

Силлогистика Аристотеля

Ядром логики являлась и до сих пор является теория дедуктивных умозаключений (теория дедукции). Долгое время знания в области теории дедукции ограничивались главным образом одной, относительно разработанной логической системой, — **силлогистикой**, развитой одним из крупнейших представителей древнегреческой философии Аристотелем Стагиритом.

Силлогистика Аристотеля почти не требует специально построенного искусственного языка, имеет достаточно прозрачную семантику и простые приемы для различения правильных и неправильных способов рассуждения.

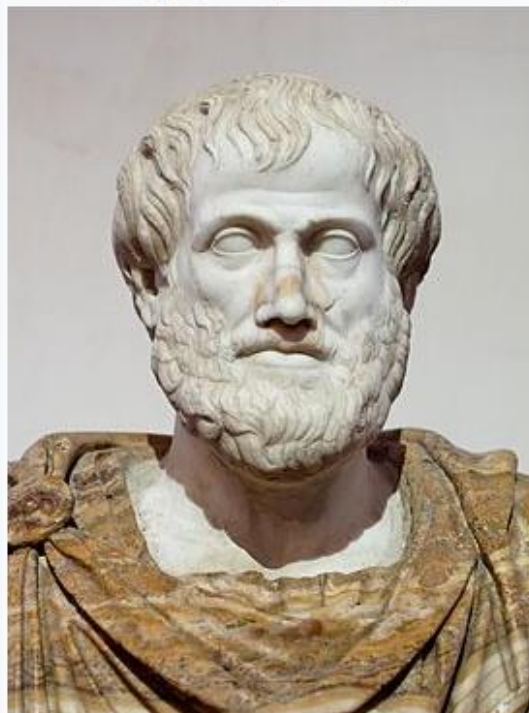
Термин «силлогизм» (от др. греч. *συλλογισμός*) может быть переведен как «вычисление». Соответственно термин «силлогистика» может трактоваться как синонимичный слову «исчисление».

Силлогистика Аристотеля — это первая известная в истории модель дедуктивных рассуждений. Она применялась для ведения научных споров. В ходе такого спора доказательство выдвинутого положения защищалось с помощью ответов двух типов («согласен» или «не согласен») на любые высказывания оппонентов.

Дедуктивные рассуждения — это рассуждения от общего к частному.

Аристотель

др.-греч. *Ἀριστοτέλης*



Бюст Аристотеля. Римская копия греческого бронзового оригинала (после 330 г. до н. э.).

Автор оригинала — Лисипп

Дата рождения	384 до н. э.
Место рождения	Стагир, полуостров Халкидики
Дата смерти	322 до н. э.
Место смерти	Халкида, остров Эвбея
Альма-матер	Платоновская Академия ^[1]
Язык(и) произведений	древнегреческий язык
Школа/традиция	Перипатетики
Направление	Западная философия
Период	Античная философия
Основные интересы	этика, физика, политика, метафизика, науки о жизни, логика, экономика, биология, зоология, психология
Значительные идеи	катарсис, причина, силлогистика, хрематистика
Оказавшие влияние	Платон, Евдокс Книдский

Суть дедуктивных рассуждений: если общее утверждение верно, то должны быть верны и частные утверждения, определяемые этим общим утверждением.

Примеры дедуктивных рассуждений:

1. Зная, что все предметы падают на землю, можно предполагать, что и подброшенный мяч также упадет.
2. Из двух априорных посылок «Все птицы имеют крылья», «Пингвин – птица» можно сделать заключение о том, что «Пингвин имеет крылья».
3. Из двух априорных посылок «Все птицы имеют крылья», «Все птицы откладывают яйца» можно сделать заключение о том, что «Некоторые существа, откладывающие яйца, имеют крылья».

Последние два примера являются силлогизмами Аристотеля.

Составные части силлогистики

Составными частями силлогистики Аристотеля являются такие понятия как «сущность», «класс» и «квантор».

Сущность – объект, явление, процесс, т.е. то, о чем можно что-то утверждать. Сущности обозначаются маленькими буквами. Пример: «пингвин», «макака», «орангутанг».

Класс – совокупность (множество) сущностей, объединенных общим именем. Классы могут содержать бесконечное число сущностей, конечное число сущностей, а также быть пустыми. Классы обозначаются большими буквами. Пример: бесконечный класс – «натуральные числа», конечный класс – «обезьяны», пустой класс – «летающие обезьяны».

Квантор всеобщности – если его поставить рядом с именем класса, то будет утверждаться нечто, что одновременно истинно для всех сущностей, входящих в класс. Пример. «Все птицы имеют крылья».

Квантор существования – если его поставить рядом с именем класса, то в высказывании будет утверждаться нечто, что истинно для какого-то подмножества сущностей, входящих в класс. Пример. «Некоторые птицы летают».

Базовые высказывания силлогистики Аристотеля:

<i>Asp</i>	Всякий <i>s</i> есть <i>p</i> .	<i>A, I</i> – первые гласные лат. слова «affirmo»
<i>Isp</i>	Некоторый <i>s</i> есть <i>p</i> .	
<i>Esp</i>	Всякий <i>s</i> не есть <i>p</i> .	<i>E, O</i> – гласные лат. слова «него»
<i>Osp</i>	Некоторый <i>s</i> не есть <i>p</i> .	

Здесь *s* – класс сущностей, о которых что-то утверждается в высказывании, а *p* определяет, что именно о них говорится.

Цель силлогистики – получение правильных рассуждений на основе исходных посылок. Схема вывода следующая:

Посылка1, Посылка2, ... , Посылка N \vdash Заключение

Посылки и заключение задаются базовыми высказываниями, а знак \vdash означает, что если истинны все посылки, то истинно и заключение.

Предполагается, что в N посылках участвует N+1 класс.

По количеству исходных посылок различают:

выводы ранга 0 — законы силлогистики;

выводы ранга 1 — законы обращения;

выводы ранга 2 — силлогизмы;

выводы ранга 3 и более — сориты.

Законы силлогистики

Закон	Запись	Формулировка	Пример
Закон тождества	$\vdash Ass$	Всякая конкретная сущность, входящая в класс s , обладает всеми свойствами элементов этого класса	Осень есть осень
Закон противоречия	$\vdash \neg(Asp \wedge Esp)$	Всякая сущность не может одновременно входить и не входить в некоторый класс	«Котик чёрный» и «котик белый» — не могут одновременно быть истинными, если речь идёт об одном и том же котике, в одно и то же время и в одном и том же отношении.
Закон исключения третьего	$\vdash (Isp \vee Osp)$	Всякая сущность обязательно либо входит, либо не входит в некоторый класс	Суждения «кот старый» и «кот нестарый» об одном и том же котике в одно и то же время не могут быть одновременно верными.

Законы силлогистики истинны всегда и не зависят от каких-либо посылок.

Законы обращения определяют правила преобразования базовых высказываний. Примеры законов обращения.

$Asp \vdash Isp$ – Если верно, что «Все птицы откладывают яйца», то верно, что «Некоторые птицы откладывают яйца».

$Esp \vdash Eps$ – Если верно, что «Все обезьяны не летают», то верно, что «Все летающие существа не обезьяны».

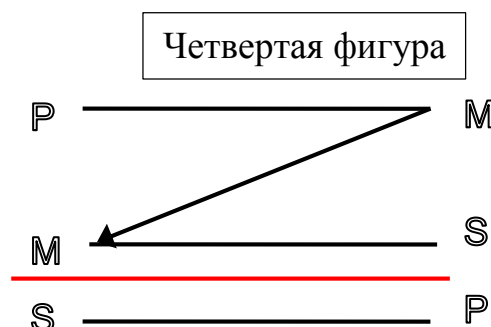
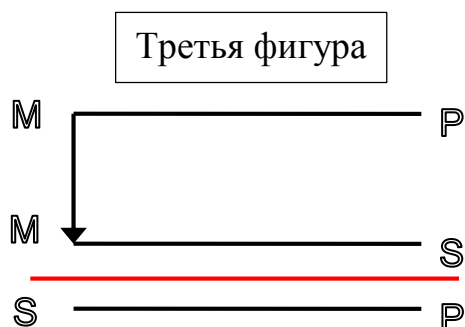
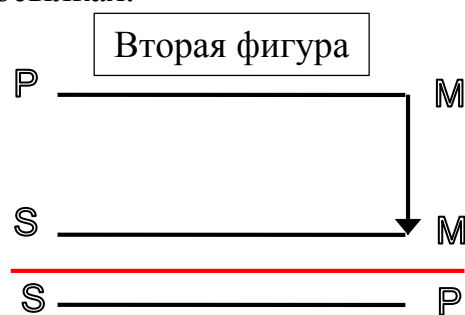
$Isp \vdash Ips$ – Если верно, что «Некоторые птицы летают», то верно, что «Некоторые летающие существа являются птицами».

$Esp \vdash Ops$ – Если верно, что «Все обезьяны не летают», то верно, что «Некоторые летающие существа не обезьяны».

$Asp \nvdash \neg Osp$, $Esp \vdash \neg Isp$, $Esp \nvdash Eps$, $Isp \nvdash Ips$, $Asp \vdash Ips$, $Esp \vdash Ops$,
 $As \neg p \nvdash Esp$, $Es \neg p \nvdash Asp$, $Is \neg p \vdash Osp$, $Os \neg p \vdash Isp$, $Asp \nvdash A \neg p \neg s$,
 $Osp \nvdash O \neg p \neg s$

Силлогизмы

При решении силлогизмов используются так называемые «фигуры силлогизмов», которые определяют расположение классов в посылках и заключении. М – это общий класс в двух посылках.



Для каждой фигуры имеется ограниченный набор правильных силлогизмов:

Первая фигура	<u>AAA</u> , <u>EAE</u> , <u>E IO</u> , <u>AI I</u> , <u>AAI</u> , <u>EAO</u>
Вторая фигура	<u>EAE</u> , <u>AEE</u> , <u>EIO</u> , <u>AOO</u> , <u>EAO</u> , <u>AEO</u>
Третья фигура	<u>AAI</u> , <u>IAI</u> , <u>AI I</u> , <u>EAO</u> , <u>OAo</u> , <u>EIO</u>
Четвертая фигура	<u>AAI</u> , <u>AEE</u> , <u>IAI</u> , <u>EAo</u> , <u>EIO</u> , <u>AEO</u>

В схоластический период развития логики каждый правильный модус получил специальное название.

Фигура 1

Barbara

Celarent

Darii

Ferio

Barbari

Celaront

Фигура 2

Cesare

Camestres

Festino

Baroco

Cesaro

Camestrop

Фигура 3

Darapti

Disamis

Datisi

Felapton

Bocardo

Ferison

Фигура 4

Bramantip

Camenes

Dimaris

Fesapo

Fresison

Camenos

Для запоминания правильных силлогизмов средневековыми схоластами было придумано следующее мнемотехническое латинское стихотворение:

BARBARA, CELARENT, DARIi, FERIO que prioris;
 CESARE, CAMESTRES, FESTINO, BAROCO secundae;
 Tertia DARAPTI*, DISAMIS, DATISI, FELAPTON*, BOCARDO, FERISON
 habet; quarta insuper addit
 BAMALIP*, CAMENES, DIMATIS, FESAPO*, FRESISON.

Примеры силлогизмов каждого типа. Приведены примеры для сильных правильных силлогизмов.

Первая фигура	Вторая фигура	Третья фигура	Четвертая фигура
Barbara Все животные смертны. Все люди – животные. Все люди смертны.	Cesare Ни одна здоровая еда не полнит. Все торты полнят. Ни один торт не здоровая еда.	Darapti Все фрукты питательны. Все фрукты вкусны. Некоторые вкусные продукты питательны	Bramantip Все яблоки в моём саду полезны. Все полезные фрукты зрелы. Некоторые зрелые фрукты – яблоки в моём саду.
Celarent Ни одна рептилия не имеет меха. Все змеи – рептилии. Ни одна змея не имеет меха.	Camestres Все лошади имеют вздутие живота. Ни один человек не имеет вздутия живота. Ни один человек не лошадь.	Disamis Некоторые кружки красивы. Все кружки полезны. Некоторые полезные вещи красивы.	Camenes Все яркие цветы ароматны. Ни один ароматный цветок не выращен в помещении. Ни один выращенный в помещении цветок не ярок.
Darii Все котята игривые. Некоторые домашние животные – котята. Некоторые домашние животные – игривые.	Festino Ни один ленивый человек не сдаёт экзамены. Некоторые студенты сдают экзамены. Некоторые студенты не ленивы.	Datisi Все прилежные мальчики в этой школе рыжие. Некоторые прилежные мальчики в этой школе – пансионеры. Некоторые пансионеры в этой школе рыжие.	Dimaris Некоторые небольшие птицы питаются мёдом. Все питающиеся мёдом птицы цветные. Некоторые цветные птицы небольшие.
Ferio Ни одна домашняя работа не весела. Некоторое чтение – домашняя работа.	Baroco Все информативные вещи полезны. Некоторые сайты не полезны.	Felapton Ни один кувшин в этом шкафу не нов. Все кувшины в этом шкафу треснутые.	Fesapo Ни один человек не совершенен.

Некоторое чтение не весело.	Некоторые сайты не информативны.	Некоторые треснутые вещи в этом шкафу не новы.	Все совершенные существа мифические. Некоторые мифические существа не люди.
Barbari	Cesaro	Bocardo Некоторые кошки бесхвосты. Все кошки – млекопитающие. Некоторые млекопитающие бесхвосты.	Fresison Ни один компетентный человек не ошибается. Некоторые ошибающиеся люди работают здесь. Некоторые работающие здесь люди некомпетентны
Celaront	Camestrop	Ferison Ни одно дерево не съедобно. Некоторые деревья зелёные. Некоторые зелёные вещи не съедобны.	Camenos

Пример.

1. Животные всегда испытывают смертельную обиду, если я не обращаю на них внимания.	$A\bar{h}d$
2. Те животные, которые принадлежат мне, находятся на той же площадке.	Aec
3. Ни одно животное не сможет отгадать загадку, если оно не получило соответствующего образования в школе-интернате.	Aak
4. Ни одно животное на той площадке не барсук.	$Ac\bar{b}$
5. Если животное испытывают смертельную обиду, оно носится с бешеной скоростью и воет.	Adl
6. Я никогда не обращаю внимание не животных, которые не принадлежат мне.	Ahe
7. Ни одно животное, получившее соответствующее образование в школе-интернате, не станет носиться с бешеной скоростью и выть.	$Ak\bar{l}$

Введем для 7 посылок 8 классов сущностей:

a	– способные разгадывать загадку
b	– барсуки
c	– находящиеся на той же площадке
d	– испытывающие смертельную обиду
e	– мои
h	– животные, на которых я обращаю на них внимания
k	– получившие соответствующее образование в школе-интернате.
l	– носящиеся с бешеной скоростью и воющее.

Проведем вывод заключения этого сорита.

4. $Ac\bar{b}$ Фигура 1

2. Aec

8. $Ae\bar{b}$

8. $Ae\bar{b}$ Фигура 1

6. Ahe

9. $Ah\bar{b}$

9. $Ah\bar{b}$ Фигура 1

1. $A\bar{h}d$

10. $A\bar{d}\bar{b} = Abd$

5. Adl Фигура 1

10. Abd

11. Abl

7. $Ak\bar{l}$ Фигура 1

11. Abl

12. $Ab\bar{k} = Ak\bar{b}$

12. $Ak\bar{b}$ Фигура 1

3. Aak

13. $Aa\bar{b}$

Ни один барсук не может отгадать загадки.

Пример. Проверим справедливость аристотелевских силлогизмов, записав их символически исчисления предикатов.

- Barbara (первая фигура, правильный модус *AAA*)

$\begin{array}{l} 1. \text{Amp} \\ 2. \text{Asm} \\ \hline \text{Asp} \end{array}$	$\begin{array}{l} 1. \forall x(M(x) \rightarrow P(x)) \\ 2. \forall x(S(x) \rightarrow M(x)) \\ \hline \forall x(S(x) \rightarrow P(x)) \end{array}$
--	--

Проведем вывод заключения из гипотез пользуясь аксиомами и правилами вывода исчисления предикатов.

- | | |
|---------------------------------------|--|
| 1) $M(x) \rightarrow P(x)$ | правило универсальной конкретизации (Π_3) к гипотезе 1 |
| 2) $S(x) \rightarrow M(x)$ | правило универсальной конкретизации (Π_3) к гипотезе 2 |
| 3) $S(x) \rightarrow P(x)$ | следствие 1 теоремы дедукции |
| 4) $\forall x(S(x) \rightarrow P(x))$ | правило обобщения Gen |

- Celarent (первая фигура, правильный модус *EAE*)

$\begin{array}{l} 1. \text{Emp} \\ 2. \text{Asm} \\ \hline \text{Esp} \end{array}$	$\begin{array}{l} 1. \forall x(M(x) \rightarrow \neg P(x)) \\ 2. \forall x(S(x) \rightarrow M(x)) \\ \hline \forall x(S(x) \rightarrow \neg P(x)) \end{array}$
--	--

Проведем вывод заключения из гипотез пользуясь аксиомами и правилами вывода исчисления предикатов.

- | | |
|--|--|
| 1) $M(x) \rightarrow \neg P(x)$ | правило универсальной конкретизации (Π_3) к гипотезе 1 |
| 2) $S(x) \rightarrow M(x)$ | правило универсальной конкретизации (Π_3) к гипотезе 2 |
| 3) $S(x) \rightarrow \neg P(x)$ | следствие 1 теоремы дедукции |
| 4) $\forall x(S(x) \rightarrow \neg P(x))$ | правило обобщения Gen |

- Darii (первая фигура, правильный модус *AII*)

$\begin{array}{l} 1. \text{Amp} \\ 2. \text{Ism} \\ \hline \text{Isp} \end{array}$	$\begin{array}{l} 1. \forall x(M(x) \rightarrow P(x)) \\ 2. \exists x(S(x) \wedge M(x)) \\ \hline \exists x(S(x) \wedge P(x)) \end{array}$
--	--

Проведем вывод заключения из гипотез пользуясь аксиомами и правилами вывода исчисления предикатов.

- | | |
|----------------------------|--|
| 1) $M(x) \rightarrow P(x)$ | правило универсальной конкретизации (Π_3) к гипотезе 1 |
|----------------------------|--|

2) $S(c) \wedge M(c)$	правило C (Π_5) к гипотезе 2
3) $S(c)$	по свойству конъюнкции из п. 2)
4) $M(c)$	по свойству конъюнкции из п. 2)
5) $M(c) \rightarrow P(c)$	п. 1) при конкретном значении $x = c$
6) $P(c)$	МР, п. 4), 5)
7) $S(c) \wedge P(c)$	по свойству конъюнкции из п. 3), 6)
8) $\exists x(S(x) \wedge P(x))$	правило существования (Π_4)

Записать самостоятельно.

- Camestres
- Disamis
- Fesapo

№ 55.

- Аес 1. Единственные животные в этом доме - кошки.
 Алп 2. Любое животное можно приручить, если оно любит
 глядеть на луну.
 Ада 3. Если животное вызывает у меня отвращение, я
 стараюсь держаться от него подальше.
 Авт 4. Ни одно животное не плохое, если оно не бродит
 по ногам.
 Аск 5. Ни одна кошка не упустила случая поймать мыш
 Азе 6. Я не пускаю к себе в кабинет животных, кроме
 тех, которые находятся в этом доме.
 А $\bar{h}\bar{n}$ =E $\bar{h}n$ 7. Кенгуру не поддаются приручению.
 Акв 8. Мышь плохое животное любит мышей.
 А $\bar{z}d$ =A $\bar{z}z$ 9. Животные, которых я не пускаю к себе в кабинет,
 вызывают у меня отвращение.
 Амл 10. Животные, которые бродят по ногам, любят
 смотреть на луну.

10 высказываний, нужно выделить 11 классов
 (n) "всеминая" - животные (n+1)

- а - животные, от которых я стараюсь держаться подальше;
 в - плохие;
 с - кошки;
 d - вызывающие у меня отвращение;
 e - находящиеся в этом доме;
 h - кенгуру;
 k - охотящиеся на мышей;
 l - любящие смотреть на луну;
 m - бродящие по ногам;
 n - поддающиеся приручению;
 z - животные, которых я пускаю к себе.

Вывод: А $\bar{h}a$. Я всегда стараюсь держаться подальше от
 кенгуру.

1. Аес	5. Аск	8. Акв	4. Авт	14. А $\bar{z}m$	10. Амл
6. Азе	11. А $\bar{z}c$	12. А $\bar{z}k$	13. А $\bar{z}v$	9. А $\bar{d}z$	15. А $\bar{d}m$
11. А $\bar{z}c$	12. А $\bar{z}k$	13. А $\bar{z}v$	14. А $\bar{z}m$	15. А $\bar{d}m$	16. А $\bar{d}l$
2. Алп	17. А $\bar{d}n$	3. Ада			
16. А $\bar{d}l$	7. Е $\bar{h}n$	18. А $\bar{h}d$			
17. А $\bar{d}n$	18. Е $\bar{h}d$ =А $\bar{h}d$	19. А $\bar{h}a$			