

DISTRIBUSI PEUBAH ACAK DISKRIT KHUSUS



Distribusi Bernoulli

- ▶ Percobaan Bernoulli adalah suatu percobaan yang hanya mempunyai 2 hasil yang mungkin yaitu “sukses” atau “gagal”.
- ▶ Contoh :
 - percobaan mengamati suatu barang apakah dalam keadaan cacat atau baik,
 - seorang pemain basket memasukkan bola ke *ring* apakah masuk atau tidak masuk

- ▶ Misal peluang sukses dalam percobaan Bernoulli adalah p , dengan $0 \leq p \leq 1$
- ▶ Misal X merupakan peubah acak yang menyatakan banyak sukses, maka nilai X yang mungkin adalah $x = 0, 1$. Nilai $x = 0$ berarti gagal, sedangkan $x = 1$ berarti sukses.
- ▶ Peluang sukses sebanyak x dalam percobaan Bernoulli adalah

$$P(X = x) = f(x) = p^x (1 - p)^{1-x}, \quad \text{jika } q = 1 - p$$

$$= p^x q^{(1-x)} \quad ; \text{ untuk } x = 0, 1$$
- ▶ Peubah acak X yang demikian dikatakan X berdistribusi Bernouli dengan peluang sukses p , dinotasikan dengan $X \sim \text{BIN}(1, p)$

Distribusi Binomial

- ▶ Misal percobaan Bernoulli dengan peluang sukses p diulang secara bebas sebanyak n kali.
- ▶ Peubah acak X menyatakan banyak sukses dalam n percobaan. Nilai-nilai X yang mungkin adalah

$$x = 0, 1, 2, \dots, n$$

- ▶ Peluang sukses sebanyak x dalam n percobaan adalah

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} ; x = 0, 1, 2, \dots, n$$

(jelaskan mengapa demikian!)

- ▶ Peubah acak X yang demikian dikatakan X berdistribusi binomial dengan banyak percobaan n dan peluang sukses setiap kali percobaan p , dinotasikan

$$X \sim \text{BIN}(n, p)$$

Distribusi Geometrik

- ▶ Jika percobaan Bernoulli dengan peluang sukses p diulang secara bebas.
- ▶ Peubah acak X menyatakan banyak percobaan hingga diperoleh sukses yang pertama, maka nilai-nilai X yang mungkin adalah $x = 1, 2, 3, \dots$
- ▶ Peluang banyak percobaan sebanyak x sampai diperoleh sukses yang pertama adalah :
- ▶ $f(x) = pq^{x-1} \quad x = 1, 2, 3, \dots$
- ▶ Peubah acak X yang demikian dikatakan berdistribusi geometrik dengan peluang sukses p dinotasikan dengan $X \sim GEO(p)$

$$X \sim GEO(p)$$

$$\begin{aligned}
 M_x(t) &= E(e^{tx}) \\
 &= \sum e^{tx} f(x) \\
 &= \sum e^{tx} p q^{x-1} \\
 &= p \sum e^{tx} q^{x-1} \\
 &= p \sum e^{tx} \frac{q^x}{q} \\
 &= \frac{p}{q} \sum_{x=1}^{\infty} e^{tx} q^x \quad \frac{a}{1-r} \\
 &= \frac{p}{q} ((e^t q) + (e^t q)^2 + \dots) \\
 &= \frac{p}{q} \left(\frac{e^t q}{1 - e^t q} \right) \\
 &= \frac{pe^t}{1 - (1-p)e^t}
 \end{aligned}$$

$$M_x(t) = \frac{pe^t}{1 - (1 - p)e^t}$$

$$M'_x(t) = \frac{pe^t(1 - (1 - p)e^t) - pe^t(-(1 - p)e^t)}{(1 - (1 - p)e^t)^2}$$

$$M'_x(0) = \frac{p(p) - p(-p + p)}{(1 - (1 - p))^2}$$

$$= \frac{p^2 + p - p^2}{p^2}$$

$$= \frac{p}{p^2} = \frac{1}{p}$$

$$\therefore E(X) = \frac{1}{p}$$

Distribusi Binomial Negatif

Percobaan Bernoulli dengan peluang sukses p diulang secara bebas

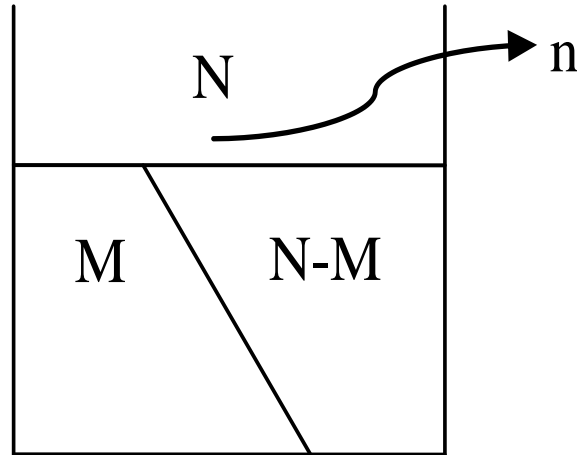
X : banyak percobaan sampai diperoleh r sukses yang pertama

$$x = r, r + 1, r + 2, \dots$$

$$f(x) = \binom{x-1}{r-1} p^r q^{x-r}$$

$$f(x) = \binom{x-1}{r-1} p^r q^{x-r} \quad , X \sim NB(r, p)$$

Distribusi Hipergeometrik



X : Banyak kelereng merah yang diambil

$$f(x) = \frac{\binom{M}{x} \binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

X berdistribusi hipergeometrik

$X \sim \text{HYP}(n, M, N)$

Distribusi Poisson

Pada distribusi Binomial:

$$\left. \begin{array}{l} n \rightarrow \infty \\ p \rightarrow 0 \end{array} \right\} \mu = np$$

$$X \sim POIS(\mu)$$

$$f(x) = \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!}, x > 0$$

Tugas

- ▶ Kerjakan lat mulai halaman 128 no: 2, 9, 13, 15, 17

TERIMA KASIH