

Aufgaben zu Kapitel 5/6: Winkel und Abstände

Abitur 2021 B1

Die Punkte $A(6|0|4)$, $B(0|6|4)$, $C(-6|0|4)$ und D liegen in der Ebene E und bilden die Eckpunkte der quadratischen Grundfläche einer Pyramide $ABCD$ mit der Spitze $S(0|0|1)$. A , B und S liegen in der Ebene F .

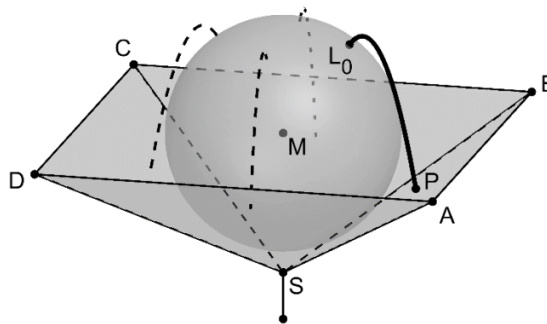
- 3 b) Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene F in Koordinatenform.

(zur Kontrolle: $F : x_1 + x_2 - 2x_3 + 2 = 0$)

- 2 c) Berechnen Sie das Volumen V der Pyramide $ABCD$.

(zur Kontrolle: $V = 72$)

Ein auf einer Stange montierter Brunnen besteht aus einer Marmorkugel, die in einer Bronzeschale liegt. Die Marmorkugel berührt die vier Innenwände der Bronzeschale an jeweils genau einer Stelle. Die Bronzeschale wird im Modell durch die Seitenflächen der Pyramide $ABCD$ beschrieben, die Marmorkugel durch eine Kugel mit Mittelpunkt $M(0|0|4)$ und Radius r . Die x_1x_2 -Ebene des Koordinatensystems stellt im Modell den horizontal verlaufenden Erdboden dar; eine Längeneinheit entspricht einem Dezimeter in der Realität.



- 4 d) Ermitteln Sie den Durchmesser der Marmorkugel auf Zentimeter genau.

(zur Kontrolle: $r = \sqrt{6}$)

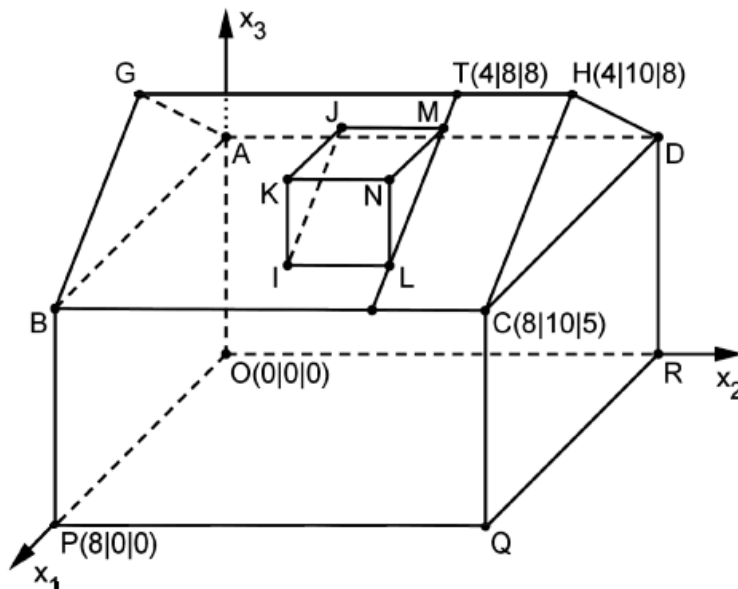
Abitur 2011 I

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $A(0|60|0)$, $B(-80|60|60)$ und $C(-80|0|60)$ gegeben.

- 8 a) Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene E , die durch die Punkte A , B und C bestimmt wird, in Normalenform. Welche besondere Lage im Koordinatensystem hat E ? Berechnen Sie die Größe des Winkels φ , unter dem E die x_1x_2 -Ebene schneidet.

(mögliche Teilergebnisse: $E : 3x_1 + 4x_3 = 0$; $\varphi \approx 36,9^\circ$)

Die Abbildung zeigt modellhaft ein Einfamilienhaus, das auf einer horizontalen Fläche steht. Auf einer der beiden rechteckigen Dachflächen soll eine Dachgaube errichtet werden. Die Punkte A, B, C, D, O, P, Q und R sind die Eckpunkte eines Quaders. Das gerade dreiseitige Prisma LMNIJK stellt die Dachgaube dar, die Strecke [GH] den First des Dachs, d. h. die obere waagrechte Dachkante. Eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht 1 m, d. h. das Haus ist 10 m lang.



- 2 a) Berechnen Sie den Inhalt derjenigen Dachfläche, die im Modell durch das Rechteck BCHG dargestellt wird.
- 3 b) In der Stadt, in der das Einfamilienhaus steht, gilt für die Errichtung von Dachgauben eine Satzung, die jeder Bauherr einhalten muss. Diese Satzung lässt die Errichtung einer Dachgaube zu, wenn die Größe des Neigungswinkels der Dachfläche des jeweiligen Hausdachs gegen die Horizontale mindestens 35° beträgt. Zeigen Sie rechnerisch, dass für das betrachtete Einfamilienhaus die Errichtung einer Dachgaube zulässig ist.

Die Dachfläche, auf der die Dachgaube errichtet wird, liegt im Modell in der Ebene $E: 3x_1 + 4x_3 - 44 = 0$.

Die Dachgaube soll so errichtet werden, dass sie von dem seitlichen Rand der Dachfläche, der im Modell durch die Strecke [HC] dargestellt wird, den Abstand 2 m und vom First des Dachs den Abstand 1 m hat. Zur Ermittlung der Koordinaten des Punkts M wird die durch den Punkt $T(4|8|8)$ verlaufende

Gerade $t: \vec{X} = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 8 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}, \lambda \in \mathbb{R}$, betrachtet.

- 5 c) Begründen Sie, dass t in der Ebene E verläuft und von der Geraden HC den Abstand 2 besitzt.
- 3 d) Auf der Geraden t wird nun der Punkt M so festgelegt, dass der Abstand der Dachgaube vom First 1 m beträgt. Bestimmen Sie die Koordinaten von M .

(Ergebnis: $M(4,8|8|7,4)$)