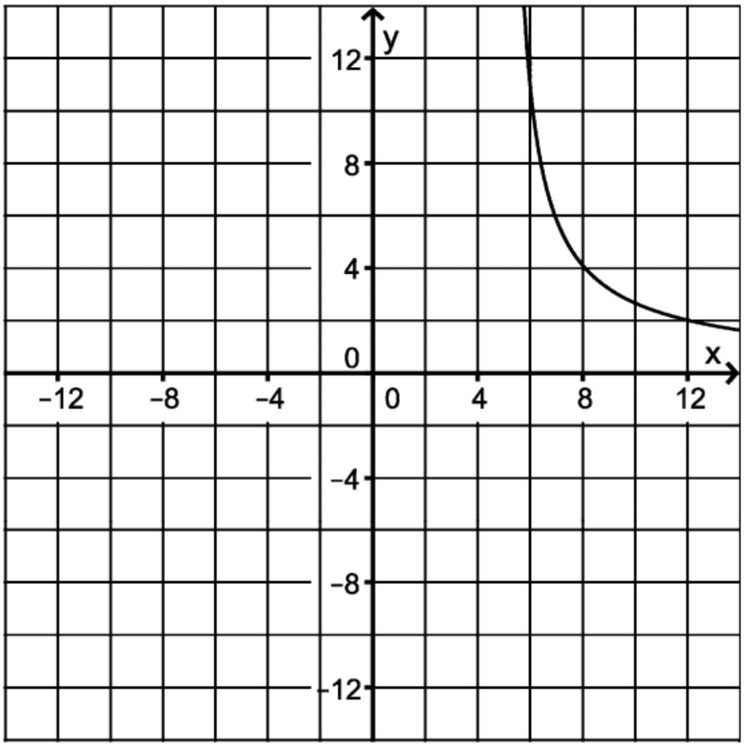
Abitur 2014 B2

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x)=\dfrac{20x}{x^2-25}$ und maximalem Definitionsbereich D_f. Die Abbildung zeigt einen Teil des Graphen G_f von f.



5 **1 a)** Zeigen Sie, dass $D_f = \mathbb{R}\setminus\{-5;5\}$ gilt und dass G_f symmetrisch bezüglich des Koordinatenursprungs ist. Geben Sie die Nullstelle von f sowie die Gleichungen der drei Asymptoten von G_f an.

4 **b)** Weisen Sie nach, dass die Steigung von G_f in jedem Punkt des Graphen negativ ist. Berechnen Sie die Größe des Winkels, unter dem G_f die x-Achse schneidet.

3 **c)** Skizzieren Sie in der Abbildung den darin fehlenden Teil von G_f unter Berücksichtigung der bisherigen Ergebnisse.

Abitur 2017 B2

1 Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = 2e^{-x} \cdot (2e^{-x} - 1)$ und $x \in \mathbb{R}$. Abbildung 1 zeigt den Graphen G_f von f sowie die einzige Nullstelle $x = \ln 2$ von f.

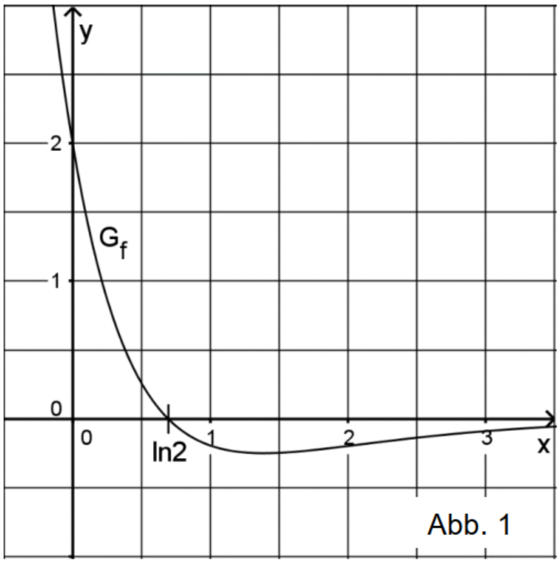


Abb. 1

3 **a)** Zeigen Sie, dass für den Term der Ableitungsfunktion f' von f gilt: $f'(x) = 2e^{-x} \cdot (1 - 4e^{-x})$.

4 **b)** Bestimmen Sie rechnerisch Lage und Art des Extrempunkts von G_f.

(Teilergebnis: x-Koordinate des Extrempunkts: $\ln 4$)

Zusätzlich ist die Funktion F mit $F(x) = 2e^{-x} - 2e^{-2x}$ und $x \in \mathbb{R}$ gegeben.

3 **c)** Zeigen Sie, dass F eine Stammfunktion von f ist, und begründen Sie anhand des Terms von F, dass $\lim\limits_{x \to +\infty} F(x) = 0$ gilt.

5 **d)** Der Graph von F verläuft durch den Punkt $(\ln 2 \mid 0{,}5)$. Begründen Sie ohne weitere Rechnung, dass F keine größeren Werte als $0{,}5$ annehmen kann und bei $x = \ln 4$ eine Wendestelle besitzt. Berechnen Sie die y-Koordinate des zugehörigen Wendepunkts.

Abitur 2018 B1

Gegeben ist die in $\mathbb{R}^+$ definierte Funktion $f: x \mapsto 2 \cdot \left((\ln x)^2 - 1 \right)$. Abbildung 1 zeigt den Graphen G_f von f.

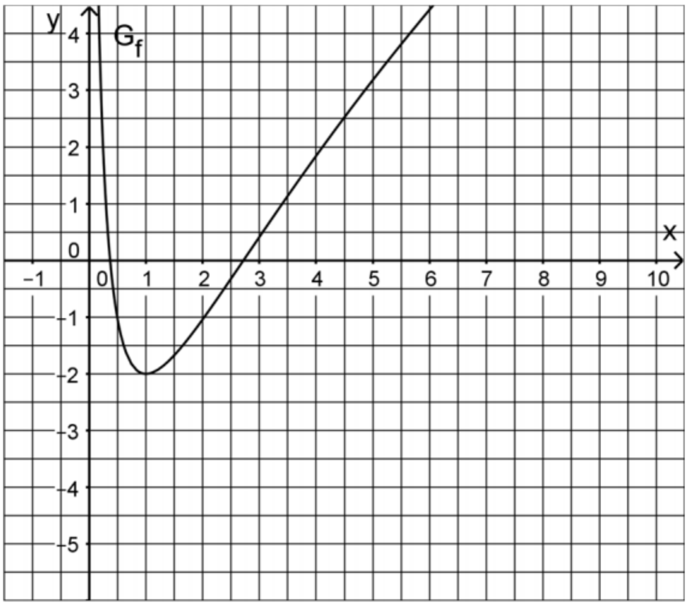


Abb. 1

5 **1 a)** Zeigen Sie, dass $x = e^{-1}$ und $x = e$ die einzigen Nullstellen von f sind, und berechnen Sie die Koordinaten des Tiefpunkts T von G_f.

(zur Kontrolle: $f'(x) = \frac{4}{x} \cdot \ln x$)

6 **b)** Zeigen Sie, dass G_f genau einen Wendepunkt W besitzt, und bestimmen Sie dessen Koordinaten sowie die Gleichung der Tangente an G_f im Punkt W.

(zur Kontrolle: x-Koordinate von W: e)

6 **c)** Begründen Sie, dass $\lim\limits_{x \to 0} f'(x) = -\infty$ und $\lim\limits_{x \to +\infty} f'(x) = 0$ gilt. Geben Sie $f'(0{,}5)$ und $f'(10)$ auf eine Dezimale genau an und zeichnen Sie den Graphen der Ableitungsfunktion f' unter Berücksichtigung aller bisherigen Ergebnisse in Abbildung 1 ein.