# Radiométrie et contraste

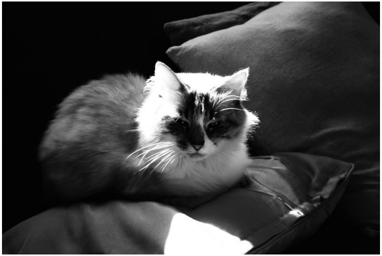
Julie Delon et Yann Gousseau

Télécom Paris - IP Paris

IMA201

# Intensité lumineuse et vision humaine

La perception du contenu d'une image varie peu si l'on applique une fonction croissante à l'image (lunettes de soleil, contraste d'un écran, etc...).



$$x \mapsto x^2$$

# Intensité lumineuse et vision humaine

La perception du contenu d'une image varie peu si l'on applique une fonction croissante à l'image (lunettes de soleil, contraste d'un écran, etc...).

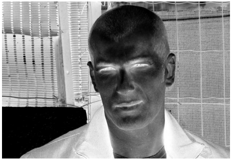
$$x \mapsto x^2$$

# Intensité lumineuse et vision humaine

La perception du contenu d'une image varie peu si l'on applique une fonction croissante à l'image (lunettes de soleil, contraste d'un écran, etc...).

$$x \mapsto \sqrt{x}$$

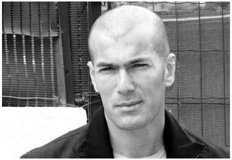
Faux si la fonction n'est pas une fonction croissante : cas par ex du négatif d'une photo.



$$x \mapsto 1 - x$$

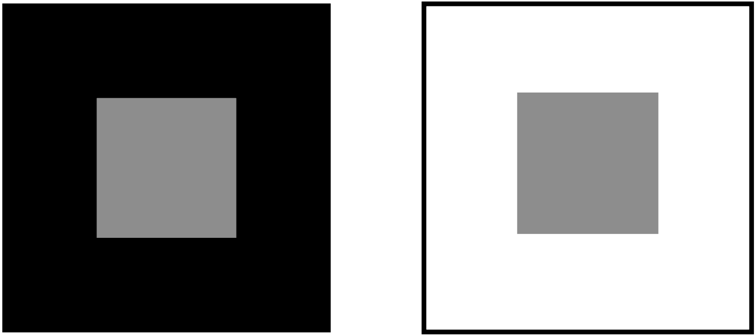
# Intensité lumineuse et vision humaine

Faux si la fonction n'est pas une fonction croissante : cas par ex du négatif d'une photo.



# Intensité lumineuse et vision humaine

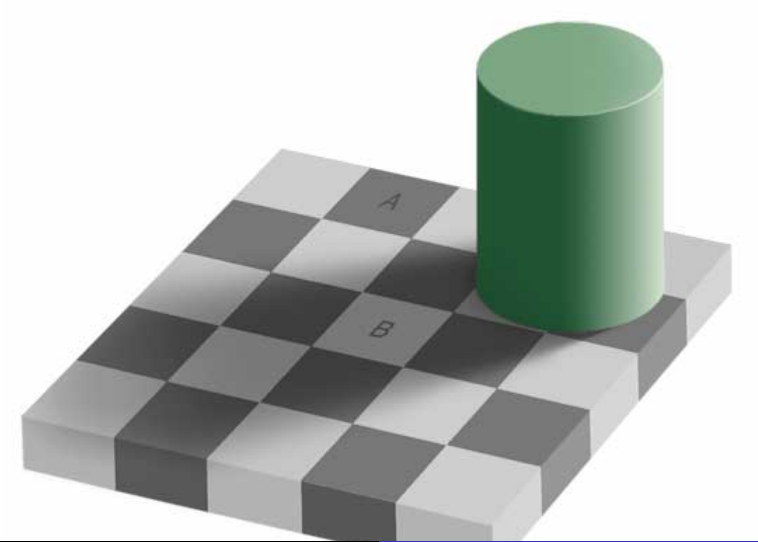
Nous sommes sensibles aux contrastes locaux, bien plus qu'aux contrastes globaux dans l'image (Kanizsa).



Kanizsa, Grammatica del Vedere, Societa Editrice il Mulino, 1997

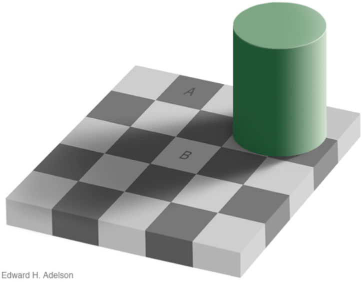
# Intensité lumineuse et vision humaine

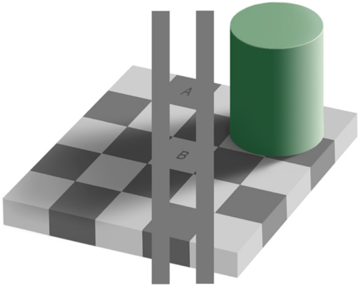
Nous sommes sensibles aux contrastes locaux, bien plus qu'aux contrastes globaux dans l'image.



# Intensité lumineuse et vision humaine

Nous sommes sensibles aux contrastes locaux, bien plus qu'aux contrastes globaux dans l'image.




Experiment E. Adelson

# Retour sur l'acquisition d'images

$$u = Q[h((g_0 * s).\Pi_\Gamma.F + b)], \text{ avec} \quad (1)$$

- $s$ scène,
- $g_0$ : réponse impulsionnelle du système optique et de l'intégration des capteurs ($g_{ouv} * g_{flou} * g_{mouv} * g_{capt}$),
- $\Pi_\Gamma = \sum_{\gamma \in \Gamma} \delta_\gamma$ réseau des capteurs, e.g. $\Gamma = \mathbb{Z}^2$
- $F = \mathbb{I}_\Omega, \Omega \in \mathbb{R}^2$, support global de l'acquisition, e.g. $\Omega = [0, N]^2$
- $b$ bruit additif : pour $(i, j) \in \Gamma$, $b(i, j)$ est une famille de variables aléatoires i.i.d.
- $h$ est une fonction croissante : un "changement de contraste"
- $Q$ est un opérateur de quantification

L'étude des liens entre l'image continue $g_0 * s$ et l'image mesurée (discrète) $(g_0 * s).\Pi_\Gamma$ est la théorie de l'échantillonnage (cf premier cours).

Dans ce cours, on s'intéresse à la radiométrie des images, et plus précisément aux changements de contraste et à la quantification. On se restreint pour l'instant à des images en niveau de gris.

# Notations

Dans ce qui suit, on notera $u : \Omega \to \mathbb{R}$ une image, avec

- $\Omega$ une grille rectangulaire de taille $|\Omega| = M \times N$ (**image discrète**).

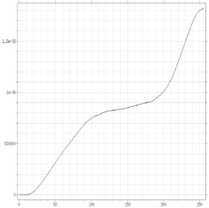
On supposera que que l'image $u$ ne peut prendre qu'un nombre fini de valeurs $y_0 < \cdots < y_{n-1}$.

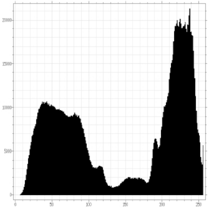
En général, images en niveaux de gris sur 8 bits : $0, \ldots, 255$.

# Première partie I

# Histogrammes et changements de contraste

# Histogramme d’une image



# Histogramme d'une image

**Definition**

Histogramme $h_u$ de $u$

$$h_u = \sum_{i=0}^{n-1} h_i \delta_{y_i}, \quad \text{où} \quad h_i = \frac{1}{|\Omega|} \#\{\mathbf{x} \in \Omega;\ u(\mathbf{x}) = y_i\}.$$

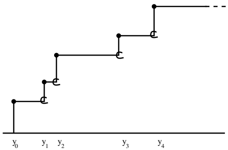
Avec $\delta_{y_i}(y) = 1$ si $y = y_i$, et vaut 0 sinon.
Caractérise la distribution des niveaux de gris pour une image (proportion relative de chaque niveau de gris).
Remarque : invariant aux transformations géométriques de type similitude sur l'image (aux effets de discrétisation près).

# Histogramme cumulé d'une image

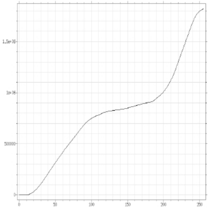
## Definition

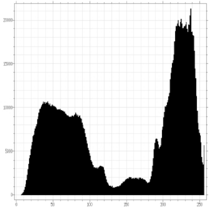
Soit $u$ une image discrète définie sur $\Omega$, l'histogramme cumulé de $u$ est la fonction croissante $H_u$ définie sur $\mathbb{R}$ par

$$H_u(\lambda) = \frac{1}{|\Omega|}\#\{\mathbf{x} \in \Omega;\ u(\mathbf{x}) \leq \lambda\}.$$



# Histogramme d’une image




Ici $\{y_0, \ldots y_{n-1}\} = \{0, \ldots 255\}$ (image sur 8 bits). En pratique, $H_u$ et $h_u$ sont définis comme des fonctions discrètes de $\{0, \ldots 255\}$ dans $\{0, \ldots |\Omega|\}$.

Remarque : si on modélise les $|\Omega|$ valeurs de gris des pixels de l’image comme des réalisations de variables aléatoires iid $X_1, \ldots X_{|\Omega|}$, l’histogramme cumulé $H_u$ est une estimation empirique de la fonction de répartition des $X_i$ (et $h_u$ est une estimation de leur densité).

# Changement de contraste

**Definition**

On appelle changement de contraste une fonction $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ croissante. Ce changement de contraste transforme l'image $u$ en $g(u)$ (opération non linéaire en général, globale sur l'image).

**Proposition**

*Si $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ est un changement de contraste strictement croissant, pour tout $i$*

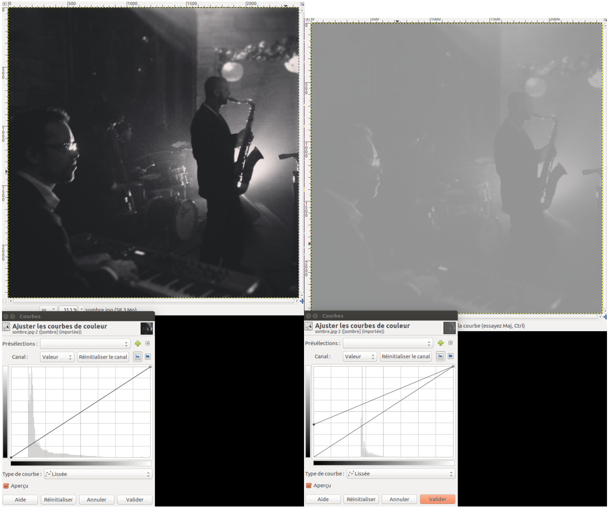
$$H_{g(u)}(g(y_i)) = H_u(y_i)$$

- On a aussi $\forall \mathbf{x} \in \Omega,\ H_{g(u)}(g \circ u(\mathbf{x})) = H_u(u(\mathbf{x}))$.
- L'histogramme prend les mêmes valeurs en différentes positions (abscisses)
- si $g$ n'est pas strictement croissante, il peut y avoir perte d'information (plusieurs $g(y_i)$ pouvant être égaux).

# Changements de contraste classiques

- **"Luminosité, contraste" (Gimp, Photoshop, etc.)** : $u \mapsto ku + C$, avec $k$, $C$ constant ($k$ contraste, $C$ luminosité)
- **"Contrast Stretching"** : $u \mapsto ku + C$, avec $k$, $C$ choisis de manière à utiliser toute la dynamique
  Utile pour la visualisation ou comme pré-traitement
- **"Transformation gamma"** : $u \mapsto u^\gamma$
- **Seuillage** : $u \mapsto \mathbb{1}(u > \lambda)$
  $I$ devient binaire. Méthode élémentaire d'extraction de formes (texte scanné).
- **Négatif** : utile pour images médicales (zones lumineuses = zones les moins denses).
- **Echelle logarithmique** : utile si l'image possède une dynamique très étalée. Ex : image d'une transformée de Fourier, images mal calibrées, etc...

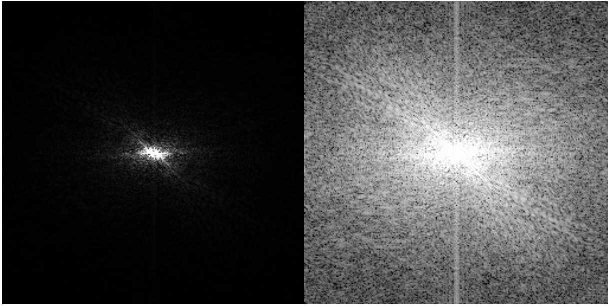
# Changement de luminosité



# Changement de luminosité et contraste

# Seuillage

# Utilité de l'échelle logarithmique



# Correction Gamma

L'affichage des écrans à tube cathodique était naturellement non linéaire = l'intensité lumineuse reproduite à l'écran n'est pas une fonction linéaire de la tension d'entrée, mais une fonction puissance

$$I = V^{\gamma}, \quad \text{avec} \quad \gamma \simeq 2.5.$$

$\hookrightarrow$ inhérent à la technologie CRT, reproduit artificiellement sur les écrans actuels (LCD, plasma, etc.).

(tubes réagissent peu aux signaux de faible puissance)

**Conséquence** : les images apparaissent plus sombres qu'elles ne le sont réellement.

# Correction Gamma

L'affichage des écrans à tube cathodique était naturellement non linéaire = l'intensité lumineuse reproduite à l'écran n'est pas une fonction linéaire de la tension d'entrée, mais une fonction puissance

$$I = V^\gamma, \quad \text{avec} \quad \gamma \simeq 2.5.$$

$\hookrightarrow$ inhérent à la technologie CRT, reproduit artificiellement sur les écrans actuels (LCD, plasma, etc.).

(tubes réagissent peu aux signaux de faible puissance)

**Conséquence** : les images apparaissent plus sombres qu'elles ne le sont réellement.

# Correction Gamma

**Correction à la prise de vue** : les appareils de prise de vue (appareils photos, scanners) effectuent une correction destinée à compenser cette non-linéarité.

Matrices CCD linéaires $\rightarrow$ correction Gamma du signal $1/2.5 = 0.4$ $\rightarrow$ quantification uniforme.

# Egalisation d'histogramme

**Definition**

Le changement de contraste qui consistent à prendre $H_u$ pour fonction croissante $g$ s'appelle égalisation d'histogramme

On parle d'égalisation car l'histogramme cumulé de l'image $g(u)$ ainsi obtenue se rapproche "le plus possible" de l'identité. Plus précisément,

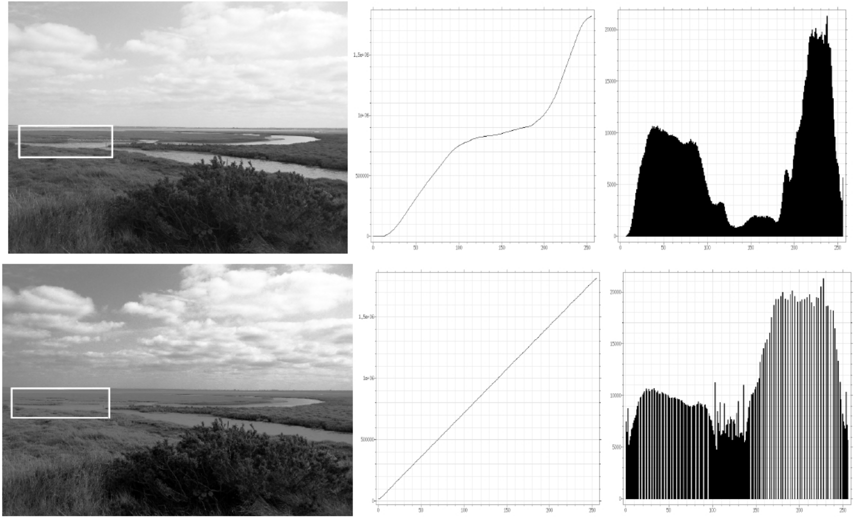
**Proposition**

*On a* $H_{H_u \circ u}(\lambda) \leq \lambda$ *pour tout* $\lambda$*, avec égalité aux valeurs* $H_u(y_i)$*.*

Equivalent proba : si $F$ est continue et que $X$ est une v.a. suivant la loi $F(dx)$, alors $F(X)$ a une loi uniforme sur $[0, 1]$.

# Egalisation d'histogramme

# Egalisation d’histogramme



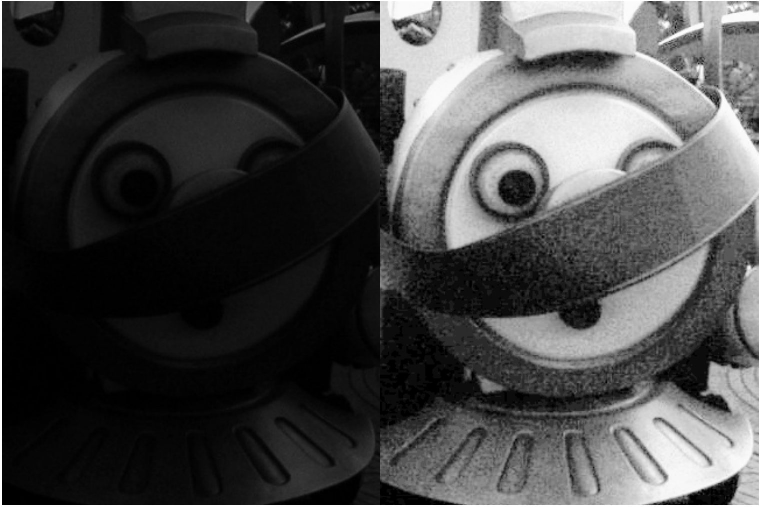
# Perte d'information

Avant égalisation :

Après égalisation :

# Augmentation du bruit de quantification

# Augmentation du bruit de quantification



# Spécification d'histogramme

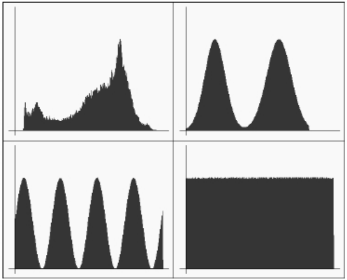
**Principe :** on cherche un changement de contraste $g$ tel que l'histogramme cumulé de $g(u)$ soit le plus proche possible d'une certaine fonction $F$ strictement croissante et continue de $[0, 1]$ sur $[0, 1]$.

**Proposition**

*Soit $g = F^{-1} \circ H_u$. Alors, $\forall \lambda \in [0, 1]$, $H_{F^{-1} \circ H_u \circ u}(\lambda) \leq F(\lambda)$, avec égalité aux points $F^{-1} \circ H_u(y_i)$.*

L'histogramme cumulé de $F^{-1} \circ H_u \circ u$ est constant par morceaux et prend donc les mêmes valeurs que $F$ lors de ses "sauts", c'est-à-dire aux points $F^{-1} \circ H_u(y_i)$.

# Exemples de spécification



# Spécification d'histogramme

Cas particulier : on cherche a donner à une image $u$ le même histogramme cumulé qu'une image donnée $v$ : $H_v^{-1} \circ H_u \circ u$.
Problème : $H_v$ n'est pas forcément inversible.

# Spécification d'histogramme

Cas particulier : on cherche a donner à une image $u$ le même histogramme cumulé qu'une image donnée $v$ : $H_v^{-1} \circ H_u \circ u$.
Problème : $H_v$ n'est pas forcément inversible.

**Definition**

On peut définir le **pseudo-inverse** de $H_v$ sur $]0, 1]$ par

$$H_v{}^{-1}(\alpha) = \inf\{\lambda; H_v(\lambda) \geq \alpha\}, \text{ pour tout } \alpha \text{ dans } ]0, 1].$$

Remarques :

- $H_v{}^{-1}$ est croissante et constante par morceaux
- Pour tout $\mathbf{x}$ dans $\Omega$, $H_v^{-1} \circ H_v(v(\mathbf{x})) = v(\mathbf{x})$.

# Spécification d'histogramme

Cas particulier : on cherche a donner à une image $u$ le même histogramme cumulé qu'une image donnée $v$ : $H_v^{-1} \circ H_u \circ u$.
Problème : $H_v$ n'est pas forcément inversible.

## Definition

On peut définir le **pseudo-inverse** de $H_v$ sur $]0,1]$ par

$$H_v{}^{-1}(\alpha) = \inf\{\lambda; H_v(\lambda) \geq \alpha\}, \text{ pour tout } \alpha \text{ dans } ]0,1].$$

Remarques :

- $H_v{}^{-1}$ est croissante et constante par morceaux
- Pour tout $\mathbf{x}$ dans $\Omega$, $H_v^{-1} \circ H_v(v(\mathbf{x})) = v(\mathbf{x})$.

On considère alors $H_v^{-1} \circ H_u \circ u$.

# Spécification d'histogramme

Cas particulier : on cherche a donner à une image $u$ le même histogramme cumulé qu'une image donnée $v$ : $H_v^{-1} \circ H_u \circ u$.
Problème : $H_v$ n'est pas forcément inversible.

## Definition

On peut définir le **pseudo-inverse** de $H_v$ sur $]0, 1]$ par

$$H_v{}^{-1}(\alpha) = \inf\{\lambda; H_v(\lambda) \geq \alpha\}, \text{ pour tout } \alpha \text{ dans } ]0, 1].$$

Remarques :

- $H_v{}^{-1}$ est croissante et constante par morceaux
- Pour tout $\mathbf{x}$ dans $\Omega$, $H_v^{-1} \circ H_v(v(\mathbf{x})) = v(\mathbf{x})$.

On considère alors $H_v^{-1} \circ H_u \circ u$.

**En pratique**, un moyen très simple de donner à u le même histogramme que v :
[x,index] = sort(u( :)) ;
u(index) = sort(v( :)) ;

# Comparaison d'images

*Copyright* : Lionel Moisan.

# Comparaison d'images

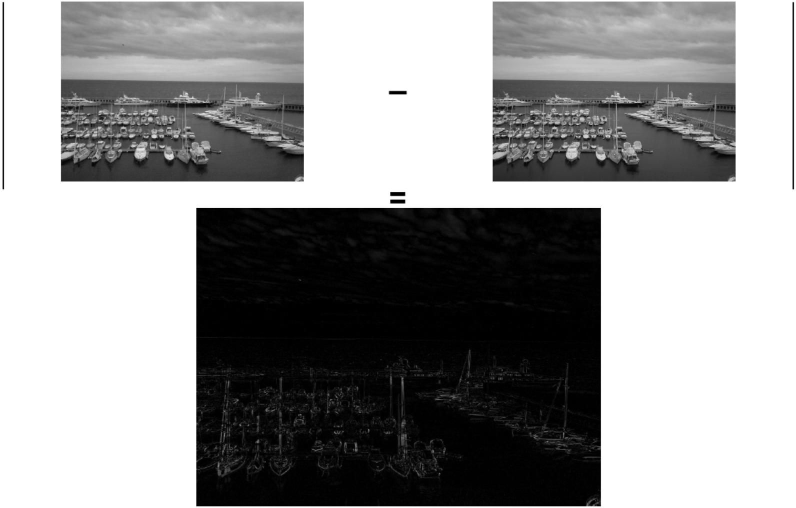
*Copyright* : Lionel Moisan.

# Comparaison d'images

# Comparaison d’images

# Comparaison d’images

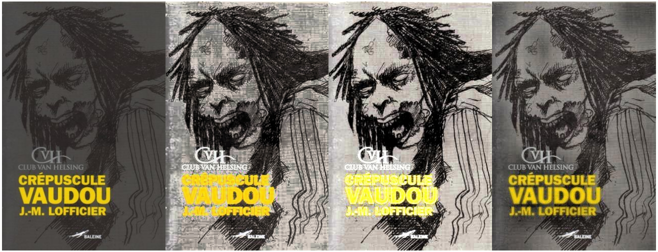
# Comparaison d'images



# Transformations d'histogrammes locales

**Modifications locales du contraste**
Traitement par blocs (sous-parties carrées de l'image) ; (e.g. méthode CLAHE)
Les blocs doivent se chevaucher pour éviter les artefacts
**Demo en ligne** : $\rightarrow$ *local color correction ipol* dans un moteur de recherche

# Exemples




De gauche à droite : image originale, égalisation d'histogramme, *streching* d'histogramme, égalisation adaptative.

# Effet sur l'histogramme de l'ajout de bruit sur l'image

**Bruit additif** : ajout d'un bruit $b$ à la variable aléatoire $u$, $u_b = u + b$.
$u + b$ variable aléatoire de densité $h_u * h_b$.

- $b$ bruit Gaussien $\mathcal{N}(0, \sigma^2) \rightarrow$
- $b$ bruit uniforme $\rightarrow$

**Bruit impulsionnel** :

# Effet sur l'histogramme de l'ajout de bruit sur l'image

**Bruit additif** : ajout d'un bruit $b$ à la variable aléatoire $u$, $u_b = u + b$.
$u + b$ variable aléatoire de densité $h_u * h_b$.

- $b$ bruit Gaussien $\mathcal{N}(0, \sigma^2) \rightarrow$ histogramme convolué avec une gaussienne centrée d'écart-type $\sigma$.
- $b$ bruit uniforme $\rightarrow$

**Bruit impulsionnel** :

# Effet sur l'histogramme de l'ajout de bruit sur l'image

**Bruit additif** : ajout d'un bruit $b$ à la variable aléatoire $u$, $u_b = u + b$.
$u + b$ variable aléatoire de densité $h_u * h_b$.

- $b$ bruit Gaussien $\mathcal{N}(0, \sigma^2) \rightarrow$ histogramme convolué avec une gaussienne centrée d'écart-type $\sigma$.
- $b$ bruit uniforme $\rightarrow$ histogramme convolué avec une fonction porte.

**Bruit impulsionnel** :

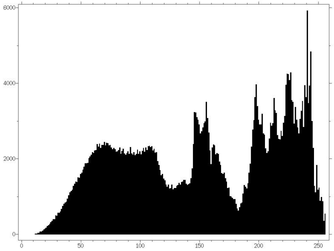
# Effet sur l'histogramme de l'ajout de bruit sur l'image

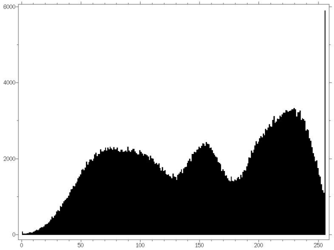
**Bruit additif** : ajout d'un bruit $b$ à la variable aléatoire $u$, $u_b = u + b$.
$u + b$ variable aléatoire de densité $h_u * h_b$.

- $b$ bruit Gaussien $\mathcal{N}(0, \sigma^2) \rightarrow$ histogramme convolué avec une gaussienne centrée d'écart-type $\sigma$.
- $b$ bruit uniforme $\rightarrow$ histogramme convolué avec une fonction porte.

**Bruit impulsionnel** : $u_b = (1 - X)u + XY$ où X suit une loi de Bernouilli de paramètre $\theta$ et Y une loi uniforme sur $\{0, \dots 255\}$.
$\Rightarrow u_b$ variable aléatoire de densité $\frac{1}{256}\theta + (1 - \theta)h_u$.

# Exemple avec un bruit Gaussien ($\sigma = 10$)



Deuxième partie II

# Quantification et dynamique des images numériques

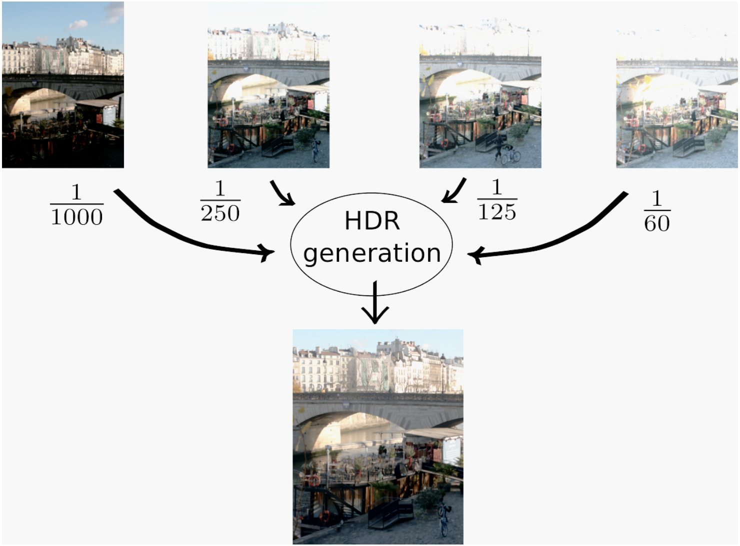
# Dynamique des images numériques

Aspect n'apparaissant pas dans l'équation d'acquisition des images numériques : la plage dynamique des capteurs...

- Capteurs photographiques : $1 \rightarrow 2^{12}$ (12 f-stops)
  parfois jusqu'á 15 f-stops (reflex professionnel), 10 pour un bon smartphone
- Capacité absolue de l'oeil : 25 f-stops (34 M ) : étoile $\rightarrow$ soleil
  Mais simultanément environ 14 f-stops (adaptation à la luminosité)

# Imagerie HDR (High Dynamic Range)

Stratégie classique : le multi-images



# Exemples d'images HDR

by J.A. Sanjurjo under CC BY-NC-ND 2.0


by Daniel under CC BY 2.0


by Marc under CC BY-NC-SA 2.0


by Daniel under CC BY 2.0

# Imagerie HDR

$\rightarrow$ cours IMA 206

# Principe de la quantification

$u : \Omega \to \{y_0, \dots y_{n-1}\}$, avec en général $Y = \{0, \dots 255\}$ (images sur 8 bits).

**Exemples d'application :**

- **Appareil photo numérique** : images sur 10-15 bits, quantifiées sur 8 bits après correction gamma.
- **Imagerie satellitaire** : transmission, souvent à partir de 12 bits.
- **Cas de la couleur** : 24 bits (8 pour chaque composante).
- **Humains** : perception qui s'adapte à la luminosité ambiante.

**Principe :** réduire le nombre de valeurs prises par l'image de $n$ à $p \leq n$

# Principe de la quantification

Opérateur de quantification $Q$ entièrement défini par la donnée de valeurs $(q_i)_{i=0,\dots p-1}$ et des bords $(t_j)_{j=0,\dots p}$ tels que

$$t_0 \leq q_0 \leq t_1 \leq q_1 \leq \dots q_{p-1} \leq t_p.$$

$Q$ est défini par $Q(\lambda) = q_i$ si $t_i \leq \lambda < t_{i+1}$.

Image quantifiée $Q \circ u : \Omega \to \{q_0, \dots q_{p-1}\}$.

**Intérêt :**

- Images moins lourdes à stocker, à gérer, à transmettre (cas satellitaire) ;
- Indispensable pour affichage sur un écran dont la dynamique est plus étroite que celle de l'image (écrans d'ordinateurs il y a qqs années, écrans de mobiles aujourd'hui...).

# Exemples

**Quantification uniforme :** division de $Y$ en intervalles réguliers. Si $Y = \{0, \dots 255\}$ et que $p$ est un diviseur de 256,

$$t_i = i\frac{256}{p}, \quad i = 0, \dots p \quad \text{et} \quad q_i = \frac{t_i + t_{i+1}}{2} = (i + \frac{1}{2})\frac{256}{p}.$$

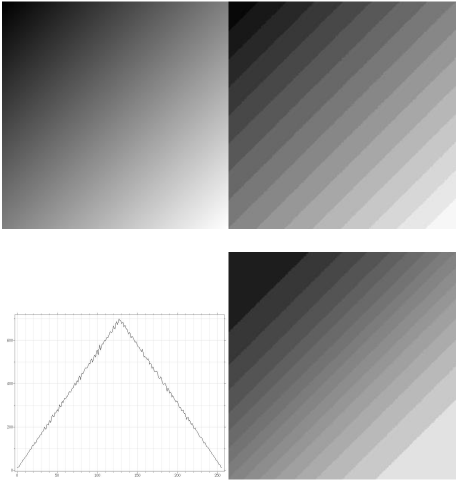
**Quantification suivant l'histogramme :** $t_i = \min\{\lambda; H_u(\lambda) \geq \frac{i}{p}\}$, $q_i$ moyennes ou barycentres des intervalles $[t_i, t_{i+1}]$.
$\longleftrightarrow$ Revient à égaliser l'histogramme avant de le quantifier uniformément.

**Quantification de Lloyd-Max :** minimise l'erreur aux moindres carrés

$$MSQE = \sum_{i=0}^{p-1} \sum_{y_j \in [t_i, t_{i+1}[} h_i (y_j - q_i)^2.$$

$\rightarrow$ algo itératif (rq : k-means 1D...)

# Exemple sur un dégradé



# Exemples - suite

Quantification uniforme

# Exemples - suite

Quantification suivant l'histogramme

# Exemples - suite

Quantification de Lloyd-Max

# Quantification couleur

**Espaces 3D** de représentation couleur RGB, HSV, Lab...

Toute méthode de **clustering** 3D peut convenir pour quantifier : on associe à chaque groupe la couleur de son barycentre.

**Exemples** : K-means ; Median Cut (utilisé par Gimp, Photoshop).

# Dithering

**Principe** : améliorer le rendu de la quantification en ajoutant du bruit à l'image avant de la quantifier.
Très utile en pratique pour l'impression (journaux, etc...).

# Dithering

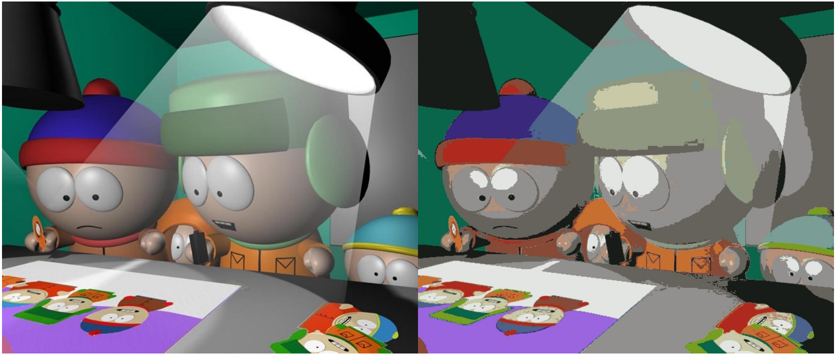
**Principe** : améliorer le rendu de la quantification en ajoutant du bruit à l'image avant de la quantifier.
Très utile en pratique pour l'impression (journaux, etc...).

interprétation...

# Dithering - exemple sur 10 niveaux

# Dithering - exemple sur 10 niveaux

# Dithering - exemple sur 16 couleurs



# Dithering - exemple sur 16 couleurs