Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара Факультет прикладної математики Кафедра обчислювальної математики та математичної кібернетики

Лабораторна робота №6
Методи оптимізації
студента групи ПА-19-2
Ільяшенко Єгора

Тема: Чисельні методи безумовної оптимізації.

Дніпро, 2022

Постановка задачі

27 варіант

№	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*
27.	3	4	2	–2	4

Тема: Чисельні методи умовної оптимізації.

Мета: Познайомитись практично з ітераційними методами розв`язання задач умовної оптимізації.

Постановка завдання

Розв'язати задачу умовної оптимізації:

$$f(x) \to min, \quad (1)$$

$$x \in X \quad (2)$$

Цільова функція має вигляд:

$$f(x) = ax_1^2 + bx_1x_2 + cx_2^2 + dx_1 + ex_2 .$$

Обмеження задачі:

1) випадок лінійних обмежень:

$$x_1 + x_2 \geq 4, \quad x_1 + 4x_2 - 16 \leq 0, \; 11x_1 - 4x_2 - 44 \leq 0 \; .$$

Коефіцієнти цільової функції визначаються номером індивідуального завдання і наведені в таблиці 1 (ті ж цільові функції, що і для задачі безумовної оптимізації).

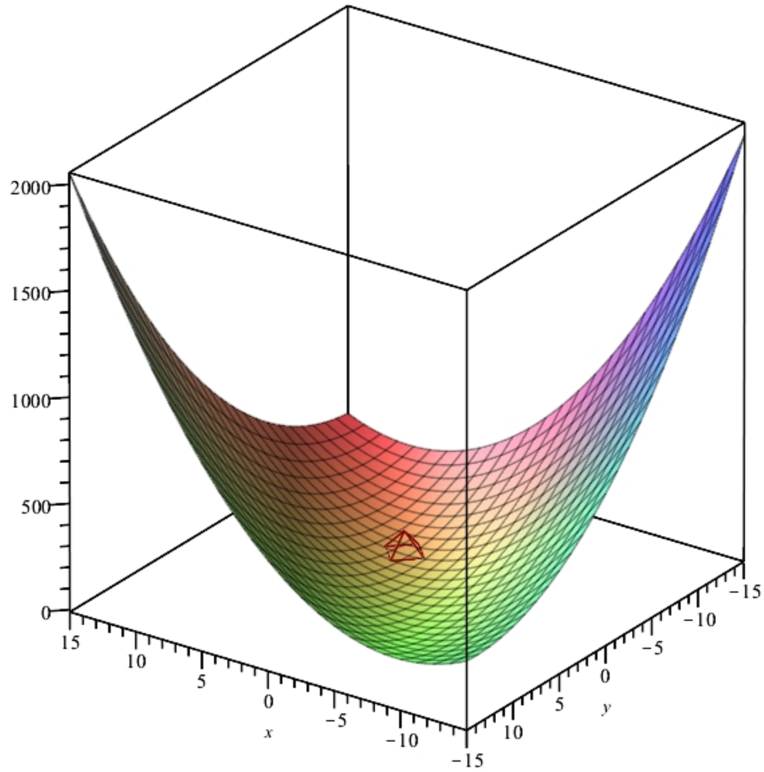
1. Розробити програму знаходження оптимального розв'язку задачі умовної оптимізації методом умовного градієнту для функції $f(x)$ при заданій точності ε.
2. Виконати геометричну інтерпретацію отриманих результатів.
3. Скласти звіт.

#Ільяшенко Єгора
#Варіант 27

#Класичний метод

#Input

```
epsilon := 10^(-1) :
r := 5 :
n := 10 :
f := unapply(3 ·x^2 + 4·x·y + 2·y^2 − 2·x + 4 ·y, x, y) :
#f := unapply(4 ·x^2 + 2·x·y + 4·y^2 − 2·x − 3 ·y, x, y) :
# f:=unapply(7 ·x^2 + 4·x·y + 2·y^2 + 10·x, x, y) :
# x0:=5:
#y0:=5:

x0 := 4 :
y0 := 3 :

d_f_x := unapply(diff(f(x, y), x), x, y) :
d_f_y := unapply(diff(f(x, y), y), x, y) :

restrict := [ ] :
#restrict:=[op(restrict), (x, y) → 3· x + y ≥ 7] :
#restrict:=[op(restrict), (x, y) → 4· x − 3·y ≤ 5] :
#restrict:=[op(restrict), (x, y) → -x + 4·y ≤ 15] :

restrict := [op(restrict), (x, y) → x + y ≥ 4] :
restrict := [op(restrict), (x, y) → x + 4·y − 16 ≤ 0] :
restrict := [op(restrict), (x, y) →11· x − 4·y − 44 ≤ 0] :

contour := contourplot(f(x, y), x = 0 ..r, y =-r ..r, contours = 15) :

X := [x0] :
Y := [y0] :
F := [ ] :
L1 := point([3,-4, f(3,-4)], color = red, symbol = diamond, symbolsize = 50, lightmodel = light4) :
L2 := plot3d(f(x, y), x =-15 ..15, y =-15 ..15) :
display(L1, L2, orientation = [125, 65]);
```



2000
1500
1000
500
0
15
10
5
0
−5
−10
−15
x
−15
−10
−5
0
5
10
y

```
#Умовний градієнт
L := [ ] :
H := [ ] :
L_f := [ ] :
F_simplex_value_vec := [ ] :
F_res := [f(X[1], Y[1])] :

for i from 1 to 3 do
L := [op(L), restrict[i](x, y)] :
end do:

L_plot := inequal({op(L)}, x = 0 ..r, y =-r ..r, color = magenta, transparency = .65) :
L_points := [[X[1], Y[1]]] :
for i from 1 to 5 do

F_dif := [(d_f_x(X[i], Y[i])), (d_f_y(X[i], Y[i]))] ;

F := [op(F), (F_dif[1]·(x − X[i])) + (F_dif[2]·(y − Y[i]))];
L_f := [op(L_f), implicitplot(F[i] = 0, x = 0 ..r, y =-r ..r, color = blue)];

F_cur := unapply(F[i], x, y);

F_simplex_point := minimize(F[i], {op(L)});
F_simplex_value := F_cur(rhs(F_simplex_point[1]), rhs(F_simplex_point[2]));
F_simplex_value_vec := [op(F_simplex_value_vec), F_simplex_value];


H := [rhs(F_simplex_point[1] − X[i]), rhs(F_simplex_point[2] − Y[i])];

F_a := expand(f(X[i] + a·H[1], Y[i] + a·H[2]));

A_sdo := (solve(diff(F_a, a), a));

if A_sdo < 0 then
A_sdo := 0;
end if;

if A_sdo > 1 then
A_sdo := 1;
end if;
```

```
end if;

if A_sdo > 1 then
A_sdo := 1;
end if;

X_a := [(X[i] + A_sdo·H[1]), (Y[i] + A_sdo·H[2])];
F_res := [op(F_res), f(X_a[1], X_a[2])];

X := [op(X), X_a[1]];
Y := [op(Y), X_a[2]];

L_points := [op(L_points), [X[i+1], Y[i+1]]] ;

Xf := abs( X[i+1] − X[i]);
end do:

#F;
#Minimize_point:= F_simplex_point;
#Minimize_value:=F_simplex_value_vec;
#A_func:=F_a;
#A_func_min:=A_sdo;
#X_a;
x_vec := X;
y_vec := Y;
F_res;
#H;
A_sdo;

L_p := point([3,-4], color = red) :
L_points_plot := pointplot({op(L_points)}, color = red) :

display(contour, L_plot, L_p, L_f, L_points_plot);
L_a := plot(F_a, a = 0 ..1, color = gray);
```

$$x\_vec := [4, 0, 3, 3, 3, 3]$$

$$y\_vec := [3, 4, 1, 1, 1, 1]$$

$$[118, 48, 39, 39, 39, 39]$$

$$0$$

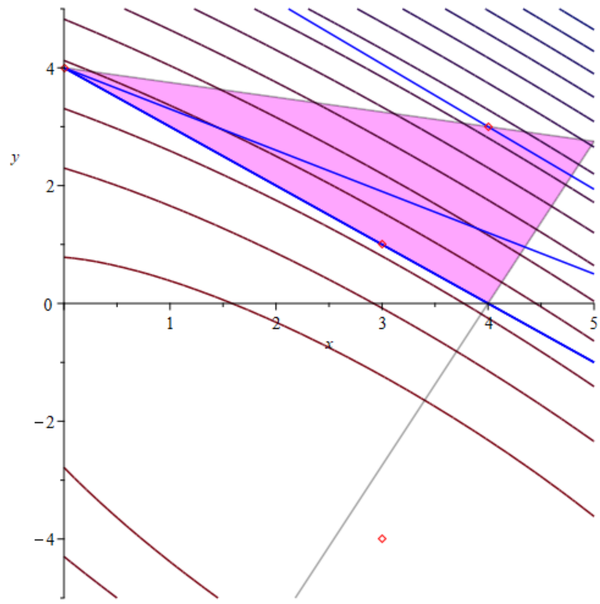
$L\_a := plot(r\_a, a = 0..1, color = gray);$

$$x\_vec := [4, 0, 3, 3, 3, 3]$$

$$y\_vec := [3, 4, 1, 1, 1, 1]$$

$$[118, 48, 39, 39, 39, 39]$$

$$0$$



Література

1. Кісельова О.М., Шевельова А.Є. Чисельні методи оптимізації: навч. посібник.

– Д.: Вид-во ДНУ, 2008. – 212 с.

2. Наконечний С. І. Математичне програмування: Навч. Посіб. / С. І. Наконечний, С. С. Савіна. – К.: КНЕУ, 2003. – 452 с.

3. Жалдак М. І. Основи теорії та методов оптимізації: Навчальний посібник / М. І. Жалдак, Ю. В. Триус – Черкаси: Брама-Україна, 2005. – 608 с.

4. Зайченко Ю. П. Дослідження операцій: Підручник / Ю. П. Зайченко. – К., Видавничий дом «Слово», 2000. – 816 с.

5. Зайченко О. Ю. Дослідження операцій. Збірник задач / О. Ю. Зайченко, Ю. П. Зайченко. – К.: Видавничий дом «Слово», 2007. – 472