Intersecting a rectangle and a ray in three dimensions

In drie dimensies kan een rechthoek gegeven worden door drie punten, als de vectoren van een punt naar de anderen loodrecht staan is, dat het hoekpunt M.

Laat f en g de richtings vectoren zijn vanaf M naar de andere twee punten, dan is een normaal vector aan de rechthoek N gegeven door $f \times g$.

Laat P een punt zijn op de lijn α met richting d, gegeven door vergelijking,

$$P = C + xd$$

waar C een punt op α is, en x is een onbekende scalaire.

Een lijn maakt een intersectie met de rechthoek als het inwendig product niet 0 is.

Laten we aannemen dat dit voor α geldt, en er een punt I is in het vlak waarin de rechthoek bestaat en α.

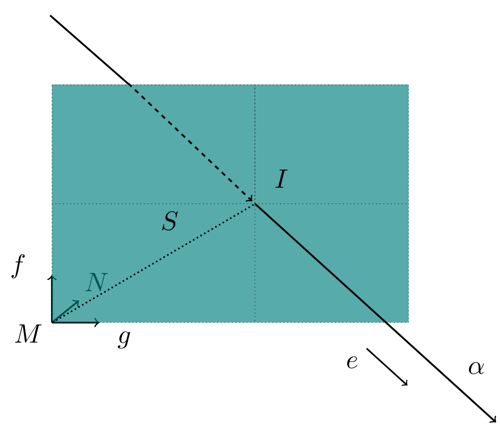

Figure 1.1: rechthoek kruising diagram

We zijn op zoek naar de onbekende x in,

$$I = C + xd$$

Omdat voor elke I geldt dat $(I - M) \cdot N = 0$ kunnen we N gebruiken om de afstand in de N richting tussen het vlak van de rechthoek en C te vinden door,

$$(M - C) \cdot N$$

de grootte van d in de richting van N is dan,

$$d \cdot N$$

Als we vanaf C over α lopen, dan is I het punt dat we tegenkomen na $(M - C) \cdot N$ te hebben afgelegd in de N richting, in andere woorden,

$$I = C \pm \left(\frac{(M - C) \cdot N}{d \cdot N} \right) d$$

Om te weten of I ook daadwerkelijk in het rechthoek ligt, en niet alleen in hetzelfde vlak van de rechthoek bestaat, moeten we de componenten van I met die van de vectoren tussen M en de andere punten vergelijken.

Laat A en B de andere punten die het rechthoek defieneren zijn, waar f van M naar A en g van M naar B,

als,

$$0 < (I - M) \cdot f \leq \|A - M\|$$

en in de richting van g,

$$0 < (I - M) \cdot g \leq \|B - M\|$$

dan ligt het punt in de rechthoek, anders niet.