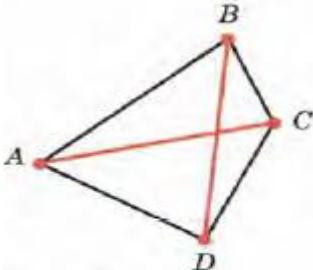


## ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКИ. ИХ ТИПЫ И ЭЛЕМЕНТЫ.

<p><b>Четырёхугольником</b> называется фигура, которая состоит из четырёх точек и четырёх последовательно соединяющих их отрезков. При этом никакие три из данных точек не должны лежать на одной прямой, а соединяющие их отрезки не должны пересекаться. Данные точки называются <b>вершинами</b> четырёхугольника, а соединяющие их отрезки — <b>сторонами</b> четырёхугольника.</p>	
<p>Вершины четырёхугольника называются <b>соседними</b>, если они являются концами одной из его сторон. Вершины, не являющиеся соседними, называются <b>противолежащими</b>. Отрезки, соединяющие противолежащие вершины четырёхугольника, называются <b>диагоналями</b>.</p>	<p>Вершины <b>A</b> и <b>B</b>, а также <b>A</b> и <b>D</b> являются соседними. Вершины <b>A</b> и <b>C</b>, а также <b>B</b> и <b>D</b> являются противоположными. (противоположные и противолежащие одно и то же) <b>AC</b> и <b>BD</b> - диагонали</p>
<p>Стороны четырёхугольника, исходящие из одной вершины, называются <b>соседними</b> сторонами. Стороны, не имеющие общего конца, называются <b>противолежащими</b> сторонами.</p>	<p>Стороны <b>AB</b> и <b>AD</b>, а также <b>BC</b> и <b>CD</b> соседние (или же смежные), <b>AB</b> и <b>CD</b> - противолежащие</p>
<p>Сумма длин всех сторон треугольника называется <b>периметром</b></p>	$P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD$
<p>Сумма всех внутренних углов выпуклого четырёхугольника <math>360^0</math></p>	$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^0$
<p>Четырёхугольник имеет две диагонали</p>	

Четырёхугольник бывает выпуклым и вогнутым.

Четырёхугольник называется выпуклым, если через любую его сторону провести прямую, и четырёхугольник полностью окажется в одной из образовавшихся полуплоскостей.

В противном случае четырёхугольник будет называться вогнутым.

Биссектриса четырёхугольника – это отрезок, соединяющий вершину четырёхугольника с точкой, лежащей на одной из противоположных сторон и делящий угол при вершине пополам.

Четыре биссектрисы не всегда пересекаются в одной точке.

Высота четырёхугольника – это перпендикуляр, проведённый из вершины четырёхугольника к противолежащей стороне или к её продолжению. С каждой вершиной можно провести две высоты.

Высоты четырёхугольника не пересекаются в одной точке.

Медиана четырёхугольника, это отрезок, соединяющий вершину четырёхугольника с центром тяжести треугольника, вершины которого являются остальные три вершины данного четырёхугольника.

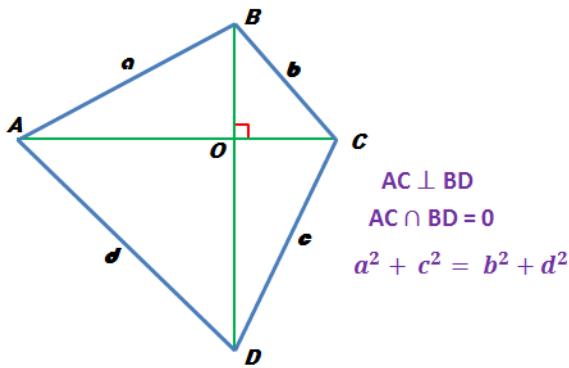
Существует четыре медианы.

Четыре медианы четырёхугольника пересекаются в одной точке и точкой пересечения делятся в отношении 3:1 считая от вершины.

Средняя линия четырёхугольника – отрезок, соединяющий середины противолежащих сторон. Существуют две средние линии.

Теорема: Суммы квадратов противоположных сторон выпуклого четырёхугольника равны между собой тогда и только тогда, когда диагонали четырёхугольника взаимно перпендикулярны.

Обратная теорема: Диагонали четырёхугольника взаимно перпендикулярны тогда и только тогда, когда суммы квадратов противоположных сторон равны между собой.



Доказательство: Диагонали взаимно перпендикулярны, значит, образовались четыре прямоугольных треугольника.

В треугольнике АОВ по теореме Пифагора  $AO^2 + BO^2 = a^2$ . В треугольнике COD  $CO^2 + DO^2 = c^2$ .

Аналогично в  $\triangle BOC$  получим  $BO^2 + CO^2 = b^2$ , а в  $\triangle AOD$   $AO^2 + DO^2 = d^2$ .

Складывая почленно первые два равенства, получим  $a^2 + c^2 = AO^2 + BO^2 + CO^2 + DO^2$ .

Точно так же складывая последние два равенства, получим  $b^2 + d^2 = BO^2 + CO^2 + AO^2 + DO^2$ .

Правые части полученных равенств равны, тогда и левые части то же должны быть равны:  
 $a^2 + c^2 = b^2 + d^2$ .

Что и требовалось доказать.

Задачи:

1. (96-1-41) Углы четырехугольника относятся как 3:5:4:6. Найдите меньший угол четырехугольника.  
 А)  $80^\circ$    Б)  $30^\circ$    В)  $60^\circ$    Г)  $40^\circ$    Д)  $25^\circ$
  
4. (99-1-49) На боковых сторонах  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  соответственно взяли точки  $D$  и  $E$ . Если  $AD = 4$ ,  $DB = 5$ ,  $BE = 3$ ,  $EC = 2$  и  $DE = 4$  то найдите площадь четырехугольника  $ADEC$ .  
 А) 10   Б) 6   В) 12   Г) 8   Д) 7
  
5. (00-5-55) Дан выпуклый четырехугольник. Сколько треугольников получится в результате проведения его диагоналей?  
 А) 4   Б) 5   В) 6   Г) 7   Д) 8