

# Schaltungstechnik 1

## Kirchhoff-Gesetze

### Anwendbarkeit

Konzentriertheithypothese muss erfüllt sein:

$$d \ll \lambda = \frac{c}{f}$$

d: Größe der Schaltung

$\lambda$ : Wellenlänge

### Netzwerktheorie

Zweige: Anzahl Kanten

Knoten: Anzahl Spannungsknoten (inklusive Masse wenn existiert).

Richtung Kantenpfeil  $\equiv$  Richtung Kantenstrom und Kantenstromspannung.

Graph besteht aus Baum und Verbindungskanten.

### Knoteninzidenzmatrix

Matrix  $A \in \{-1, 0, 1\}^{(n-1) \times (b)}$

$$\text{Eintrag } a_{\alpha\beta} = \begin{cases} +1, & \text{Outgoing, Zweig } \beta \leftarrow \text{Knoten } \alpha \\ -1, & \text{Incoming, Zweig } \beta \rightarrow \text{Knoten } \alpha \\ \pm 0, & \text{Kein Zweig } \beta \leftrightarrow \text{Knoten } \alpha \end{cases}$$

Beinhaltet nicht den Bezugsknoten (da linear abhängig).

### 0.1 KVL Matrix

Matrix  $B \in \{-1, 0, 1\}^{b \times b - (n-1)}$

$$\text{Eintrag } b_{\alpha\beta} = \begin{cases} +1, & \text{Zweig in Richtung Masche} \\ -1, & \text{Zweig entgegen Masche} \\ \pm 0, & \text{Kein Zweig in Masche} \end{cases}$$

### Knotenregel (KCL)

Für jeden Knoten gilt:

Die Summe aller Ströme ist Null.

$$\sum_{\text{Knoten}} i_j(t) = 0$$

(herausfließende Ströme positiv)

Anzahl linear unabhängiger Knotengleichungen: **(n-1)**

n: Anzahl der Knoten

KCL in Matrixform:

Nullraumdarstellung:  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{i} = \mathbf{0}$

Mit Knoteninzidenzmatrix  $\mathbf{A}$

### Maschenregel (KVL)

Für jede Masche gilt:

Die Summe der Teilspannungen ist Null.

$$\sum_{\text{Umlauf}} u_j(t) = 0$$

(Spannungen in Umlaufrichtung positiv)

Anzahl linear unabhängiger Schleifengleichungen: **b-(n-1)**

b: Anzahl der Zweige

n: Anzahl der Knoten

KVL in Matrixform:

Nullraumdarstellung:  $\mathbf{B}\mathbf{u} = \mathbf{0}$

$\mathbf{u}$  ist Spannungen der Kanten

$$\mathbf{u} - \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{u}_k = \mathbf{0}$$

Bildraumdarstellung:  $\mathbf{u} = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{u}_k$

( $\mathbf{M} = \mathbf{A}^T$ ) Mit Inzidenzmatrix  $\mathbf{A}$

## Resistive Eintore

### Darstellungsformen

Implizit:  $f_F(u, i) = 0$

Explizit:  $u = r(i), i = g(u)$

Parametrisiert:  $u = u(\lambda), i = i(\lambda)$

### Eigenschaften

$F$  ist...

- stromgesteuert
- spannungsgesteuert
- ungepolt
- passiv
- aktiv
- verlustlos
- quellenfrei
- streng linear
- linear
- stückweise linear

Kennlinie von  $F$ ...

- $\exists$  Darstellung  $u = r(i)$
- $\exists$  Darstellung  $i = g(u)$
- ... ist punktsymmetrisch zu (0/0)
- ... verläuft nur im I. oder III. Quadr.
- ... ist nicht passiv
- ... liegt nur auf den Achsen
- ... geht durch den Ursprung
- ... ist Ursprungsgerade, Ursprung oder ganze u-i-Ebene
- ... ist eine beliebige Gerade
- ... besteht aus Geradenstücken

### Umpolung

Punktspiegelung der Kennlinie am Ursprung

$$(u, i) \in F \Leftrightarrow (-u, -i) \in \bar{F}$$

### Dualität

Für  $R_d = 1\Omega$ : Spiegelung an der Winkelhalbierenden.

$$(u, i) \in F \Leftrightarrow (R_d i, \frac{u}{R_d}) \in F^d$$

### Widerstände

$$u = R \cdot i \quad R = \frac{1}{G} \quad R_1 || R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \text{ (Parallel)}$$

$$\text{Reihenschaltung: } R_{\text{gesamt}} = R_1 + \dots + R_i$$

$$\text{Parallelschaltung: } \frac{1}{R_{\text{gesamt}}} = \frac{1}{R_1} + \dots + \frac{1}{R_i}$$

### Leitwerte

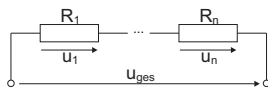
$$i = G \cdot u \quad G = \frac{1}{R} \quad G_1 || G_2 = \frac{G_1 \cdot G_2}{G_1 + G_2} \text{ (Seriell)}$$

$$\text{Reihenschaltung: } \frac{1}{G_{\text{gesamt}}} = \frac{1}{G_1} + \dots + \frac{1}{G_i}$$

$$\text{Parallelschaltung: } G_{\text{gesamt}} = G_1 + \dots + G_i$$

## Spannungsteiler / Stromteiler

### Spannungsteiler

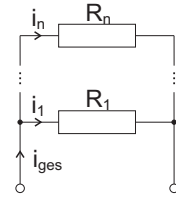


$$u_i = u_{ges} \cdot \frac{R_i}{R_{ges}} = u_{ges} \cdot \frac{G_i}{G_{ges}}$$

$$R_{ges} = R_1 + \dots + R_n$$

$$G_{1+2} = \frac{G_1 \cdot G_2}{G_1 + G_2}$$

### Stromteiler



$$i_i = i_{ges} \cdot \frac{R_{ges}}{R_i} = i_{ges} \cdot \frac{G_i}{G_{ges}}$$

$$G_{ges} = G_1 + \dots + G_n$$

$$R_{1+2} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$u_{ges} = R_{ges} i_{ges}$$

$$R_{ges} = R_2 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

$$u_{R1} = \frac{1}{1 + \frac{R_2 R_3}{R_1 (R_2 + R_3)}} u_{ges}$$

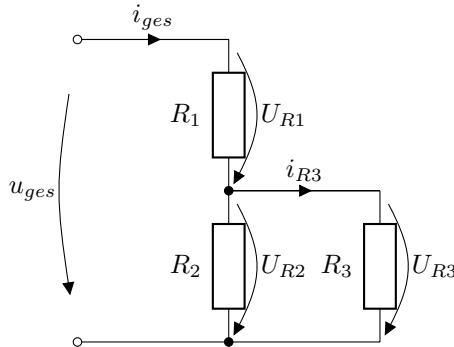
$$u_{R2} = \frac{1}{1 + \frac{R_1 (R_2 + R_3)}{R_2 R_3}} u_{ges}$$

$$u_{R3} = u_{R2}$$

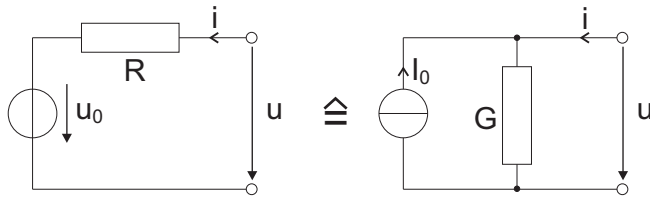
$$i_{R1} = i_{ges}$$

$$i_{R2} = \frac{R_3}{(R_2 + R_3)} i_{ges}$$

$$i_{R3} = \frac{R_2}{(R_2 + R_3)} i_{ges}$$



## Quellwandlung linearer Quellen



### Wichtig: Pfeilrichtung $I_0$

Für jede lineare Quelle gilt:

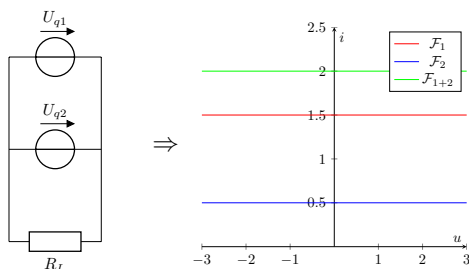
$$u = R_i \cdot i + U_0 \text{ bzw. } i = G_i \cdot u - I_0$$

## Kennlinienbestimmung von verschalteten Bauteilen

### Parallel

Die Spannung ist an jedem Bauteil gleich. Die Ströme werden nach der Knotenregel addiert.

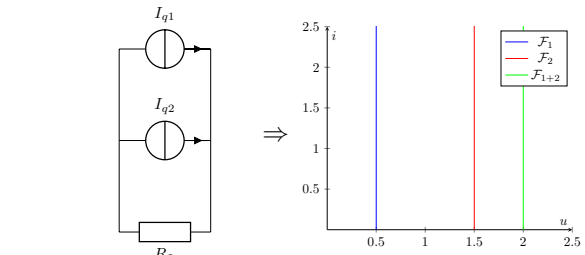
Grafisch: Kennlinien entlang der  $i$ -Achse addieren.



### Seriell

Der Strom ist in jedem Bauteil gleich. Die Spannungen werden nach der Maschenregel addiert.

Grafisch: Kennlinien entlang der  $u$ -Achse addieren.

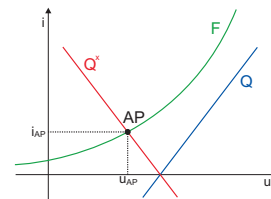


## Arbeitspunktbestimmung

$Q$ : Quelleneintor

$Q^x$ : Quelleneintor gespiegelt an der  $u$ -Achse

$F$ : Lasteintor



Rechnerisch:  $i_Q = -i_F$

Graphisch:  $AP = F \cap Q^x$

## Linearisierung im Arbeitspunkt

z.B. Leitwertsbeschreibung:

$$\Delta i_F = \left. \frac{\partial i_F}{\partial u_F} \right|_{AP} \cdot \Delta u_F$$

$$(i_F = I_{AP} + \Delta i_F; \quad u_F = U_{AP} + \Delta u_F)$$

$$i_{F,lin} = \left. \frac{\partial i_F}{\partial u_F} \right|_{AP} \cdot (u_F - U_{AP}) + I_{AP}$$

$$i_{F,lin} = \underbrace{\left. \frac{\partial i_F}{\partial u_F} \right|_{AP}}_g \cdot u_F - \underbrace{\left. \frac{\partial i_F}{\partial u_F} \right|_{AP} \cdot U_{AP}}_{I_{0,AP}} + I_{AP}$$

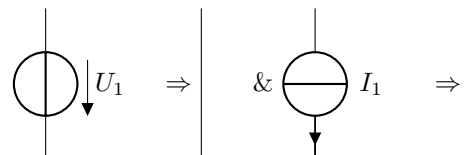
## Ersatzschaltbilder

Zuerst alle Bauteile im Arbeitspunkt linearisieren. Erhalte  $u_1 = U + \Delta u$

**Großsignal:** Alle Wechselquellen weglassen.  $u_1 = U$

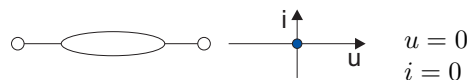
**Kleinsignal:** Alle Konstantquellen weglassen.  $U_1 = \Delta u$

## Ersetzen von Quellen

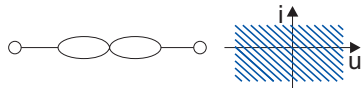


## Bauelemente

### Nullator



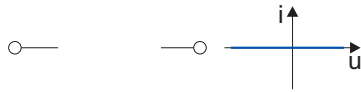
Strom/spannungsgesteuert, ungepolt, passiv, verlustlos, quellenfrei, streng linear. Dual zu Nullator.

**Norator**

$$u = \text{beliebig}$$

$$i = \text{beliebig}$$

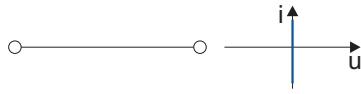
Ungepolt, aktiv, quellenfrei, streng linear. Dual zu Norator.

**Leerlauf**

$$u = \text{beliebig}$$

$$i = 0$$

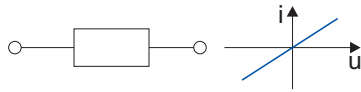
Spannungsgesteuert, ungepolt, passiv, verlustlos, quellenfrei, streng linear. Dual zu Kurzschluss.

**Kurzschluss**

$$u = 0$$

$$i = \text{beliebig}$$

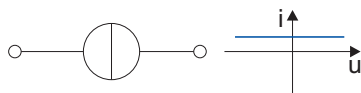
Stromgesteuert, ungepolt, passiv, verlustlos, quellenfrei, streng linear. Dual zu Leerlauf.

**Ohmscher Widerstand**

$$u = R \cdot i$$

$$i = G \cdot u$$

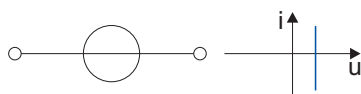
Spannungs-/Stromgesteuert ( $R > 0/G > 0$ ), ungepolt, passiv für  $R \geq 0$ , aktiv für  $R < 0$ , quellenfrei, streng linear. Dual zu Widerstand mit  $R_2 = \frac{1}{R_1}$ .

**Ideale Stromquelle**

$$u = \text{beliebig}$$

$$i = I_0$$

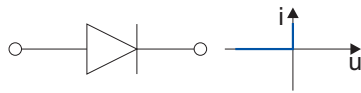
Für  $I > 0$ : Spannungsgesteuert, gepolt, aktiv, nicht verlustlos, nicht quellenfrei, linear. Dual zu Spannungsquelle.

**Ideale Spannungsquelle**

$$u = U_0$$

$$i = \text{beliebig}$$

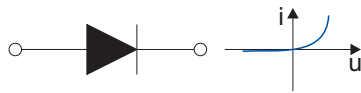
Für  $U > 0$ : Stromgesteuert, gepolt, aktiv, nicht verlustlos, nicht quellenfrei, linear. Dual zu Stromquelle.

**Ideale Diode**

$$u = 0 \text{ für } i > 0$$

$$i = 0 \text{ für } u < 0$$

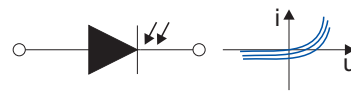
Nicht Strom/Spannungsgesteuert, gepolt, passiv, quellenfrei, stückweise linear. Dual zu umgepoltem selbst.

**Reale Diode**

$$u = U_T \cdot \ln\left(\frac{i}{I_S} + 1\right)$$

$$i = I_S(e^{\frac{u}{U_T}} - 1)$$

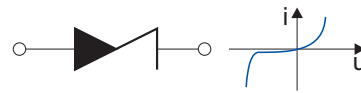
Spannungs/Stromgesteuert, gepolt, passiv, quellenfrei, nicht linear.

**Photodiode**

$$u(t) = U_T \cdot \ln\left(\frac{i(t) + i_L(t)}{I_S} + 1\right)$$

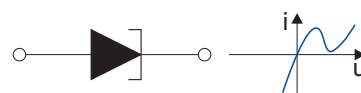
$$i(t) = I_S(e^{\frac{u(t)}{U_T}} - 1) - i_L(t)$$

Nicht Strom/Spannungsgesteuert, gepolt, aktiv, nicht linear.

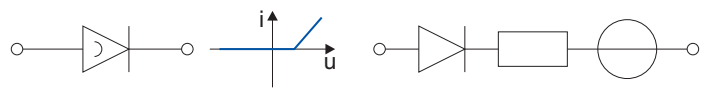
**Zenerdiode**

leitet bei  $u < U_Z$

Strom/Spannungsgesteuert, gepolt, passiv, quellenfrei, nicht linear.

**Tunnel diode**

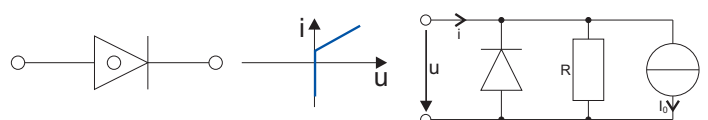
Spannungsgesteuert, gepolt, passiv, quellenfrei, nicht linear.

**Konkaver Widerstand**

$$i = 0 \text{ für } u \leq U_0$$

$$i = G \cdot (u - U_0) \text{ für } u \geq U_0$$

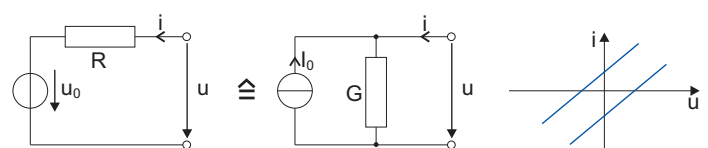
Spannungsgesteuert, gepolt, passiv, quellenfrei ( $U_0 \geq 0$ ), stückweise linear. Dual zu konvexem Widerstand.

**Konvexer Widerstand**

$$u = 0 \text{ für } i \leq I_0$$

$$u = R \cdot (i - I_0) \text{ für } i \geq I_0$$

Stromgesteuert, gepolt, passiv, quellenfrei ( $I_0 \geq 0$ ), stückweise linear.

**Lineare Quellen**

$U_0 = I_0 \cdot R$ ;  $I_0 = U_0 \cdot G$  Spannungs/Stromgesteuert ( $R > 0/G > 0$ ), gepolt, aktiv ( $I_0 > 0 \Leftrightarrow U_0 > 0$ ), linear.

# Resistive Zweitore

## Darstellungsformen

### Implizit

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{N} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{u} \\ \underline{i} \end{bmatrix}}_{\text{Kern}[\mathbf{M} \quad \mathbf{N}]} = \underline{0} \quad \text{quellenfrei}$$

$$F = \text{Kern} \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{N} \end{bmatrix} + \frac{u_0}{i_0} \quad \text{nicht quellenfrei}$$

Explizit  $\Rightarrow$  Implizit:  $i = Gu \Rightarrow 0 = Gu - 1 \Rightarrow [MN] = [G - 1]$

### Explizit

Größe mit konstantem Nullwert (KS, LL, Nullator) kann keine Steuergröße sein. Größe mit beliebigem Wert (Norator) kann nicht gesteuert werden.

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \mathbf{G} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11}u_1 + g_{12}u_2 \\ g_{21}u_1 + g_{22}u_2 \end{bmatrix} \quad \text{Leitwertsbeschr.}$$

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \mathbf{R} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11}i_1 + r_{12}i_2 \\ r_{21}i_1 + r_{22}i_2 \end{bmatrix} \quad \text{Widerstandsbeschr.}$$

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \mathbf{H} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11}i_1 + h_{12}u_2 \\ h_{21}i_1 + h_{22}u_2 \end{bmatrix} \quad \text{hybride Beschr.}$$

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \mathbf{H}' \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h'_{11}u_1 + h'_{12}i_2 \\ h'_{21}u_1 + h'_{22}i_2 \end{bmatrix} \quad \text{inverse hybride Beschr.}$$

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \mathbf{A} \cdot \begin{bmatrix} u_2 \\ -i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}u_2 - a_{12}i_2 \\ a_{21}u_2 - a_{22}i_2 \end{bmatrix} \quad \text{Kettenbeschr.}$$

$$\begin{bmatrix} u_2 \\ i_2 \end{bmatrix} = \mathbf{A}' \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ -i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a'_{11}u_1 - a'_{12}i_1 \\ a'_{21}u_1 - a'_{22}i_1 \end{bmatrix} \quad \text{inverse Kettenbeschr.}$$

### Parametrisiert

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \underline{u} \\ \underline{i} \end{bmatrix}}_{\text{Bild} \begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \cdot \underline{c} = \begin{bmatrix} \underline{u}^{(1)} & \underline{u}^{(2)} \\ \underline{i}^{(1)} & \underline{i}^{(2)} \end{bmatrix} \cdot \underline{c} \quad \text{quellenfrei}$$

$$F = \text{Bild} \begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} + \frac{u_0}{i_0} \quad \text{nicht quellenfrei}$$

mit  $\frac{1}{V}\underline{u}, \frac{1}{A}\underline{i}, \underline{c} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  und  $\frac{1}{V}\mathbf{U}, \frac{1}{A}\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{n \times n}$

## Eigenschaften

$F$ ist...	wenn...
- passiv	$\forall \begin{bmatrix} \underline{u} \\ \underline{i} \end{bmatrix} \in F : P = \underline{u}^T \cdot \underline{i} \geq 0$
- aktiv	$\exists \begin{bmatrix} \underline{u} \\ \underline{i} \end{bmatrix} \in F : P = \underline{u}^T \cdot \underline{i} < 0$
- verlustlos	$\forall \begin{bmatrix} \underline{u} \\ \underline{i} \end{bmatrix} \in F : \underline{u}^T \cdot \underline{i} = 0$
	$\mathbf{U}^T \mathbf{I} + \mathbf{I}^T \mathbf{U} = \mathbf{0}$ $\mathbf{R} = -\mathbf{R}^T; \quad \mathbf{G} = -\mathbf{G}^T$
- umkehrbar Symmetrisch	$\mathbf{G} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{P}; \quad \mathbf{R} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{P}; \quad \mathbf{A} = \mathbf{A}'$ $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ „Zeilentausch + Spaltentausch“
- reziprok	$\mathbf{U}^T \mathbf{I} - \mathbf{I}^T \mathbf{U} = \mathbf{0}; \mathbf{G} = \mathbf{G}^T; \mathbf{R} = \mathbf{R}^T$ $\det(\mathbf{A}) = \det(\mathbf{A}') = 1$ Netzwerk besteht nur aus R, C und L

$$\text{Dualität} \quad \begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix}^d = \begin{bmatrix} R_d \mathbf{I} \\ \frac{1}{R_d} \mathbf{U} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & R_d \mathbf{1} \\ \frac{1}{R_d} \mathbf{1} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}^d = \frac{1}{R_d^2} \mathbf{R}; \quad \mathbf{R}^d = R_d^2 \mathbf{G}$$

### Kurzschluss/Leerlauf-Methode

Verfahre nach "Berechnung Beschreibungsmatrix". Jeweils eine steuernde Größe auf Null setzen (Spannungsquelle  $\rightarrow$  KS; Stromquelle  $\rightarrow$  LL).

$$\begin{array}{ll} \mathbf{G} & \begin{array}{l} g_{11} = \frac{i_1}{u_1} \Big|_{u_2=0} \quad g_{12} = \frac{i_1}{u_2} \Big|_{u_1=0} \\ g_{21} = \frac{i_2}{u_1} \Big|_{u_2=0} \quad g_{22} = \frac{i_2}{u_2} \Big|_{u_1=0} \end{array} \\ \mathbf{R} & \begin{array}{l} r_{11} = \frac{u_1}{i_1} \Big|_{i_2=0} \quad r_{12} = \frac{u_1}{i_2} \Big|_{i_1=0} \\ r_{21} = \frac{u_2}{i_1} \Big|_{i_2=0} \quad r_{22} = \frac{u_2}{i_2} \Big|_{i_1=0} \end{array} \\ \mathbf{H} & \begin{array}{l} h_{11} = \frac{u_1}{i_1} \Big|_{u_2=0} \quad h_{12} = \frac{u_1}{u_2} \Big|_{i_1=0} \\ h_{21} = \frac{i_2}{i_1} \Big|_{u_2=0} \quad h_{22} = \frac{i_2}{u_2} \Big|_{i_1=0} \end{array} \\ \mathbf{H}' & \begin{array}{l} h'_{11} = \frac{i_1}{u_1} \Big|_{i_2=0} \quad h'_{12} = \frac{i_1}{i_2} \Big|_{u_1=0} \\ h'_{21} = \frac{u_2}{u_1} \Big|_{i_2=0} \quad h'_{22} = \frac{u_2}{i_2} \Big|_{u_1=0} \end{array} \\ \mathbf{A} & \begin{array}{l} a_{11} = \frac{u_1}{u_2} \Big|_{i_2=0} \quad a_{12} = -\frac{u_1}{i_2} \Big|_{u_2=0} \\ a_{21} = \frac{i_1}{u_2} \Big|_{i_2=0} \quad a_{22} = -\frac{i_1}{i_2} \Big|_{u_2=0} \end{array} \\ \mathbf{A}' & \begin{array}{l} a'_{11} = \frac{u_2}{u_1} \Big|_{i_1=0} \quad a'_{12} = -\frac{u_2}{i_1} \Big|_{u_1=0} \\ a'_{21} = \frac{i_2}{u_1} \Big|_{i_1=0} \quad a'_{22} = -\frac{i_2}{i_1} \Big|_{u_1=0} \end{array} \end{array}$$

### Berechnung Beschreibungsmatrix

Bei quellenbehafteten Zweitoren:

z.B.  $\underline{i} = \mathbf{G} \cdot \underline{u} + \underline{I}_0$

1) Setze interne Quellen zu Null (Spannungsquelle  $\rightarrow$  KS;

Stromquelle  $\rightarrow$  LL)  $\rightarrow$  bestimme Funktionen der Matrix (hier:  $\underline{i} = \mathbf{G} \cdot \underline{u}$ )

2) Setze Steuergrößen zu Null  $\rightarrow$  bestimme Quellenvektor (hier:  $\underline{i} = \underline{I}_0$  für  $\underline{u} = 0$ )).

## Linearisierung im AP

### Explizit

z.B. Leitwertsbeschreibung:

$$i_{lin}(u) = G_{lin}(u - U_{AP}) + I_{AP},$$

$G_{lin} = \frac{\partial i}{\partial u}$  mit  $u = U_{AP}$  einsetzen.

$$\Delta \underline{i} = \mathbf{J} \cdot \Delta \underline{u}$$

$$(\underline{i} = \underline{I} + \Delta \underline{i}; \quad \underline{u} = \underline{U} + \Delta \underline{u})$$

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial u_1} & \frac{\partial g_1}{\partial u_2} \\ \frac{\partial g_2}{\partial u_1} & \frac{\partial g_2}{\partial u_2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{J}(\text{Jacobimatrix})} \bigg|_{AP} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u_1 \\ \Delta u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

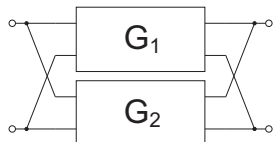
### Implizit

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1}{\partial u_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2}{\partial u_2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}} \bigg|_{AP} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u_1 \\ \Delta u_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial i_1} & \frac{\partial f_1}{\partial i_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial i_1} & \frac{\partial f_2}{\partial i_2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{N}} \bigg|_{AP} \cdot \begin{bmatrix} \Delta i_1 \\ \Delta i_2 \end{bmatrix} = 0$$

## Zusammenschaltung von Zweitoren

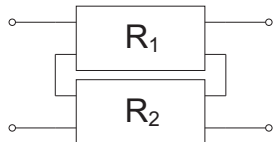
Es muss immer darauf geachtet werden, dass die Torbedingungen eingehalten werden (außer bei Kettenschaltung)!

### Parallelschaltung



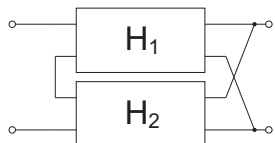
$$\mathbf{G}_{ges} = \mathbf{G}_1 + \mathbf{G}_2$$

### Serienschaltung



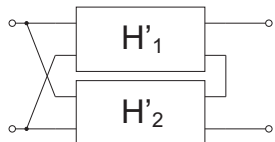
$$\mathbf{R}_{ges} = \mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2$$

### Hybride Verschaltung



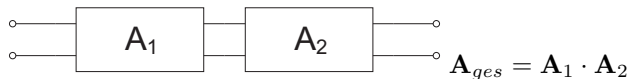
$$\mathbf{H}_{ges} = \mathbf{H}_1 + \mathbf{H}_2$$

### Inverse hybride Verschaltung



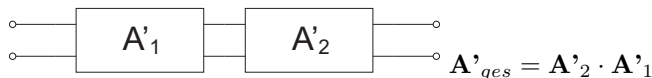
$$\mathbf{H}'_{ges} = \mathbf{H}'_1 + \mathbf{H}'_2$$

### Kettenschaltung



$$\mathbf{A}_{ges} = \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{A}_2$$

### Inverse Kettenschaltung



$$\mathbf{A}'_{ges} = \mathbf{A}'_2 \cdot \mathbf{A}'_1$$

## Umrechnung der Zweitor-Matrizen

### Implizit $\rightarrow$ explizit

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{N} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{u} \\ \underline{i} \end{bmatrix} = \underline{0} \quad |M^{-1} \cdot \quad \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{N} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{u} \\ \underline{i} \end{bmatrix} = \underline{0} \quad |N^{-1} \cdot$$

$$\underline{u} + \mathbf{M}^{-1} \mathbf{N} \cdot \underline{i} = \underline{0}$$

$$\mathbf{N}^{-1} \mathbf{M} \cdot \underline{u} + \underline{i} = \underline{0}$$

$$\underline{u} = \underbrace{-\mathbf{M}^{-1} \mathbf{N}}_{\mathbf{R}} \cdot \underline{i}$$

$$\underline{i} = \underbrace{-\mathbf{N}^{-1} \mathbf{M}}_{\mathbf{G}} \cdot \underline{u}$$

### Explizit $\rightarrow$ implizit

$$\underline{u} = \mathbf{R} \cdot \underline{i}$$

$$\underline{i} = \mathbf{G} \cdot \underline{u}$$

$$\underbrace{\mathbf{1}}_{\mathbf{M}} \cdot \underline{u} - \underbrace{\mathbf{R}}_{\mathbf{N}} \cdot \underline{i} = \underline{0}$$

$$\underbrace{-\mathbf{G}}_{\mathbf{M}} \cdot \underline{u} + \underbrace{\mathbf{1}}_{\mathbf{N}} \cdot \underline{i} = \underline{0}$$

### Parametrisiert $\rightarrow$ explizit

$$\begin{bmatrix} \underline{u} \\ \underline{i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \cdot \underline{c} \Rightarrow \underline{u} = \mathbf{U} \cdot \underline{c}$$

$$\underline{i} = \mathbf{I} \cdot \underline{c}$$

$$\underline{i} = \mathbf{I} \cdot \underline{c} \quad | \mathbf{I}^{-1} \cdot$$

$$\underline{u} = \mathbf{U} \cdot \underline{c} \quad | \mathbf{U}^{-1} \cdot$$

$$\Rightarrow \mathbf{I}^{-1} \cdot \underline{i} = \underline{c}$$

$$\Rightarrow \mathbf{U}^{-1} \cdot \underline{u} = \underline{c}$$

$$\Rightarrow \underline{u} = \underbrace{\mathbf{U} \cdot \mathbf{I}^{-1}}_{\mathbf{R}} \cdot \underline{i}$$

$$\Rightarrow \underline{i} = \underbrace{\mathbf{I} \cdot \mathbf{U}^{-1}}_{\mathbf{G}} \cdot \underline{u}$$

### Explizit $\rightarrow$ parametrisiert

$$\underline{u} = \mathbf{R} \cdot \underline{i}$$

$$\underline{i} = \mathbf{G} \cdot \underline{u}$$

$$\mathbf{U} = \mathbf{R}; \quad \mathbf{I} = \mathbf{1}$$

$$\mathbf{U} = \mathbf{1}; \quad \mathbf{I} = \mathbf{G}$$

### Implizit $\rightarrow$ parametrisiert

$$\mathbf{U} = -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{N}; \quad \mathbf{I} = \mathbf{1} \quad \text{oder} \quad \mathbf{U} = \mathbf{1}; \quad \mathbf{I} = -\mathbf{N}^{-1} \mathbf{M}$$

### Parametrisiert $\rightarrow$ implizit

$$\mathbf{M} = -\mathbf{I} \cdot \mathbf{U}^{-1}; \quad \mathbf{N} = \mathbf{1} \quad \text{oder} \quad \mathbf{M} = \mathbf{1}; \quad \mathbf{N} = -\mathbf{U} \cdot \mathbf{I}^{-1}$$

### Explizit $\rightarrow$ explizit

$$\underline{i} = \mathbf{G} \cdot \underline{u} + \underline{I}_0 \quad | \mathbf{R} \cdot$$

$$\underline{u} = \mathbf{R} \cdot \underline{i} + \underline{U}_0 \quad | \mathbf{G} \cdot$$

$$\mathbf{R} \cdot \underline{i} = \underbrace{\mathbf{R} \cdot \mathbf{G}}_{\mathbf{1}} \cdot \underline{u} + \mathbf{R} \cdot \underline{I}_0$$

$$\mathbf{G} \cdot \underline{u} = \underbrace{\mathbf{G} \cdot \mathbf{R}}_{\mathbf{1}} \cdot \underline{i} + \mathbf{G} \cdot \underline{U}_0$$

$$\underline{u} = \mathbf{R} \cdot \underline{i} - \mathbf{R} \cdot \underline{I}_0$$

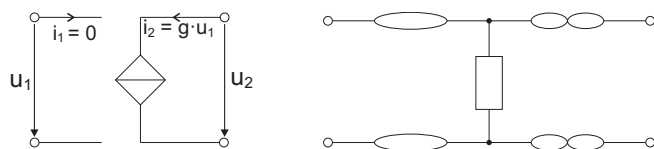
$$\underline{i} = \mathbf{G} \cdot \underline{u} - \mathbf{G} \cdot \underline{U}_0$$

	<b>R</b>		<b>G</b>		<b>H</b>	
<b>R</b>		$r_{11} \quad r_{12}$ $r_{21} \quad r_{22}$		$\frac{1}{\det(\mathbf{G})} \quad \begin{bmatrix} g_{22} & -g_{12} \\ -g_{21} & g_{11} \end{bmatrix}$		$\frac{1}{h_{22}} \quad \begin{bmatrix} \det(\mathbf{H}) & h_{12} \\ -h_{21} & 1 \end{bmatrix}$
<b>G</b>	$\frac{1}{\det(\mathbf{R})}$	$\begin{bmatrix} r_{22} & -r_{12} \\ -r_{21} & r_{11} \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix}$		$\frac{1}{h_{11}} \quad \begin{bmatrix} 1 & -h_{12} \\ h_{21} & \det(\mathbf{H}) \end{bmatrix}$
<b>H</b>	$\frac{1}{r_{22}}$	$\begin{bmatrix} \det(\mathbf{R}) & r_{12} \\ -r_{21} & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{g_{11}}$	$\begin{bmatrix} 1 & -g_{12} \\ g_{21} & \det(\mathbf{G}) \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix}$
<b>H'</b>	$\frac{1}{r_{11}}$	$\begin{bmatrix} 1 & -r_{12} \\ r_{21} & \det(\mathbf{R}) \end{bmatrix}$	$\frac{1}{g_{22}}$	$\begin{bmatrix} \det(\mathbf{G}) & g_{12} \\ -g_{21} & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\det(\mathbf{H})}$	$\begin{bmatrix} h_{22} & -h_{12} \\ -h_{21} & h_{11} \end{bmatrix}$
<b>A</b>	$\frac{1}{r_{21}}$	$\begin{bmatrix} r_{11} & \det(\mathbf{R}) \\ 1 & r_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{g_{21}}$	$\begin{bmatrix} -g_{22} & -1 \\ -\det(\mathbf{G}) & -g_{11} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{h_{21}}$	$\begin{bmatrix} -\det(\mathbf{H}) & -h_{11} \\ -h_{22} & -1 \end{bmatrix}$
<b>A'</b>	$\frac{1}{r_{12}}$	$\begin{bmatrix} r_{22} & \det(\mathbf{R}) \\ 1 & r_{11} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{g_{12}}$	$\begin{bmatrix} -g_{11} & -1 \\ -\det(\mathbf{G}) & -g_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{h_{12}}$	$\begin{bmatrix} 1 & h_{11} \\ h_{22} & \det(\mathbf{H}) \end{bmatrix}$

	<b>H'</b>		<b>A</b>		<b>A'</b>	
<b>R</b>	$\frac{1}{h'_{11}}$	$\begin{bmatrix} 1 & -h'_{12} \\ h'_{21} & \det(\mathbf{H}') \end{bmatrix}$	$\frac{1}{a'_{21}}$	$\begin{bmatrix} a_{11} & \det(\mathbf{A}) \\ 1 & a_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{a'_{21}}$	$\begin{bmatrix} a'_{22} & 1 \\ \det(\mathbf{A}') & a'_{11} \end{bmatrix}$
<b>G</b>	$\frac{1}{h'_{22}}$	$\begin{bmatrix} \det(\mathbf{H}') & h'_{12} \\ -h'_{21} & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{a'_{12}}$	$\begin{bmatrix} a_{22} & -\det(\mathbf{A}) \\ -1 & a_{11} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{a'_{12}}$	$\begin{bmatrix} a'_{11} & -1 \\ -\det(\mathbf{A}') & a'_{22} \end{bmatrix}$
<b>H</b>	$\frac{1}{\det(\mathbf{H}')}$	$\begin{bmatrix} h'_{22} & -h'_{12} \\ -h'_{21} & h'_{11} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{a'_{22}}$	$\begin{bmatrix} a_{12} & \det(\mathbf{A}) \\ -1 & a_{21} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{a'_{11}}$	$\begin{bmatrix} a'_{12} & 1 \\ -\det(\mathbf{A}') & a'_{21} \end{bmatrix}$
<b>H'</b>		$\begin{bmatrix} h'_{11} & h'_{12} \\ h'_{21} & h'_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{a'_{11}}$	$\begin{bmatrix} a_{21} & -\det(\mathbf{A}) \\ 1 & a_{12} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{a'_{22}}$	$\begin{bmatrix} a'_{21} & -1 \\ \det(\mathbf{A}') & a'_{12} \end{bmatrix}$
<b>A</b>	$\frac{1}{h'_{21}}$	$\begin{bmatrix} 1 & h'_{22} \\ h'_{11} & \det(\mathbf{H}') \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\det(\mathbf{A}')}$	$\begin{bmatrix} a'_{22} & a'_{12} \\ a'_{21} & a'_{11} \end{bmatrix}$
<b>A'</b>	$\frac{1}{h'_{12}}$	$\begin{bmatrix} -\det(\mathbf{H}') & -h'_{22} \\ -h'_{11} & -1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\det(\mathbf{A})}$	$\begin{bmatrix} a_{22} & a_{12} \\ a_{21} & a_{11} \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} a'_{11} & a'_{12} \\ a'_{21} & a'_{22} \end{bmatrix}$

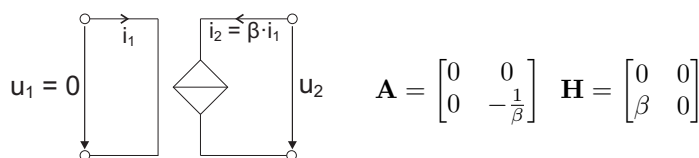
## Spezielle Zweitore

### VCCS Spannungsgesteuerte Stromquelle



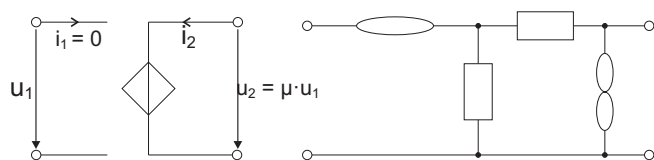
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{g} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ g & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -g & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{N} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

### CCCS Stromgesteuerte Stromquelle



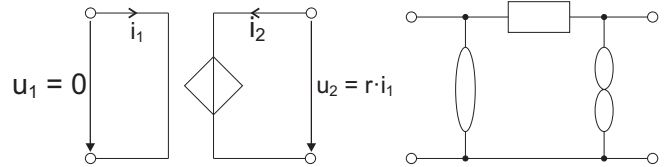
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\beta} \end{bmatrix} \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \beta & 0 \end{bmatrix}$$

### VCCS Spannungsgesteuerte Spannungsquelle



$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\mu} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{H}' = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \mu & 0 \end{bmatrix}$$

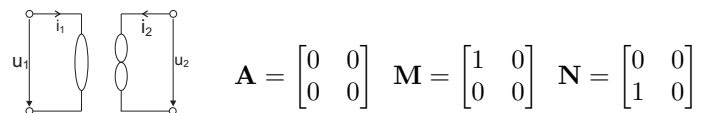
### CCVS Stromgesteuerte Spannungsquelle



$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{r} & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ r & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{N} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -r & 0 \end{bmatrix}$$

### Nullor

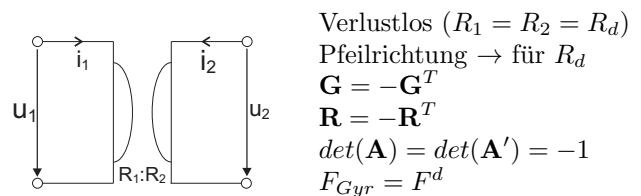
Quellenfrei, streng linear, nicht verlustlos



$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{N} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

### Gyrator

Dualwandler, Positiv-Immittanz-Inverter (PII)



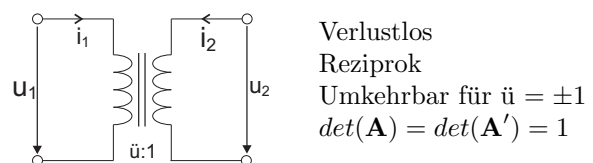
Verlustlos ( $R_1 = R_2 = R_d$ )  
Pfeilrichtung  $\rightarrow$  für  $R_d$   
 $\mathbf{G} = -\mathbf{G}^T$   
 $\mathbf{R} = -\mathbf{R}^T$   
 $\det(\mathbf{A}) = \det(\mathbf{A}') = -1$   
 $F_{Gyr} = F^d$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{R_2} \\ -\frac{1}{R_1} & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0 & -R_1 \\ R_2 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & R_1 \\ \frac{1}{R_2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}' = \begin{bmatrix} 0 & -R_2 \\ -\frac{1}{R_1} & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{N} = \begin{bmatrix} 0 & R_1 \\ -R_2 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

### Idealer Übertrager

Positiv-Immittanz-Konverter (PIK)



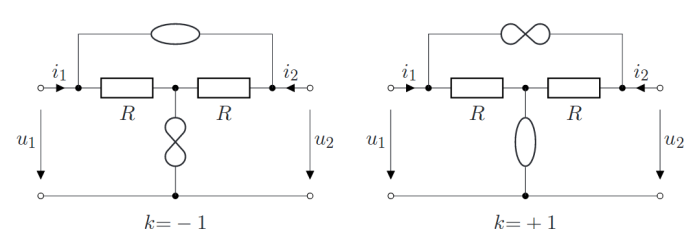
Verlustlos  
Reziprok  
Umkehrbar für  $\ddot{u} = \pm 1$   
 $\det(\mathbf{A}) = \det(\mathbf{A}') = 1$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \ddot{u} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\ddot{u}} \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}' = \begin{bmatrix} \frac{1}{\ddot{u}} & 0 \\ 0 & \ddot{u} \end{bmatrix} \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 & \ddot{u} \\ -\ddot{u} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H}' = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{\ddot{u}} \\ \frac{1}{\ddot{u}} & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & -\ddot{u} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{N} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \ddot{u} & 1 \end{bmatrix}$$

### NIK

Negativ-Immittanz-Konverter (NIK)



$k = -1$

$k = +1$

Aktiv, antireziprok, für  $|k| = 1$  symmetrisch

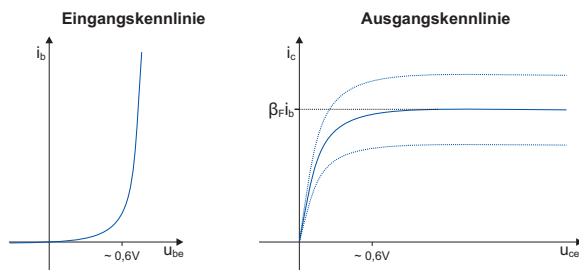
$k = 1$   $F$  ist an der  $i_1$ -Achse gespiegelter Zweipol  
 $k = -1$   $F$  ist an der  $u_1$ -Achse gespiegelter Zweipol

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -k & 0 \\ 0 & \frac{1}{k} \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}' = \begin{bmatrix} -\frac{1}{k} & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 & -k \\ -k & 0 \end{bmatrix}$$

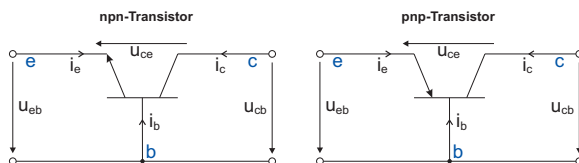
$$\mathbf{H}' = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{k} \\ -\frac{1}{k} & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & k \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{N} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & \frac{1}{k} \end{bmatrix}$$

## Bipolar-Transistoren

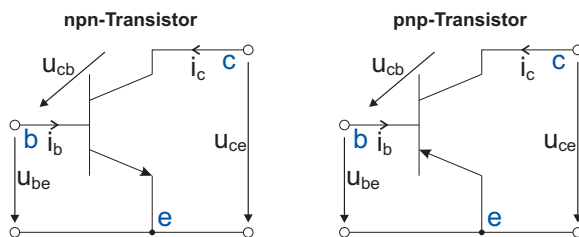
### Kennlinien eines npn-Transistors



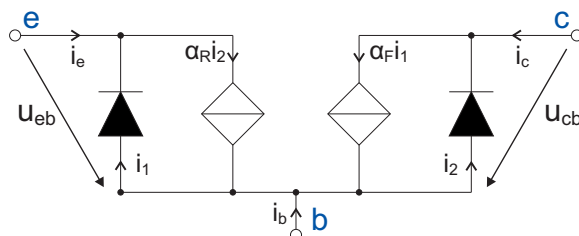
### Basisschaltung



### Emitterschaltung



### Ebers-Moll-Modell (Basisschaltung, npn)



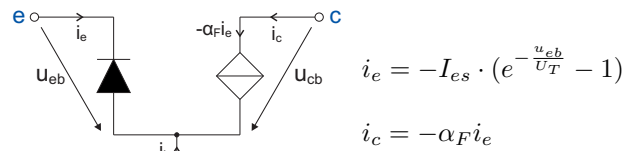
$$i_e = -I_{es} \cdot (e^{-\frac{u_{eb}}{U_T}} - 1) + \alpha_R I_{cs} \cdot (e^{-\frac{u_{cb}}{U_T}} - 1)$$

$$i_c = \alpha_F I_{es} \cdot (e^{-\frac{u_{eb}}{U_T}} - 1) - I_{cs} \cdot (e^{-\frac{u_{cb}}{U_T}} - 1)$$

### Vereinfachung für Vorwärtsbetrieb (npn)

Bedingung für den Vorwärtsbetrieb:  $u_{be} > 0 \wedge u_{cb} \geq 0$

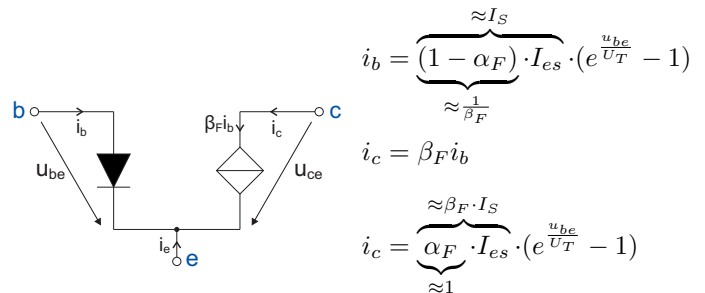
### Basisschaltung



$$i_e = -I_{es} \cdot (e^{-\frac{u_{eb}}{U_T}} - 1)$$

$$i_c = -\alpha_F i_e$$

### Emitterschaltung



$$i_b = \underbrace{\frac{I_S}{(1 - \alpha_F)}}_{\approx \frac{1}{\beta_F}} \cdot (e^{\frac{u_{be}}{U_T}} - 1)$$

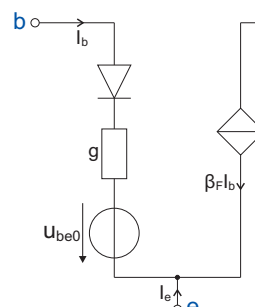
$$i_c = \beta_F i_b$$

$$i_c = \underbrace{\frac{\beta_F \cdot I_S}{\alpha_F}}_{\approx 1} \cdot (e^{\frac{u_{be}}{U_T}} - 1)$$

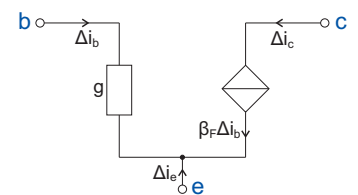
### Linearisierung

(Emitterschaltung, Vorwärtsbetrieb, npn)

Großsignal-ESB:



Kleinsignal-ESB:



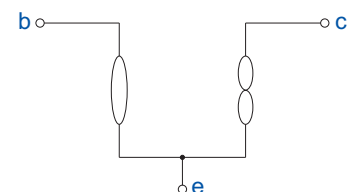
$$\beta_F = \frac{i_c}{i_b} = \frac{\alpha_F}{1 - \alpha_F}$$

$$\alpha_F = \frac{\beta_F}{1 + \beta_F}$$

$$g = \left. \frac{\partial i_b}{\partial u_{be}} \right|_{AP} \approx -\frac{I_e}{\beta_F \cdot U_T}$$

$$g \approx \frac{I_b}{U_T} = \frac{I_c}{\beta_F \cdot U_T}$$

Wenn  $\beta_F \rightarrow \infty$ :



Dreipol Nullor  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .  
Wie normaler Nullor.

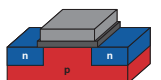
## Feldeffekt-Transistoren (FET)

### nMOS

Guter Pull-Down

Source am niedrigeren Potential ( $u_{DS} > 0$ )

$$i_G = 0A$$



$$i_D = \begin{cases} 0 & u_{GS} < U_t (aus) \\ & \wedge u_{DS} \geq 0 \\ \beta \left( u_{GS} - U_t - \frac{u_{DS}}{2} \right) u_{DS} & u_{GS} > U_t \text{ (linear)} \\ & \wedge 0 < u_{DS} < u_{GS} - U_t \\ \frac{\beta}{2} (u_{GS} - U_t)^2 & u_{GS} > U_t \text{ (Sättigung)} \\ & \wedge 0 < u_{GS} - U_t < u_{DS} \end{cases}$$

Enhancement-Typ (selbssperrend):  $U_t \approx 1V$

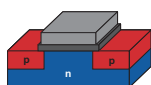
Depletion-Typ (selbstleitend):  $U_t \approx -1V$

**Kanallängenmodulation:**  $i'_D = i_D \cdot (1 + \lambda \cdot u_{DS})$

## pMOS

Guter Pull-Up

Source am höheren Potential ( $u_{DS} < 0$ )



$$i_G = 0A$$

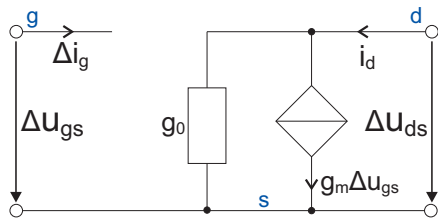
$$i_D = \begin{cases} 0 & u_{GS} > U_t (aus) \\ & \wedge u_{DS} \leq 0 \\ -\beta \left( u_{GS} - U_t - \frac{u_{DS}}{2} \right) u_{DS} & u_{GS} < U_t \text{ (linear)} \\ & \wedge 0 > u_{DS} > u_{GS} - U_t \\ -\frac{\beta}{2} (u_{GS} - U_t)^2 & u_{GS} < U_t \text{ (Sättigung)} \\ & \wedge 0 > u_{GS} - U_t > u_{DS} \end{cases}$$

Enhancement-Typ (selbstsperrend):  $U_t \approx -1V$

**Kanallängenmodulation:**  $i'_D = i_D \cdot (1 - \lambda \cdot u_{DS})$

## Kleinsignal-Ersatzschaltbilder (nMOS)

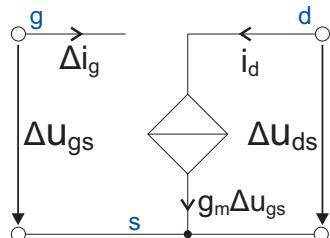
### Linearer Bereich



$$g_m = \left. \frac{\partial i_d}{\partial u_{gs}} \right|_{AP} = \beta \cdot U_{ds}$$

$$g_0 = \left. \frac{\partial i_d}{\partial u_{ds}} \right|_{AP} = \beta \cdot (U_{gs} - U_T - U_{ds})$$

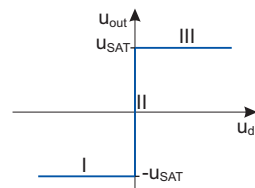
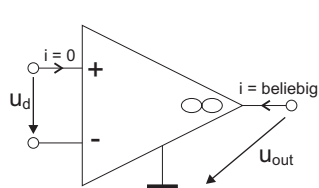
### Sättigungsbereich



$$g_m = \left. \frac{\partial i_d}{\partial u_{gs}} \right|_{AP}$$

$$g_m = \beta \cdot (U_{gs} - U_T)$$

## Operationsverstärker

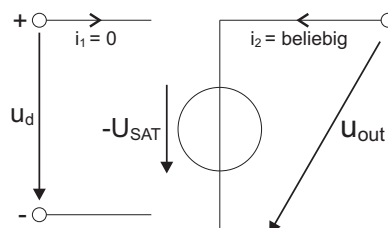


Operationsverstärker müssen immer über ihren invertierenden Eingang rückgekoppelt werden, da sich sonst eine Z-Kennlinie ergibt und der Arbeitspunkt somit nicht mehr eindeutig ist.

## Ersatzschaltbilder

$u_d$  mit einzeichnen.

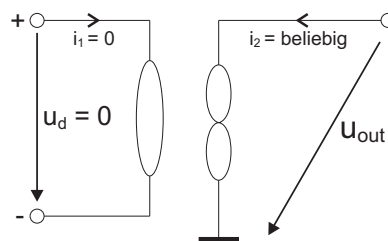
### ESB I



$$u_d < 0$$

$$u_{out} = -U_{SAT}$$

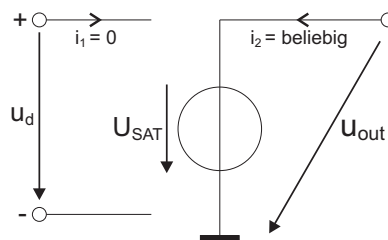
### ESB II



$$u_d = 0$$

$$|u_{out}| \leq |U_{SAT}|$$

### ESB III

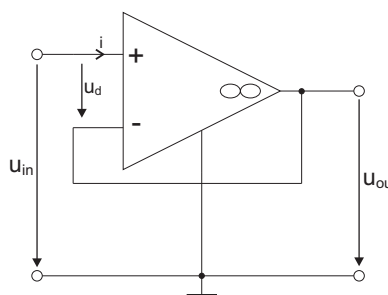


$$u_d > 0$$

$$u_{out} = U_{SAT}$$

## OP-Schaltungen

### Spannungsfolger (Impedanzwandler)

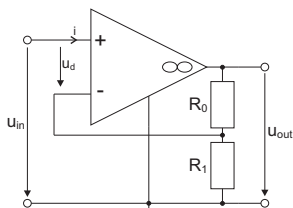


$$u_{out} = u_{in}$$

$$v_u = 1$$



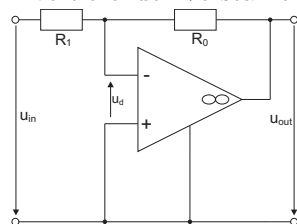
## Nichtinvertierender Verstärker



$$u_{out} = \left(1 + \frac{R_0}{R_1}\right) \cdot u_{in}$$

$$v_u = 1 + \frac{R_0}{R_1}$$

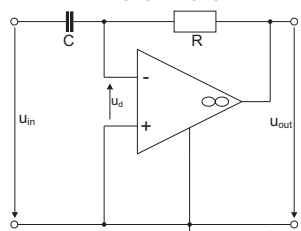
## Invertierender Verstärker



$$u_{out} = -\frac{R_0}{R_1} \cdot u_{in}$$

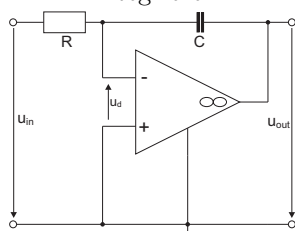
$$v_u = \frac{R_0}{R_1}$$

## Differenzierer



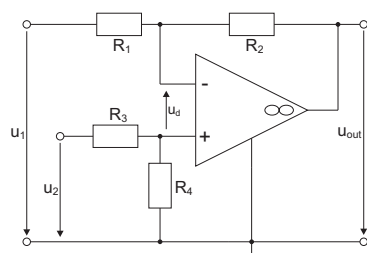
$$u_{out} = -RC \cdot \dot{u}_{in}$$

## Integrierer



$$u_{out} = -u_c(t_0) - \frac{1}{RC} \cdot \int_{t_0}^{t_1} u_{in} dt$$

## Differenzverstärker/Subtrahierer

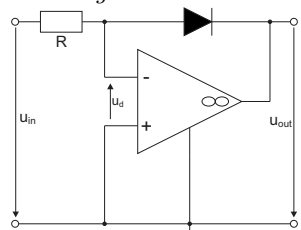


Bedingung:  
 $R_1 = R_3; R_2 = R_4$

$$u_{out} = \frac{R_2}{R_1} \cdot (u_2 - u_1)$$

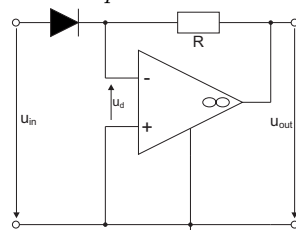
$$u_{out} = \frac{R_4}{R_3} \cdot (u_2 - u_1)$$

## Logarithmierer



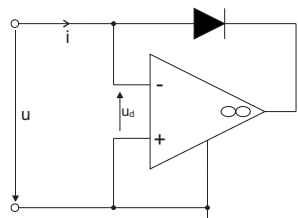
$$u_{out} = -U_T \cdot \ln\left(\frac{u_{in}}{R \cdot I_S}\right)$$

## Exponentierer

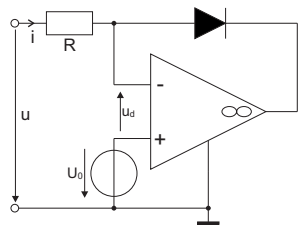


$$u_{out} = -R \cdot I_S \cdot e^{\frac{u_{in}}{U_T}}$$

## Ideale Diode

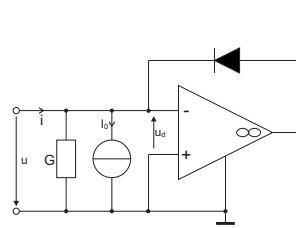


## Konkaver Widerstand



$$U_0 < U_{SAT}$$

## Konvexer Widerstand



$$I_0 < G \cdot U_{SAT}$$

## VCVS Voltage Controlled Voltage Source

- $\mu \geq 1$  Nichtinvertierender Verstärker
- $\mu < 0$  Spannungsfolger und invertierender Verstärker hintereinander
- $0 < \mu < 1$  Spannungsfolger und zwei invertierende Verstärker hintereinander

## CCVS Current Controlled Voltage Source

- $r < 0$  Invertierender Verstärker mit  $R_1 = 0\Omega$
- $r > 0$  Zusätzlich invertierenden Verstärker mit  $v_u = -1$  nachschalten

## Gyrator

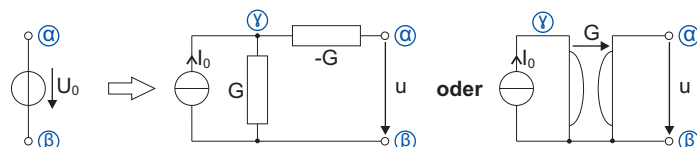
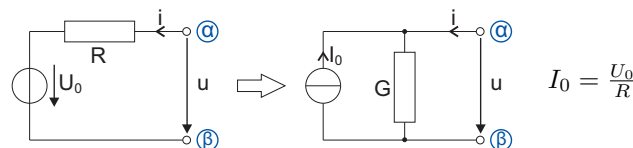
- Parallelschaltung zweier VCCS
- Serienschaltung zweier CCVS
- Kettenschaltung eines NIK ( $k = -1$ ) mit einem NII

## Knotenspannungsanalyse (KSA)

$$\mathbf{Y}_k \cdot \underline{u}_k = \underline{i}_q$$

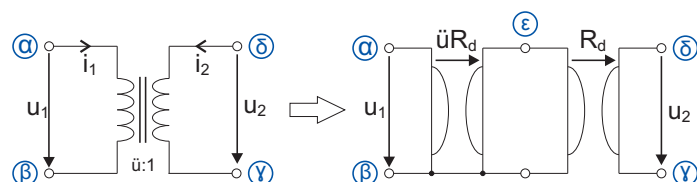
## 1. Nichtspannungsgesteuerte Elemente ersetzen

## Ideale Spannungsquelle

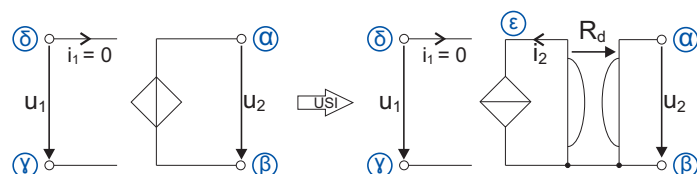


$$I_0 = G \cdot U_0$$

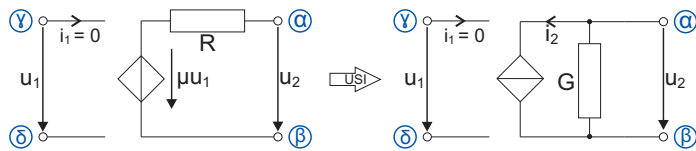
## Idealer Übertrager



## VCVS Voltage Controlled Voltage Source

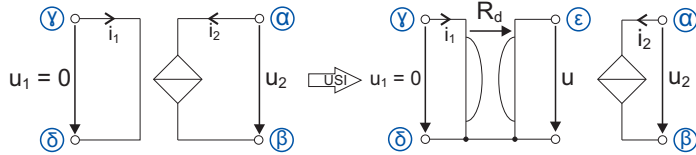


$$u_2 = \mu \cdot u_1 \quad i_2 = -\frac{\mu \cdot u_1}{R_D}$$



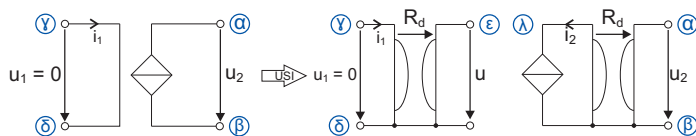
$$i_2 = -G \cdot \mu \cdot u_1$$

#### CCCS Current Controlled Current Source



$$i_2 = \beta \cdot i_1 \quad u = R_d \cdot i_1 \quad i_2 = \frac{\beta \cdot u}{R_d}$$

#### CCVS Current Controlled Voltage Source

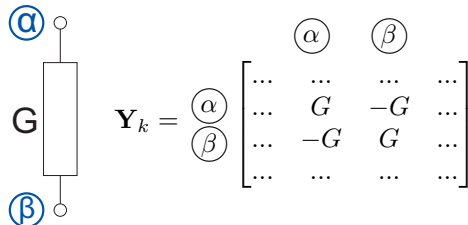


$$u_2 = \beta \cdot i_1 \quad u = R_d \cdot i_1 \quad i_2 = \frac{u}{R_d} \quad u_2 = -R_d \cdot i_1$$

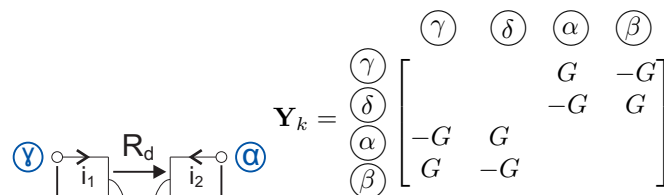
### 2. Knotenspannungsvektor $U_k$ aufstellen

### 3. Knotenleitwertmatrix $Y_k$ aufstellen

#### Leitwert



#### Gyrator

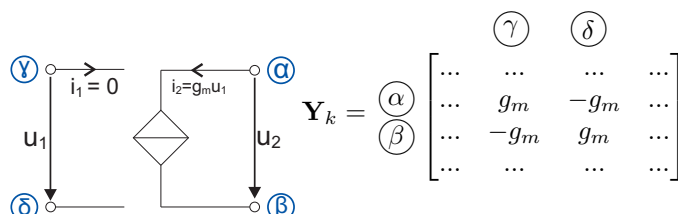


Wenn  $\delta$  und  $\beta$  auf GND sind:

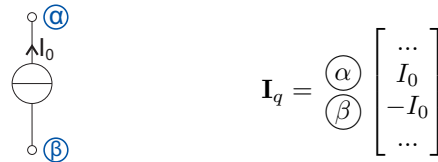
$$Y_k = \begin{bmatrix} \gamma & \alpha \\ \alpha & -G \end{bmatrix}$$

Pfeilrichtung wichtig.  $i_1 = Gu_2$ ,  $i_2 = -Gu_1$

#### VCCS Voltage Controlled Current Source



### 4. Quellvektor $I_q$ aufstellen



### 5. Reduzierte Knotenleitwertmatrix $Y_k$

#### Nullator

In  $Y_k$  die entsprechenden Spalten addieren und eine davon streichen **UND** entsprechenden Eintrag im  $\underline{u}_k$ -Vektor streichen.

Falls mit Masse verbunden: Spalte und  $\underline{u}_k$ -Eintrag streichen.

#### Norator

In  $Y_k$  die entsprechenden Zeilen addieren und eine davon streichen **UND** entsprechenden Eintrag im  $\underline{i}_q$ -Vektor streichen.

Falls mit Masse verbunden: Zeile und  $\underline{i}_q$ -Eintrag streichen.

## Sonstiges

### Tellegenscher Satz

Der Spannungsvektor steht immer senkrecht zum Stromvektor ( $\mathbf{A}\mathbf{B}^T = \mathbf{0}$  bzw.  $\mathbf{B}\mathbf{A}^T = \mathbf{0}$ ).

### Tableau-Gleichungssystem

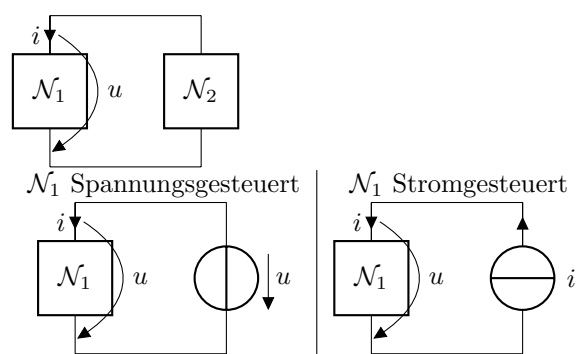
$$\begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A} \\ \mathbf{M} & \mathbf{N} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{u} \\ \underline{i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{0} \\ \underline{e} \end{bmatrix} \quad \text{Dimension } 2b \times 2b$$

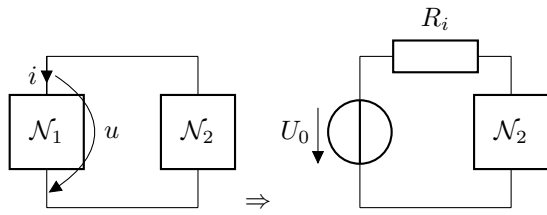
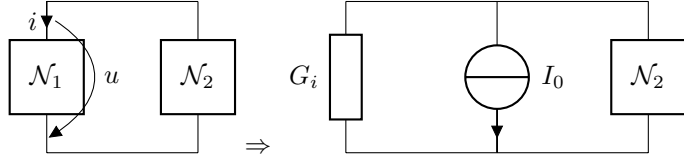
### Superpositionsprinzip

Gilt für unabhängige Quellen in linearem Netzwerk für  $u, i$ .

- 1) Jeweils alle Quellen bis auf eine auf Null setzen.
- 2) Gesuchte Größe  $u_{ai}$  berechnen.
- 3) Resultierende Größe ist  $u_a = u_{a1} + \dots + u_{an}$

### Substitutionsprinzip



**Helmholtz/Thévenin** $\mathcal{N}_1$  linear + resistiv  $\rightarrow$ **Mayer/Norton** $\mathcal{N}_1$  linear + resistiv  $\rightarrow$ **Newton-Raphson**

Findet Nullstellen, nicht zwingend konvergent.

- 1) Für Schätzwert  $\tilde{x}_k$  linearisiere am Punkt  $(\tilde{x}_k, f(\tilde{x}_k))$
- 2) Finde Nullstelle der Gerade. Dieser Punkt ist neuer Schätzwert  $\tilde{x}_{k+1}$ .

Lizenz: CC BY-NC-SA 3.0

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de/>