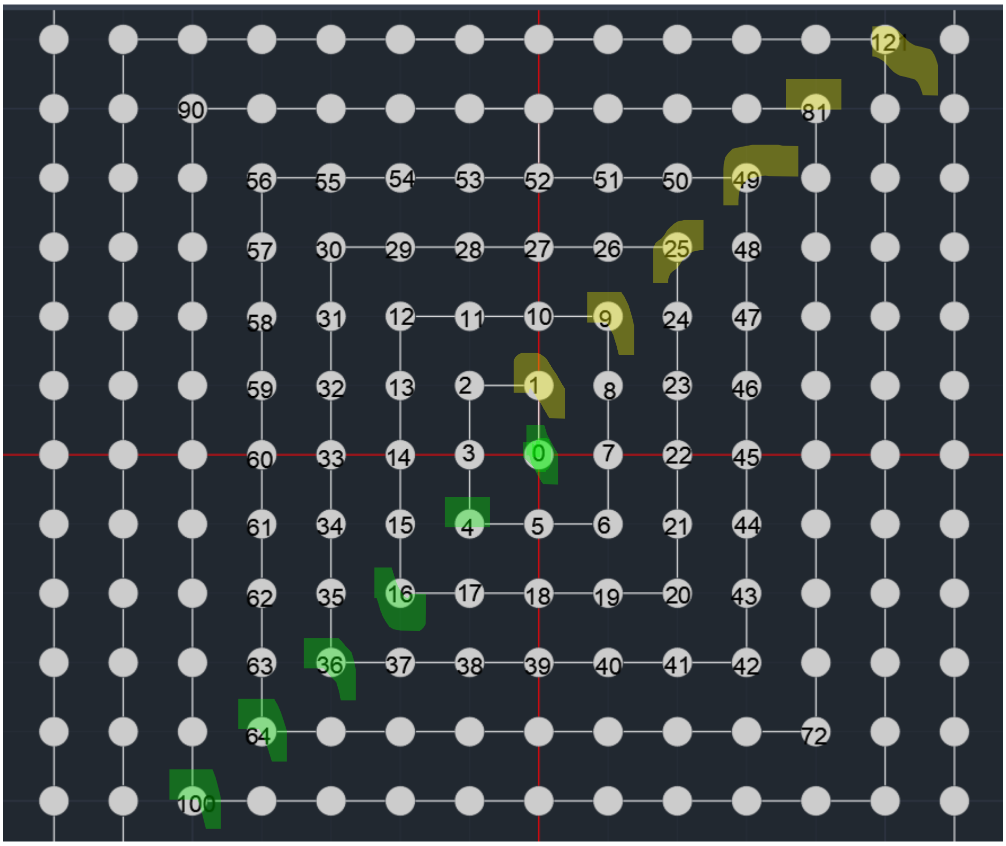
VINICIUS TRINDADE DIAS ABEL

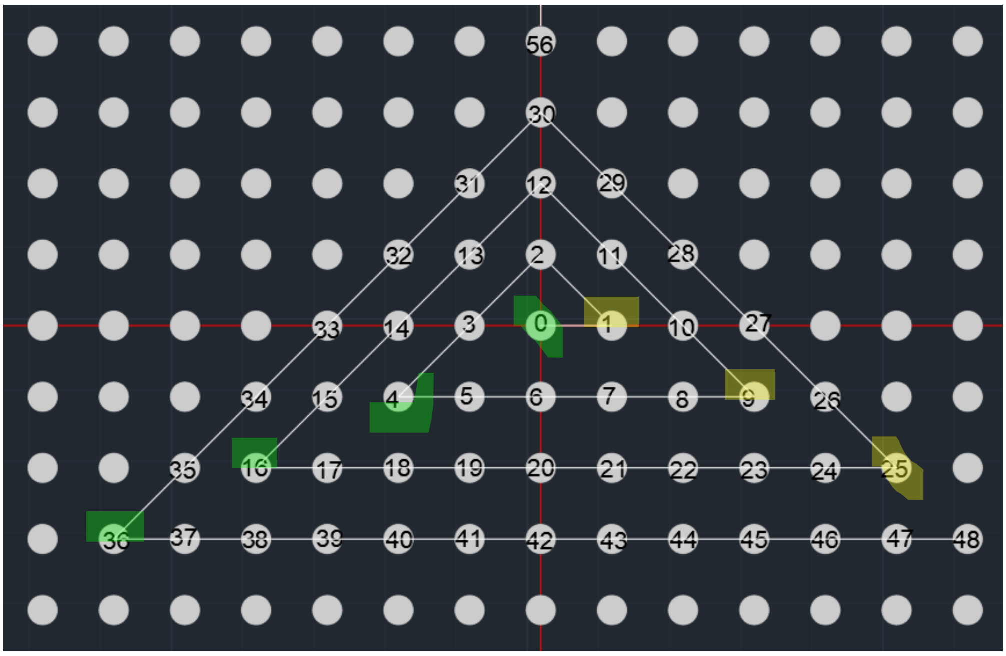
DOCUMENTAÇÃO
Espirais

Belo Horizonte - MG
2021

Introdução

Os dois algoritmos foram pensados com base nas retas diagonais formadas pelos números quadrados perfeitos, tendo em vista que é possível encontrar suas respectivas posições nas espirais utilizando suas raízes.





Funcionamento do código

Para as duas espirais é definido um ponto base, que é o primeiro ponto quadrado perfeito antecessor do ponto desejado (número inserido na entrada padrão, ponto que queremos descobrir as coordenadas), ou o próprio ponto desejado, quando este é um quadrado perfeito.

Para encontrar o ponto base, basta pegar a parte inteira da raiz do ponto desejado e elevar ao quadrado. E a partir de uma rápida análise das espirais, observa-se que, dado um ponto base Q, suas coordenadas são:

Espiral Quadrada	Coordenada X	Coordenada Y
Se Q é par:	$- (\sqrt{Q} / 2)$	$- (\sqrt{Q} / 2)$
Se Q é ímpar:	$(\sqrt{Q} – 1) / 2$	$[(\sqrt{Q} – 1) / 2] + 1$

Espiral Triangular	Coordenada X	Coordenada Y
Se Q é par:	$- \sqrt{Q}$	$- (\sqrt{Q} / 2)$
Se Q é ímpar:	$\sqrt{Q}$	$- [(\sqrt{Q} – 1) / 2]$

Obs.: Quando Q é par, ele está na reta verde (indicada nas imagens acima), seja na espiral quadrada ou triangular. Se Q for ímpar, está na reta amarela.

Após descobrir o ponto base (ainda não é necessário encontrar sua localização, apenas adiantei a explicação), o algoritmo calcula a distancia total entre o ponto desejado e o ponto base, com uma simples subtração (ponto desejado menos ponto base). Em seguida, ele calcula a distancia horizontal e vertical entre os dois pontos, que ocorre das seguintes formas:

- Para a Espiral Quadrada:

  Analisando a espiral, sabe-se que a distância horizontal (distância do ponto desejado ao ponto base no eixo X) pode ser no máximo a parte inteira da raiz do ponto desejado, então se a distância total for maior que a parte inteira da raiz do ponto desejado, a distância vertical (distância do ponto desejado ao ponto base no eixo Y) é maior que 0, porque após percorrer toda a distância horizontal possível, percorre-se uma distância vertical para completar a distância total.

  Observa-se também, que quando o ponto base está na reta verde, para chegar ao ponto desejado é preciso ir para a direita e para cima (ou seja, incrementar a coordenada X e, talvez, a Y), e quando o ponto base está na reta amarela, para chegar ao ponto desejado é preciso ir para a esquerda e para baixo (ou seja, decrementar a coordenada X e, talvez, a Y).

- Para a Espiral Triangular:

  Analisando a espiral, sabe-se que a distância horizontal é igual a distância total e a distância vertical, quando a distância total for maior que a parte inteira da raiz do ponto desejado, é igual a parte inteira da raiz do ponto desejado menos a diferença entre a distância total e parte inteira da raiz do ponto desejado. E quando a distância total for menor ou igual a parte inteira da raiz do ponto desejado, a distância vertical é igual a distância total.

Observa-se também, que quando o ponto base está na reta verde, para chegar ao ponto desejado é preciso ir apenas para a direita (ou seja, incrementar a coordenada X), e quando o ponto base está na reta amarela, para chegar ao ponto desejado é preciso ir para a esquerda e para cima (ou seja, decrementar a coordenada X e incrementar a coordenada Y).

Por fim, para descobrir as coordenadas do ponto desejado, o algoritmo confere em qual reta está o ponto base, descobrindo se ele é par ou ímpar, e então calcula as coordenadas do ponto base da forma descrita anteriormente. Em seguida, realiza as operações de incremento e decremento utilizando as distancias horizontal e vertical, como foi explicado, e chega no resultado esperado.

Complexidade dos algoritmos

Como os dois códigos não possuem nenhum laço de repetição, ao invés disso, realiza apenas operações matemáticas e condicionais para saber qual a coordenada do ponto desejado, a complexidade dos dois algoritmos é $\Theta(1)$.