

# 1 Moore'sches Gesetz

- alle 18-24 Monate verdoppelt sich die Anzahl der Transistoren auf gleicher Fläche
- Exponentielles Wachstum der Transistorzahl, exponentieller Rückgange des Preises pro Transistor
- Herstellungskosten (Fixkosten, Variable Kosten, Technologiefaktor), Entwicklerproduktivität, Verlustleistungsdichte

### 2 Einheiten

Potenz	Vorsatz	Potenz	Vorsatz	Hz	s <sup>-1</sup>
10 <sup>12</sup>	Т	10 <sup>-1</sup>	d	N	$kgms^{-2}$
$10^{9}$	G	$10^{-2}$	с	J	Nm = VAs
$10^{6}$	М	$10^{-3}$	m	W	$VA = Js^{-1}$
$10^{6}$ $10^{3}$ $10^{2}$ $10^{1}$	k	$10^{-6}$	$\mu$	C	As
$10^{2}$	h	$10^{-9}$	n	V	$JC^{-1}$
$10^{1}$	da	$10^{-12}$	р	F	$CV^{-1}$
		$10^{-15}$	f	Ω	$VA^{-1}$
				H	$VsA^{-1}$

 $Bit \xrightarrow{\cdot 8} Byte \xrightarrow{\cdot 1024} kByte \xrightarrow{\cdot 1024} MByte$ 

# 3 Polyadische Zahlensysteme

$$Z = \sum_{i=-n}^{p-1} r^i \cdot d_i = d_{p-1}...d_1d_0.d_{-1}...d_n$$
 
$$Z: \mathsf{Zahl}, \quad r: \mathsf{Basis}, \quad d_i: \mathsf{Ziffer}, \quad p: \#\mathsf{Ziffern} \text{ vorne} \quad n: \#\mathsf{Nachkommastellen}$$

#### Binäres Zahlensystem:

Benötigte Bits: N:n Bit. M:m Bit  $N+M:\max\{n,m\}+1$  Bit  $N\cdot M:n+m$  Bit

### 3.1 Umrechnung

	$Z \ge 1$	Z < 1
$r \rightarrow 10$	$ Z_{10} = \sum_{i} r^i \cdot d_i $ $101_2 \rightarrow 1 \cdot 4 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 $	$ Z_{10} = \sum r^{-i} \cdot d_{-i} $ $0.11_2 \to 1 \cdot 0.5 + 1 \cdot 0.25 $
	$101_2 \to 1 \cdot 4 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1$	$0.11_2 \rightarrow 1 \cdot 0.5 + 1 \cdot 0.25$
$10 \rightarrow r$	$egin{array}{ll} d_i &= Z_{10}\%r^i \ &58/8 = 7 \; { m Rest} \; 2(LSB) \ &7/8 = 0 \; { m Rest} \; 7(MSB) \end{array}$	
	58/8 = 7  Rest  2(LSB)	$0.4 \cdot 2 = 0.8 \; \text{Übertrag} \; 0(MSB)$
	7/8 = 0  Rest  7(MSB)	$0.8 \cdot 2 = 1.6$ Übertrag 1
	(Ende wenn 0 erreicht)	(Wiederholen bis 1 oder Periodizität)
	Auf Ende achten $1r3\%5 \rightarrow 0r1$	

# **3.2 Zweierkomplement** Wertebereich: $-2^{n-1} \le Z \le 2^{n-1} - 1$

Z ightarrow -Z (Umkehrung gleich)	Bsp: Wandle 2 in -2 u
1. Invertieren aller Bits	$\begin{array}{c} 0010 \implies 1101 \\ 1101 + 1 = 1110 \end{array}$
2. Addition von 1	1101 + 1 = 1110
3. Ignoriere Überträge beim MSB	$\Rightarrow -2_{10} = 1110_2$

#### 3.3 Gleitkommadarstellung nach IEEE 754

Bitverteilung(single/double):						
s(1)	e(8/11)	f(23/52)				

s: Vorzeichen, e: Exponent, f: Mantisse (Nachkommastellen!  $2^{-1}2^{-2}...$ )

Spezialwerte:  $Z=0 \Leftrightarrow e=0$   $Z=+(-)\infty \Leftrightarrow e=255, s=0(1)$ 

$\begin{array}{l} \textbf{IEEE} \rightarrow \textbf{Wert} \ Z \\ Z = (-1)^s \cdot (1+0.f) \cdot 2^{e-127} \end{array}$	$ \begin{array}{llllllllllllllllllllllllllllllllllll$
$\begin{array}{l} \textbf{Wert } Z \rightarrow \textbf{IEEE} \ (\text{Bin\"{a}rdarstellung}) \\ s = 0 (\text{positiv}), \ s = 1 (\text{negativ}) \\ Z \rightarrow Z_2 \ (\text{beim Komma teilen}) \\ Z_2 \ \text{n-mal shiften} \rightarrow 1.xxx \dots \\ \text{Exponent } e = n + 127 \rightarrow e_2 \\ \text{Mantisse} \ f_2 = xxx \dots \end{array}$	$\begin{aligned} & \text{Bsp: } Z = 11.25 \\ & s = 0 \\ & Z = 1011.01_2 \\ & Z = 1.01101_2 \cdot 2^3 \\ & e = 3 + 127 = 130 = 10000010_2 \\ & f = 01101000 \dots_2 \end{aligned}$
$\begin{array}{c} \textbf{Wert } Z \rightarrow \textbf{IEEE} \text{ (Formel)} \\ s = 0 \text{ (positiv)}, \ s = 1 \text{ (negativ)} \\ E = \lfloor \log_2  Z  \rfloor \\ e = E + 127 \rightarrow e_2 \\ f = \left(\frac{ Z }{2E} - 1\right) \cdot 2^{23} \rightarrow f_2 \end{array}$	$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$

# 4 Zeichenkodierung

#### 4.1 ASCII

American Standard Code for Information Exchange Fixe Codewortlänge (7 Bit, 128 Zeichen) 0x00-0x7F

#### 4.2 UTF-8

Universal Character Set Transformation Format Variable Codewortlänge (1-4 Byte) → Effizient

## Schema

- MSB = 0  $\rightarrow$  8 Bit (restliche Bit nach ASCII)
- ullet MSB =1 
  ightarrow 16, 24 oder 32 Bit
  - Byte 1: Die ersten 3, 4, 5 Bit geben die Länge des Codewortes an (110, 1110, 11110)
  - Byte 2-4: Beginnen mit Bitfolge 10

## 4.3 Zahlensysteme

Base 10	Base 2	Base 8	Base 16
00	0000	0×0	0000
01	0001	0×1	0001
02	0010	0×2	0002
03	0011	0×3	0003
04	0100	0×4	0004
05	0101	0×5	0005
06	0110	0×6	0006
07	0111	0×7	0007
08	1000	0×8	0o10
09	1001	0×9	0o11
10	1010	0×A	0o12
11	1011	0xB	0o13
12	1100	0xC	0o14
13	1101	0xD	0o15
14	1110	0×E	0o16
15	1111	0xF	0o17

# 5 Boolsche Algebra

## 5.1 Boolesche Operatoren (Wahrheitstabelle WT)

			A out	A out	A Double out	A & D-Y	A out	A O O O O O O O O O O O O O O O O O O O	
	x	у	AND	OR	XOR	NAND	NOR	EQV	
			$x \cdot y$	x + y	$x \oplus y$	$\overline{x \cdot y}$	$\overline{x+y}$	$\overline{x \oplus y}$	
_	0	0	0	0	0	1	1	1	
	0	1	0	1	1	1	0	0	
	1	0	0	1	1	1	0	0	
	1	1	1	1	0	0	0	1	
K	Konfiguration: $f = c_1 + c_2 + c_3 \Rightarrow cov(f) = \{c_1, c_2, c_3\}$								

## 5.2 Gesetze der booleschen Algebra

		l sa li i
	Boolesche Algebra	Mengenalgebra
	$(0,1;\cdot,+,\overline{x})$	$(P(G); \cap, \cup, \overline{A}; G, \emptyset)$
Kommutativ	$x \cdot y = y \cdot x$	$A \cap B = B \cap A$
	x + y = y + x	$A \cup B = B \cup A$
Assoziativ	$x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$	$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
	x + (y+z) = (x+y) + z	$(A \cup B) \cup C = A \cap (B \cup C)$
Distributiv	$x \cdot (y+z) = x \cdot y + x \cdot z$	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
	$x + (y \cdot z) = (x + y) \cdot (x + z)$	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
Indempotenz	$x \cdot x = x$	$A \cap A = A$
	x + x = x	$A \cup A = A$
Absorbtion	$x \cdot (x+y) = x$	$A \cap (A \cup B) = A$
	$x + (x \cdot y) = x$	$A \cup (A \cap B) = A$
Neutral	$x \cdot 1 = x$	$A \cap G = A$
	x + 0 = x	$A \cup \emptyset = A$
Dominant	$x \cdot 0 = 0$	$A \cap \emptyset = \emptyset$
	x + 1 = 1	$A \cup G = G$
Komplement	$x \cdot \overline{x} = 0$	$A \cap \overline{A} = \emptyset$
	$x + \overline{x} = 1$	$A \cup \overline{A} = G$
	$\overline{x} = x$	$\overline{\overline{A}} = A$
De Morgan	$\overline{x \cdot y} = \overline{x} + \overline{y}$	$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$
	$\overline{x+y} = \overline{x} \cdot \overline{y}$	$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$
		!

## 5.3 Boolesche Funktionen

$$f: \{0,1\}^n \to \{0,1\}$$
  $f(\underline{x}) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 

Einsmenge F von f:  $F = \{\underline{x} \in \{0,1\}^n | f(\underline{x}) = 1\}$ Nullmenge  $\overline{F}$  von f:  $\overline{F} = \{\underline{x} \in \{0,1\}^n | f(\underline{x}) = 0\}$ 

#### Kofaktor bezüglich

- $x_i: f_{x_i} = f|_{x_i=1} = f(x_1, \dots, 1, \dots, x_n)$
- $\bullet \ \overline{x}_i : f_{\overline{x}_i} = f|_{x_i = 0} = f(x_1, \dots, 0, \dots, x_n)$

# Eigenschaften von $f(\underline{\boldsymbol{x}})$

- tautologisch  $\Leftrightarrow f(\underline{x}) = 1 \quad \forall \underline{x} \in \{0, 1\}^n$
- tautologisch  $\Leftrightarrow f(x) = 1 \quad \forall x \in \{0, 1\}^n$
- kontradiktorisch  $\Leftrightarrow f(\underline{x}) = 0 \qquad \forall \underline{x} \in \{0, 1\}^n$
- unabhängig von  $x_i \Leftrightarrow f_{x_i} = f_{\overline{x}_i}$
- abhängig von  $x_i \Leftrightarrow f_{x_i} \neq f_{\overline{x}_i}$

#### 5.4 Multiplexer

 $\begin{array}{ll} f=x\cdot a+\overline{x}\cdot b & (2 \ {\rm Eing\"{a}nge} \ a,b \ {\rm und} \ 1 \ {\rm Steuereingang} \ x) \\ f=\overline{x_1}\overline{x}_2a+\overline{x}_1x_2b+x_1\overline{x}_2c+x_1x_2d & ({\rm Eing\"{a}nge:} \ a,b,c,d \ {\rm Steuerung:} \ x_1,x_2) \end{array}$ 

### 5.5 Wichtige Begriffe

Wichtige Begriffe:	Definition	Bemerkung
Signalvariable	x	$\hat{x} \in \{0, 1\}$
Literal	$l_i = x_i$ oder $\overline{x_i}$	$i \in I_0 = \{1,, n\}$
Minterme,0-Kuben	$MOC  i m_j = \prod_{i \in I_0} l_i$	$ M0C  = 2^n$
d-Kuben	$MC i c_j = \prod_{i\in I_j\subseteq I_0} l_i$	$ MC  = 3^n$
Distanz	$\delta(c_i, c_j) =  \{l \mid l \in c_i \land \bar{l} \in c_j\} $	$\delta_{ij} = \delta(c_i, c_j)$
Implikanten	$MI = \{c \in MC \mid c \subseteq f\}$	
Primimplikanten	$MPI = \{ p \in MI \mid p \not\subset c \ \forall c \in MI \}$	$MPI \subseteq MI \subseteq MC$

DNF (DNF)	eine Summe von Produkttermen	Terme sind ODER-verknüpft
KNF (KNF)	ein Produkt von Summentermen	Terme sind UND-verknüpft
KDNF (KDNF)	Summe aller Minterme	WT: 1-Zeilen sind Minterme
KKNF (KKNF)	Menge aller Maxterme	WT: 0-Zeilen negiert sind Maxterr
VollSOP (nur 1)	Menge aller Primimplikanten	Bestimmung siehe Quine Methode
		oder Schichtenalgorithmus
MinSOP (min. 1)	Minimale Summe v. Primimplikanten	durch Überdeckungstabelle

FPGA: Field Programmable Gate Array

LUT: Look Up Table

# 6 Beschreibungsformen

# 6.1 Disjunktive Normalform/Sum of products (DNF/DNF)

Eins-Zeilen als Implikanten (UND) schreiben und alle Implikanten mit ODER verknüpfen:  $Z = \overline{A} \cdot \overline{B} + \overline{C} \cdot D$ 

## 6.2 Konjunktive Normalform/Product of sums (KNF/KNF)

Null-Zeilen negiert als Implikat (ODER) schreiben und alle Implikaten UND verknüpfen  $Z = (\overline{A} + \overline{C}) \cdot (\overline{A} + \overline{D}) \cdot (\overline{B} + \overline{C}) \cdot (\overline{B} + D)$ 

### 6.3 Umwandlung in jeweils andere Form

- 1. Doppeltes Negieren der Funktion:  $Z = \overline{\overline{A} \cdot \overline{B} + \overline{C} \cdot D}$
- 2. Umformung "untere" Negation (DeMorgan) :  $Z = \overline{\overline{A \cdot \overline{B}} \cdot \overline{C} \cdot \overline{D}} = \overline{(A+B) \cdot (C+\overline{D})}$ 3. Ausmultiplizieren:  $Z = \overline{(A+B) \cdot (C+\overline{D})} = \overline{A \cdot C + A \cdot \overline{D} + B \cdot C + B \cdot \overline{D}}$
- 4. Umformung "obere" Negation (DeMorgan)

 $Z = \overline{AC} \cdot \overline{A\overline{D}} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{B\overline{D}} = (\overline{A} + \overline{C}) \cdot (\overline{A} + D) \cdot (\overline{B} + \overline{C}) \cdot (\overline{B} + D)$ 

Analog von KNF (KNF) nach DNF (DNF).

#### 6.4 Shannon Entwicklung

$$\begin{array}{l} f = x_i \cdot f_{x_i} + \overline{x}_i \cdot f_{\overline{x}_i} = (x_i + f_{\overline{x}_i}) \cdot (\overline{x}_i + f_{x_i}) = (f_{x_i} \oplus f_{\overline{x}_i}) \cdot x_i \oplus f_{\overline{x}_i} \\ \overline{f} = x_i \cdot \overline{f}_{x_i} + \overline{x}_i \cdot \overline{f}_{\overline{x}_i} \end{array}$$

# 7 Logikminimierung

#### 7.1 Nomenklatur

- $\bullet$   $m_i$  Minterm: UND-Term in dem alle Variablen vorkommen (aus KDNF)
- Mi Maxterm: ODER-Term in dem alle Variablen vorkommen (aus KKNF)
- c<sub>i</sub> Implikant: UND-Term in dem freie Variablen vorkommen können
- C<sub>i</sub> Implikat: ODER-Term in dem freie Variablen vorkommen können
- pi Primimplikant: UND-Term mit maximal freien Variablen
- P<sub>i</sub> Primimplikat: ODER-Term mit maximal freien Variablen

#### 7.2 Karnaugh-Diagramm

Zyklische Gray-Codierung:  $2\dim:00, 01, 11, 10$   $3\dim:000, 001, 011, 010, 110, 111, 101, 100$ 

$z^{xy}$	1	1			_
0	1	0	0	0	Gleiche Zellen zusammenfassen: z.B. $\overline{xy} + y \cdot z$
1	X	1	1	l o	

Don't Care Werte ausnutzen!

Achtung: Auf eventuelle Unterdefiniertheit überprüfen (Redundante Zeilen) (Kreiert Don't Cares) Immer vollständig Nullen und Eines ausfüllen

#### 7.3 Quine Methode

geg.: DNF/DNF oder Wertetabelle von f(x)ges.: alle Primimplikanten  $p_i$  (VolISOP)

Spezielles Resoltuionsgesetz:  $x \cdot a + \overline{x} \cdot a = a$ Absorptionsgesetz:  $a + a \cdot b = a$ 

- 1. KDNF/KDNF bestimmen (z.B.  $f(x, y, z) = xy = xyz + xy\overline{z}$ )
- 2. Alle Minterme in Tabelle eintragen (Index von m ist (binär)Wert des Minterms)
- 3. 1-Kubus: Minterme die sich um eine Negation unterscheiden, zu einem Term verschmolzen
- 4. Der 1-Kubus muss zusammenhängend sein! (d.h. alle 1-Kubus Minterme müssen zusammenhängen)
- 5. Wenn möglich 2-Kubus bilden.
- 6. Wenn keine Kubenbildung mehr möglich → Primimplikanten

#### Beispiel (Quine Methode):

	0-Kubus	A	1-Kubus	R	A	2-Kubus	A	
$m_1$	$\overline{x}_1\overline{x}_2x_3$	🗸	$\overline{x}_2 x_3$	$m_1 \& m_5$	$p_1$			
$m_4$	$x_1\overline{x}_2\overline{x}_3$	√	$x_1\overline{x}_2$	$m_4 \& m_5$	√	$x_1$	$p_2$	
$m_5$	$x_1\overline{x}_2x_3$	√	$x_1\overline{x}_3$	$m_4 \& m_6$	√			
$m_6$	$x_1x_2\overline{x}_3$	√	$x_{1}x_{3}$	$m_5 \& m_7$	√			
$m_7$	$x_1x_2x_3$	🗸	$x_{1}x_{2}$	$m_6 \& m_7$				

 $\Rightarrow f(x_1, x_2, x_3) = p_1 + p_2 = \overline{x}_2 x_3 + x_1$ 

### 7.4 Resolventenmethode

Ziel: alle Primimplikanten

Wende folgende Gesetze an: Absorptionsgesetz: a + ab = a

allgemeines Resolutionsgesetz:  $x\cdot a + \overline{x}\cdot b = x\cdot a + \overline{x}\cdot b + ab$ 

Anwendung mit Schichtenalgorithmus

- 1. schreibe die Funktion f in die 0. Schicht
- 2. bilde alle möglichen Resolventen aus der 0. Schicht und schreibe sie in die nächste Schicht als ODER Verknüpfungen (Resolventen zu f "hinzufügen")
- 3. überprüfe ob Resolventen aus der 1. Schicht Kuben aus Schicht 0 überdecken(Absorbtion) und streiche diese Kuben aus Schicht 0
- 4. Schicht i besteht aus den möglichen Resolventen von Schicht 0 bis (i-1). Abgestrichene Kuben aus vorherigen Schichten brauchen nicht mehr beachtet werden.
- 5. Sobald in der i-ten Schicht +1 steht oder keine weiteren Resolventen gebildet werden können, ist man fertig.  $\Rightarrow$  alle nicht ausgestrichenen Terme bilden die VollSOP

$f(x_1,\ldots,x_n)$	Schicht
$x\cdot w + \overline{x}\cdot w + x\cdot y\cdot w\cdot \overline{z} + \overline{x}\cdot y\cdot w\cdot \overline{z} + \overline{y}\cdot w\cdot \overline{z}$	0
$+w+y\cdot w\cdot \overline{z}$	1
$+w\cdot \overline{z}$	2
+w	3

### 7.5 Überlagerung Bestimmung der MinSOP

Geg: KDNF/KDNF  $(\sum m_i)$  und VollSOP  $(\sum p_i)$  Ges: MinSOP (Minimalform)

Alternativ: Mit Überdeckungstabelle bestimmen. Bsp.

9 .					
		Mint	erme		
Primterme	$m_1$	$m_2$		$m_N$	$L(p_i)$
$p_1$	√				$L(p_1)$
$p_2$	√			√	$L(p_2)$
:					:
$p_K$		$\checkmark$			$L(p_K)$

Algorithmus:

- 1. Suche Spalten mit nur einem Minterm.
- 2. Streiche andere Spalten des zugehörigen Primterms.
- 3. Streiche Primterme, dessen Minterme alle gestrichen sind

K: Anzahl der Primterme

N: Anzahl der Minterme

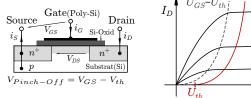
 $L(p_i)$ : Kosten/Länge der Primimplikanten

# 8 Halbleiter

	Isolator	Metall	undotiert	N-Typ	P-Typ
Ladungsträger	Keine	e <sup>-</sup>	$e^-/e^+$	e <sup>-</sup>	e <sup>+</sup>
Leitfähigkeit	Keine	Sehr hoch	$\propto T$	Hoch	Mittel

# 9 MOS-FET's

Metal Oxide Semiconductor Field Effekt Transistor



### 9.1 Bauteilparameter

Verstärkung:  $\beta = K' \frac{W}{L}$  mit  $K' = \frac{\mu \varepsilon_{OX} \varepsilon_{0}}{t_{0}}$ Kanalweite Kanallänge  $\mu \quad \mu_n \approx 250 \cdot 10^{-4} \frac{m^2}{V_s}, \, \mu_p \approx 100 \cdot 10^{-4} \frac{m^2}{V_s}$ Elektronenbeweglichkeit rel. Dielektrizität des Gateoxyds  $\varepsilon_0 = 8.8541878 \cdot 10^{-12} \frac{As}{V}$ Dielektrizitätskonstante Gateoxyddicke Verstärkung Verzögerungszeit

- große Kanalweite ⇒ große Drain-Störme  $\Rightarrow$  schnelle Schaltgeschwindigkeit (da  $i_d \propto \beta \propto \frac{W}{I}$ ) Aber: große Fläche.
- nMos schaltet schneller als pMOS

 $U_{GS}=6V$ 

 $U_{GS}$ =4V

 $U_{GS}$ =2V

 $U_{GS}/U_{DS}$ 

#### 9.2 Drainstrom

nMos (p-dotiertes Substrat, n-dotierte Drain/Source), schlechter pull up (Pegeldegenerierung)

$$I_d = \begin{cases} 0, & \text{für } U_{gs} - U_{th} \leq 0 & \text{(Sperrber.)} \\ \beta[(u_{gs} - U_{th}) \cdot u_{ds} - \frac{1}{2}u_{ds}^2], & \text{für } 0 \leq U_{gs} - U_{th} \geq u_{ds} & \text{(linearer Ber.)} \\ \frac{1}{2}\beta \cdot (u_{gs} - U_{th})^2, & \text{für } 0 \leq U_{gs} - U_{th} \leq u_{ds} & \text{(S\"{attigungsber.)}} \end{cases}$$

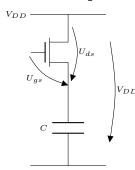
pMos (n-dotiertes Substrat, p-dotierte Drain/Source), schlechter pull down (Pegeldegenerierung)

$$I_d = \begin{cases} 0, & \text{für } U_{gs} - U_{th} \geq 0 & \text{(Sperrber.)} \\ -\beta[(u_{gs} - U_{th}) \cdot u_{ds} - \frac{1}{2}u_{ds}^2], & \text{für } 0 \geq U_{gs} - U_{th} \leq u_{ds} \text{ (linearer Ber.)} \\ -\frac{1}{2}\beta \cdot (u_{gs} - U_{th})^2, & \text{für } 0 \geq U_{gs} - U_{th} \geq u_{ds} \text{ (S\"{attigungsber.)}} \end{cases}$$

### 9.3 pMos und nMos

$V$ S $V_{DD}$	Transistor	Source liegt immer am	$V_{GS}, V_{DS}, I_{D} \\$	Substrat		
$V_{GS}$ $V_{DS}$ $V_{DS}$	pMos normally on	höheren Potential	< 0	$+(V_{DD})$		
$G \longrightarrow V$	nMos normally off	niedrigeren Potential	> 0	-(GND)		
$V_{GS}$ $\downarrow$ $GND$ Vorsicht: $U_{GS,p} = V_{DD} - U_a$						

### 9.4 Kondensatoraufgaben



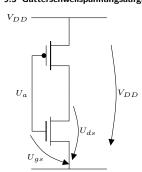
#### 9.4.1 Laden

Kondensator C lädt, solange  $I_D > 0$ ightarrow C lädt, solange  $u_{gs} - U_{th} \geq u_{ds} \geq 0$ 

## 9.4.2 Entladen

Source und Drain werden vertauscht. Auf Gatespannung achten.

## 9.5 Gatterschwellspannungsaufgaben



Gatterschwellspannung ist der Punkt, wo sich beide Transistoren in Sättigung befinden.

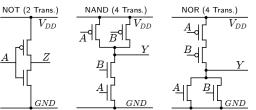
Dann Ströme mittels Knotengleichung ausrechnen.

 $V_{DD}$   $I_{sat,n} = -Isat, p$ 

Vorsicht:  $U_{GS,p} = V_{DD} - U_a$ 

# 10 CMOS - Logik

Vorteil: (Fast) nur bei Schaltvorgängen Verlustleistung - wenig statische Verluste Drei Grundgatter der CMOS-Technologie:



Falls GND und  $V_{DD}$  vertauscht würden, dann  $NAND \rightarrow AND$  und  $NOR \rightarrow OR$ Allerdings schlechte Pegelgenerierung.

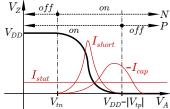
## 10.1 Gatterdesign

Netzwerk	Pull-Down	Pull-U <b>p</b>
Transistoren	nMos	pMos
AND	Serienschaltung	Parallelschaltung
OR	Parallelschaltung	Serienschaltung

- 1. Möglichkeit: Direkt; ggf. Inverter vor die Eingänge und Ausgänge schalten.
- 2. Möglichkeit: Mit bullshit Algebra die Funktion nur mit NAND und NOR darstellen.

## 10.2 CMOS Verlustleistung

Inverterschaltvorgang  $V_A:0\to 1$ :



Achtung: Logikpegel sind über die Steigung der  $|VTC| \leq 1$  des Inverters definiert. Zusammensetzung  $I_{short}$ :

Transistor	$(0, V_{tn})$	$(V_{tn}, V_{DD}/2)$	Um $V_{DD}/2$	$(V_{DD}/2, V_{DD} -  V_{tp} )$	$(V_{DD} - V_{tp}, V_{DD})$
n-MOS	Sperrt	Sättigung	Sättigung	Linear	Linear
p-MOS	Linear	Linear	Sättigung	Sättigung	Sperrt

Mittig beide gesättigt.

Normalische Verlustleistung 
$$P_{dyn} = P_{cap} + P_{short}$$
 Kapazitive Verluste  $P_{cap} = \alpha_{01} f C_L V_{DD}^2$  Kurzschlussstrom  $P_{short} = \alpha_{01} f P_L V_{DD}^2$  Schalthäufigkeit  $\alpha_{0 \rightarrow 1} = \frac{\text{Schaltvorgänge(pos. Flanke)}}{\# \text{Betrachtete Takte}} \pmod{0.5}$  Abhängig von den Signalflanken, mit Schaltfunktionen verknüpft

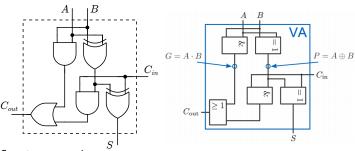
 $\approx V_{DD}1/\propto \text{Schaltzeit: } \frac{V_{DD2}}{V_{DD1}} = \frac{t_{D1}}{t_{D2}} \text{ (bei Schaltnetzen } t_{log} \text{)} \\ \text{Verzögerungszeit} \propto \frac{C_L t_{ox} L_p}{W_p \mu_p \varepsilon (V_{DD} - V_{th})}$ 

Steigend mit: Kapazitiver Last, Oxiddicke, Kanallänge, Schwellspannung

Sinkend mit: Kanalweite, Ladungsträger Beweglichkeit, Oxyd Dielektrizität, Versorgungsspannung

 $\textbf{Statische Verlustleistung} \ \ P_{stat} \text{: Sub-Schwellstr\"{o}me, Leckstr\"{o}me, Gate-Str\"{o}me \ Abh\"{a}ngigkeit:}$  $V_{DD} \uparrow: P_{stat} \uparrow V_{th} \uparrow: P_{stat} \downarrow \text{ (aber nicht proportional)}$ 

# 11 Volladdierer (VA)/Ripple-C(u)arry-Adder



Generate  $g_n = a_n \cdot b_n$ Propagate  $p_n = a_n \oplus b_n$ 

 $\operatorname{Summenbi\underline{t}} \underline{S}_n = c_n \oplus p_n = a_n \underline{\oplus} \, b_n \oplus c_n$ 

 $S_n = a_n \overline{b_n} \overline{c_n} + \overline{a_n} b_n \overline{c_n} + \overline{a_n} \overline{b_n} c_n + a_n b_n c_n$  (Ungerade Anzahl von Eingängen 1)

genau ein Eingang high alle Eingänge high

Carry-out  $c_{n+1} = c_n \cdot p_n + g_n$ 

$$c_{n+1} = \underbrace{a_n b_n \overline{c_n} + a_n \overline{b_n} c_n + \overline{a_n} b_n c_n}_{\text{zwei Eingänge 1}} + \underbrace{a_n b_n c_n}_{\text{drei Eingänge 1}} \text{ (Mindesten zwei Eingänge 1)}$$

Laufzeiten

$$\begin{aligned} t_{sn} &= \begin{cases} t_{cn} + t_{xor} & t_{cn} > t_{xor} \\ 2t_{xor} & sonst \end{cases} \\ t_{cn+1} &= \begin{cases} t_{and} + t_{or} & a_n = b_n = 1 \\ t_{xor} + t_{and} + t_{or} & a_n = b_n = 0 \\ t_{cn} + t_{and} + t_{or} & a_n \neq b_n \end{cases} \qquad (p_n = 1) \\ t_{cn} &= t_{and} + t_{or} & t_{an} \neq t_{an} \end{cases}$$

# 12 Sequentielle Logik

Logik mit Gedächtnis (Speicher)

### 12.1 Begriffe/Bedingungen

Stabilitätszeit vor der aktiven Taktflanke  $t_{Setup}$ Stabilitätszeit nach der aktiven Taktflanke  $t_{hold}$ Eingang wird spätestens nach  $t_{c2q}$  am Ausgang verfügbar  $t_{c2q}$  $\begin{array}{l} t_{clk} \geq t_{1,c2q} + t_{logic,max} + t_{2,setup} \\ f_{max} = \left \lfloor \frac{1}{t_{clk}} \right \rfloor & \text{(Nicht aufrunden)} \end{array}$ Min. Taktperiode Max. Taktfrequenz  $t_{hold} \leq t_{c2q} + t_{logic,min} o ext{Dummy Gatter einbauen} \ rac{1 ext{Sample}}{t_{clh mine}} = f$ Holdzeitbedingung Durchsatz  $\overline{t_{clk}}_{,pipe}$  $t_{clk}\cdot \# ext{Pipelinestufen}$  (das zwischen den FFs) Latenz

### 12.2 Pipelining

Nur bei synchronen(taktgesteuerten) Schaltungen möglich!

- Aufteilen langer kombinatorischer Pfade durch Einfügen zusätzlicher Registerstufen → Möglichst Halbierung des längsten Pfades
- Zeitverhalten beachten (evtl. Dummy-Gatter einfügen)
- Durchsatz erhöht sich entsprechend der Steigerung der Taktfrequenz
- Gesamtlatenz wird eher größer
- Taktfrequenz erhöht sich

#### 12.3 Parallel Processing

 ${\rm Durchsatz} = \frac{\#{\rm Ivioca.}}{t_{clk}, Modul}$ Latenz =  $t_{clk}$ 

- Paralleles, gleichzeitiges Verwenden mehrere identischer Schaltnetze
- Zusätzliche Kontrolllogik nötig (Multiplexer)
- Taktfrequenz und Latenz bleiben konstant
- Durchsatz steigt mit der Zahl der Verarbeitungseinheiten ABER: deutlich höherer Ressourcenverbrauch

# 13 Speicherelemente

Flüchtig Speicherinhalt gehen verloren, wenn Versorgungsspannung  $V_{DD}$  wegfällt - Bsp: \*RAM Nicht Flüchtig Speicherinhalt bleibt auch ohne  $V_{DD}$  erhalten - Bsp: Flash

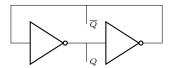
Asynchron Daten werden sofort geschrieben/gelesen.

**Synchron** Daten werden erst mit  $clk_{0\rightarrow 1}$  geschrieben.

**Dynamisch** Ohne Refreshzyklen gehen auch bei angelegter  $V_{DD}$  Daten verloren - Bsp: DRAM Statisch Behält den Zustand bei solange  $V_{DD}$  anliegt (keine Refreshzyklen nötig) - Bsp: SRAM Bandbreite: Bitanzahl, die gleichzeitig gelesen/geschrieben werden kann. Latenz: Zeitverzögerung zwischen Anforderung und Ausgabe von Daten. Zykluszeit: Minimale Zeitdifferenz zweier Schreib/Lesezugriffe.

$${\sf Speicherkapazit\"{a}t} = {\sf Wortbreite} \cdot 2^{{\sf Adressbreite}}$$

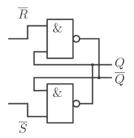
## 13.1 Speicherzelle/Register



Ring aus zwei Invertern.

Logikpegel kann nur mit öffnen des Inverter-Rings gesetzt werden.

## 13.2 Latch

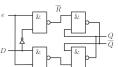


#### Set-Reset Latch:

Zwei gegenseitig rückgekoppelte NAND-Gatter.

Active Low Logik:

$\overline{S} =$	$0 \Rightarrow$	$Q = 1, \overline{R}$	=	$0 \Rightarrow$	Q	=	0
$\overline{R}$	$\overline{S}$	Q					
1	1	Q					
0	1	0					
1	0	1					
0	0	$Q$ $0$ $1$ $Q = \overline{Q}$					

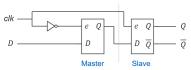


Enable-Latch: ändert Speicherzustand auf  $D \; {\rm nur} \; {\rm wenn} \; e=1.$ 

Level-Controlled ⇔ Latch

Q 0 Q D 1

### 13.3 Flip-Flop



clk	Q	$\overline{Q}$
$0 \rightarrow 1$	D	$\overline{D}$
const	0	0

Besteht aus zwei enable-Latches

Flip-Flop: Ändert Zustand bei steigender/(fallender)

Taktflanke.

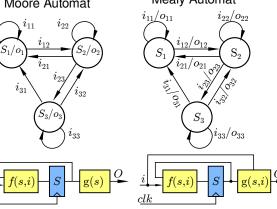
## 14 Automaten

DFA 6-Tupel  $\{I, O, S, R, f, g\}$ 

$$\begin{array}{c|c} I & \mathsf{Eingabealphabet} \\ O & \mathsf{Ausgabealphabet} \\ S & \mathsf{Menge} \ \mathsf{von} \ \mathsf{Zust"anden} \\ R \subseteq S & \mathsf{Menge} \ \mathsf{der} \ \mathsf{Anfangszust"ande} \\ f: S \times I \to S & \mathsf{Übergangsrelation} \\ g & \mathsf{Ausgaberelation} \end{array}$$



Mealy Automat



Moore Ouput hängt nur vom Zustand ab Kein direkter kombinatorischer Pfad Eingang⇒Ausgang

> s' = f(s, i), o = g(s) $g:S\to O$

Mealy

Output hängt von Zustand und Eingabe ab Generell weniger Zustände als Moore.

$$s' = f(s, i), o = g(s, i)$$
  
 $g: S \times I \rightarrow O$ 

## 14.1 Wahrheitstabelle einer FSM

i	$S = S_0S_n$	o	$S' = S_1' S_n'$
0	00	$o_{0,00}$	$S'_{0,00}$
:	:	:	:
1	11	$o_{1,11}$	$S'_{1,11}$

**Moore:** o ist f(S), nächster Zustand S' = f(i, S)**Mealy:** o ist f(i, S), nächster Zustand S' = f(i, S)