ДНІПРОВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМ. О.ГОНЧАРА

ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ

КАФЕДРА МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ТА ТЕХНОЛОГІЙ ПРОГРАМУВАННЯ

**Лабораторна робота №1 на тему**

**«Методи розв’язування нелінійного рівняння**»

**з курсу «Методи обчислень»**

**Варіант № 7**

Виконав:

студент групи ПА-19-2

Ільяшенко Єгор

Дніпро, 2021

Оглавление

[1. Основні теоретичні відомості та чисельний експеримент 3](#_Toc68603383)

[1.1 Методи відокремлення дійсних коренів 4](#_Toc68603384)

[1.2 Загальна ідея ітераційних методів уточнення кореня 6](#_Toc68603385)

[1.3 Геометричне зображення ітераційних методів 8](#_Toc68603386)

[1.4 Метод ділення навпіл 9](#_Toc68603387)

[1.5 Метод простої ітерації 11](#_Toc68603388)

[1.6 Метод Ньютона 12](#_Toc68603389)

[1.7 Метод хорд 13](#_Toc68603390)

[2. Створення програми та проведення розрахунків на комп’ютері 14](#_Toc68603391)

[2.1 Опис програмної реалізації 14](#_Toc68603392)

[Висновки 15](#_Toc68603393)

[Перелік використаних джерел 16](#_Toc68603394)

[Додаток. Код програми 17](#_Toc68603395)

# Основні теоретичні відомості та чисельний експеримент

Розглянемо рівняння

Число ξ, що перетворює рівняння (1.1) у тотожність, будемо називати **коренем** цього рівняння, або **нулем функції** f (x). **Розв’язати рівняння** – означає знайти всі його корені. Корені рівняння можуть бути дійсними, комплексними, кратними, ізольованими (простими).

Наближене відшукання ізольованих дійсних коренів складається з двох етапів: відокремлення коренів та уточнення.

**Відокремити дійсний корінь** – означає знайти інтервал (за можливістю малий), який містить тільки один корінь рівняння.

**Уточнити корінь** – означає довести його наближене значення до потрібної точності.

## Методи відокремлення дійсних коренів

При відокремленні дійсних коренів **аналітичним методом** слід спиратися на теорему, відому як перша теорема Больцано-Коші.

**Теорема.** Якщо визначена і неперервна на відрізку функція на кінцях цього відрізку набуває значень різних знаків, тобто , то цей відрізок містить, принаймні, один дійсний корінь рівняння .

Корінь буде єдиним, якщо існує та зберігає знак на , тобто є монотонною.

Процес відокремлення коренів на починається з визначення знаків у межових точках . Якщо на кінцях відрізка функція набуває значень різних знаків, то на цьому проміжку розташована непарна кількість коренів рівняння (1.1).

Якщо на кінцях відрізка [a, b] функція набуває значень одного знаку, то на цьому відрізку або зовсім не існує коренів рівняння (1.1), або існує парна кількість.

Далі визначаються знаки функції в деяких проміжних точках , вибір яких ураховує особливості функції . Якщо виявиться, що , то відрізок має корені рівняння (1.1). Якщо зберігає знак для всіх , то корінь на цьому відрізку єдиний. Якщо змінює знак на , то цей відрізок треба розбити на ще менші відрізки так, щоб зберігала знак на кожному з них.

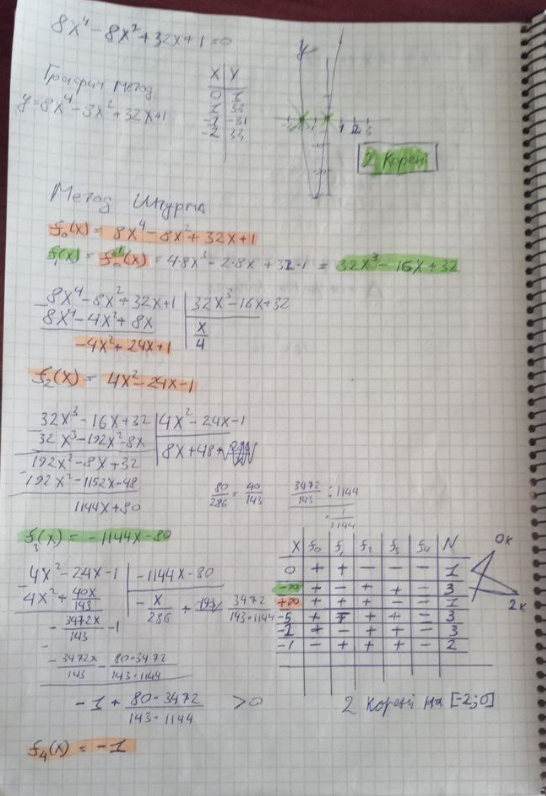
Процес відокремлення коренів вважається закінченим, якщо визначені проміжки монотонності , на кінцях яких набуває значень різних знаків.

Універсальним методом відокремлення коренів є побудова графіка функції за допомогою ЕОМ **(графічний метод відокремлення).**

Одним із аналітичних методів відокремлення коренів є метод Штурма.

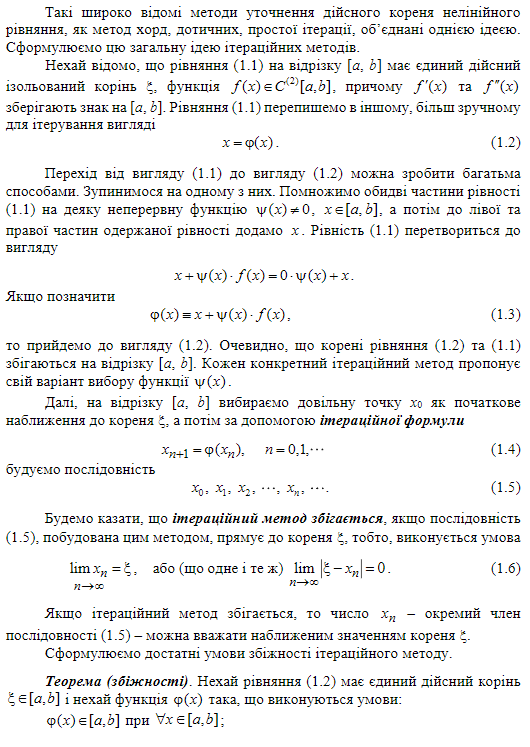
**Теорема Штурма**. Нехай P(x) – алгебраїчний многочлен з усіма дійсними коефіцієнтами, – дійсні числа, які не є його нулями, тобто , ; – система функцій Штурма, побудована для на відрізку . Тоді кількість різних (без урахування кратності) дійсних коренів рівняння , що належать відрізку , дорівнює різниці , де – кількість змін знаків у послідовності значень а – кількість змін знаків у послідовності значень . Нульові значення в цих послідовностях не приймаються до уваги (пропускаються).

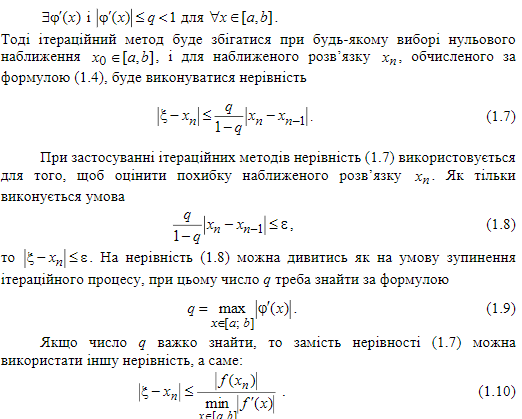
**Використання метода Штурма для лабораторного завдання:**

****

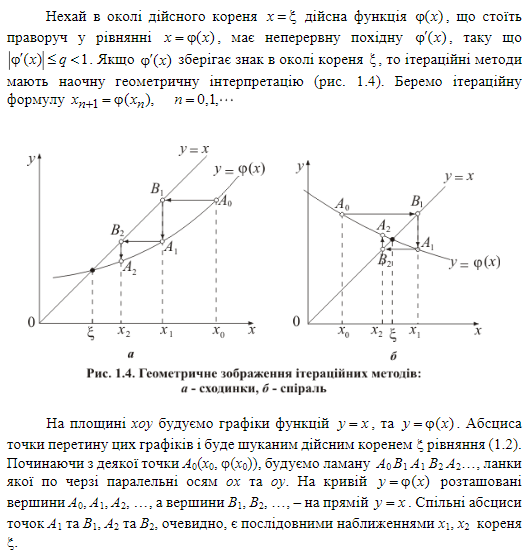
З таблиці видно, що рівняння має 2 дійсних коренів, які належить інтервалу Один корінь на (-2, -1). Один на (-1, 0).

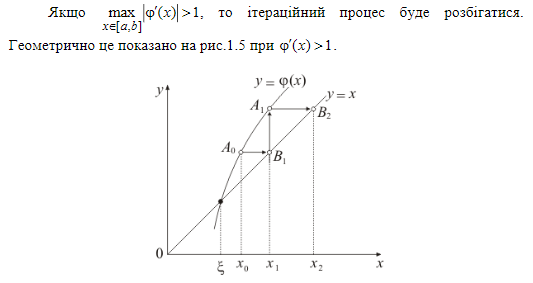
## Загальна ідея ітераційних методів уточнення кореня





## Геометричне зображення ітераційних методів

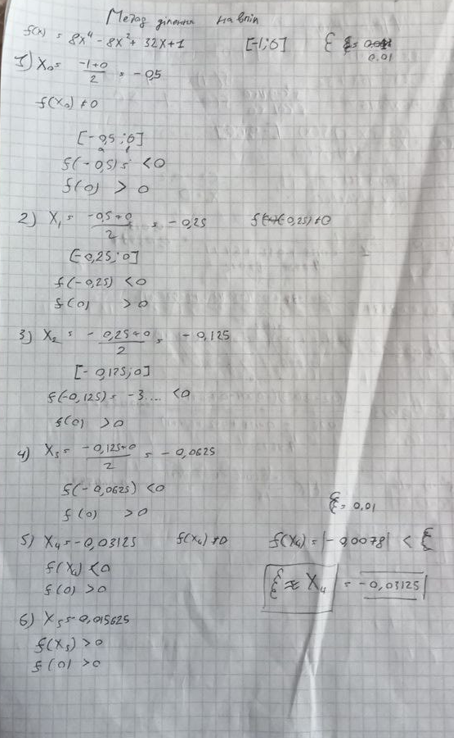




## Метод ділення навпіл

Рівняння на вказаному відрізку повинно мати один дійсний корінь , а функція повинна бути неперервною на цьому відрізку (це **умови застосування методу**). Цей метод має ще назву «метод дихотомії», або «метод бісекції».

Нехай треба підійти до кореня із заданою похибкою . Уточнювати корінь будемо за таким алгоритмом. Ділимо відрізок навпіл точкою . Якщо , то і є шуканим коренем. Якщо ні, то з двох відрізків вибираємо той, на кінцях якого має значення протилежних знаків. Новий відрізок знову ділимо навпіл і повторюємо попередні міркування. У результаті або одержимо точний корінь на якомусь кроці, або прийдемо до відрізка , довжина якого менша ніж . Середина останнього відрізка, тобто точка , дає значення кореня із заданою похибкою .



**Відповідь**: .

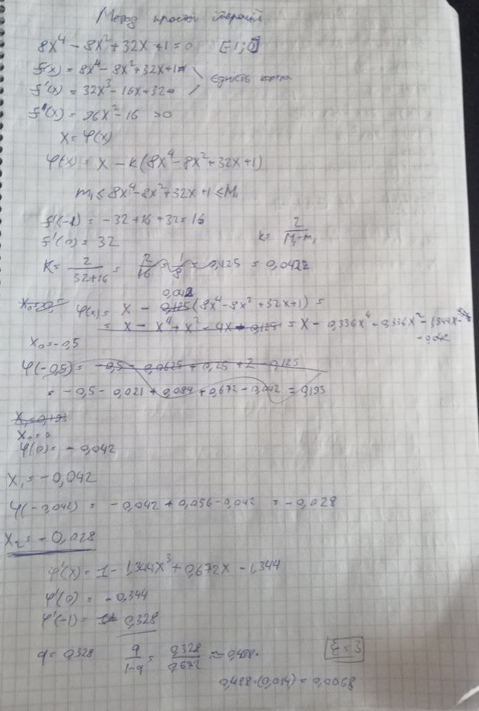
**Переваги** методу ділення навпіл:

* цей метод не потребує обчислення похідної та не вимагає монотонності функції ;
* метод завжди збігається;
* легко оцінити похибку наближеного значення ;
* метод легко програмувати на ЕОМ.

**Недоліки** методу:

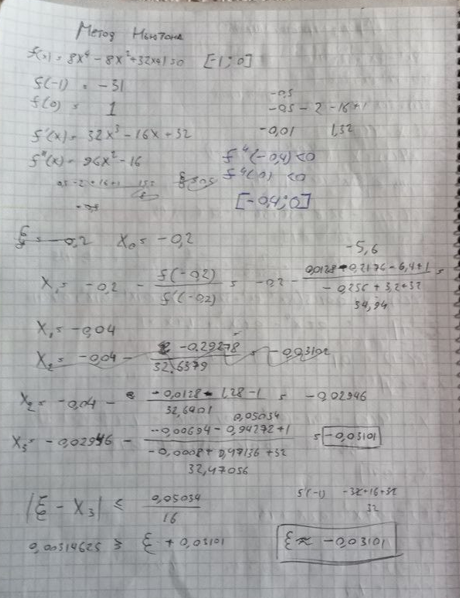
* метод має повільну збіжність. Він збігається зі швидкістю геометричної прогресії із знаменником , оскільки ;
* при підвищенні точності значно зростає об’єм обчислювальної роботи.

## Метод простої ітерації



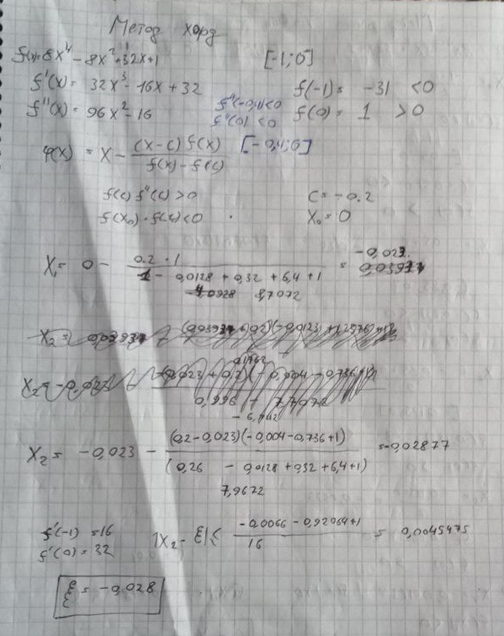
**Відповідь**: .

## Метод Ньютона

****

**Відповідь**: .

## Метод хорд



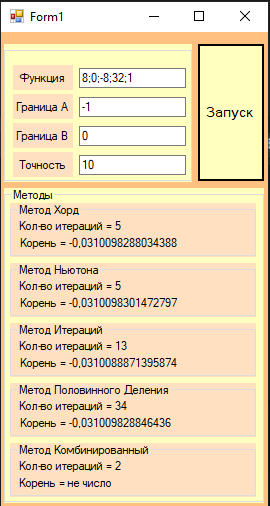
**Відповідь**: .

# Створення програми та проведення розрахунків на комп’ютері

## Опис програмної реалізації

Для того, щоб створити програму, яка могла би реалізувати усі методи уточнення кореня, я обрав Visual Studio та мову C++. Усі результати розрахунків та порівняння методів (кількість ітерацій) виводяться у консольне вікно. Користувач може ввести рівняння, в якому потрібно уточнити корінь, потім додати проміжок та точність, після чого отримає корінь з бажаною точністю.

**Приклад отриманих результатів для функції :**



# Висновки

В процесі виконання лабораторної роботи №1 на тему «Методи розв’язування нелінійного рівняння», мною були розглянуті метод Штурма для відокремлення коренів нелінійного рівняння та різні методи його уточнення (ділення навпіл, простої ітерації, Ньютона, хорд та комбінований). Після ручних розрахунків у зошиті була створена програма, в якій реалізовані усі методи.

# Перелік використаних джерел

1. Бойко Л.Т. Основи чисельних методів: навчальний посібник. – Д.: Вид-во ДНУ, 2009. – 244 с.
2. Шахно С.М. Практикум з чисельних методів: навч. посібник [Текст] / С.М. Шахно, А.Т. Дудикевич, С.М. Левицька. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка. 2013. – 432 с.

# Додаток. Код програми

