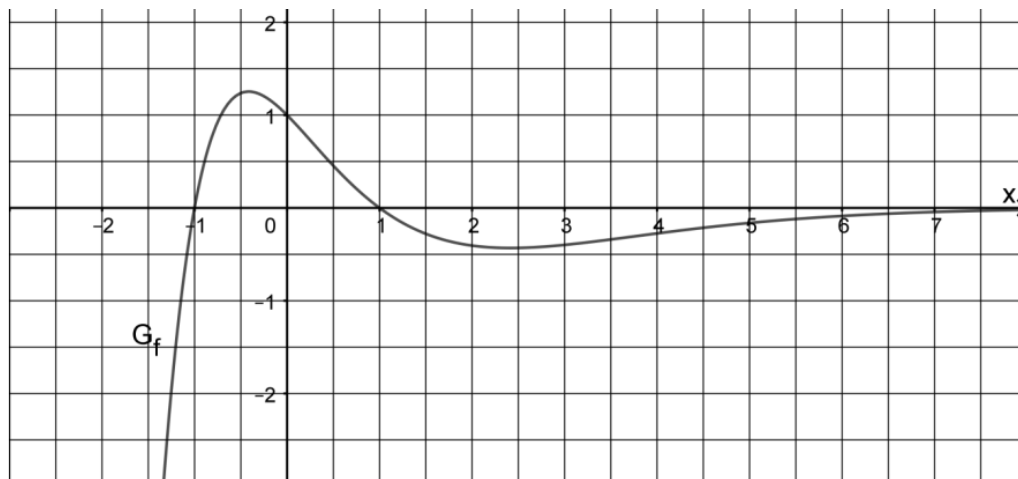


Aufgaben zu Kapitel 6

Abitur 2021 B2



- 4 c) Ermitteln Sie anhand der Abbildung einen Näherungswert für das Integral $\int_{-1}^4 f(x) dx$.

Abitur 2021 A1

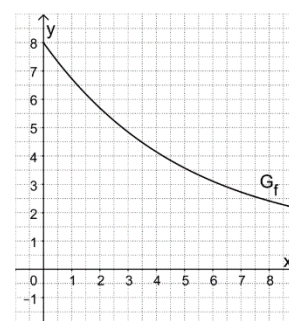
- 3 Betrachtet wird die in \mathbb{R}^+ definierte Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^3}}$.
- 2 a) Zeigen Sie, dass die in \mathbb{R}^+ definierte Funktion F mit $F(x) = -\frac{2}{\sqrt{x}}$ eine Stammfunktion von f ist.
- 3 b) Der Graph von f schließt mit der x -Achse sowie den Geraden mit den Gleichungen $x=1$ und $x=b$ mit $b > 1$ ein Flächenstück ein. Bestimmen Sie denjenigen Wert von b , für den dieses Flächenstück den Inhalt 1 hat.

Abitur 2020 B2

Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto 1 + 7e^{-0,2x}$ mit Definitionsbereich \mathbb{R}_0^+ ; die Abbildung 1 zeigt ihren Graphen G_f .

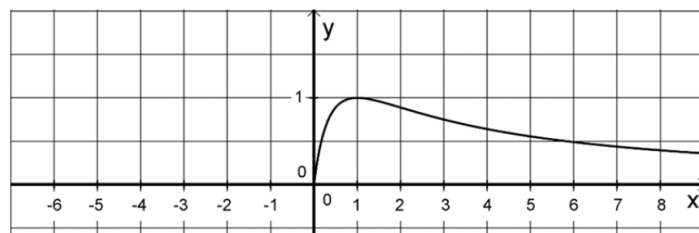
Für jeden Wert $s > 0$ legen die Punkte $(0|1)$, $(s|1)$, $(s|f(s))$ und $(0|f(s))$ ein Rechteck mit dem Flächeninhalt $R(s)$ fest.

- 7 c) Berechnen Sie den Inhalt des Flächenstücks, das von G_f , der y -Achse sowie den Geraden mit den Gleichungen $y=1$ und $x=5$ begrenzt wird. Einen Teil dieses Flächenstücks nimmt das zu $s=5$ gehörige Rechteck ein. Bestimmen Sie den prozentualen Anteil des Flächeninhalts dieses Rechtecks am Inhalt des Flächenstücks.



Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto \frac{4x}{(x+1)^2}$ mit Definitionsmenge $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Die Abbildung zeigt den Verlauf des Graphen G_f von f im I. Quadranten.



3 d) Gegeben ist ferner die in $]-1; +\infty[$ definierte Funktion

$$F: x \mapsto 4 \cdot \ln(x+1) + \frac{4}{x+1}.$$

Zeigen Sie, dass F für $x > -1$ eine Stammfunktion von f ist.

Ein Pharmaunternehmen führt eine Studie zur Wirksamkeit und Verträglichkeit eines neu entwickelten Medikaments durch. Wenn das Medikament einmalig in Form einer Tablette eingenommen wird, kann die zeitliche Entwicklung der Konzentration des Wirkstoffs im Blut des Patienten modellhaft durch die betrachtete Funktion f für $x \in [0; 9]$ beschrieben werden. Dabei steht x für die Zeit in Stunden seit der Einnahme der Tablette und $f(x)$ für die Konzentration des Wirkstoffs im Blut des Patienten (im Weiteren kurz als Wirkstoffkonzentration bezeichnet) in Milligramm pro Liter ($\frac{\text{mg}}{\text{l}}$).

Die folgenden Aufgaben e bis i sollen auf der Grundlage dieses Modells bearbeitet werden.

2 e) Berechnen Sie die Wirkstoffkonzentration 30 Minuten nach Einnahme der Tablette und geben Sie die maximal auftretende Wirkstoffkonzentration an.

3 f) An der Stelle $x = 2$ hat G_f einen Wendepunkt. Beschreiben Sie, wie man rechnerisch vorgehen könnte, um dies zu begründen. Geben Sie die Bedeutung der x -Koordinate des Wendepunkts im Sachzusammenhang an.

In der Pharmakologie wird das in positive x -Richtung unbegrenzte Flächenstück, das sich im I. Quadranten zwischen G_f und der x -Achse befindet, als AUC („area under the curve“) bezeichnet. Nur dann, wenn diesem Flächenstück ein endlicher Flächeninhalt zugeordnet werden kann, kann die betrachtete Funktion f die zeitliche Entwicklung der Wirkstoffkonzentration auch für große Zeitwerte x realistisch beschreiben.

4 g) Die x -Achse, G_f und die Gerade mit der Gleichung $x = b$ mit $b \in \mathbb{R}^+$ schließen im I. Quadranten ein Flächenstück mit dem Inhalt $A(b)$ ein. Bestimmen Sie mithilfe der in Aufgabe d angegebenen Stammfunktion F einen Term für $A(b)$ und beurteilen Sie unter Verwendung dieses Terms, ob die Funktion f auch für große Zeitwerte eine realistische Modellierung der zeitlichen Entwicklung der Wirkstoffkonzentration darstellt.

- 2 Unter dem Wasserdurchfluss eines Bachs an einer bestimmten Stelle versteht man das Volumen des Wassers, das an dieser Stelle in einer bestimmten Zeit vorbeifließt. Die Funktion f beschreibt die zeitliche Entwicklung des Wasserdurchflusses eines Bachs an einer Messstelle, nachdem zum Zeitpunkt $t = 0$ eine bachaufwärts gelegene Schleuse geöffnet wurde. Abbildung 3 zeigt den Graphen G_f von f .

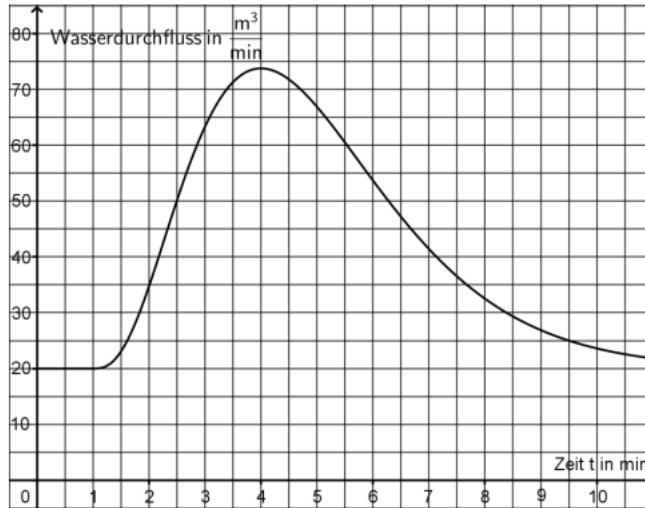


Abb. 3

- 5 a) Entnehmen Sie Abbildung 3 im Bereich $t > 1$ Näherungswerte für die Koordinaten des Hochpunkts sowie für die t -Koordinaten der beiden Wendepunkte von G_f und geben Sie unter Berücksichtigung dieser Näherungswerte die jeweilige Bedeutung der genannten Punkte im Sachzusammenhang an.
- 5 b) Bestimmen Sie $\int_1^4 f(t) dt$ näherungsweise mithilfe von Abbildung 3. Deuten Sie den Wert des Integrals im Sachzusammenhang.
- 5 c) Bestimmen Sie mithilfe von G_f für $t = 4$ und $t = 3$ jeweils einen Näherungswert für die mittlere Änderungsrate von f im Zeitintervall $[2; t]$. Veranschaulichen Sie Ihr Vorgehen in Abbildung 3 durch geeignete Steigungsdreiecke. Welche Bedeutung hat der Grenzwert der mittleren Änderungsrate für $t \rightarrow 2$ im Sachzusammenhang?