

3. Используя тригонометрическую форму записи числа, произвести действия:

$$a) (1+i)^8; \quad e) (1-i)^4 (-2\sqrt{3}+2i)^3;$$

$$b) \left(\frac{\sqrt{3}+i}{1-i}\right)^6; \quad c) \frac{2\sqrt{3}-2i}{(-1+i)(\sqrt{2}+\sqrt{6}i)}.$$

4. Найти комплексное число α , удовлетворяющее равенству $(i+\alpha)(1-2i)+(1+i\alpha)(3+4i)=2+4i$ и записать его в алгебраической и тригонометрической формах.

5. Найти действительные и мнимые части комплексных чисел:

$$a) \alpha = \frac{(2+i)^2}{3-4i}; \quad e) \alpha = \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^5;$$

$$b) \alpha = \frac{(1+2i)^3}{2i} - 3i^{10}; \quad c) \alpha = \frac{3+2i}{1+4i} - i^7.$$

6. Выполнить действия:

$$a) \frac{2+5i}{2-5i} + \frac{2-5i}{2+5i}; \quad e) (2-3i)^4 - (2+3i)^3;$$

$$b) \frac{12+5i}{6-8i} + \frac{(2-i)^2}{1-2i}; \quad c) \frac{(4+3i)(2+3i)^3}{6+8i}.$$

7. Установить, при каких действительных значениях x и y равны следующие комплексные числа:

$$a) \alpha_1 = x^2 + xyi - 5 + i \text{ и } \alpha_2 = xi - y^2 + yi;$$

$$b) \alpha_1 = x^2 - 3(1+i) - 5xi \text{ и } \alpha_2 = y(1-i).$$

8. Установить, при каких действительных значениях x и y являются сопряжёнными следующие комплексные числа:

$$a) \alpha_1 = 2x^2 - 2t + 1 \text{ и } \alpha_2 = 2y + 2x^2t + 3 - t;$$

$$b) \alpha_1 = (x+i)^2 - y^2 \text{ и } \alpha_2 = 10 - 2yt - 2i.$$

9. Изобразить на координатной плоскости множество точек, для которых выполняются условия:

$$a) -2 < \operatorname{Re}(\alpha) \leq 3; \quad e) |\alpha| \leq 3; \quad d) 1 \leq |\alpha+2| < 3,5.$$

$$b) -2 < \operatorname{Im}(\alpha) < 2; \quad c) |\alpha+i| > 2;$$

88

10. Выполнить умножение:

$$a) (2-2i) \cdot 2\sqrt{3}(\cos 70^\circ + i \sin 70^\circ);$$

$$b) \left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right) \cdot (\sqrt{3} - 3i).$$

II. Выполнить деление:

$$a) 5(\cos 100^\circ + i \sin 100^\circ) : \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right);$$

$$b) (6+6i) : 3(\cos 75^\circ + i \sin 75^\circ).$$

12. Возвести в степень:

$$a) (1-\sqrt{3}i)^5; \quad e) \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}}i\right)^{10};$$

$$b) \left(\cos\frac{3\pi}{4} + i \sin\frac{3\pi}{4}\right)^{10}; \quad d) (2+2i)^6.$$

13. Извлечь корни из комплексных чисел:

$$a) \sqrt[3]{-27i}; \quad e) \sqrt[4]{8+8\sqrt{3}i};$$

$$b) \sqrt{6-6\sqrt{3}i}; \quad d) \sqrt[3]{-256}.$$

14. Определить Z_1 и Z_2 , если:

$$a) \begin{cases} Z_1 + 2Z_2 = 1+i \\ 3Z_1 + iZ_2 = 2-3i \end{cases}; \quad b) \begin{cases} 4Z_1 - 5Z_2 = -4+14i \\ 3Z_1 + 2iZ_2 = 7+3i \end{cases}.$$

15. Найти Z , если:

$$a) Z^3 - (2+i)Z - 1 + 7i = 0; \quad b) Z^2 - 4iZ + 6(2-5i) = 0.$$

16. Проверить справедливость равенств:

$$a) \left[\frac{-\sqrt{3}+i}{2}\right]^5 + \left[\frac{-\sqrt{3}-i}{2}\right]^5 = \sqrt{3};$$

$$b) \frac{(\sin 26^\circ + i \cos 154^\circ) \cdot (\sin 27^\circ + i \cos 153^\circ)^3}{\sin 17^\circ - i \cos 17^\circ} = -1.$$

89

