

1.15.8 Формулы половинного угла.

$$1. \sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2};$$

$$2. \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2};$$

$$3. \sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2};$$

$$4. \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2};$$

$$5. \operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{1 - \cos x}{\sin x};$$

$$6. \operatorname{ctg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 - \cos x} = \frac{1 + \cos x}{\sin x};$$

$$7. \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha};$$

$$8. \operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha};$$

$$\sin \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}; \quad \alpha \neq \pi(2n+1), \quad n \in \mathbb{Z};$$

$$\cos \alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}; \quad \alpha \neq \pi + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z};$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}; \quad \alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}, \quad \alpha \neq \pi + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

В № 2.1.9. — 2.1.14. вычислить значение A при заданных условиях.

2.1.9. а) $A = \cos 2\alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}$;

б) $A = \sin 2\alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = 3$;

в) $A = \cos 2\alpha$, если $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\sqrt{6}}{12}$;

г) $A = \sin 2\alpha$, если $\operatorname{ctg} \alpha = -2$;

д) $A = \cos 2\alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{7}$.

2.1.10. а) $A = \cos^2 \frac{\alpha}{2}$, если $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ и $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$;

б) $A = \sin^2 \frac{\alpha}{2}$, если $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$ и $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$;

в) $A = \sin \alpha$, если $\cos 2\alpha = \frac{7}{8}$ и $\pi \leq \alpha \leq \frac{3\pi}{2}$;

г) $A = \cos \alpha$, если $\cos 2\alpha = -\frac{7}{25}$ и $\pi \leq \alpha \leq \frac{3\pi}{2}$;

д) $A = \operatorname{tg}^2 \alpha$, если $\cos 2\alpha = \frac{1}{4}$.

2.1.11. а) $A = \operatorname{tg} \alpha$, если $\sin 2\alpha + 2\cos 2\alpha = -1$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$;

б) $A = \operatorname{tg} \alpha$, если $\sin 2\alpha - 3\cos 2\alpha = 1$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$;

в) $A = \operatorname{tg} \alpha$, если $4\sin 2\alpha + 13\cos 2\alpha = -11$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$;

г) $A = \operatorname{tg} \alpha$, если $3\sin 2\alpha - 5\cos 2\alpha = 3$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$;

д) $A = \operatorname{tg} \alpha$, если $\sin 2\alpha - 13\cos 2\alpha = 11$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

13. (98-1-58) Упростите выражение

$$\frac{\sin 2\alpha + 2\sin\alpha \cdot \cos 2\alpha}{1 + \cos\alpha + \cos 2\alpha + \cos 3\alpha}$$

- A) $2\operatorname{tg}\alpha$ B) $2\sin\alpha$ C) $4\operatorname{tg}\alpha$
D) $\operatorname{ctg}\alpha$ E) $\operatorname{tg}\alpha$

14. (98-10-37) Сравните значение выражения $(1 + \cos 2\alpha) \cdot \operatorname{tg}\alpha$ при $\alpha = 15^\circ$ с числом $\frac{1}{8}$

- A) оно меньше $\frac{1}{8}$ B) оно равно $\frac{1}{8}$
C) оно больше $\frac{1}{8}$ в 2 раза
D) оно больше $\frac{1}{8}$ в 4 раза
E) оно больше $\frac{1}{8}$ на $\frac{1}{4}$

15. (98-10-100)

$$\sin 105^\circ + \sin 75^\circ = ?$$

- A) $\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$ C) $\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$
D) $\sqrt{2+\sqrt{3}}$ E) $\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$

16. (98-11-20) Вычислите $6\cos\frac{\alpha}{2}$ если $\cos\alpha = \frac{7}{18}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

- A) 3 B) 5 C) 6 D) 4 E) 2

17. (99-2-27) Упростите выражение

$$\frac{\cos^2 x + \cos x}{2\cos^2 \frac{x}{2}} + 1.$$

- A) $2\sin^2 \frac{x}{2}$ B) $-2\sin^2 \frac{x}{2}$ C) $2\cos^2 \frac{x}{2}$
D) $-2\cos^2 \frac{x}{2}$ E) $2\cos^2 \frac{x}{2}$

18. (99-3-33) Пусть $\operatorname{ctg}\alpha = -\frac{7}{24}$, $450^\circ < \alpha < 540^\circ$. Найдите $\cos\frac{\alpha}{2}$.

- A) 0,6 B) $\frac{1}{5}$ C) $-\frac{1}{5}$ D) -0,6 E) 0,96

19. (99-3-34) Найдите острый угол α , для которого $\cos\alpha = \frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}$

- A) $\frac{\pi}{12}$ B) $\frac{5\pi}{12}$ C) $\frac{3\pi}{8}$ D) $\frac{\pi}{8}$ E) $\frac{7\pi}{24}$

20. (99-4-57) Упростите выражение

$$\frac{\sin^2 2,5\alpha - \sin^2 1,5\alpha}{\sin 4\alpha \sin \alpha + \cos 3\alpha \cos 2\alpha}$$

- A) $2\operatorname{tg} 2\alpha$ B) $\operatorname{tg} 2\alpha \cdot \operatorname{tg}\alpha$ C) $2\sin 2\alpha$
D) $4\cos^2 \alpha$ E) $4\sin^2 \alpha$

21. (99-8-66) Вычислите

$$\sin(202^\circ 30').$$

- A) $-\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$ B) $-\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$
D) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ E) $\sqrt{2}-1$

22. (99-9-28) Упростите

$$\sqrt{\frac{1 + \sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha)}{1 + \sin(\frac{\pi}{2} + \alpha)}}$$

- A) $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$ B) $\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2}$ C) $-\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$ D) $-\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2}$ E) $|\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}|$

23. (00-3-48) Вычислите

$$\sin 112,5^\circ$$

- A) $\frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}$ B) $\frac{1}{2}\sqrt{1+\sqrt{2}}$ C) $\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}$ D) $\frac{1}{2}\sqrt{\sqrt{2}}$

24. (00-3-51) Найдите острый угол α , для которого

$$\cos\alpha = \frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}$$

- A) $7,5^\circ$ B) $22,5^\circ$ C) 75° D) $67,5^\circ$ E) 15°

25. (00-6-53) Сократите дробь

$$\frac{4\cos^2 2\alpha - 4\cos^2 \alpha + 3\sin^2 \alpha}{4\cos^2(\frac{5\pi}{2} - \alpha) - \sin^2 2(\alpha - \pi)}$$

- A) $\frac{3\cos\alpha}{4\sin^2\alpha}$ B) $\frac{8\cos 2\alpha + 1}{2\cos 2\alpha - 2}$ C) $4\cos 2\alpha - 1$
D) $\frac{2\cos 2\alpha}{\sin^2 \alpha}$ E) $\operatorname{tg}^2 2\alpha - 3$

26. (01-1-68) Найдите $\operatorname{tg}(\frac{\alpha}{2})$, если $\sin\alpha = -0,8$ и $\alpha \in (\pi; \frac{3\pi}{2})$

- A) 1 B) -1 C) 2 D) -2 E) 1,5

27. (01-1-75) Найдите сумму

$$\sin^4 15^\circ + \cos^4 15^\circ$$

- A) $\frac{5}{8}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{7}{8}$ D) $\frac{5}{7}$ E) $\frac{2}{7}$

28. (01-2-30) Вычислите

$$\cos 2227^\circ 30'$$

- A) $\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{4}$ C) $\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{4}$
D) $\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{4}$ E) $\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$

29. (01-2-31) Найдите $\sin^8 x + \cos^8 x$, если $\sin 2x = \frac{2}{5}$.

- A) $\frac{16}{25}$ B) $\frac{398}{625}$ C) $\frac{527}{625}$ D) $\frac{256}{625}$ E) $\frac{8}{25}$

30. (01-7-36) Вычислите

$$\cos^2 5^\circ + \cos^2 1^\circ - \cos 6^\circ \cdot \cos 4^\circ.$$

- A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) 1,5 E) 1

31. (01-10-35) Вычислите

$$\cos^8 22^\circ 30' - \sin^8 22^\circ 30'$$

- A) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{8}$ C) $\frac{3\sqrt{2}}{8}$ D) $\frac{5\sqrt{2}}{8}$ E) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$