

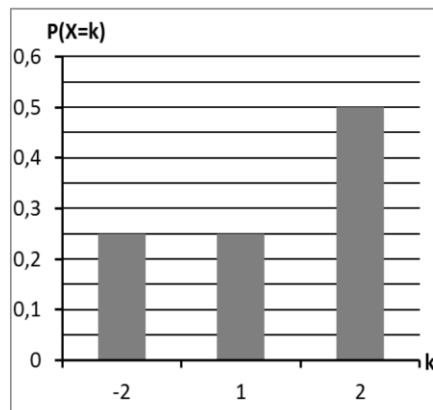
## Aufgaben zu Kapitel 2: Zufallsgrößen

### Abitur 2019 A1

- 3 2 Die Zufallsgröße  $X$  kann ausschließlich die Werte 1, 4, 9 und 16 annehmen. Bekannt sind  $P(X = 9) = 0,2$  und  $P(X = 16) = 0,1$  sowie der Erwartungswert  $E(X) = 5$ . Bestimmen Sie mithilfe eines Ansatzes für den Erwartungswert die Wahrscheinlichkeiten  $P(X = 1)$  und  $P(X = 4)$ .

### Abitur 2015 A2

- 2 Für ein Zufallsexperiment wird eine Zufallsgröße  $X$  festgelegt, welche die drei Werte  $-2$ ,  $1$  und  $2$  annehmen kann. In der Abbildung ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung von  $X$  dargestellt.
- 2 a) Ermitteln Sie mithilfe der Abbildung den Erwartungswert der Zufallsgröße  $X$ .
- 3 b) Das Zufallsexperiment wird zweimal durchgeführt. Dabei wird jeweils der Wert der Zufallsgröße  $X$  notiert. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Summe dieser beiden Werte negativ ist.



### Abitur 2014 A1

- 3 3 Die Zufallsgröße  $X$  kann die Werte 0, 1, 2 und 3 annehmen. Die Tabelle zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von  $X$  mit  $p_1, p_2 \in [0; 1]$ .

| k      | 0     | 1              | 2             | 3     |
|--------|-------|----------------|---------------|-------|
| P(X=k) | $p_1$ | $\frac{3}{10}$ | $\frac{1}{5}$ | $p_2$ |

Zeigen Sie, dass der Erwartungswert von  $X$  nicht größer als 2,2 sein kann.

### Abitur 2020 A2

- Ein Glücksrad besteht aus zwei unterschiedlich großen Sektoren. Der größere Sektor ist mit der Zahl 1 und der kleinere mit der Zahl 3 beschriftet. Die Wahrscheinlichkeit dafür, beim einmaligen Drehen des Glücksrads die Zahl 1 zu erzielen, wird mit  $p$  bezeichnet. Das Glücksrad wird zweimal gedreht.
- 1 a) Begründen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Summe der beiden erzielten Zahlen 4 ist, durch den Term  $2p \cdot (1-p)$  angegeben wird.
- 4 b) Die Zufallsgröße  $X$  beschreibt die Summe der beiden erzielten Zahlen. Bestimmen Sie, für welchen Wert von  $p$  die Zufallsgröße  $X$  den Erwartungswert 3 hat.

**Abitur 2020 A1**

Gegeben sind grüne und rote Würfel, deren Seitenflächen unterschiedlich beschriftet sind und beim Werfen mit jeweils gleicher Wahrscheinlichkeit auftreten. Jeder grüne Würfel trägt auf fünf Seitenflächen die Augenzahl 1 und auf einer die Augenzahl 6. Jeder rote Würfel trägt auf jeweils zwei Seitenflächen die Augenzahlen 1, 3 bzw. 6.

- 2 a) In einer Urne befinden sich drei grüne Würfel und zwei rote Würfel. Der Urne werden mit einem Griff zwei Würfel zufällig entnommen. Geben Sie einen Term an, mit dem man die Wahrscheinlichkeit dafür bestimmen kann, dass ein roter Würfel und ein grüner Würfel entnommen werden.
- 3 b) Ein grüner Würfel und ein roter Würfel werden gleichzeitig geworfen. Die Zufallsgröße  $X$  beschreibt die Summe der beiden geworfenen Augenzahlen. Geben Sie alle Werte an, die die Zufallsgröße  $X$  annehmen kann, und bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit  $P(X = 7)$ .

**Abitur 2021 B2**

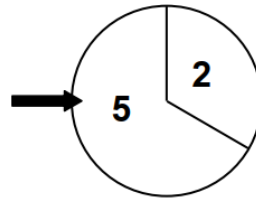
- 4 Bei einer Werbeaktion werden den Fruchtgummitüten Rubbellose beigelegt. Beim Freirubbeln werden auf dem Los bis zu drei Goldäpfel sichtbar. Die Zufallsgröße  $X$  beschreibt die Anzahl der Goldäpfel, die beim Freirubbeln sichtbar werden. Die Tabelle zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von  $X$ .

|            |       |       |     |     |
|------------|-------|-------|-----|-----|
| $k$        | 0     | 1     | 2   | 3   |
| $P(X = k)$ | $p_0$ | $p_1$ | 0,2 | 0,1 |

- 3 a) Die Zufallsgröße  $X$  hat den Erwartungswert 1. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten  $p_0$  und  $p_1$  und berechnen Sie die Varianz von  $X$ .
- 2 b) Ohne Kenntnis des Erwartungswerts ist die Varianz in der Regel nicht aussagekräftig. Daher wird für den Vergleich verschiedener Zufallsgrößen oft der Quotient aus der Standardabweichung und dem Erwartungswert betrachtet, der als relative Standardabweichung bezeichnet wird.
- Die Zufallsgröße  $Y_n$  beschreibt die Anzahl der Goldäpfel, die beim Freirubbeln von  $n$  Losen sichtbar werden. Es gilt  $E(Y_n) = n$  und  $\text{Var}(Y_n) = n$ . Bestimmen Sie den Wert von  $n$ , für den die relative Standardabweichung 5 % beträgt.

## Abitur 2015 B1

- 1 Der Marketingchef einer Handelskette plant eine Werbeaktion, bei der ein Kunde die Höhe des Rabatts bei seinem Einkauf durch zweimaliges Drehen an einem Glücksrad selbst bestimmen kann. Das Glücksrad hat zwei Sektoren, die mit den Zahlen 5 bzw. 2 beschriftet sind (vgl. Abbildung).



Der Rabatt in Prozent errechnet sich als Produkt der beiden Zahlen, die der Kunde bei zweimaligem Drehen am Glücksrad erzielt.

Die Zufallsgröße  $X$  beschreibt die Höhe dieses Rabatts in Prozent, kann also die Werte 4, 10 oder 25 annehmen. Die Zahl 5 wird beim Drehen des Glücksrads mit der Wahrscheinlichkeit  $p$  erzielt.

Vereinfachend soll davon ausgegangen werden, dass jeder Kunde genau einen Einkauf tätigt und auch tatsächlich am Glücksrad dreht.

- 3 a) Ermitteln Sie mithilfe eines Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Kunde bei seinem Einkauf einen Rabatt von 10 % erhält.

(Ergebnis:  $2p - 2p^2$ )

- 3 b) Zeigen Sie, dass für den Erwartungswert  $E(X)$  der Zufallsgröße  $X$  gilt:  
 $E(X) = 9p^2 + 12p + 4$ .

- 3 c) Die Geschäftsführung will im Mittel für einen Einkauf einen Rabatt von 16 % gewähren. Berechnen Sie für diese Vorgabe den Wert der Wahrscheinlichkeit  $p$ .

## Abitur 2014 B2

- 2 Um Geld für die Ausstattung des örtlichen Kindergartens einzunehmen, veranstaltet der Supermarkt ein Gewinnspiel. Die fünf Sektoren des dabei eingesetzten Glücksrads sind von 1 bis 5 durchnummeriert. Die Größe der Sektoren ist direkt proportional zum Zahlenwert der Nummern; beispielsweise ist der Sektor mit der Nummer 3 dreimal so groß wie der Sektor mit der Nummer 1. Nachdem der Spieler sechs Euro bezahlt hat, wird das Glücksrad einmal gedreht. Erzielt der Spieler eine der Nummern 1 bis 4, so wird ihm der zugehörige Zahlenwert als Betrag in Euro ausgezahlt, erzielt er die Nummer 5, so erhält er eine Eintrittskarte für einen Freizeitpark im Wert von fünfzehn Euro.

- 3 a) Bestimmen Sie die Größe des Öffnungswinkels des Sektors mit der Nummer 1 sowie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Spieler bei einem Spiel eine Eintrittskarte gewinnt.

(Teilergebnis: Größe des Öffnungswinkels:  $24^\circ$ )

- 4 b) Berechnen Sie den Erwartungswert der Auszahlung pro Spiel, wenn der Gewinn einer Eintrittskarte mit einer Auszahlung von fünfzehn Euro gleichgesetzt wird. Interpretieren Sie das Ergebnis.

- 3 c) Der Supermarkt muss für jede Eintrittskarte nur zehn Euro an den Freizeitpark bezahlen. Damit ist bei der Spielaktion ein finanzieller Überschuss zu erwarten, der an den örtlichen Kindergarten gespendet werden soll. Ermitteln Sie den zu erwartenden Überschuss, wenn man davon ausgeht, dass das Spiel insgesamt 6000-mal durchgeführt wird.

- 6 | 3 Der Freizeitpark veranstaltet ein Glücksspiel, bei dem Eintrittskarten für den Freizeitpark gewonnen werden können. Zu Beginn des Spiels wirft man einen Würfel, dessen Seiten mit den Zahlen 1 bis 6 durchnummeriert sind. Erzielt man dabei die Zahl 6, darf man anschließend einmal an einem Glücksrad mit drei Sektoren drehen (vgl. schematische Abbildung). Wird Sektor K erzielt, gewinnt man eine Kinderkarte im Wert von 28 Euro, bei Sektor E eine Erwachsenenkarte im Wert von 36 Euro. Bei Sektor N geht man leer aus. Der Mittelpunktswinkel des Sektors N beträgt  $160^\circ$ . Die Größen der Sektoren K und E sind so gewählt, dass pro Spiel der Gewinn im Mittel drei Euro beträgt. Bestimmen Sie die Größe der Mittelpunktswinkel der Sektoren K und E.

