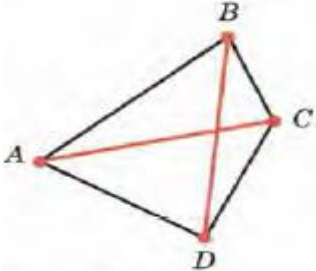


ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКИ. ИХ ТИПЫ И ЭЛЕМЕНТЫ.

<p>Четырёхугольником называется фигура, которая состоит из четырёх точек и четырёх последовательно соединяющих их отрезков. При этом никакие три из данных точек не должны лежать на одной прямой, а соединяющие их отрезки не должны пересекаться. Данные точки называются вершинами четырёхугольника, а соединяющие их отрезки — сторонами четырёхугольника.</p>	
<p>Вершины четырёхугольника называются соседними, если они являются концами одной из его сторон. Вершины, не являющиеся соседними, называются противолежащими. Отрезки, соединяющие противоположные вершины четырёхугольника, называются диагоналями.</p>	<p>Вершины A и B, а также A и D являются соседними. Вершины A и C, а также B и D являются противоположными. (противоположные и противоположащие одно и то же) AC и BD - диагонали</p>
<p>Стороны четырёхугольника, исходящие из одной вершины, называются соседними сторонами. Стороны, не имеющие общего конца, называются противолежащими сторонами.</p>	<p>Стороны AB и AD, а так же BC и CD соседние (или же смежные), AB и CD - противоположащие</p>
<p>Сумма длин всех сторон треугольника называется периметром</p>	<p>$P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD$</p>
<p>Сумма всех внутренних углов выпуклого четырёхугольника 360^0</p>	<p>$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^0$</p>
<p>Четырёхугольник имеет две диагонали</p>	

Четырёхугольник бывает выпуклым и вогнутым.

Четырёхугольник называется выпуклым, если через любую его сторону провести прямую, и четырёхугольник полностью окажется в одной из образовавшихся полуплоскостей.

В противном случае четырёхугольник будет называться вогнутым.

Биссектриса четырёхугольника – это отрезок, соединяющий вершину четырёхугольника с точкой, лежащей на одной из противоположных сторон и делящий угол при вершине пополам.

Четыре биссектрисы не всегда пересекаются в одной точке.

Высота четырёхугольника – это перпендикуляр, проведённый из вершины четырёхугольника к противоположащей стороне или к её продолжению. С каждой вершины можно провести две высоты.

Высоты четырёхугольника не пересекаются в одной точке.

Медиана четырёхугольника, это отрезок, соединяющий вершину четырёхугольника с центром тяжести треугольника, вершины которого являются остальные три вершины данного четырёхугольника.

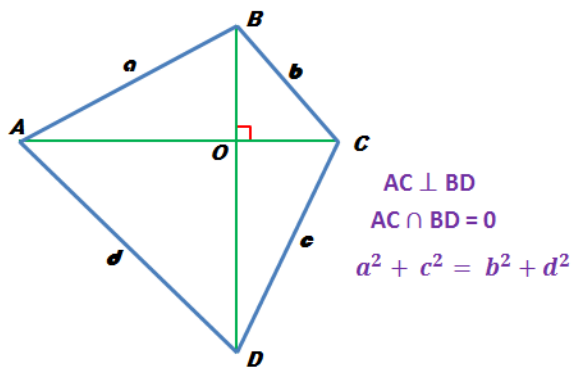
Существует четыре медианы.

Четыре медианы четырёхугольника пересекаются в одной точке и точкой пересечения делятся в отношении 3:1 считая от вершины.

Средняя линия четырёхугольника – отрезок, соединяющий середины противоположащих сторон. Существуют две средние линии.

Теорема: Суммы квадратов противоположных сторон выпуклого четырёхугольника равны между собой тогда и только тогда, когда диагонали четырёхугольника взаимно перпендикулярны.

Обратная теорема: Диагонали четырёхугольника взаимно перпендикулярны тогда и только тогда, когда суммы квадратов противоположных сторон равны между собой.



Доказательство: Диагонали взаимно перпендикулярны, значит, образовались четыре прямоугольных треугольника.

В треугольнике AOB по теореме Пифагора $AO^2 + BO^2 = a^2$. В треугольнике COD $CO^2 + DO^2 = c^2$. Аналогично в $\triangle BOC$ получим $BO^2 + CO^2 = b^2$, а в $\triangle AOD$ $AO^2 + DO^2 = d^2$.

Складывая почленно первые два равенства, получим $a^2 + c^2 = AO^2 + BO^2 + CO^2 + DO^2$.

Точно так же складывая последние два равенства, получим $b^2 + d^2 = BO^2 + CO^2 + AO^2 + DO^2$.

Правые части полученных равенств равны, тогда и левые части то же должны быть равны: $a^2 + c^2 = b^2 + d^2$.

Что и требовалось доказать.

Задачи:

1. (96-1-41) Углы четырехугольника относятся как 3:5:4:6. Найдите меньший угол четырехугольника.

A) 80° B) 30° C) 60° D) 40° E) 25°

4. (99-1-49) На боковых сторонах AB и BC треугольника ABC соответственно взяли точки D и E. Если $AD = 4$, $DB = 5$, $BE = 3$, $EC = 2$ и $DE = 4$ то найдите площадь четырехугольника ADEC.

A) 10 B) 6 C) 12 D) 8 E) 7

5. (00-5-55) Дан выпуклый четырехугольник. Сколько треугольников получится в результате проведения его диагоналей?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8