**Практичне заняття**

**Частково-рекурсивні функції, рекурсивні функції, примітивно-рекурсивні функції**

Числову функцію називають ***примітивно-рекурсивною функцією*** (скорочено **ПРФ**), якщо її отримано з базисних (найпростіших) функцій , ,  за допомогою скінченного числа застосувань операцій суперпозиції і примітивної рекурсії.

Схема примітивної рекурсії:

**

Істотним в операторі примітивної рекурсії є те, що незалежно від числа змінних функції  рекурсія ведеться тільки за однією змінною , інші  змінних  на момент застосування схеми примітивної рекурсії зафіксовані і грають роль параметрів.

Це означає, що для всіх значень , значення  визначається так:

,

,

,

……………………………………………….

.

Схема примітивної рекурсії для функції однієї змінної ().

**

Якщо функції  і  всюди визначені і алгоритмічно обчислюванні, то функція  також усюди визначена і алгоритмічно обчислювана.

**Завдання 1.** Знайти значення примітивно-рекурсивної функції, заданої з використанням операції суперпозиції.

**Приклад розв'язання задачі**. Нехай , де , , . Знайти .



.

**Варіанти завдань.**

1. , . Знайти .
2. , де , . Знайти .
3. , , . Знайти .
4. , де , . Знайти .
5. , де , . Знайти .
6. , де , .

Знайти .

1. , де , . Знайти .
2. , , . Знайти .
3. , де , . Знайти .
4. , де , . Знайти .
5. , де , . Знайти .
6. , , . Знайти .

**Завдання 2.** Знайти значення примітивно-рекурсивної функції, заданої з використанням оператора примітивної рекурсії.

**Приклад розв'язання задачі**. Нехай , де , . Знайти .

Запишемо схему примітивної рекурсії:

**

Послідовно обчислимо значення:

,

,

,

.

**Варіанти завдань.**

1. , . Найти .
2. , . Знайти .
3. , . Знайти .
4. , . Знайти .
5. , . Знайти .
6. , . Знайти .
7. , . Знайти .
8. , . Знайти .
9. , . Знайти .
10. , . Знайти .
11. , . Знайти .
12. , . Знайти .

**Приклад 3.** Знайти функцію , яку отриману з функцій  і , за схемою примітивної рекурсії.

Знайдемо кілька значень функції :

,

,

,



……………………………………………….

Виникає припущення, що

.

Доведемо, що це припущення є справедливе за методом математичної індукції, проводячи індукцію за змінною .

1. Перевірка при .

.

При  припущення є правильне.

1. Допустимо, що припущення вірне при , тобто припустимо, що вірна формула .
2. Доведемо, що припущення вірне при 

.

Виразимо  за допомогою схеми примітивної рекурсії



.

Виходячи з методу математичної індукції стверджуємо, що припущення справедливо для всіх .

**Приклад 4.** Знайти функцію , яку отримано за схемою примітивної рекурсії при  і , .

Знайдемо кілька значень функції :

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

……………………………………………….

,

,

……………………………………………….

Виникає припущення, що ця функція – ціла частина квадратного кореня.

.

**