

## INTERSECTING A RECTANGLE AND A RAY IN THREE DIMENSIONS

In drie dimensies kan een rechthoek gegeven worden door drie punten, als de vectoren van een punt naar de anderen loodrecht staan is, dat het hoekpunt  $M$ .

Laat  $f$  en  $g$  de richtings vectoren zijn vanaf  $M$  naar de andere twee punten, dan is een normaal vector aan de rechthoek  $N$  gegeven door  $f \times g$ .

Laat  $P$  een punt zijn op de lijn  $\alpha$  met richting  $d$ , gegeven door vergelijking,

$$P = C + xd$$

waar  $C$  een punt op  $\alpha$  is, en  $x$  is een onbekende scalaire.

Een lijn maakt een intersectie met de rechthoek als het inwendig product niet 0 is.

Laten we aannemen dat dit voor  $\alpha$  geldt, en er een punt  $I$  is in het vlak waarin de rechthoek bestaat en  $\alpha$ .

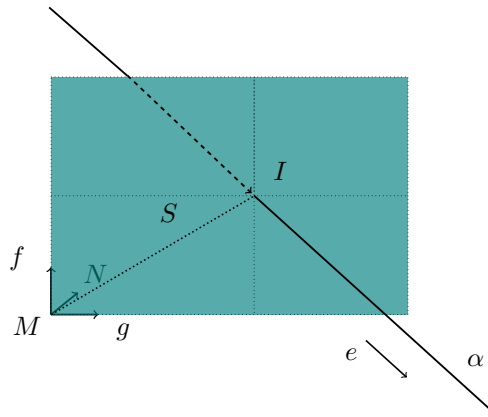


Figure 1.1: rechthoek kruising diagram

---

We zijn op zoek naar de onbekende  $x$  in,

$$I = C + xd$$

Omdat voor elke  $I$  geldt dat  $(I - M) \cdot N = 0$  kunnen we  $N$  gebruiken om de afstand in de  $N$  richting tussen het vlak van de rechthoek en  $C$  te vinden door,

$$(M - C) \cdot N$$

de grootte van  $d$  in de richting van  $N$  is dan,

$$d \cdot N$$

Als we vanaf  $C$  over  $\alpha$  lopen, dan is  $I$  het punt dat we tegenkomen na  $(M - C) \cdot N$  te hebben afgelegd in de  $N$  richting, in andere woorden,

$$I = C \pm \left( \frac{(M - C) \cdot N}{d \cdot N} \right) d$$

de plus of minus ligt aan de hoek van  $N$  en  $d$ .

Om te weten of  $I$  ook daadwerkelijk in het rechthoek ligt, en niet alleen in hetzelfde vlak van de rechthoek bestaat, moeten we de componenten van  $I$  met die van de vectoren tussen  $M$  en de andere punten vergelijken.

Laat  $A$  en  $B$  de andere punten die het rechthoek definiëren zijn, waar  $f$  van  $M$  naar  $A$  en  $g$  van  $M$  naar  $B$ ,

als de afstand in de richting van  $f$  groter is,

$$\|(I - M) \cdot f\| > \|(A - M) \cdot f\|$$

of in de richting van  $g$ ,

$$\|(I - M) \cdot g\| > \|(B - M) \cdot g\|$$

dan ligt het punt niet in de rechthoek, anders wel.