

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара Факультет
прикладної математики Кафедра обчислювальної математики та
математичної кібернетики

Лабораторна робота №1
Методи оптимізації
студента групи ПА-19-2
Ільяшенко Єгора

Тема: Задача цілочисленного лінійного програмування

Мета: Познайомитись з методом Гоморі розв'язання задачі цілочисельного
лінійного програмування.

Дніпро, 2022

Постановка задачі

1. Задана задача цілочисельного лінійного програмування:

$$(c, x) \rightarrow \max, \quad (1)$$

$$Ax = b, \quad (2)$$

$$x \geq 0, \quad (3)$$

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n), \quad x_j - \text{цілі}, \quad j = 1, \dots, n. \quad (4)$$

Знайти розв'язок задачі цілочисельного лінійного програмування методом Гоморі. Дати геометричну інтерпретацію метода Гоморі.

2. Скласти звіт.

Варіант №27

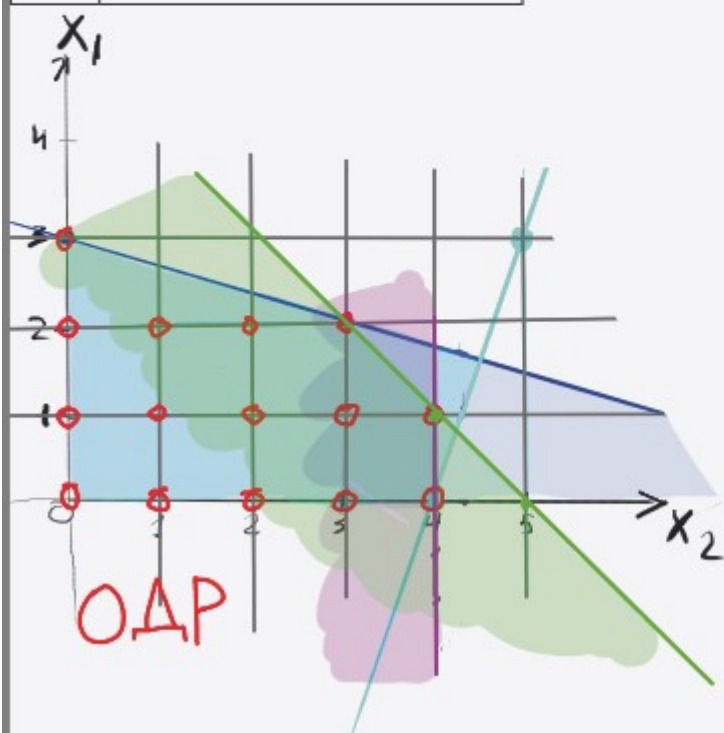
27.	$f = x_1 + x_2 \rightarrow \max$ $x_1 - 3x_2 \geq -12,$ $3x_1 + x_2 \leq 9,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
-----	---

Розв'язання

27. $f = x_1 + x_2 \rightarrow \max$
 $x_1 - 3x_2 \geq -12,$
 $3x_1 + x_2 \leq 9,$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$

$$x_1 \geq 3x_2 - 12$$

$$x_1 \leq \frac{9 - x_2}{3} \Leftrightarrow 3 - \frac{x_2}{3}$$



Симплекс-Метод

$$S(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 + x_2 \Rightarrow \text{MAX}$$

$$x_3 = x_1 - 3x_2 + 12$$

$$x_4 = -3x_1 - x_2 + 9$$

	$-x_1$	$-x_2$	
x_3	-1	3	12
x_4	3	1	9
	-1	-1	0

min

4

9

	$-x_1$	$-x_3$	
x_2	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	4
x_4	$\frac{10}{3}$	$-\frac{1}{3}$	5
	$-\frac{4}{3}$	$\frac{1}{3}$	4

-12

15
10

	$-x_4$	$-x_3$	
x_2	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{9}{2}$
x_1	$\frac{3}{10}$	$-\frac{1}{10}$	$\frac{3}{2}$
	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	6

ОПТИМАЛЬНО

$$X^* = \left(\frac{3}{2}, \frac{9}{2}, 0, 0 \right) \quad S_* = 6$$

$$1\frac{1}{2} \quad 4\frac{1}{2}$$

Дополковые ограничения по x_2

$$\frac{1}{10}x_4 + \frac{3}{10}x_3 \geq \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} x_4 + 3x_3 \geq 5 \\ x_3 = x_1 - 3x_2 + 12 \\ x_4 = -3x_1 - x_2 + 9 \end{cases}$$

$$-3x_1 - x_2 + 9 + 3x_1 - 9x_2 + 36 \geq 5$$

$$-10x_2 \geq -40$$

$$x_2 \leq 4$$

$$\frac{1}{10}x_4 + \frac{3}{10}x_3 - x_5 = \frac{1}{2}, \text{ при } x_5 \geq 0$$

	$-x_4$	$-x_3$	
x_2	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{9}{2}$
x_1	$\frac{3}{10}$	$-\frac{1}{10}$	$\frac{3}{2}$
x_5	$-\frac{1}{10}$	$-\frac{3}{10}$	$-\frac{1}{2}$
	$-\frac{2}{5}$	$-\frac{1}{5}$	-6

$$\begin{matrix} \geq & 5 \\ \frac{9}{2} & \frac{10}{3} & 15 \end{matrix}$$

$$\leftarrow \frac{1}{2} \frac{10}{3} \left(\frac{5}{3} \right) \text{ Min}$$

↑

	$-x_4$	$-x_5$	
x_2	0	1	4
x_1	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{5}{3}$
x_3	$\frac{1}{3}$	$-\frac{10}{3}$	$\frac{5}{3}$
	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{17}{3}$

Дополковые ограничения по x_1

$$\begin{cases} \frac{1}{3}x_4 + \frac{2}{3}x_5 \geq \frac{2}{3} \\ x_5 = \frac{1}{10}x_4 + \frac{3}{10}x_3 - \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\frac{10}{30}X_4 + \frac{2}{30}X_4 + \frac{6}{30}X_3 - \frac{2}{6}$$

$$\frac{12}{30}X_4 + \frac{6}{30}X_3 - \frac{10}{30} \geq \frac{20}{30}$$

$$\begin{cases} 12X_4 + 6X_3 \geq 30 \\ X_4 = -3X_1 - X_2 + 9 \\ X_3 = X_1 - 3X_2 + 12 \end{cases}$$

$$-36X_1 - 12X_2 + 108 + 6X_1 - 18X_2 + 72 \geq 30$$

$$-30X_1 - 30X_2 \geq -150$$

$$X_1 + X_2 \leq 5 \quad X_1 \leq 5 - X_2$$

$$\frac{1}{3}X_4 + \frac{2}{3}X_5 - X_6 = \frac{2}{3}, \text{ где } X_6 \geq 0$$

	$-X_4$	$-X_5$	
X_2	0	-1	4
X_1	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{5}{3}$
X_3	$\frac{1}{3}$	$-\frac{10}{3}$	$\frac{5}{3}$
X_6	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}$
	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{17}{3}$



	$-X_6$	$-X_5$	
X_2	0	-1	4
X_1	1	-1	1
X_3	1	-4	1
X_4	-3	2	2
	-1	0	-5

ОПТИМАЛЬНЫЙ ПЛАН
целочисленный
то же самое можно увидеть
и на графике

Література

1. Кісельова О.М., Шевельова А.Є. Чисельні методи оптимізації: навч. посібник. – Д.: Вид-во ДНУ, 2008. – 212 с.
2. Наконечний С. І. Математичне програмування: Навч. Посіб. / С. І. Наконечний, С. С. Савіна. – К.: КНЕУ, 2003. – 452 с.
3. Жалдак М. І. Основи теорії та методів оптимізації: Навчальний посібник / М. І. Жалдак, Ю. В. Триус – Черкаси: Брама-Україна, 2005. – 608 с.
4. Зайченко Ю. П. Дослідження операцій: Підручник / Ю. П. Зайченко. – К., Видавничий дом «Слово», 2000. – 816 с.
5. Зайченко О. Ю. Дослідження операцій. Збірник задач / О. Ю. Зайченко, Ю. П. Зайченко. – К.: Видавничий дом «Слово», 2007. – 472