

Упражнения для повторения

Вычислить (1–11):

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{x}.$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 7x}{x}.$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 6x}.$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\sin 5x}.$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^6)}{(\sin x)^5}.$

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^3}{(\sin x)^5}.$

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^4}{(\sin x)^4}.$

8. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{1+x} \right)^x.$

9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^{\frac{x+1}{x}}.$

10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-2} \right)^{2x-1}.$

11. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2-1} \right)^{x^2}.$

12. Найти точки разрыва функции:

а) $f(x) = \frac{x}{x^2 - 9};$

г) $f(x) = \frac{\sin x}{x};$

б) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & \text{если } x \neq 0, \\ -2, & \text{если } x = 0; \end{cases}$

д) $f(x) = \frac{x}{\cos x};$

в) $f(x) = 1 + 2^{\frac{1}{x}};$

е) $f(x) = [x].$

13. Дана функция $f(x) = 5\sqrt{x-1} + 2\sqrt{1-x}$. Является ли функция непрерывной в точке $x = 1$?

14. При каком значении A будет непрерывной в точке $x = 2$

$$\text{функция } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2}, & \text{если } x \neq 2, \\ A, & \text{если } x = 2? \end{cases}$$

Найти пределы (15–30):

15. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{2x^2-x-1}.$

16. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-1}{2x^3-x^2+x-1}.$

17. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^4-6x^2-27}{x^3+3x^2+x+3}.$

18. $\lim_{x \rightarrow 1} \left[\left(\frac{4}{x^2-x-1} - \frac{1-3x+x^2}{1-x^3} \right)^{-1} + 3 \frac{x^4-1}{x^3-x-1} \right].$

