

Упражнения

1. Определить, являются ли ограниченными сверху или снизу последовательности:

а) $x_n = 2n + 1$; в) $x_n = \frac{n(n+1)}{2}$; д) $x_n = 3 \cdot 3^{n-1}$.

б) $x_n = \frac{1}{(n+1)^2}$; г) $x_n = \frac{1}{n(n+2)}$;

2. Определить, являются ли нижеследующие последовательности монотонными:

а) $x_n = \frac{1}{n^2+1}$; б) $x_n = \frac{2^n+1}{2^n}$; в) $x_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$; г) $x_n = \left(-\frac{1}{3}\right)^n$.

Изобразить эти числовые последовательности на числовой прямой.

130

3. Доказать, что последовательность $\left\{\frac{3n-1}{5n+2}\right\}, n \in N$ является монотонно возрастающей.

4. Если последовательность $\left\{\frac{an+2}{bn+1}\right\}, n \in N$ является монотонно возрастающей, то какими должны быть параметры a и b ?

5. Определить, являются ли ограниченными сверху или снизу последовательности:

а) $x_n = \frac{1}{n^2+1}$; в) $x_n = \frac{n+2}{n}$; д) $x_n = \frac{2^n+1}{2^n}$.

б) $x_n = \left(-\frac{1}{3}\right)^n$; г) $x_n = \frac{2^n-1}{2^n}$;

6. Определить, являются ли нижеследующие последовательности монотонными:

а) $x_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n$; б) $x_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^n$.

Изобразить эти числовые последовательности на числовой прямой.

7. Доказать, что последовательность $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}, n \in N$ является монотонно убывающей.