Решить нечётные

Сложность «0»

В задачах **8.031—8.040** доказать тождество:

8.031. $\dfrac{\cos 3\alpha + \cos \alpha}{\sin 3\alpha - \sin \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha$

8.032. $\dfrac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha$

8.033. $\dfrac{\sin 4\alpha - \sin 2\alpha}{\cos^2(3/2)\alpha - \sin^2(3/2)\alpha} = 2\sin \alpha$

8.034. $\dfrac{(\sin \alpha - \cos \alpha)^2}{\sin^2((\pi/4) - \alpha)} = 2$

8.035. $\dfrac{\cos 2\alpha + \sin^2 \alpha}{\sin 2\alpha} = \dfrac{1}{2} \operatorname{ctg} \alpha$

8.036. $\cos 2\alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha \cos 2\alpha - 1 = -\operatorname{tg}^2 \alpha$

8.037. $\sin 2\alpha \cos \alpha - \cos 2\alpha \sin 3\alpha = -\cos 4\alpha \sin \alpha$

8.038. $(\operatorname{tg} 2\alpha - \operatorname{tg} \alpha)(\cos \alpha + \cos 3\alpha) = 2\sin \alpha$

8.039. $\sin 4\alpha \cos 2\alpha - \sin \alpha \cos \alpha = 0{,}5\sin 6\alpha$

8.040. $\dfrac{2\sin \alpha - \sin 2\alpha}{2\sin \alpha + \sin 2\alpha} = \operatorname{tg}^2 \dfrac{\alpha}{2}$

Сложность « 1»

В задачах **8.041—8.050** доказать тождество:

8.041. $\dfrac{\sin^2 3\alpha - \sin^2 \alpha}{\cos^2 3\alpha - \cos 5\alpha \cos \alpha} = 2\cos 2\alpha$

8.042. $\dfrac{\cos^2 \alpha - \operatorname{ctg}^2 \alpha + 1}{\sin^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha - 1} = \operatorname{ctg}^2 \alpha$

8.043. $\dfrac{\cos^2 2\alpha - 4\cos^2 \alpha + 3}{\cos^2 2\alpha + 4\cos^2 \alpha - 1} = \operatorname{tg}^4 \alpha$

8.044. $\dfrac{1 + 2\cos \alpha + \cos 2\alpha}{\cos 2\alpha - 2\cos \alpha + 1} = -\operatorname{ctg}^2 \dfrac{\alpha}{2}$

8.045. $\dfrac{\sin \alpha}{\operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{4} - \dfrac{\alpha}{2} \right)(1 + \sin \alpha)} = \operatorname{tg} \alpha$

8.046. $\dfrac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha\,(1 + \operatorname{ctg} \alpha)} - \dfrac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha\,(1 + \operatorname{tg} \alpha)} = \dfrac{1}{\cos \alpha} - \dfrac{1}{\sin \alpha}$

8.047. $\dfrac{\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha - \cos^2 \alpha}{2(\cos \alpha - 1)} = \cos^2 \dfrac{\alpha}{2}$

8.048. $\dfrac{1 + \cos \alpha + \cos 2\alpha + \cos 3\alpha}{\sin 2\alpha + 2\sin \alpha \cos 2\alpha} = \operatorname{ctg} \alpha$

8.049. $\dfrac{1 + \sin \alpha + \cos \alpha}{1 + \sin \alpha - \cos \alpha} = \operatorname{ctg} \dfrac{\alpha}{2}$

8.050. $1 + \dfrac{\cos 4\alpha}{\operatorname{tg}\left(\dfrac{3}{4} \pi - 2\alpha \right)} = \sin 4\alpha$

Сложность «1»

В задачах **8.051—8.060** вычислить:

8.051. $\sin^2 68° - \sin^2 38° - 0,5\sin 106° + 3$

8.052. $\sin 43° \sin 17° + \sin^2 13° - 2$

8.053. $\cos^2 36° - \cos^2 120° - 0,5\sin 18° - 0,5$

8.054. $\sin 49° \sin 11° + \cos^2 71° + 1$

8.055. $\sin^2 35° + \sin^2 25° + 0,5\cos 10° - 2$

8.056. $\sin^2 44° + \cos^2 46° + \cos 88° + 1,5$

8.057. $\sin^2 16° + \cos 46° \cos 14° + 1$

8.058. $\cos^2 41° + \cos 79° \cos 19° - 1$

8.059. $\sin 67° \sin 7° - \sin^2 37° - 2$

8.060. $\cos^2 84° + \cos 51° \cos 39° + 3$

Сложность «1»

В задачах **8.061—8.070** вычислить:

8.061. $\dfrac{3 (\cos 20° - \sin 20°)}{\sqrt{2} \, \sin 25°}$

8.062. $\dfrac{(1 + \operatorname{tg} 10°)\cos 10°}{\sqrt{2} \, \sin 55°}$

8.063. $\dfrac{\sqrt{2} \, (\cos 25° - \cos 65°)}{\sin 20°}$

8.064. $\dfrac{\sin 40° - \cos 40°}{\sqrt{2} \, \cos 85°}$

8.065. $\dfrac{1 - \operatorname{ctg}^2 35°}{\cos 70°} \sin^2 35°$

8.066. $\dfrac{\cos 70° + \sin 70°}{\sqrt{2} \, \cos 25°}$

8.067. $\dfrac{1 - 2\cos^2 13°}{\cos 26°}$

8.068. $\sqrt{2} \cdot \dfrac{\cos 80° + \sin 80°}{\sin 125°}$

8.069. $\dfrac{1 - 2\sin^2 46°}{8\cos 92°}$

8.070. $\dfrac{1 - \operatorname{tg}^2 75°}{\cos 150°} \cdot 2\cos^2 75°$

Сложность «1»

В задачах **8.071—8.080** вычислить:

8.071. $(\text{tg } 14° + \text{ctg } 28°) \cos 14° \sin 14°$

8.072. $\dfrac{\text{tg } 15° - \text{ctg } 15°}{\text{ctg } 30°}$

8.073. $\dfrac{\text{tg } 26° - \text{ctg } 52°}{\cos 78°} \cos 26° \sin 52°$

8.074. $\sin 24° \, (\text{tg } 12° + \text{ctg } 12°)$

8.075. $\dfrac{(\text{tg } 15° + \text{tg } 30°) \cos 15° \cos 30°}{\sin 45°}$

8.076. $\dfrac{(1 + \text{tg } 75°) \cos 75°}{2\sqrt{2} \, \sin 120°}$

8.077. $(\text{ctg } 27° - \text{ctg } 54°) \sin 54° + 1,5$

8.078. $\dfrac{\text{tg}^2 31° - \sin^2 31°}{4\text{tg}^2 31° \, \sin^2 31°}$

8.079. $\dfrac{\text{ctg } 31° - \text{tg } 31°}{\text{tg } 31° + \text{ctg } 31°} \cdot \dfrac{3}{\cos 62°}$

8.080. $\dfrac{\text{ctg}^2 34° - \cos^2 34°}{2\text{ctg}^2 34° \, \cos^2 34°}$

Сложность «1»

В задачах **8.081—8.090** вычислить:

8.081. $\dfrac{\sin^2 \frac{\pi}{5} \cos^2 \frac{\pi}{5}}{1 - \cos^4 \frac{2\pi}{5} - \cos^2 \frac{2\pi}{5} \sin^2 \frac{2\pi}{5}}$

8.082. $\sin \dfrac{2\pi}{7} \cdot \dfrac{\left(\text{tg } \frac{\pi}{7} + \text{ctg } \frac{\pi}{7} \right) \cos^2 \frac{\pi}{14}}{1 + \cos \frac{\pi}{7}}$

8.083. $\dfrac{\left(1 - \text{tg}\frac{\pi}{8} \right)^2 \cos^2 \frac{\pi}{8}}{\sin^2 \frac{\pi}{8}}$

8.084. $\dfrac{\left(\sin \frac{\pi}{9} - \cos \frac{\pi}{9} \right)^2 - 1}{\sin \frac{2\pi}{9}}$

8.085. $\dfrac{2\left(1 + \sin \frac{2\pi}{11} - \cos \frac{2\pi}{11} \right)}{\sin \frac{\pi}{11} \left(\sin \frac{\pi}{11} + \cos \frac{\pi}{11} \right)}$

8.086. $\dfrac{\left(\sin \frac{\pi}{5} + \cos \frac{\pi}{5} \right)^2 - 1}{\sin \frac{2\pi}{5}}$

8.087. $\dfrac{3\left(\cos \frac{\pi}{7} - \sin \frac{\pi}{7} \right)^2}{\sin^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{7} \right)}$

8.088. $\dfrac{\sin^4 \frac{\pi}{9} - \cos^4 \frac{\pi}{9}}{2 \cos \frac{2\pi}{9}}$

8.089. $\dfrac{\left(\text{tg } \frac{\pi}{10} - \text{ctg } \frac{\pi}{10} \right)^2}{\text{ctg}^2 \frac{\pi}{5}}$

8.090. $\dfrac{\left(\cos \frac{\pi}{11} + \sin \frac{\pi}{11} \right)^2}{\cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{11} \right)}$