

Варіанти завдань до лабораторної роботи №3 (ПА-18-3)

Знайти наближений розв'язок крайової задачі

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x, t), \quad x \in (0; 1), \quad t > 0,$$

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad x \in [0; 1],$$

$$u(0, t) = \eta(t), u(1, t) = \mu(t), t \geq 0.$$

№	$\eta(t)$	$\mu(t)$	Точний розв'язок
1	$5e^{-t}$	$7e^{-t}$	$(x^2 + x + 5)e^{-t}$
2	$\frac{1}{1+t}$	$\frac{2}{1+t}$	$\frac{x^2 + 1}{t + 1}$
3	0	$\frac{t+1}{t^2+1}$	$\frac{t+1}{t^2+1}x$
4	e^{-t}	e^{1-t}	e^{x-t}
5	1	$t^2 + 1$	$x^2 t^2 + 1$
6	2^{-t}	$3 \cdot 2^{-t}$	$2^{-t} 3^x$
7	$-\frac{1}{t+1}$	0	$\frac{x-1}{t+1}$
8	$\cos t$	$1 + \cos t$	$x + \cos t$
9	5	$2e^{-t} + 3$	$2e^{-xt} + 3$
10	$\sin t$	$1 + \sin t$	$x^2 + \sin t$
11	$2t$	$\frac{1}{t+1} + 2t$	$\frac{x^2}{t+1} + 2t$
12	$\arcsin(\frac{1}{t+2})$	$\arcsin(\frac{2}{t+2})$	$\arcsin(\frac{x+1}{t+2})$
13	$\sin^2 t$	$\sin^2 t + \sin^2 1$	$\sin^2 t + \sin^2 x$
14	$\frac{1}{t+1}$	$\frac{\cos 1}{t+1}$	$\frac{\cos x}{t+1}$
15	$\sin t$	$\frac{1}{2} \sin t$	$\frac{\sin t}{x+1}$
16	0	$t \sin^2 1$	$t \sin^2 x$
17	$\frac{3}{t+1}$	$\frac{3}{t+2}$	$\frac{3}{t+x+1}$
18	$1 + \frac{1}{t+1}$	$\frac{1}{t+1}$	$\sqrt{1-x} + \frac{1}{t+1}$
19	$\frac{8}{(t+1)^3}$	$(1 + \frac{2}{t+1})^3$	$(x + \frac{2}{t+1})^3$
20	0	$\frac{t+1}{t+2}$	$\frac{x(t+1)}{t+x+1}$
21	0	$\frac{3}{1+e^t}$	$\frac{3}{x+e^t}$
22	t	$t \cdot \sqrt[3]{2}$	$t \cdot \sqrt[3]{1+x}$
23	0	$\sqrt{1+t}$	$(1-x^2)\sqrt{1+t}$
24	$\frac{t+1}{5}$	$\frac{t+1}{3+2\cos 1}$	$\frac{t+1}{3+2\cos x}$
25	$t^3 + 1$	$t^3 e^2 + 1$	$t^3 e^{2x} + 1$

№	$f(x, t)$	$\varphi(x)$
1	$-(x^2 + x + 7)e^{-t}$	$x^2 + x + 5$
2	$-\frac{x^2 + 1}{(t + 1)^2} - \frac{2}{t + 1}$	x
3	$\frac{1 - 2t - t^2}{(t^2 + 1)^2} x$	x
4	$-2e^{x-t}$	e^x
5	$2t(x^2 - t)$	1
6	$-2^{-t} 3^x (\ln 2 + \ln^2 3)$	3^x
7	$\frac{1 - x}{(t + 1)^2}$	$x - 1$
8	$-\sin t$	$x + 1$
9	$-4e^{-xt}$	5
10	$\cos t - 2$	x^2
11	$\frac{2t}{t + 1} - \frac{x^2}{(t + 1)^2}$	x^2
12	$-\frac{x + 1}{t + 2} \left(\frac{(t + 2)^2}{(\sqrt{(t + 2)^2 - (x + 1)^2})^3} + \frac{1}{\sqrt{(t + 2)^2 - (x + 1)^2}} \right)$	$\arcsin\left(\frac{x + 1}{t + 2}\right)$
13	$\sin 2t - 2 \cos 2x$	$\sin^2 x$
14	$\frac{t \cos x}{(t + 1)^2}$	$\cos x$
15	$\frac{\cos t}{x + 1} - \frac{2 \sin t}{(x + 1)^3}$	0
16	$\sin^2 x - 2t \cos 2x$	0
17	$-\frac{3}{(t + x + 1)^2} - \frac{6}{(t + x + 1)^3}$	$\frac{3}{x + 1}$
18	$-\frac{1}{(t + 1)^2} + \frac{1}{4(\sqrt{1 - x})^3}$	$1 + \sqrt{1 - x}$
19	$-\frac{6}{(t + 1)^2} \left(x + \frac{2}{t + 1}\right)^2 - 6\left(x + \frac{2}{t + 1}\right)$	$(x + 2)^3$
20	$\frac{x^2}{(t + x + 1)^2} + \frac{2(t + 1)^2}{(t + x + 1)^3}$	$\frac{x}{1 + x}$

21	$-\frac{3e^t}{(x+e^t)^2} - \frac{6}{(x+e^t)^3}$	$\frac{3x}{x+1}$
22	$\sqrt[3]{1+x} + \frac{2t}{9(1+x)^{\frac{5}{3}}}$	0
23	$\frac{1-x^2}{2\sqrt{1+t}} + 2\sqrt{1+t}$	$1-x^2$
24	$\frac{1}{3+2\cos x} - \frac{2(t+1)(3\cos x+2)}{(3+2\cos x)^3}$	$\frac{1}{3+2\cos x}$
25	$t^2 e^{2x} (3-4t)$	1