

Завдання до лабораторної роботи № 3  
(ПА, 3-й курс, 5-й семестр)

**Чисельні методи розв'язування задач для РМФ**

**Мета:** Pozнайомитися з чисельними методами розв'язування лінійних крайових задач для рівнянь математичної фізики.

**Постановка завдання**

Задано лінійне диференціальне рівняння параболічного типу

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b \frac{\partial u}{\partial x} + cu, \quad 0 < x < l, \quad t > 0; \quad (1)$$

крайові умови:

$$\alpha \frac{\partial u(0, t)}{\partial x} + \beta u(0, t) = \varphi_0(t), \quad x = 0, \quad t > 0; \quad (2)$$

$$\gamma \frac{\partial u(l, t)}{\partial x} + \delta u(l, t) = \varphi_1(t), \quad x = l, \quad t > 0; \quad (3)$$

та початкова умова:

$$u(x, 0) = \psi(x), \quad 0 \leq x \leq l, \quad t = 0. \quad (4)$$

Функції  $\varphi_0(t), \varphi_1(t), \psi(x)$  є відомими та неперервними на заданих проміжках.

Числові коефіцієнти  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, a, b, c$  також відомі.

Знайти функцію  $u(x, t)$  в області  $D = \{(x, t): 0 < x < l, 0 < t < T\}$ . Для цього:

1. Розробити підпрограму розв'язування крайової задачі (1)-(4) скінченно-різницеvim методом (явним або неявним).
2. Розв'язок конкретного варіанта задачі (1)-(4) треба знаходити в точках

$$x_i = a + ih, \quad h = \frac{b-a}{n}, \quad i = \overline{0, n}. \quad (\text{тут } a=0, b=l)$$

$$t_j = j\tau, \quad \tau = \frac{\sigma h^2}{a^2}, \quad j = \overline{0, m},$$

де  $\sigma$  - задане число Куранта ( $\sigma = \frac{a^2 \tau}{h^2}$ ).

Програма повинна дозволяти змінювати « $n$ » та « $m$ ».

3. Провести розрахунки для  $n=10, \sigma=0.25, 0.5, 1$ . Порівняти з даним точним розв'язком.
4. Роздрукувати таблиці добутих значень, а також таблицю точного розв'язку. В таблицях наводити результати (в залежності від значення  $\sigma$ ) лише для кожного 10-того, 20-того чи 40-вого кроку по часу (не більше 10 моментів часу).
5. Побудувати графіки добутих розв'язків і точного розв'язку на одному рисунку для  $t=1$  і  $t=2$ . (або для  $t=b-a$  і  $t=2(b-a)$ ).
6. Провести аналіз добутих результатів.

Рівняння (1) та умови (2)-(4) визначаються варіантом завдання. Якщо номер варіанта непарний, то використати явну скінчено-різницеву схему. При парному номері варіанта - неявну схему.

### ***Рекомендована література***

1. Шахно С.М. Практикум з чисельних методів: навч. посібник [Текст] / С.М. Шахно, А.Т. Дудикевич, С.М. Левицька. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка. 2013. – 432 с.
2. Фельдман Л.П., Петренко А.И., Дмитрієва О.А. Чисельні методи в інформатиці. – К.: Видавнича група ВНУ, 2006. – 480 с.
3. Формалев В.Ф., Ревизников Д.Л. Численные методы. – М.: Физматлит, 2006. – 400 с.