

## Рadianная мера угла. Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса.

Любой угол измеряется либо в градусной мере измерения (единица измерения – градус) либо в радианной (единица измерения – радиан).

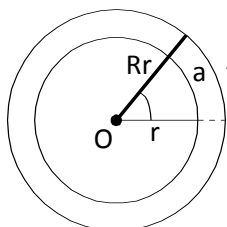
Один дуговой градус – это  $\frac{1}{360}$  часть окружности.

Один угловой градус – это центральный угол, опирающийся на дуговой градус.

Рadianная мера угла – это отношение длины дуги к радиусу этой дуги.

Рadian – это центральный угол, опирающийся на дугу, равную длине радиуса этой дуги.

Окружность содержит  $2\pi$  радиан.



$$\frac{\cup A}{R} = \frac{\cup a}{r} \dots = const - \text{радианная мера угла}$$

$$\frac{2\pi R}{R} = 2\pi \text{ радиан}$$

$$1 \text{ рад} = 57^\circ 17' 45'' \approx 57^\circ 18' \approx 57,3^\circ$$

Для перехода от градусной меры измерения угла к радианной и наоборот можно пользоваться формулами:

$$360^\circ = 2\pi \Rightarrow \begin{aligned} A^\circ = \frac{180^\circ \cdot \alpha}{\pi}; & \quad \alpha = \frac{A^\circ \cdot \pi}{180^\circ} \\ A^\circ - \alpha \text{ рад} \end{aligned}$$

Например:

1) Дано:  $\alpha = 2,1$   
Найти:  $A^\circ = ?$   $A^\circ = \frac{180^\circ \cdot 2,1}{\pi} =$

2) Дано:  $A^\circ = 17^\circ 20'$   
Найти:  $\alpha = ?$   $\alpha = \frac{17^\circ 20' \cdot \pi}{180^\circ} =$

Самостоятельно:

Выразите в градусах:

- |                       |                        |                         |                           |
|-----------------------|------------------------|-------------------------|---------------------------|
| 1) $\frac{\pi}{15}$ ; | 4) $\frac{\pi}{12}$ ;  | 7) $\frac{\pi}{8}$ ;    | 10) $\frac{7\pi}{9}$ ;    |
| 2) $\frac{2\pi}{3}$ ; | 5) $\frac{11\pi}{6}$ ; | 8) $1,5\pi$ ;           | 11) $3\pi$ ;              |
| 3) $0,25\pi$ ;        | 6) $\frac{21}{4}\pi$ ; | 9) $-\frac{31}{6}\pi$ ; | 12) $\frac{101}{12}\pi$ . |

Переведите из радианной меры в градусную:

- |                       |                        |                         |                        |
|-----------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|
| 1) $\frac{3\pi}{4}$ ; | 3) $\frac{11\pi}{3}$ ; | 5) $\frac{6\pi}{5}$ ;   | 7) $\frac{46\pi}{9}$ ; |
| 2) $\frac{5\pi}{8}$ ; | 4) $\frac{7\pi}{12}$ ; | 6) $\frac{11\pi}{12}$ ; | 8) $\frac{47\pi}{9}$ . |

Для произвольного угла

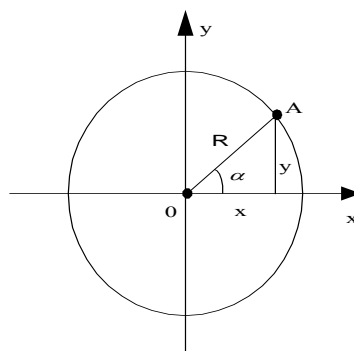
$$R = 1; \cos \alpha = \frac{x}{R} = \frac{x}{1} = x$$

$$\sin \alpha = \frac{y}{R} = \frac{y}{1} = y$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x}; \operatorname{ctg} \alpha = \frac{x}{y}$$

$$\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}; \operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\sin \alpha}$$

Основные  
тригонометрические тождества



$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \quad 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad \frac{1}{\cos \alpha} = \sec \alpha$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1 \quad 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \quad \frac{1}{\sin \alpha} = \operatorname{cosec} \alpha$$

Из определения:

$$|\sin \alpha| \leq 1$$

$$|\sec \alpha| \geq 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha$$

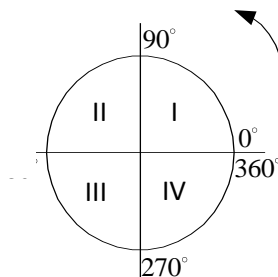
любые  
значения

$$|\cos \alpha| \leq 1$$

$$|\operatorname{cosec} \alpha| \geq 1$$

$$\operatorname{ctg} \alpha$$

функции ограниченные



### Самостоятельно:

В какой четверти находится угол:

- |                  |                   |                   |
|------------------|-------------------|-------------------|
| 1) $220^\circ$ ; | 3) $-160^\circ$ ; | 5) $906^\circ$ ;  |
| 2) $285^\circ$ ; | 4) $-290^\circ$ ; | 6) $4825^\circ$ ; |

## ЗОЛОТЫЕ УГЛЫ

Знаки функций по четвертям

	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
tg	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	0	-	0
ctg	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	-	0	-

	I	II	III	IV
$\sin \alpha$	+	+	-	-
$\cos \alpha$	+	-	-	+
$\operatorname{tg} \alpha$	+	-	+	-
$\operatorname{ctg} \alpha$	+	-	+	-

Решить: 1) 
$$\frac{4 - 2\operatorname{tg}^2 45^\circ + \operatorname{ctg}^4 60^\circ}{3\sin^3 90^\circ - 4\cos^2 60^\circ + 4\operatorname{ctg}^2 45^\circ} = \frac{4 - 2 \cdot 1 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^4}{3 \cdot 1^3 - 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 4 \cdot 1^2} = \frac{4 - 2 + \frac{9}{81}}{3 - 1 + 4} = \frac{2 + \frac{1}{9}}{6} = \frac{19}{9 \cdot 6} = \frac{19}{54}$$

### Самостоятельно:

Определить знак каждого из данных произведений:

- |   |  |
|---|--|
| 1) $\sin 100^\circ \cdot \sin 132^\circ$ ;              | 5) $\operatorname{ctg} 300^\circ \cdot \sin 222^\circ$ ;                     |
| 2) $\cos 210^\circ \cdot \sin 115^\circ$ ;              | 6) $\sin 118^\circ \cdot \cos 118^\circ \cdot \operatorname{tg} 118^\circ$ ; |
| 3) $\cos 285^\circ \cdot \cos 316^\circ$ ;              | 7) $\sin 2,1 \cdot \operatorname{ctg} 2,1 \cdot \cos 2,1$ ;                  |
| 4) $\operatorname{tg} 112^\circ \cdot \sin 165^\circ$ ; | 8) $\cos 123^\circ \cdot \operatorname{tg} 123^\circ \cdot \sin 312^\circ$ . |

Вычислите:

- $2\sin 30^\circ - \operatorname{tg} 45^\circ + \operatorname{ctg} 30^\circ$ ;
- $\operatorname{tg} 60^\circ + 2\cos 45^\circ - \sqrt{3}\operatorname{ctg} 45^\circ$ ;
- $6\cos 30^\circ - 3\operatorname{tg} 60^\circ + 2\sin 45^\circ$ ;
- $\sqrt{3}\operatorname{tg} 30^\circ + 4\sin 30^\circ - \sqrt{3}\operatorname{ctg} 30^\circ$ ;
- $\sqrt{3}\sin \frac{\pi}{3} - 2\cos \frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}\operatorname{tg} \frac{\pi}{3}$ ;

$$6) \frac{2\left(\cos \frac{\pi}{3}\right)^3 - \left(\operatorname{ctg} \frac{\pi}{4}\right)^3 + \left(\sin 0^\circ\right)^2}{\left(\cos \frac{\pi}{2}\right)^2 + 2\sin \frac{\pi}{6} + 2\cos^2 \frac{\pi}{4}}$$