

3. Используя тригонометрическую форму записи числа, произвести действия:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} (1+i)^{10}; & \text{в)} (1-i)^4 (-2\sqrt{3}+2i)^3; \\ \text{б)} \left(\frac{\sqrt{3}+i}{1-i}\right)^8; & \text{г)} \frac{2\sqrt{3}-2i}{(-1+i)(\sqrt{2}+\sqrt{6}i)}. \end{array}$$

4. Найти комплексное число α , удовлетворяющее равенству $(i+\alpha)(1-2i)+(1+i\alpha)(3+4i)=2+4i$ и записать его в алгебраической и тригонометрической формах.

5. Найти действительные и мнимые части комплексных чисел:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \alpha = \frac{(2+i)^2}{3-4i}; & \text{в)} \alpha = \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^5; \\ \text{б)} \alpha = \frac{(1+2i)^3}{2i} - 3i^{10}; & \text{г)} \alpha = \frac{3+2i}{1+4i} - i^7. \end{array}$$

6. Выполнить действия:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \frac{2+5i}{2-5i} + \frac{2-5i}{2+5i}; & \text{в)} (2-3i)^4 - (2+3i)^3; \\ \text{б)} \frac{12+5i}{6-8i} + \frac{(2-i)^2}{1-2i}; & \text{г)} \frac{(4+3i)(2+3i)^3}{6+8i}. \end{array}$$

7. Установить, при каких действительных значениях x и y уравны следующие комплексные числа:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \alpha_1 = x^2 + xyi - 5 + i \text{ и } \alpha_2 = xi - y^2 + yi; & \\ \text{б)} \alpha_1 = x^2 - 3(1+i) - 5xi \text{ и } \alpha_2 = y(1-i). & \end{array}$$

8. Установить, при каких действительных значениях x и y являются сопряженными следующие комплексные числа:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \alpha_1 = 2x^2 - 2i + 1 \text{ и } \alpha_2 = 2y + 2x^2i + 3 - i; & \\ \text{б)} \alpha_1 = (x+i)^2 - y^2 \text{ и } \alpha_2 = 10 - 2yi - 2i. & \end{array}$$

9. Изобразить на координатной плоскости множество точек, для которых выполняются условия:

$$\begin{array}{lll} \text{а)} -2 < \operatorname{Re}(\alpha) \leq 3; & \text{в)} |\alpha| \leq 3; & \text{д)} 1 \leq |\alpha+2| < 3,5. \\ \text{б)} -2 < \operatorname{Im}(\alpha) < 2; & \text{г)} |\alpha+i| > 2; & \end{array}$$

10. Выполнить умножение:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} (2-2i) \cdot 2\sqrt{3}(\cos 70^\circ + i \sin 70^\circ); & \\ \text{б)} \left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right) \cdot (\sqrt{3}-3i). & \end{array}$$

11. Выполнить деление:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} 5(\cos 100^\circ + i \sin 100^\circ) : \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right); & \\ \text{б)} (6+6i) : 3(\cos 75^\circ + i \sin 75^\circ). & \end{array}$$

12. Возвести в степень:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} (1-\sqrt{3}i)^5; & \text{в)} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}}i\right)^{10}; \\ \text{б)} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4}\right)^{10}; & \text{г)} (2+2i)^6. \end{array}$$

13. Извлечь корни из комплексных чисел:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \sqrt[3]{-27i}; & \text{в)} \sqrt[4]{8+8\sqrt{3}i}; \\ \text{б)} \sqrt{6-6\sqrt{3}i}; & \text{г)} \sqrt[3]{-256}. \end{array}$$

14. Определить Z_1 и Z_2 , если:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \begin{cases} Z_1 + 2Z_2 = 1+i \\ 3Z_1 + iZ_2 = 2-3i \end{cases} & \text{б)} \begin{cases} 4iZ_1 - 5Z_2 = -4+14i \\ 3Z_1 + 2iZ_2 = 7+3i \end{cases} \end{array}$$

15. Найти Z , если:

$$\text{а)} Z^2 - (2+i)Z - 1+7i = 0; \quad \text{б)} Z^2 - 4iZ + 6(2-5i) = 0.$$

16. Проверить справедливость равенств:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \left[\frac{-\sqrt{3}+i}{2}\right]^5 + \left[\frac{-\sqrt{3}-i}{2}\right]^5 = \sqrt{3}; & \\ \text{б)} \frac{(\sin 26^\circ + i \cos 154^\circ) \cdot (\sin 27^\circ + i \cos 153^\circ)^3}{\sin 17^\circ - i \cos 17^\circ} = -1. & \end{array}$$

