

### 1.15.8 Формулы половинного угла.

$$1. \sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2};$$

$$2. \cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2};$$

$$3. \sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{2};$$

$$4. \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1+\cos x}{2};$$

$$5. \operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x} = \frac{1-\cos x}{\sin x};$$

$$6. \operatorname{ctg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1-\cos x} = \frac{1+\cos x}{\sin x};$$

$$7. \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{1+\cos x}$$

$$8. \operatorname{ctg}^2 \frac{x}{2} = \frac{1+\cos x}{1-\cos x}$$

$$\sin \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}; \quad \alpha \neq \pi(2n+1), \quad n \in \mathbb{Z};$$

$$\cos \alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}; \quad \alpha \neq \pi + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z};$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}; \quad \alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}, \quad \alpha \neq \pi + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

В № 2.1.9.—2.1.14. вычислить значение  $A$  при заданных условиях.

2.1.9. а)  $A = \cos 2\alpha$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}$ ;

б)  $A = \sin 2\alpha$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = 3$ ;

в)  $A = \cos 2\alpha$ , если  $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\sqrt{6}}{12}$ ;

г)  $A = \sin 2\alpha$ , если  $\operatorname{ctg} \alpha = -2$ ;

д)  $A = \cos 2\alpha$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{7}$ .

2.1.10. а)  $A = \cos^2 \frac{\alpha}{2}$ , если  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$  и  $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$ ;

б)  $A = \sin^2 \frac{\alpha}{2}$ , если  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$  и  $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$ ;

в)  $A = \sin \alpha$ , если  $\cos 2\alpha = \frac{7}{8}$  и  $\pi \leq \alpha \leq \frac{3\pi}{2}$ ;

г)  $A = \cos \alpha$ , если  $\cos 2\alpha = -\frac{7}{25}$  и  $\pi \leq \alpha \leq \frac{3\pi}{2}$ ;

д)  $A = \operatorname{tg}^2 \alpha$ , если  $\cos 2\alpha = \frac{1}{4}$ .

2.1.11. а)  $A = \operatorname{tg} \alpha$ , если  $\sin 2\alpha + 2\cos 2\alpha = -1$  и  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ;

б)  $A = \operatorname{tg} \alpha$ , если  $\sin 2\alpha - 3\cos 2\alpha = 1$  и  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ;

в)  $A = \operatorname{tg} \alpha$ , если  $4\sin 2\alpha + 13\cos 2\alpha = -11$  и  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ ;

г)  $A = \operatorname{tg} \alpha$ , если  $3\sin 2\alpha - 5\cos 2\alpha = 3$  и  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ ;

д)  $A = \operatorname{tg} \alpha$ , если  $\sin 2\alpha - 13\cos 2\alpha = 11$  и  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ .

13. (98-1-58) Упростите выражение

$$\frac{\sin 2\alpha + 2\sin \alpha \cdot \cos 2\alpha}{1 + \cos \alpha + \cos 2\alpha + \cos 3\alpha}$$

- A)  $2\tg \alpha$  B)  $2\sin \alpha$  C)  $4\tg \alpha$   
D)  $\ctg \alpha$  E)  $\tg \alpha$

14. (98-10-37) Сравните значение выражения  $(1 + \cos 2\alpha) \cdot \tg \alpha$  при  $\alpha = 15^\circ$  с числом  $\frac{1}{8}$

- A) оно меньше  $\frac{1}{8}$  B) оно равно  $\frac{1}{8}$   
C) оно больше  $\frac{1}{8}$  в 2 раза  
D) оно больше  $\frac{1}{8}$  в 4 раза  
E) оно больше  $\frac{1}{8}$  на  $\frac{1}{4}$

15. (98-10-100)

$$\sin 105^\circ + \sin 75^\circ = ?$$

- A)  $\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$  B)  $\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$  C)  $\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$   
D)  $\sqrt{2+\sqrt{3}}$  E)  $\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$

16. (98-11-20) Вычислите  $\cos \frac{\alpha}{2}$ , если  $\cos \alpha = \frac{7}{18}$ ,  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

- A) 3 B) 5 C) 6 D) 4 E) 2

17. (99-2-27) Упростите выражение

$$\frac{\cos^2 x + \cos x}{2\cos^2 \frac{x}{2}} + 1.$$

- A)  $2\sin^2 \frac{x}{2}$  B)  $-2\sin^2 \frac{x}{2}$  C)  $2\cos^2 \frac{x}{2}$   
D)  $-2\cos^2 \frac{x}{2}$  E)  $2\cos^2 \frac{x}{2}$

18. (99-3-33) Пусть  $\ctg \alpha = -\frac{7}{24}$ ,  $450^\circ < \alpha < 540^\circ$ . Найдите  $\cos \frac{\alpha}{2}$ .

- A) 0,6 B)  $\frac{1}{3}$  C)  $-\frac{1}{3}$  D) -0,6 E) 0,96

19. (99-3-34) Найдите острый угол  $\alpha$ , для которого  $\cos \alpha = \frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}$

- A)  $\frac{\pi}{12}$  B)  $\frac{5\pi}{12}$  C)  $\frac{3\pi}{8}$  D)  $\frac{7\pi}{8}$  E)  $\frac{7\pi}{24}$

20. (99-4-57) Упростите выражение

$$\frac{\sin^2 2,5\alpha - \sin^2 1,5\alpha}{\sin 4\alpha \sin \alpha + \cos 3\alpha \cos 2\alpha}.$$

- A)  $2\tg 2\alpha$  B)  $\tg 2\alpha \cdot \tg \alpha$  C)  $2\sin 2\alpha$   
D)  $4\cos^2 \alpha$  E)  $4\sin^2 \alpha$

21. (99-8-66) Вычислите

$$\sin(202^\circ 30').$$

- A)  $-\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$  B)  $-\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$  C)  $\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$   
D)  $-\frac{\sqrt{2}}{4}$  E)  $\sqrt{2} - 1$

22. (99-9-28) Упростите

$$\sqrt{\frac{1 + \sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha)}{1 + \sin(\frac{\pi}{2} + \alpha)}}$$

- A)  $\tg \frac{\alpha}{2}$  B)  $\ctg \frac{\alpha}{2}$  C)  $-\tg \frac{\alpha}{2}$  D)  $-\ctg \frac{\alpha}{2}$  E)  $|\tg \frac{\alpha}{2}|$

23. (00-3-48) Вычислите

$$\sin 112,5^\circ$$

- A)  $\frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}$  B)  $\frac{1}{2}\sqrt{1+\sqrt{2}}$  C)  $\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}$  D)  $\frac{1}{2}\sqrt{\sqrt{2}}$

24. (00-3-51) Найдите острый угол  $\alpha$ , для которого

$$\cos \alpha = \frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}$$

- A)  $7,5^\circ$  B)  $22,5^\circ$  C)  $75^\circ$  D)  $67,5^\circ$  E)  $15^\circ$

25. (00-6-53) Сократите дробь

$$\frac{4\cos^2 2\alpha - 4\cos^2 \alpha + 3\sin^2 \alpha}{4\cos^2(\frac{5\pi}{2} - \alpha) - \sin^2 2(\alpha - \pi)}$$

- A)  $\frac{3\cos \alpha}{4\sin^2 \alpha}$  B)  $\frac{8\cos^2 \alpha + 1}{2\cos^2 \alpha - 2}$  C)  $4\cos 2\alpha - 1$   
D)  $\frac{2\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}$  E)  $\tg^2 2\alpha - 3$

26. (01-1-68) Найдите  $\tg(\frac{\alpha}{2})$ , если  $\sin \alpha = -0,8$  и  $\alpha \in (\pi; \frac{3\pi}{2})$

- A) 1 B) -1 C) 2 D) -2 E) 1,5

27. (01-1-75) Найдите сумму

$$\sin^4 15^\circ + \cos^4 15^\circ$$

- A)  $\frac{5}{8}$  B)  $\frac{2}{3}$  C)  $\frac{7}{8}$  D)  $\frac{5}{7}$  E)  $\frac{2}{7}$

28. (01-2-30) Вычислите

$$\cos 2227^\circ 30'$$

- A)  $\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$  B)  $\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{4}$  C)  $\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{4}$   
D)  $\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{4}$  E)  $\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$

29. (01-2-31) Найдите  $\sin^8 x + \cos^8 x$ , если  $\sin 2x = \frac{2}{5}$

- A)  $\frac{16}{25}$  B)  $\frac{398}{625}$  C)  $\frac{527}{625}$  D)  $\frac{256}{625}$  E)  $\frac{8}{25}$

30. (01-7-36) Вычислите

$$\cos^2 5 + \cos^2 1 - \cos 6 \cdot \cos 4.$$

- A) 0 B)  $\frac{1}{2}$  C)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  D) 1,5 E) 1

31. (01-10-35) Вычислите

$$\cos^8 22^\circ 30' - \sin^8 22^\circ 30'$$

- A)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$  B)  $\frac{\sqrt{2}}{8}$  C)  $\frac{3\sqrt{2}}{8}$  D)  $\frac{5\sqrt{2}}{8}$  E)  $\frac{3\sqrt{2}}{4}$