Практичне заняття 26.04.2021

Нормальні алгоритми Маркова

Приклад 2. Нехай задано алфавіт $A=\{a,b\}$ та λ – порожній символ. Якщо в слово P входить більше символів a, ніж символів b, то як відповідь видати слово з одного символу a, якщо в слові P рівна кількість символів a та b, то як відповідь видати порожнє слово, інакше видати відповідь b.

1) $ab \to \lambda$
2) $ba \to \lambda$
3) $aa \to a$
4) $bb \to b$

Наприклад, для слова $P = babba$ результатом буде слово $P' = b$, для слова $P = abaabbbbbaaaababa$ результатом буде слово $P' = a$.

$P = babba$

bba

b

$P = abaabbbbbaaaababa$

$aabbbbbaaaababa$

$abbbbaaaababa$

$bbbaaaababa$

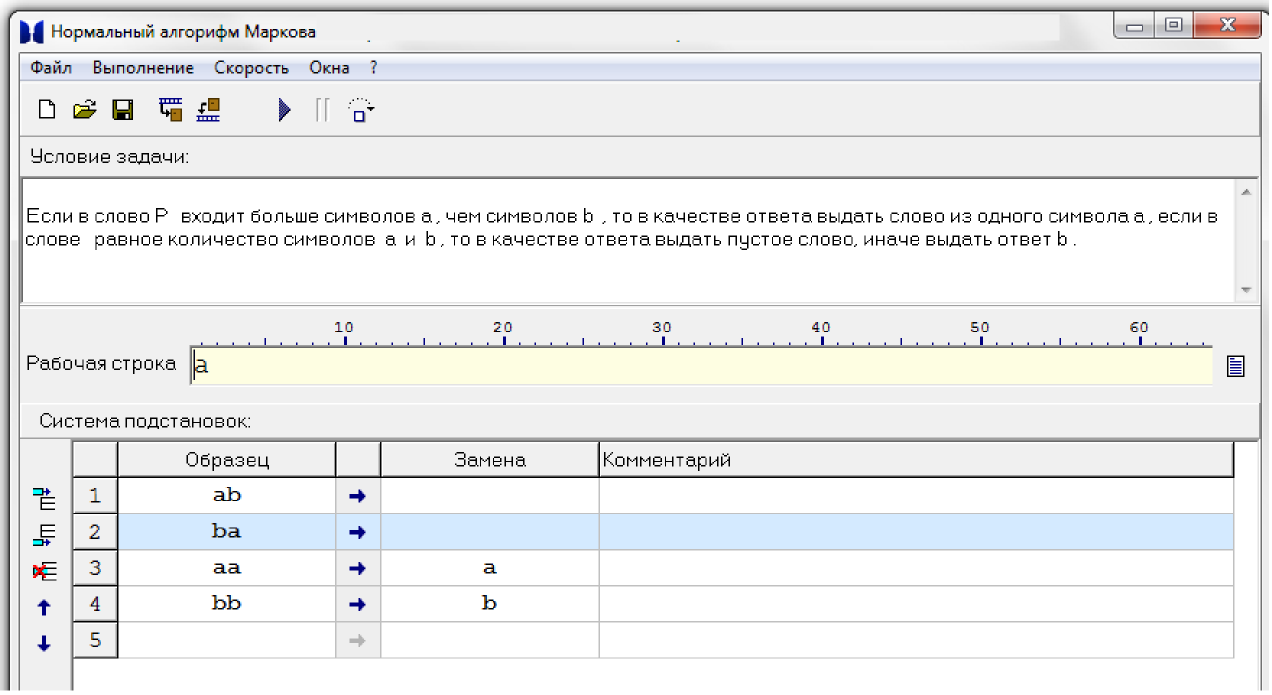
$bbbaaaaba$

$bbbaaaa$

$bbaaa$

baa

a



Приклад 3. Нехай задано алфавіт $A=\{a,b,c,1\}$ і λ – порожній символ. Визначити, зі скількох різних символів складено слово P. Відповідь отримати в одиничній системі числення. Наприклад, $P=abcba$, $P'=111$.

1) $aa \to a$
2) $bb \to b$
3) $cc \to c$
4) $ba \to ab$
5) $ca \to ac$
6) $cb \to bc$
7) $a \to 1$
8) $b \to 1$
9) $c \to 1$

$P=abcaabcabb$, $P'=111$.

$abcaabcabb$	Застосуємо підстановку 1)
$abcabcabb$	Так як в слові немає підслова aa підстановка 1) не застосовується, переходимо до підстановки 2)
$abcabcab$	Переглядаємо підстановки, починаючи з 1), застосовуємо підстановку 5)
$abacbcab$	Продивляємося підстановки, починаючи з 1), застосовуємо підстановку 4)
$aabcbcab$	Застосуємо підстановку 1)
$abcbcab$	Переглядаємо підстановки, починаючи з 1), застосовуємо підстановку 5)
$abcbacb$	Переглядаємо підстановки, починаючи з 1), застосовуємо підстановку 4)
$abcabcb$	Переглядаємо підстановки, починаючи з 1), застосовуємо підстановку 5)
$abacbcb$	Переглядаємо підстановки, починаючи з 1), застосовуємо підстановку 4)
$aabcbcb$	Застосуємо підстановку 1)
$abcbcb$	Переглядаємо підстановки, починаючи з 1), застосовуємо підстановку 6)
$abbccb$	Переглядаємо підстановки, починаючи з 1), застосовуємо підстановку 2)
$abccb$	Переглядаємо підстановки, починаючи з 1), застосовуємо підстановку 3)
$abcb$	Переглядаємо підстановки, починаючи з 1), застосовуємо підстановку 6)
$abbc$	Переглядаємо підстановки, починаючи з 1), застосовуємо підстановку 2)
abc	Переглядаємо підстановки, починаючи з 1), застосовуємо підстановку 7)
$1bc$	Переглядаємо підстановки, починаючи з 1), застосовуємо

	підстановку 8)
$11c$	Переглядаємо підстановки, починаючи з 1), застосовуємо підстановку 9)
111	Продивляємося підстановки, починаючи з 1). Немає підстановок, які можна застосувати. Алгоритм закінчує роботу.

Приклад 4. Нехай задано алфавіт $A=\{a,b\}$ і λ – порожній символ.

В слові P всі символи a замінити на b, а все (ті, що були задані) символи b замінити на a. Наприклад, вхідне слово $P=ababa$, результуючим (вихідним) словом буде слово $P'=babab$.

1) $*a \to b*$
2) $*b \to a*$
3) $* \to \cdot\lambda$
4) $\lambda \to *$

На початку слова P ставимо * (підстановка 4), замінюємо $*a$ на b.

Продемонструємо роботу НА для деяких слів.

$P=abba$ $*abba$ $b*bba$ $ba*ba$ $baa*a$ $baab*$ $baab$	$P=bbabb$ $*bbabb$ $a*babb$ $aa*abb$ $aab*bb$ $aaba*b$ $aabaa*$ $aabaa$	$P=aaaa$ $*aaaa$ $b*aaa$ $bb*aa$ $bbb*a$ $bbbb*$ $bbbb$

Приклад 5. Побудувати НА для функції $f(x,y)=x-y$.

Функція $f(x,y)=x-y$ – часткова числова функція. На множині N_0 вона визначена для $x \ge y$ і невизначена для $x<y$.

Виберемо алфавіт $T=\{a,b\}$ і λ – порожній символ.

Задаємо вхідне слово у вигляді $P=\underbrace{a\ldots a}_{x \text{ разів}}\underbrace{b\ldots b}_{y \text{ разів}}$, а вихідне слово – $P'=\underbrace{a\ldots a}_{x-y \text{ разів}}$, якщо НА застосовний до слова P. Тоді маємо таку схему НА:

1) $ab \to \lambda$
2) $b \to b$

Приклад 6. Побудувати НА для функції $f(x)=\left[\frac{x}{2}\right]$.

Виберемо алфавіт $A=\{a\}$ і λ – порожній символ.

Задаємо вхідне слово у вигляді $P=\underbrace{a\ldots a}_{x\ \text{разів}}$, а вихідне слово – $P'=\underbrace{a\ldots a}_{f(x)\ \text{разів}}$.

Маємо таку схему НА над алфавітом T:

1) $*aa \to a*$
2) $a*a \to a*$
3) $*a \to\cdot \lambda$
4) $* \to \cdot\lambda$
5) $\lambda \to *$

Приклад 7.

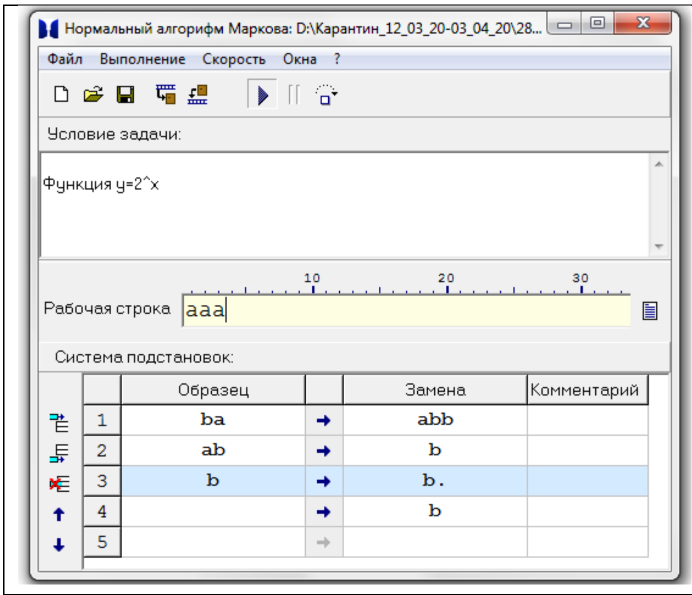
Побудувати НА для функції $f(x)=2^x$.

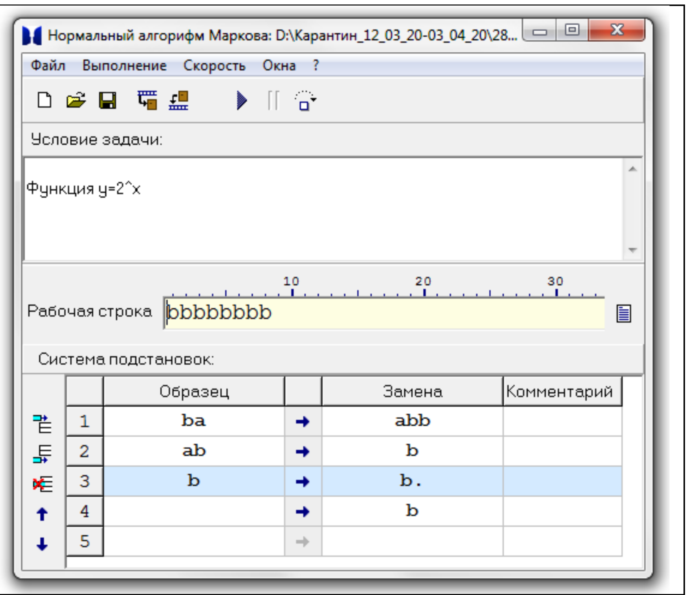
Виберемо алфавіт $T=\{a,b\}$ і λ – порожній символ.

Вхідне слово: $P=\underbrace{a\ldots a}_{x\ \text{раз}}$,

вихідне слово – $P'=\underbrace{b\ldots b}_{f(x)\ \text{разів}}$.

1) $ba \to abb$
2) $ab \to b$
3) $b \to \cdot b$
4) $\lambda \to b$





Приклад 8. Побудувати нормальний алгоритм Маркова, який можна застосовувати до всіх слів $x_1 x_2 \ldots x_n$ в алфавіті $A=\{a,b\}$, і переводити їх в слово

$$\alpha = \begin{cases} bb, \text{ якщо } n \le 3, \\ x_1 \ldots x_{n-1}, \text{ якщо } n > 3 \end{cases}.$$

1) $*a \to |a$
2) $*b \to |b$
3) $|a \to a|$
4) $|b \to b|$
5) $a| \to \cdot\lambda$
6) $b| \to \cdot\lambda$
7) $a* \to *$
8) $b* \to *$
9) $* \to \cdot bb$
10) $\#aaa \to aaa*$
11) $\#aab \to aab*$
12) $\#aba \to aba*$
13) $\#abb \to abb*$
14) $\#baa \to baa*$
15) $\#bab \to bab*$
16) $\#bba \to bba*$
17) $\#bbb \to bbb*$
18) $\#aa \to aa*$
19) $\#ab \to ab*$
20) $\#ba \to ba*$
21) $\#bb \to bb*$
22) $\#a \to a*$
23) $\#b \to b*$
24) $\lambda \to \#$

Пояснення до алгоритму.

У початковому слові ставимо додатковий символ * після 3-х або меншої кількості символів (підстановки 10) -23).

Якщо після * є ще символи, то видаляємо останній символ слова (підстановки 1) -6)).

Якщо після * немає символів заданого слова, то видаляємо всі символи початкового слова і записуємо слово bb (підстановки 7)-9)).

Приклад 9. Побудувати НА для функції $f(x,y)=x-3y$.

Функція $f(x,y)=x-3y$ – часткова числова функція. На множині N_0 її визначено для $x\geq 3y$ і невизначено для $x<3y$.

Виберемо ***алфавіт*** $T=\{a,b\}$ й λ – порожній символ.

Задамо

- ***вхідне слово*** у вигляді $P=\underbrace{a\ldots a}_{x}\underbrace{b\ldots b}_{y}$,
- ***вихідне слово*** (результат) – $P'=\underbrace{a\ldots a}_{f(x,y)}$, якщо НА застосовний до слова P.

Тоді отримаємо таку схему НА:

1) $aaab\to\lambda$
2) $aab\to aab$
3) $ab\to ab$
4) $b\to b$

Наприклад:

$f(0,0)$	$f(7,2)$	$f(1,3)$
	$aaaaaaabb$	$abbb$
	$aaaab$	$abbb$
	a	$\ldots$
		$abbb$

Другий варіант обчислення заданої функції.

Виберемо ***алфавіт*** $T=\{a,b,d\}$ й λ – порожній символ.

Задамо

- **вхідне слово** у вигляді $P=\underbrace{a\ldots a}_{x}\underbrace{b\ldots b}_{y}$,
- ***вихідне слово*** (результат) – $P'=\underbrace{a\ldots a}_{f(x,y)}$, якщо НА застосовний до слова P.

Тоді отримаємо таку схему НА:

1) $b\to ddd$
2) $ad\to\lambda$
3) $d\to d$