

Evaluación del efecto de la variabilidad de los parámetros Thiele Small en un arreglo lineal de altavoces  
a través de un modelo analítico de fuente acústica.

Sebastian Carvalho Salazar, ✉ sebastian.carvalho@tau.usbmed.edu.co  
Felipe Carvajal Sánchez, ✉ felipe.carvajal@tau.usbmed.edu.co

Trabajo de Grado presentado para optar al título de Ingeniero de Sonido

Asesor: M.Sc Sebastian López Mejía,



Universidad de San Buenaventura Colombia  
Facultad de Ingenierías  
Ingeniería de Sonido  
Medellín  
2021

---

**Citar/How to cite**

[1]

**Referencia Bibtex**

```
@masterthesis{Carvalho-Carvajal2021,  
author = {Sebastian Carvalho Salazar and Felipe Carvajal Sanchez},  
title = {Evaluación del efecto de la variabilidad de los parámetros Thiele Small en un arreglo lineal de altavoces a través de un modelo analítico de fuente acústica.},  
school = {Universidad de San Buenaventura},  
type = {Tesis de Pregrado},  
year = {2021}  
}
```

**Referencia**

Estilo IEEE 2014

Sebastian Carvalho Salazar and Felipe Carvajal Sanchez, "Evaluación del efecto de la variabilidad de los parámetros Thiele Small en un arreglo lineal de altavoces a través de un modelo analítico de fuente acústica.", Tesis de Pregrado, Ingeniería de Sonido, Universidad de San Buenaventura, Facultad de Ingenierías, 2021

---



## Bibliotecas Universidad de San Buenaventura



Biblioteca Digital (Repositorio)  
<http://bibliotecadigital.usb.edu.co>

- Biblioteca Fray Alberto Montealegre OFM - Bogotá.
- Biblioteca Fray Arturo Calle Restrepo OFM - Medellín, Bello, Armenia, Ibagué.
- Departamento de Biblioteca - Cali.
- Biblioteca Central Fray Antonio de Marchena – Cartagena.

## Universidad de San Buenaventura Colombia

Universidad de San Buenaventura Colombia - <http://www.usb.edu.co/>

Bogotá - <http://www.usbbog.edu.co>

Medellín - <http://www.usbmed.edu.co>

Cali - <http://www.usbcali.edu.co>

Cartagena - <http://www.usbctg.edu.co>

Editorial Bonaventuriana - <http://www.editorialbonaventuriana.usb.edu.co/>

Revistas - <http://revistas.usb.edu.co/>

## **Dedicatorias**

### **Sebastian Carvalho Salazar**

Dedico este trabajo a mi padre y a mi madre quienes incondicionalmente siempre han contribuido a mi formación personal y académica siendo las bases que me han permitido llegar hasta aquí. Su gran esfuerzo y dedicación me han brindado un hogar benevolente, en el cual nunca faltó amor y cariño, siendo esto un privilegio que me permitió emprender en el camino del conocimiento como mi mayor pasión. Este proyecto demuestra la capacidad intelectual y creativa de la raza humana para entrar en un delicado proceso de introspección que le permita determinar y plantear estrategias para el desarrollo y perfeccionamiento de las tecnologías que hoy día nos brindan comodidad y experiencias antes inimaginables.

### **Felipe Carvajal Sánchez**

Dedico este trabajo a mis padres, quienes se han esforzado durante toda mi vida por darme todo el apoyo, condiciones y herramientas necesarias para mi formación personal y académica incondicionalmente. Me han brindado mucho mas de lo que he podido devolver y me han apoyado en mis pasiones y objetivos. También dedico este trabajo a mi hermana por su apoyo y consejos en esta fase de mi vida y a mi hermano por acompañarme en este camino. Finalmente mencionar a mi amiga Ove, quien me brindo su compañía, ayuda, apoyo y consejos durante el desarrollo de este proyecto.

### **Agradecimientos Conjuntos**

Nuestros más sinceros agradecimientos a nuestro asesor y mentor Sebastian López Mejía quien nos acompañó y orientó en el desarrollo de este proyecto.

## TABLA DE CONTENIDOS

<b>RESUMEN</b>	13
<b>ABSTRACT</b>	13
<b>I. INTRODUCCIÓN</b>	15
<b>II. ANTECEDENTES</b>	16
<b>III. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA</b>	18
<b>IV. JUSTIFICACIÓN</b>	19
<b>V. OBJETIVOS</b>	20
A. OBJETIVO GENERAL . . . . .	20
B. OBJETIVOS ESPECÍFICOS . . . . .	20
<b>VI. MARCO TEÓRICO</b>	21
A. Notación matemática . . . . .	21
B. Números complejos . . . . .	22
C. Transductores electroacústicos . . . . .	24
D. Circuitos electro-mecánico-acústicos . . . . .	25
E. Parámetros Thiele-Small . . . . .	26
F. Estimación de parámetros Thiele Small . . . . .	27
1. Determinación experimental de parámetros de baja frecuencia de un altavoz. . . . .	27
2. Análisis de FFT de dos canales . . . . .	28
G. Redes de dos puertos: . . . . .	30
H. Eficiencia Electroacústica: . . . . .	30
I. Radiación de un pistón circular plano: . . . . .	31
1. Eje acústico . . . . .	32
2. Campo lejano . . . . .	32
J. Impedancia de Radiación de un pistón circular . . . . .	34
K. Índice de directividad . . . . .	36
L. Resonancia en tubos . . . . .	36
M. Radiación acústica de un tubo abierto: . . . . .	38
N. Line Arrays . . . . .	39
<b>VII. METODOLOGÍA</b>	43
A. Desarrollar un modelo de predicción de radiación sonora de una guía de onda tipo línea de transmisión. . . . .	43
B. Desarrollar un modelo de fuente acústica por métodos analíticos a partir de parámetros Thiele-Small y validarla. . . . .	46
1. Bobina . . . . .	47
2. Transformador electro-mecánico . . . . .	49
3. Diafragma y caja . . . . .	50
4. Transformador Mecánico-Acústico . . . . .	51
5. Guía de onda(Linea de transmisión) . . . . .	53
6. Radiación acústica de la boca de la guía de onda . . . . .	53

7.	Comprobación Modelo Analítico . . . . .	56
C.	Variabilidad parámetros Thile Small . . . . .	65
D.	Evaluación y análisis del efecto de la variabilidad de los parámetros Thiele Small en la respuesta en frecuencia axial, índice de directividad y SPL a través de la síntesis numérica de la radiación del arreglo lineal de altavoces . . . . .	68
<b>VIII. RESULTADOS</b>		71
A.	Arreglo de Fuentes sin Línea de transmisión acoplada . . . . .	71
1.	<b>Variación de Bl</b> . . . . .	73
a.	<b>Análisis de fuentes de un arreglo lineal</b> . . . . .	74
b.	<b>Análisis de diversos arreglos lineales</b> . . . . .	78
2.	<b>Variación de <math>M_{MD}</math></b> . . . . .	90
a.	<b>Análisis de un solo arreglo lineal y sus fuentes</b> . . . . .	90
b.	<b>Análisis de diversos arreglos lineales</b> . . . . .	94
3.	<b>Variación de <math>R_E</math></b> . . . . .	105
a.	<b>Análisis de diversos arreglos lineales</b> . . . . .	105
4.	<b>Variación de <math>C_{MC}</math></b> . . . . .	109
a.	<b>Análisis de diversos arreglos lineales</b> . . . . .	109
5.	<b>Variación de <math>R_{MS}</math></b> . . . . .	113
a.	<b>Análisis de diversos arreglos lineales</b> . . . . .	113
6.	<b>Variación de todos los parámetros a la vez</b> . . . . .	116
a.	<b>Análisis de un solo arreglo lineal y sus fuentes</b> . . . . .	116
b.	<b>Análisis de diversos arreglos lineales</b> . . . . .	120
B.	Arreglo de fuentes con Linea de transmisión acoplada . . . . .	132
1.	<b>Variación de Bl</b> . . . . .	134
a.	<b>Análisis de un solo arreglo lineal y sus fuentes</b> . . . . .	134
b.	<b>Análisis de diversos arreglos lineales</b> . . . . .	139
2.	<b>Variación de <math>M_{MD}</math></b> . . . . .	151
a.	<b>Análisis de un arreglo lineal y sus fuentes</b> . . . . .	151
b.	<b>Análisis de diversos arreglos lineales</b> . . . . .	155
3.	<b>Variación de todos los parámetros</b> . . . . .	166
a.	<b>Análisis de un solo arreglo lineal y sus fuentes</b> . . . . .	166
b.	<b>Análisis de diversos arreglos lineales</b> . . . . .	169
<b>IX. TRABAJOS FUTUROS</b>		181
<b>X. CONCLUSIONES</b>		182
<b>REFERENCIAS</b>		184
<b>XI. ANEXOS</b>		188
A.	Datasheet altavoz Peerless TA6FD00-04 . . . . .	188
B.	Variación de $R_E$ , $R_{MC}$ y $C_{MC}$ para arreglos lineales con linea de transmisión acoplada . . . . .	189
1.	<b>Variación de <math>R_E</math></b> . . . . .	189
a.	<b>Análisis de diversos arreglos lineales</b> . . . . .	189
2.	<b>Variación de <math>C_{MC}</math></b> . . . . .	192
a.	<b>Análisis de diversos arreglos lineales</b> . . . . .	192
3.	<b>Variación de <math>R_{MS}</math></b> . . . . .	196
a.	<b>Análisis de diversos arreglos lineales</b> . . . . .	196
C.	Resultados adicionales . . . . .	200
1.	Arreglos lineales sin linea de transmisión acoplada a sus fuentes . . . . .	200
2.	Arreglos lineales con linea de transmisión acoplada a sus fuentes . . . . .	202

## LISTA DE TABLAS

TABLA. I.	Glosario de símbolos . . . . .	22
TABLA. II.	Analogías electroacústicas en estado estacionario. . . . .	26
TABLA. III.	Parámetros Thiele Small de altavoz Dayton Audio PC98-4 estimados con REW .	61
TABLA. IV.	Media y desviación estándar de los parámetros Thiele Small del altavoz Peerless TA6FD00-04 2". . . . .	67
TABLA. V.	Parámetros Thiele Small del altavoz Peerless TA6FD00-04 fabricado por Tympany. . . . .	68
TABLA. VI.	Frecuencias de interés. . . . .	71
TABLA. VII.	Error cuadrático medio e índice de correlación del patrón de directividad entre los diversos arreglos lineales con parámetros variantes y el arreglo lineal de referencia. . . . .	73
TABLA. VIII.	Valores de $Bl$ , desviación estándar y media para las fuentes del arreglo lineal 4 .	74
TABLA. IX.	Valores de $Bl$ , desviación estándar y media para las fuentes de todos los arreglos lineales. . . . .	78
TABLA. X.	Valores de $M_{MD}$ , desviación estándar y media para las fuentes del arreglo lineal 2	91
TABLA. XI.	Valores de $M_{MD}$ , desviación estándar y media para todos los arreglos lineales . .	95
TABLA. XII.	Valores de $R_E$ , desviación estándar e índice de correlación para las fuentes de todos los arreglos lineales. . . . .	105
TABLA. XIII.	Valores de $C_{MC}$ , desviación estándar e índice de correlación para todos los arreglos lineales. . . . .	109
TABLA. XIV.	Valores de $R_{MS}$ , desviación estándar e índice de correlación para arreglos lineales. . . . .	113
TABLA. XV.	Valores de parámetros Thiele Small, desviación estándar y media para las fuentes del arreglo lineal 1. . . . .	117
TABLA. XVI.	Desviación estándar y media para los arreglos lineales con variaciones en todos sus parámetros Thiele Small. . . . .	121
TABLA. XVII.	Frecuencias de interés. . . . .	133
TABLA. XVIII.	Valores de $Bl$ , variación estándar y media para el arreglo lineal 4 . . . . .	135
TABLA. XIX.	Valores de $Bl$ para las fuentes de los arreglos lineales. . . . .	139
TABLA. XX.	Valores de $M_{MD}$ , desviación estándar, media y frecuencia de resonancia para el arreglo lineal 4 . . . . .	152
TABLA. XXI.	Valores de $M_{MD}$ , desviación estándar y media para todos los arreglos lineales con variaciones en $M_{MD}$ . . . . .	156
TABLA. XXII.	Valores de parámetros Thiele Small, desviación estándar y media para las fuentes del arreglo lineal 2. . . . .	166
TABLA. XXIII.	Desviación estándar y media para los arreglos lineales con variaciones en todos sus parámetros Thiele Small. . . . .	170
TABLA. XXIV.	Valores de $R_E$ , desviación estándar e índice de correlación para las fuentes de todos los arreglos lineales. . . . .	189
TABLA. XXV.	Valores de $C_{MC}$ , desviación estándar e índice de correlación para todos los arreglos lineales. . . . .	193
TABLA. XXVI.	Valores de $R_{MS}$ , desviación estándar e índice de correlación para arreglos lineales. . . . .	196

## LISTA DE FIGURAS

Fig. 1.	Numero complejo $P$ ubicado en el plano complejo. Tomado de [39] . . . . .	23
Fig. 2.	Analogía electro-mecánico-acústica de una fuente acústica en una caja acústica y guía de onda acoplada tipo impedancia. Obtenido de [4] . . . . .	24
Fig. 3.	Circuito para medición de impedancia eléctrica con el método de análisis de FFT de dos canales. Tomado de [41] . . . . .	28
Fig. 4.	Magnitud de impedancia de la bobina móvil del driver. Tomada de [3] . . . . .	29
Fig. 5.	Red de dos puertos con conectores eléctricos a la izquierda y conectores acústicos en el lado derecho. Tomado de [15] . . . . .	30
Fig. 6.	Geometría usada para el calculo del campo acústico de un pistón circular plano de radio $a$ radiando sonido con numero de onda $k$ en una pared infinita. Obtenida de [20] . . . . .	31
Fig. 7.	Geometría usada para el calculo del campo acústico lejano en $(r, \theta)$ de un pistón circular plano de radio $a$ en una pared infinita. Obtenida de [20]. . . . .	33
Fig. 8.	Elementos de la superficie $dS$ y $dS'$ usados para obtener la fuerza de un pistón circular plano radiando. Obtenida de [20] . . . . .	34
Fig. 9.	Geometría usada para calcular el campo acústico lejano en $(r, \theta)$ de un arreglo lineal de $N$ fuentes en fase, con una distancia entre ellos $d$ . Obtenida de [20] . . . . .	40
Fig. 10.	Tubo cilíndrico recto de longitud $l$ , área transversal $S$ , radio $a_p$ , presión y velocidad volumétrica en $x = 0$ , $P_{TH}$ y $U_{TH}$ respectivamente, y presión y velocidad volumétrica en $x = l$ , $P_M$ y $U_M$ . . . . .	43
Fig. 11.	Sistema acústico compuesto por una línea de transmisión abierta excitada por una fuente acústica. Donde $P_S$ y $Z_s$ son la fuerza e impedancia de la fuente, $P_{TH}$ y $Z_{TH}$ son la presión e impedancia acústicas en la garganta de la línea de transmisión, y $P_M$ y $Z_M$ son la presión e impedancia acústicas en la boca de la línea de transmisión. . . . .	45
Fig. 12.	Circuito electro-mecánico-acústico de una fuente acústica con una guía de onda acoplada al diafragma . . . . .	47
Fig. 13.	Circuito eléctrico de la bobina de la fuente acústica. Donde $e_g$ es el voltaje del generador, $i_g$ la corriente del generador, $Z_E = R_E + j\omega L_E$ la impedancia eléctrica, $i_1$ a corriente en 1 y $e_1$ el voltaje en 1. . . . .	48
Fig. 14.	Circuito del transformador electro - mecánico. Donde $e_1$ es el voltaje en 1, $i_1$ la corriente en 1, $1 : BL$ la razón de transformación, $f_2$ la fuerza mecánica en 2 y $u_2$ la velocidad en 2. . . . .	49
Fig. 15.	Circuito mecánico del diafragma y caja de la fuente acústica. Donde $f_2$ es la fuerza mecánica en 2, $u_2$ la velocidad en 2, $Z_M = R_{MC} + j\omega M_{MD} + 1/(j\omega C_{MC})$ la impedancia mecánica, $f_3$ la fuerza mecánica en 3 y $u_3$ la velocidad en 3. . . . .	50
Fig. 16.	Circuito del transformador mecánico - acústico. Donde $f_3$ es la fuerza mecánica en 3, $u_3$ la velocidad en 3, $SD : 1$ la razón de transformación, $P_4$ la presión acústica en 4 y $U_4$ la velocidad volumétrica en 4. . . . .	52
Fig. 17.	Circuito de la radiación acústica que sale de la línea de transmisión. Donde $P_5$ es la presión acústica en 5, $U_5$ la velocidad volumétrica en 5, $Z_{AM}$ la impedancia acústica en la boca, $P_6$ la presión acústica en 6 y $U_6$ la velocidad volumétrica en 6. . . . .	53
Fig. 18.	Montaje para medición de impedancia eléctrica de un altavoz con REW . . . . .	56
Fig. 19.	Montaje de calibración para la medición de impedancia eléctrica de un altavoz con REW . . . . .	57
Fig. 20.	Montaje de calibración y medición de impedancia eléctrica de un altavoz con REW . . . . .	58
Fig. 21.	Circuito para calibración y medición de impedancia eléctrica de un altavoz. . . . .	58
Fig. 22.	Montaje para medición de impedancia eléctrica del altavoz Dayton Audio PC68-4 . . . . .	59

Fig. 23.	Plastilina de 3gr . . . . .	60
Fig. 24.	Montaje para medición de impedancia eléctrica del altavoz Dayton Audio PC68-4 con plastilina añadida de 3gr . . . . .	60
Fig. 25.	Impedancia eléctrica del altavoz Dayton Audio PC68-4 predicción vs medida. . . . .	61
Fig. 26.	Fase de la impedancia eléctrica del altavoz Dayton Audio PC68-4 predicción vs medida. . . . .	62
Fig. 27.	Altavoz Dayton Audio PC68-4 con guia de onda de 20cm acoplada . . . . .	62
Fig. 28.	Impedancia eléctrica del altavoz Dayton Audio PC68-4 predicción vs medida. . . . .	63
Fig. 29.	Fase de la impedancia eléctrica del altavoz Dayton Audio PC68-4 con guía de onda de 20cm acoplada. predicción vs medida. . . . .	63
Fig. 30.	Patrón de directividad del altavoz Peerless TA6FD00-04 a una distancia $r = 1m$ estimado a partir del modelo analítico de fuente acústica basado en parámetros Thiele Small. . . . .	64
Fig. 31.	Valores promedio y su variación estadística de los 20 altavoces medidos. La desviación relativa es la relación de la desviación estándar con el valor promedio representado en porcentaje. . . . .	66
Fig. 32.	Diagrama de bloques: Metodología para el desarrollo del proyecto. . . . .	68
Fig. 33.	Arreglo lineal de altavoces Peerless TA6FD00-04 de Tympany con una separación entre altavoces $d = 0,089m$ y una longitud total de 94cm. . . . .	69
Fig. 34.	Distribución e indexación de las fuentes en el dominio para sintetizar el campo sonoro. Punto de medición para la respuesta en frecuencia. . . . .	70
Fig. 35.	Índice de directividad del arreglo de referencia con Thiele Small iguales en todas sus fuentes. . . . .	71
Fig. 36.	Respuesta en frecuencia a 1 m para 4 arreglos con los mismos parámetros Thiele Small. . . . .	72
Fig. 37.	Error medio Cuadrático y índice de correlación de matrices de respuesta en frecuencia y patrón de directividad. . . . .	73
Fig. 38.	Fase y magnitud de la impedancia eléctrica con diferentes valores de $Bl$ . . . . .	75
Fig. 39.	Velocidad de partícula y desplazamiento del diafragma con diferentes valores de $Bl$ y un voltaje de entra de 2,83V . . . . .	76
Fig. 40.	Potencia Eléctrica, Acústica y Eficiencia con diferentes $Bl$ . . . . .	77
Fig. 41.	Respuesta en frecuencia de las fuentes individuales del arreglos lineales con diferentes $Bl$ . . . . .	77
Fig. 42.	Índice de directividad para arreglos lineales con diferentes $Bl$ . . . . .	79
Fig. 43.	Patrón de directividad de arreglos lineales con diferentes $Bl$ vs arreglos lineales de referencia . . . . .	80
Fig. 44.	Respuesta en frecuencia de los 4 arreglos lineales simulados . . . . .	81
Fig. 45.	Error medio cuadrático e índice de correlación del campo sintetizado por los arreglos lineales con variaciones de $Bl$ en las frecuencias de Interés . . . . .	82
Fig. 46.	Patrón de directividad de varios arreglos lineales radiando una frecuencia de 1200 Hz a una distancia $r = 1m$ . . . . .	83
Fig. 47.	Patrón de directividad de varios arreglos lineales radiando una frecuencia de 2000 Hz a una distancia $r = 1m$ . . . . .	84
Fig. 48.	Patrón de directividad de varios arreglos lineales radiando una frecuencia de 3000 Hz a una distancia $r = 1m$ . . . . .	85
Fig. 49.	Error medio cuadrático e índice de correlación del campo sintetizado por los arreglos lineales con variaciones de $Bl$ en las frecuencias de Interés . . . . .	86
Fig. 50.	Campo acústico sintetizado de varios arreglos lineales y sus diferencias con el arreglo lineal de referencia radiando a 1200Hz. . . . .	87

Fig. 51.	Campo acústico sintetizado de varios arreglos lineales y sus diferencias con el arreglo lineal de referencia radiando a 2000Hz. . . . .	88
Fig. 52.	Campo acústico sintetizado de varios arreglos lineales y sus diferencias con el arreglo lineal de referencia radiando a 3000Hz. . . . .	89
Fig. 53.	Fase y magnitud de la impedancia eléctrica con diferentes valores de $M_{MD}$ . . . . .	91
Fig. 54.	Velocidad de partícula y desplazamiento del diafragma con diferentes valores de $M_{MD}$ . . . . .	92
Fig. 55.	Potencia eléctrica, acústica y eficiencia con diferentes valores de $M_{MD}$ . . . . .	93
Fig. 56.	respuesta en frecuencia para fuentes con diferentes valores de $M_{MD}$ . . . . .	94
Fig. 57.	Índice de directividad para arreglos lineales con diferentes $M_{MD}$ . . . . .	95
Fig. 58.	Respuesta en Frecuencia para arreglos lineales con diferentes $M_{MD}$ . . . . .	96
Fig. 59.	Error medio cuadrático e índice de correlación del campo sintetizado por los arreglos lineales con variaciones de $M_{MD}$ en las frecuencias de Interés . . . . .	97
Fig. 60.	Patrón de directividad de diferentes arreglos lineales radiando a una frecuencia de 1200 Hz a una distancia $r = 1m$ . . . . .	98
Fig. 61.	Patrón de directividad de diferentes arreglos lineales radiando a una frecuencia de 2000 Hz a una distancia $r = 1m$ . . . . .	99
Fig. 62.	Patrón de directividad de diferentes arreglos lineales radiando a una frecuencia de 3000 Hz a una distancia $r = 1m$ . . . . .	100
Fig. 63.	Error medio cuadrático e índice de correlación del campo sintetizado por los arreglos lineales con variaciones en $M_{MD}$ en las frecuencias. . . . .	101
Fig. 64.	Campo acústico sintetizado de varios arreglos lineales y sus diferencias con el arreglo lineal de referencia radiando a 1200Hz. . . . .	102
Fig. 65.	Campo acústico sintetizado de varios arreglos lineales y sus diferencias con el arreglo lineal de referencia radiando a 2000Hz. . . . .	103
Fig. 66.	Campo acústico sintetizado de varios arreglos lineales y sus diferencias con el arreglo lineal de referencia radiando a 3000Hz. . . . .	104
Fig. 67.	Índice de directividad para varios arreglos lineales con diferentes $R_E$ . . . . .	106
Fig. 68.	Respuesta en frecuencia para varios arreglos lineales con diferente $R_E$ . . . . .	107
Fig. 69.	Error cuadrático medio e índice de correlación del campo sintetizado de arreglos lineales con diferente $R_E$ y el arreglo lineal de referencia . . . . .	108
Fig. 70.	Error cuadrático medio e índice de correlación de los patrones de directividad de arreglos lineales con diferente $R_E$ y el arreglo lineal de referencia. . . . .	108
Fig. 71.	Índice de directividad para varios arreglos lineales con variaciones en $C_{MC}$ . . . . .	110
Fig. 72.	Respuesta en frecuencia para varios arreglos lineales con variaciones en $C_{MC}$ medido a una distancia $r = 1m$ . . . . .	111
Fig. 73.	Error cuadrático medio e índice de correlación del patrón de directividad entre varios arreglos lineales con variaciones en $C_{MC}$ y el arreglo lineal de referencia. . . . .	112
Fig. 74.	Error cuadrático medio e índice de correlación del campo sintetizado entre varios arreglos lineales con variaciones en $C_{MC}$ y el arreglo lineal de referencia. . . . .	112
Fig. 75.	Índice de directividad para varios arreglos lineales con diferente $R_{MS}$ . . . . .	114
Fig. 76.	Respuesta en frecuencia para varios arreglos lineales con diferente $R_{MS}$ . . . . .	114
Fig. 77.	Error cuadrático medio e índice de correlación del campo sintetizado y el patrón de directividad entre varios arreglos lineales con diferente $R_{MS}$ y el arreglo lineal de referencia. . . . .	115
Fig. 78.	Error cuadrático medio e índice de directividad del patrón de directividad entre varios arreglos lineales con diferente $R_{MS}$ y el arreglo lineal de referencia. . . . .	115
Fig. 79.	Magnitud y fase de la impedancia eléctrica de las fuentes de un arreglo lineal con todos sus parámetros Thiele Small diferentes. . . . .	117

Fig. 80.	Velocidad de partícula y desplazamiento del diafragma de las fuentes de un arreglo lineal con todos sus parámetros Thiele Small diferentes. . . . .	118
Fig. 81.	Potencia acústica, potencia eléctrica y eficiencia de las fuentes de un arreglo lineal con todos sus parámetros Thiele Small diferentes. . . . .	119
Fig. 82.	Respuesta en frecuencia de las fuentes de un arreglo lineal con todos sus parámetros Thiele Small diferentes. . . . .	120
Fig. 83.	Índice de directividad de varios arreglos lineales con todos sus parámetros Thiele Small diferentes. . . . .	121
Fig. 84.	Patrón de directividad de arreglos lineales con diferentes parámetros Thiele Small vs arreglos lineales de referencia . . . . .	122
Fig. 85.	Respuesta en frecuencia de varios arreglos lineales con todos sus parámetros Thiele Small diferentes. . . . .	123
Fig. 86.	Error cuadrático medio e índice de correlación del patrón de directividad entre varios arreglos lineales y el arreglo lineal de referencia. . . . .	124
Fig. 87.	Patrón de directividad de varios arreglos lineales radiando una frecuencia de 1200 Hz a una distancia $r = 1m$ . . . . .	125
Fig. 88.	Patrón de directividad de varios arreglos lineales radiando una frecuencia de 2000 Hz a una distancia $r = 1m$ . . . . .	126
Fig. 89.	Patrón de directividad de varios arreglos lineales radiando una frecuencia de 3000 Hz a una distancia $r = 1m$ . . . . .	127
Fig. 90.	Error cuadrático medio e índice de correlación del campo sintetizado entre varios arreglos lineales y el arreglo lineal de referencia. . . . .	128
Fig. 91.	Campo acústico sintetizado de varios arreglos lineales y sus diferencias con el arreglo lineal de referencia radiando a 1200Hz. . . . .	129
Fig. 92.	Campo acústico sintetizado de varios arreglos lineales y sus diferencias con el arreglo lineal de referencia radiando a 2000Hz. . . . .	130
Fig. 93.	Campo acústico sintetizado de varios arreglos lineales y sus diferencias con el arreglo lineal de referencia radiando a 3000Hz. . . . .	131
Fig. 94.	Índice de directividad del arreglo de referencia con linea de transmisión acoplada. . . . .	132
Fig. 95.	Respuesta en frecuencia del arreglo de referencia con linea de transmisión acoplada. . . . .	133
Fig. 96.	Error cuadrático medio e índice de correlación de matrices de respuesta en frecuencia y patrón de directividad. . . . .	134
Fig. 97.	Magnitud y fase de la impedancia eléctrica de las fuentes de un arreglo lineal con linea de transmisión acoplada . . . . .	135
Fig. 98.	Velocidad de partícula y desplazamiento del diafragma de las fuentes de un arreglo lineal con linea de transmisión acoplada . . . . .	136
Fig. 99.	Potencia eléctrica, acústica y eficiencia de las fuentes de un arreglo lineal con linea de transmisión acoplada . . . . .	137
Fig. 100.	Magnitud y fase de la respuesta en frecuencia de las fuentes de un arreglo lineal con linea de transmisión acoplada a $r = 1m$ . . . . .	138
Fig. 101.	Índice de directividad de los arreglos lineales con linea de transmisión acoplada . . . . .	140
Fig. 102.	Patrón de directividad de arreglos lineales con diferentes $Bl$ vs arreglo lineal de referencia . . . . .	141
Fig. 103.	Respuesta en frecuencia a $r = 1m$ de los arreglos lineales con linea de transmisión acoplada . . . . .	142
Fig. 104.	Raíz del error cuadrático medio e índice de correlación de los patrones de directividad para arreglos lineales con linea de transmisión acoplada. . . . .	143
Fig. 105.	Patrón de directividad de varios arreglos lineales radiando una frecuencia de 430 Hz a una distancia $r = 1m$ . . . . .	144

Fig. 106.	Patrón de directividad de varios arreglos lineales radiando una frecuencia de 1185 Hz a una distancia $r = 1m$	145
Fig. 107.	Patrón de directividad de varios arreglos lineales radiando una frecuencia de 1962 Hz a una distancia $r = 1m$	146
Fig. 108.	Raíz del error cuadrático medio e índice de correlación del campo sintetizado para arreglos lineales con linea de transmisión acoplada.	147
Fig. 109.	Campo acústico sintetizado de varios arreglos lineales y sus diferencias con el arreglo lineal de referencia radiando a 430Hz.	148
Fig. 110.	Campo acústico sintetizado de varios arreglos lineales y sus diferencias con el arreglo lineal de referencia radiando a 1185Hz.	149
Fig. 111.	Campo acústico sintetizado de varios arreglos lineales y sus diferencias con el arreglo lineal de referencia radiando a 1962Hz.	150
Fig. 112.	Magnitud y fase de la impedancia eléctrica para fuentes del arreglo lineal 4 con variaciones en $M_{MD}$	152
Fig. 113.	Velocidad de partícula y desplazamiento del diafragma para las fuentes del arreglo lineal 4 con variaciones en $M_{MD}$	153
Fig. 114.	Potencia eléctrica, potencia acústica y eficiencia para las fuentes del arreglo lineal 4 con variaciones en $M_{MD}$	154
Fig. 115.	Magnitud y fase de la respuesta en frecuencia para las fuentes del arreglo lineal 4 con variaciones en $M_{MD}$ a una distancia $r = 1m$	155
Fig. 116.	Índice de directividad de los arreglos lineales con variaciones en $M_{MD}$	156
Fig. 117.	Respuesta en frecuencia de los arreglos lineales con variaciones en $M_{MD}$	157
Fig. 118.	Error cuadrático medio e índice de correlación del patrón de directividad para arreglos lineales con variaciones en $M_{MD}$ en frecuencias de interés	158
Fig. 119.	Patrón de directividad de varios arreglos lineales con variaciones en $M_{MD}$ radiando una frecuencia de 430 Hz a una distancia $r = 1m$	159
Fig. 120.	Patrón de directividad de varios arreglos lineales con variaciones en $M_{MD}$ radiando una frecuencia de 1185 Hz a una distancia $r = 1m$	160
Fig. 121.	Patrón de directividad de varios arreglos lineales con variaciones en $M_{MD}$ radiando una frecuencia de 1962 Hz a una distancia $r = 1m$	161
Fig. 122.	Error cuadrático medio e índice de correlación del campo sintetizado para arreglos lineales con variaciones en $M_{MD}$ en frecuencias de interés	162
Fig. 123.	Campo acústico sintetizado de varios arreglos lineales y sus diferencias con el arreglo lineal de referencia radiando a 430Hz.	163
Fig. 124.	Campo acústico sintetizado de varios arreglos lineales y sus diferencias con el arreglo lineal de referencia radiando a 1185Hz.	164
Fig. 125.	Campo acústico sintetizado de varios arreglos lineales y sus diferencias con el arreglo lineal de referencia radiando a 1962Hz.	165
Fig. 126.	Magnitud y fase de la impedancia eléctrica de las fuentes de un arreglo lineal con todos sus parámetros Thiele Small diferentes.	166
Fig. 127.	Velocidad de partícula y desplazamiento del diafragma de las fuentes de un arreglo lineal con todos sus parámetros Thiele Small diferentes.	167
Fig. 128.	Potencia acústica, potencia eléctrica y eficiencia de las fuentes de un arreglo lineal con todos sus parámetros Thiele Small diferentes.	168
Fig. 129.	Respuesta en frecuencia de las fuentes de un arreglo lineal con todos sus parámetros Thiele Small diferentes.	169
Fig. 130.	Índice de directividad de varios arreglos lineales con todos sus parámetros Thiele Small diferentes.	170
Fig. 131.	Patrón de directividad de arreglos lineales con diferentes parámetros Thiele Small vs arreglos lineales de referencia	171

Fig. 132.	Respuesta en frecuencia de varios arreglos lineales con todos sus parámetros Thiele Small diferentes. . . . .	172
Fig. 133.	Error cuadrático medio e índice de correlación del patrón de directividad entre varios arreglos lineales y el arreglo lineal de referencia. . . . .	173
Fig. 134.	Patrón de directividad de varios arreglos lineales radiando una frecuencia de 430 Hz a una distancia $r = 1m$ . . . . .	174
Fig. 135.	Patrón de directividad de varios arreglos lineales radiando una frecuencia de 1185 Hz a una distancia $r = 1m$ . . . . .	175
Fig. 136.	Patrón de directividad de varios arreglos lineales radiando una frecuencia de 1962 Hz a una distancia $r = 1m$ . . . . .	176
Fig. 137.	Raíz del error cuadrático medio e índice de correlación del campo sintetizado para arreglos lineales con linea de transmisión acoplada. . . . .	177
Fig. 138.	Campo acústico sintetizado de varios arreglos lineales y sus diferencias con el arreglo lineal de referencia radiando a 430Hz. . . . .	178
Fig. 139.	Campo acústico sintetizado de varios arreglos lineales y sus diferencias con el arreglo lineal de referencia radiando a 1185Hz. . . . .	179
Fig. 140.	Campo acústico sintetizado de varios arreglos lineales y sus diferencias con el arreglo lineal de referencia radiando a 1962Hz. . . . .	180
Fig. 141.	Índice de directividad para varios arreglos lineales con diferentes $R_E$ . . . . .	190
Fig. 142.	Respuesta en frecuencia para varios arreglos lineales con diferente $R_E$ . . . . .	190
Fig. 143.	Error cuadrático medio e índice de correlación del campo sintetizado de arreglos lineales con diferente $R_E$ y el arreglo lineal de referencia . . . . .	191
Fig. 144.	Error cuadrático medio e índice de correlación de los patrones de directividad de arreglos lineales con diferente $R_E$ y el arreglo lineal de referencia. . . . .	192
Fig. 145.	Índice de directividad para varios arreglos lineales con variaciones en $C_{MC}$ . . . . .	193
Fig. 146.	Respuesta en frecuencia para varios arreglos lineales con variaciones en $C_{MC}$ medido a una distancia $r = 1m$ . . . . .	194
Fig. 147.	Error cuadrático medio e índice de correlación del patrón de directividad entre varios arreglos lineales con variaciones en $C_{MC}$ y el arreglo lineal de referencia. . . . .	195
Fig. 148.	Error cuadrático medio e índice de correlación del campo sintetizado entre varios arreglos lineales con variaciones en $C_{MC}$ y el arreglo lineal de referencia. . . . .	195
Fig. 149.	Índice de directividad para varios arreglos lineales con diferente $R_{MS}$ . . . . .	197
Fig. 150.	Respuesta en frecuencia para varios arreglos lineales con diferente $R_{MS}$ . . . . .	198
Fig. 151.	Error cuadrático medio e índice de correlación del campo sintetizado y el patrón de directividad entre varios arreglos lineales con diferente $R_{MS}$ y el arreglo lineal de referencia. . . . .	199
Fig. 152.	Error cuadrático medio e índice de directividad del patrón de directividad entre varios arreglos lineales con diferente $R_{MS}$ y el arreglo lineal de referencia. . . . .	199
Fig. 153.	Patrón de directividad por bandas de octava de arreglos lineales con diferentes $Bl$ vs arreglo lineal de referencia . . . . .	200
Fig. 154.	Patrón de directividad por bandas de octava de arreglos lineales con diferentes $M_{MD}$ vs arreglo lineal de referencia . . . . .	201
Fig. 155.	Patrón de directividad por bandas de octava de arreglos lineales con todos sus parámetros diferentes vs arreglo lineal de referencia . . . . .	202
Fig. 156.	Patrón de directividad por bandas de octava de arreglos lineales con diferentes $Bl$ vs arreglo lineal de referencia . . . . .	203
Fig. 157.	Patrón de directividad por bandas de octava de arreglos lineales con diferentes $M_{MD}$ vs arreglo lineal de referencia . . . . .	204
Fig. 158.	Patrón de directividad por bandas de octava de arreglos lineales con todos sus parámetros diferentes vs arreglo lineal de referencia . . . . .	205

## RESUMEN

En los sistemas de arreglos lineales se asume que todas sus fuentes son iguales para garantizar un correcto desempeño en la radiación sonora de estos, sin embargo, en la práctica esto no sucede, ya que algunos componentes de las fuentes que son caracterizados como parámetros Thiele Small raramente son iguales a pesar de ser de un mismo modelo, haciendo que el desempeño de un arreglo lineal se vea afectado. El presente proyecto tuvo como objetivo la evaluación de los efectos de la variación de los parámetros Thiele Small en arreglos lineales con y sin una línea de transmisión acoplada. Para este propósito se desarrolló un modelo analítico de fuente acústica con guía de onda tipo línea de transmisión acoplada basado en parámetros Thiele Small y se implementó una metodología para la variación aleatoria de estos basados en estadísticas reales. Mediante los parámetros de salida del modelo se logró sintetizar el campo acústico de diferentes arreglos lineales compuestos por diez altavoces, para realizar un estudio paramétrico de los efectos de la variabilidad de cada uno de los Thiele Small en las fuentes de uno de estos arreglos lineales y entre los distintos arreglos lineales simulados. Finalmente se determinó que un parámetro fundamental para el buen desempeño de un arreglo lineal es  $Bl$ , el cual demostró tener un mayor efecto en el comportamiento de las fuentes y por ende del arreglo lineal.

**Palabras clave:** Arreglo lineal, Fuente acústica, Linea de transmisión, Parámetros Thiele Small, Variabilidad, Efectos, Evaluación, Desempeño, Radiación sonora.

## ABSTRACT

In line array systems, it is assumed that all sources are equal to guarantee a correct performance in the sound radiation of these, however, in practice this does not happen, since some components of the sources, which are characterized as Thiele Small parameters are rarely equal despite being of the same model, making the performance of a line array affected. The present project aimed to evaluate the effects of varying Thiele Small parameters in line arrays with and without a coupled transmission line. For this purpose, an analytical model of the acoustic source with a coupled transmission line waveguide based on Thiele Small parameters was developed and a methodology for the random variation of these parameters based on real statistics was implemented. The output parameters of the model were used to synthesize the acoustic field of different line arrays composed of ten loudspeakers, in order to perform a parametric study of the effects of the variability of each of the Thiele Small on the sources of one of these line arrays and between the different simulated line arrays. Finally, it was determined that a fundamental parameter for the performance of a line array is  $Bl$ , which proved to have the greatest effect on the behavior of the sources and therefore the line array.

**Keywords:** Line Array, Acoustic Source, transmission line, Thiele Small Parameters, Variability, Effects,

Evaluation, Performance, Sound Radiation

## I. INTRODUCCIÓN

En los sistemas de arreglos lineales se asume que todas sus fuentes son iguales para garantizar un correcto desempeño en la radiación sonora y simplificar tanto el diseño como análisis de estos, sin embargo, en la práctica esto no es así, ya que algunos de los componentes eléctricos y mecánicos de las fuentes, los cuales pueden ser caracterizados como parámetros Thiele Small no siempre serán iguales incluso para altavoces de un mismo modelo. Esto es debido tanto a su proceso de fabricación como a la variación que estos presentan por la degradación de sus componentes con el tiempo y su uso, causando que el desempeño de un arreglo lineal se vea afectado. La motivación del presente proyecto es conocer los efectos que la variación de los parámetros Thiele Small puede tener en el comportamiento y desempeño de arreglos lineales e identificar cuál de estos parámetros es aquel que genera cambios más significativos en un sistema de arreglo lineal con y sin una línea de transmisión acoplada. Para este propósito el presente trabajo muestra el desarrollo de un modelo analítico de fuente acústica con una guía de onda tipo línea de transmisión acoplada, cuyos parámetros de entrada fueran los Thiele Small, por lo cual se seleccionó un altavoz de referencia Peerless TA6FD00-04 de Tympany y a partir de los parámetros estipulados en su datasheet se implementó una metodología para la variación aleatoria de estos basados en estadísticas reales. Posteriormente los parámetros de salida del modelo permiten sintetizar el campo acústico de los arreglos lineales compuestos por diez altavoces, para así realizar un estudio paramétrico de los efectos de la variabilidad de cada uno de los parámetros Thiele Small en las fuentes del arreglo lineal que más variabilidad presenta y entre los cuatro arreglos lineales simulados.

El informe se organiza de la siguiente manera, primero se presentan los antecedentes bibliográficos relacionados con parámetros Thiele Small, modelos de fuente acústica, guías de onda y arreglos lineales. Luego se muestra el planteamiento del problema, la justificación y objetivos de la investigación. Después se enseña la base teórica sobre la cual se basó el desarrollo del proyecto. Posteriormente se explica la metodología utilizada para el desarrollo y cumplimiento de los objetivos establecidos. Luego para un análisis de las fuentes que componen el arreglo lineal que presentó menor coeficiente de correlación y mayor error medio cuadrático en la totalidad de su patrón de directividad se presentan los resultados obtenidos para magnitud y fase de la impedancia eléctrica, velocidad de partícula, desplazamiento del diafragma, potencia eléctrica, potencia acústica, eficiencia, magnitud y fase de la respuesta en frecuencia. Seguido a esto se presenta el análisis de los diferentes arreglos lineales para su índice de directividad, respuesta en frecuencia, patrón de directividad a  $1m$  con una resolución de  $1^\circ$  y síntesis del campo radiado en un dominio de  $6x6$  metros con una resolución espacial de  $0,05m$ , cada uno con su respectivo análisis. Por último, se plantean y analizan posibilidades para futuros trabajos y se sintetizan las conclusiones del proyecto de investigación. Adicionalmente se agregan anexos con resultados complementarios e información útil.

## II. ANTECEDENTES

Las fuentes de radiación acústica de bobina móvil son los transductores electroacústicos más utilizados en la actualidad. Las primeras caracterizaciones de estas fuentes se llevaron a cabo en 1925 por Rice y Kellogg [1], determinando de forma experimental y analítica los efectos del diafragma, implicaciones de un “bafle” y rango de pistón de un altavoz. A partir de los trabajos de Thiele[2] en 1971. El cual buscaba hacer una equivalencia entre la respuesta en baja frecuencia de un altavoz y un filtro pasa altos ideal y popularizado años después por el trabajo de Small [3], se determinaron los parámetros Thiele-Small. Con los cuales es posible describir la respuesta, eficiencia y potencia nominal de un sistema de altavoces de radiador directo a través de relaciones existentes entre seis parámetros medidos, los cuales relacionan el mundo acustico, electrico y mecanico. El estudio de las características electroacústicas de estos sistemas y su modelamiento fue realizado también por Beranek[4] y Olson [5] y en la actualidad los parámetros Thiele-Small se han convertido en un estándar dada su simplicidad de análisis.

Partiendo del estudio de la función de transferencia, Small[3] determina que es posible obtener los valores Thiele-Small que producen la respuesta más deseable del sistema. En uno de los primeros trabajos relacionados a los parámetros thiele-small, Keele Jr.[6] implementó una técnica de medición de estos basado en algunas simplificaciones físicas . Otros estudios han mejorado el modelamiento de los elementos de un altavoz,[7]-[9] Además del modelo de Thiele-Small, se llevaron a cabo otras investigaciones[10] que proponen modelos más precisos, pero su complejidad hizo que fuera difícil su uso en el ámbito industrial.

En altavoces de radiación directa la eficiencia se ve limitada en los extremos de los rangos de frecuencia audible. Olson y Hackley[11] modelan un altavoz de bocina que presenta una mejor eficiencia en dicho rango. Existen diferentes formas de bocina [12], en 1994 Tonni Franke Johansen [13] realizó un estudio de estas, en el que propone un método para determinar las propiedades directivas de las mismas. Algunos métodos analíticos para el estudio y caracterización de bocinas se presentan en[14]-[16]. También se exponen factores para el diseño de altavoces de bocina[17] y un método para el diseño a partir de parámetros thielle small[18].

En la actualidad es necesario el aumento del nivel y cubrimiento de la potencia acústica radiada para conciertos, eventos, estadios. Por lo que es frecuente la implementación de sistemas de altavoces dispuestos como un arreglo lineal de fuentes [19], dicha disposición de altavoces se encuentra parametrizada por kinsler y su principal función es generar un aumento en la directividad del sonido [20]. Existen diferentes configuraciones de estos arreglos lineales de altavoces[21] y se desarrollaron teorías e implementaron elementos especiales para mejorar el desempeño de estos [22]. El establecimiento de bocinas en estos sistemas conlleva efectos notables en la eficiencia y la directividad del sonido audible emitido [23]. El comportamiento de la directividad de estos arreglos de bocinas, análisis del campo generado y la síntesis de campo sonoro se analizan en [24], [25] y [26] respectivamente.

Uno de los primeros estudios en modelos de propagación de ondas para caracterizar las bocinas acústicas fue realizado por Levine y Swinger[27] los cuales investigaron la radiación sonora en un tubo circular. Luego Keefe[28] estudió la propagación de ondas a través de un ducto cilíndrico y en [29] se presenta un modelo de bocinas a través de elementos cónicos y cilíndricos. Polack[30] introduce un diseño de fuentes omnidireccionales a partir de bocinas que años más tarde fue retomado en [31] logrando avances y mejoras en dicho diseño. La caracterización de fuentes y propiedades de la radiación en ductos también puede ser determinada mediante diversos métodos experimentales como se muestra en [32]-[36]. En consecuencia estos requieren mayor tiempo, esfuerzo y recursos, por lo que un modelo analítico de un altavoz y su carga que permita predecir la radiación sonora sería de gran utilidad para reducir los aspectos anteriormente mencionados. Como se evidencia en [37] donde se presenta un modelo para la predicción de radiación sonora de altavoces de bocina con aplicación a bocinas de automóvil, asegurando que los oyentes escuchen el sonido emitido por estos como una señal de alarma.

### III. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Se ha hablado de transductores electro acústicos desde siglo XIX [38] donde se llevó a cabo el desarrollo de los primeros teléfonos, partiendo de esto Kellogg y Rice[1] establecieron principios básicos del altavoz de bobina móvil como radiador directo, determinando los efectos del diafragma en estos. Actualmente los transductores electroacústicos tienen una gran aplicabilidad en el área de refuerzo sonoro[22] desarrollando arreglos de altavoces que en conjunto con guías de onda y algoritmos para el procesamiento digital de señales permiten mantener un nivel de presión sonora constante, linealidad en el sistema y homogeneidad en todo el rango de frecuencias [24], [26].

Sin embargo, el diseño de arreglos electroacústicos de forma experimental[34] puede llegar a ser bastante complicado y costoso en cuanto a recursos y tiempo de elaboración, de acuerdo a esto, si se opta por un método de diseño experimental el proyecto conllevará una mayor dificultad y se verá limitado ante los recursos que se dispongan. En este proyecto, se tiene propuesto emplear los parámetros Thiele-Small [3] para modelar de forma analítica un arreglo de altavoces en configuración delay and sum y estimar numéricamente la síntesis de su radiación para realizar la valoración de los efectos de la variabilidad de los parámetros Thiele Small a través métricas estadísticas que permitan cuantificar el desempeño acústico del arreglo y se evaluará con sus altavoces acoplados o sin una guía de onda tipo línea de transición acoplada [29], simplificando el diseño de arreglos electroacústicos y resultando de utilidad en aplicaciones como el beamforming.

#### IV. JUSTIFICACIÓN

La implementación de un modelo analítico de fuente basado en parámetros Thiele Small para la síntesis del campo radiado por un arreglo lineal, permite evaluar los efectos que la variación de dichos parámetros en altavoces del mismo modelo tienen en el comportamiento de un arreglo, lo que permite simplificar el uso de técnicas tales como el beamforming, siendo esto de gran aplicabilidad en campos como el refuerzo sonoro, en el cual se requiere de una directividad determinada para poder lograr fidelidad en toda la zona de audiencia, actualmente fuera del país se están desarrollando tecnologías basadas en el principio de beamforming, sin embargo el desarrollo de estas tecnologías en Colombia aún es reciente, siendo pocos quienes se dedican al desarrollo de estas a nivel nacional.

El desarrollo de este proyecto depende de tres partes, el modelo analítico de altavoz, la determinación de la variabilidad de los parámetros Thiele Small y la evaluación de los efectos que tiene dicha variación en un arreglo lineal de altavoces a través de la síntesis numérica del campo sonoro. Los recursos requeridos para realizar e implementar el modelo analítico y la síntesis numérica de la radiación del arreglo lineal de altavoces de manera apropiada consiste del software de programación MATLAB, para realizar estudios, comparaciones y evaluaciones del modelo y el arreglo de fuentes a partir de simulaciones. Para la comprobación experimental se requiere un espacio físico para llevar a cabo mediciones, fuentes acústicas, guías de onda y MATLAB para el análisis de mediciones.

El desarrollo de este proyecto tendrá como beneficio un modelo analítico basado en parámetros Thiele-Small que permitirá estimar la interacción de un radiador directo ante una carga determinada. Además también se obtendría una metodología para determinar los efectos de la variabilidad en la radiación sonora de un arreglo lineal de fuentes lo que puede llevar una aplicación enfocada al principio de beamforming.

## V. OBJETIVOS

### A. *OBJETIVO GENERAL*

Desarrollar un modelo de fuente acústica a partir de los parámetros Thielle Small y evaluar el efecto de la variabilidad de estos en un arreglo lineal de altavoces de la misma marca y referencia con y sin línea de transmisión acoplada.

### B. *OBJETIVOS ESPECÍFICOS*

- Desarrollar un modelo de fuente acústica por métodos analíticos a partir de parámetros Thiele-Small y verificarlo.
- Desarrollar un modelo de predicción de radiación sonora de una guía de onda tipo linea de transmisión.
- Desarrollar metodología para introducir una variabilidad en los parámetros Thielle Small.
- Evaluar el efecto de la variabilidad de los parámetros Thiele Small en la respuesta en frecuencia axial, índice de directividad y SPL a través de la síntesis numérica de la radiación del arreglo lineal de altavoces.

## VI. MARCO TEÓRICO

### A. *Notación matemática*

A continuación se muestran los símbolos para describir las variables utilizadas en el desarrollo matemático del presente proyecto de grado:

Símbolo	Dominio
$\rho_0$	Densidad del aire
$c$	Velocidad del sonido
$BL$	Factor de fuerza magnética del altavoz
$S_D$	Área efectiva del diafragma
$e_g$	Generador de voltaje
$\tilde{e}_g$	Eléctrico Generador de voltaje en estado estacionario
$i_g$	Eléctrico Corriente del generador de voltaje
$\tilde{i}_g$	Eléctrico Corriente del generador de voltaje en estado estacionario
$R_E$	Eléctrico Resistencia de la bobina
$L_E$	Eléctrico Inductancia de la bobina
$Z_E$	Eléctrico Impedancia eléctrica de la bobina
$f$	Mecánico Fuerza mecánica
$\tilde{f}$	Mecánico Fuerza mecánica en estado estacionario
$u$	Mecánico Velocidad
$\tilde{u}$	Mecánico Velocidad en estado estacionario
$M_{MD}$	Mecánico Masa mecánica del diafragma
$R_{MS}$	Mecánico Resistencia mecánica del sistema
$C_{MS}$	Mecánico Compliancia mecánica del sistema
$Z_M$	Mecánico Impedancia mecánica del sistema
$P_{TH}$	Acústico Presión acústica en la garganta de la guía de onda
$\tilde{P}_{TH}$	Acústico Presión acústica en la garganta de la guía de onda en estado estacionario
$U_{TH}$	Acústico Velocidad volumétrica en la garganta de la guía de onda
$\tilde{U}_{TH}$	Acústico Velocidad volumétrica en la garganta de la guía de onda en estado estacionario
$Z_{TH}$	Acústico Impedancia acústica en la garganta de la guía de onda
$P_M$	Acústico Presión acústica en la boca de la guía de onda
$\tilde{P}_M$	Acústico Presión acústica en la boca de la guía de onda en estado estacionario
$U_M$	Acústico Velocidad volumétrica en la garganta de la guía de onda
$\tilde{U}_M$	Acústico Velocidad volumétrica en la boca de la guía de onda en estado estacionario
$Z_{AM}$	Acústico Impedancia acústica en la boca de la guía de onda
$Z_C$	Acústico Impedancia acústica característica del medio
$Z_s$	Acústico Impedancia de la fuente
$f_s$	Mecánico Fuerza de la fuente
$\gamma$	Constante de propagación
$k_0$	Número de onda
$k$	Resistividad del conductor de la bobina móvil
$\omega$	Frecuencia angular
$\alpha$	Constante de atenuación
$a$	Radio del diafragma
$a_\omega$	Radio del cable
$a_p$	Radio de la guía de onda
$\eta$	Coeficiente de viscosidad de Shear

TABLA. I. Glosario de símbolos

## B. Números complejos

Los números complejos son aquellos con la forma  $a + bj$ , donde  $a$  y  $b$  son números reales y  $j$  es la unidad imaginaria con la propiedad  $j^2 = -1$  [39].

El modulo de un numero complejo esta dado por

$$|a + bj| = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (1)$$

Como un numero complejo  $x + jy$  se puede considerar un par ordenado de numeros reales se pueden representar como un punto en un planos  $xy$  denominado el plano complejo. El eje horizontal de este plano complejo se denomina como el eje real, mientras que el eje vertical es conocido como el eje imaginario. El numero complejo representado por  $P$  en la figura 1, se puede leer como  $(x, y)$  o  $x + jy$ .

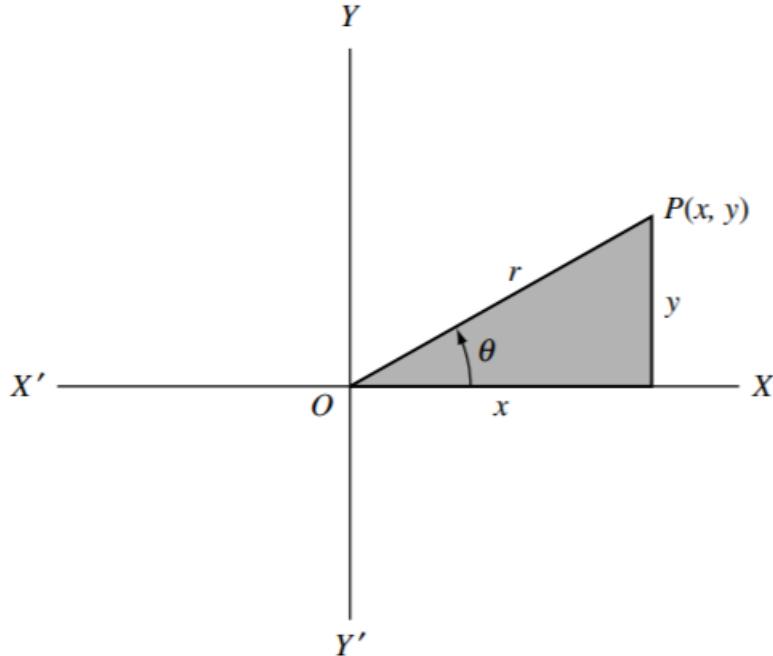


Fig. 1. Numero complejo  $P$  ubicado en el plano complejo. Tomado de [39]

De la figura 1 el punto  $P$  correspondiente al número complejo  $x + jy$  indica que este puede ser expresado de la siguiente manera:

$$x = r \cos \theta, \quad y = r \sin \theta \quad (2)$$

Donde  $r$  es el modulo de numero complejo y  $\theta$  se denomina el argumento, dado por:

$$\arctan \frac{y}{x} \quad (3)$$

Por lo tanto

$$x + jy = r(\cos \theta + j \sin \theta) \quad (4)$$

Esta es conocida como la forma polar de un numero complejo, y las variables  $r$  y  $\theta$  se definen como las coordenadas polares.

### C. Transductores electroacústicos

Los transductores son dispositivos que permiten convertir energía de una forma a otra [4], tal y como es el caso de los transductores de bobina móvil los cuales convierten energía eléctrica en radiación sonora o viceversa. Actualmente existen diferentes dispositivos que hacen uso de estos transductores, entre estos están los auriculares, micrófonos y altavoces siendo estos últimos el principal enfoque de este proyecto.

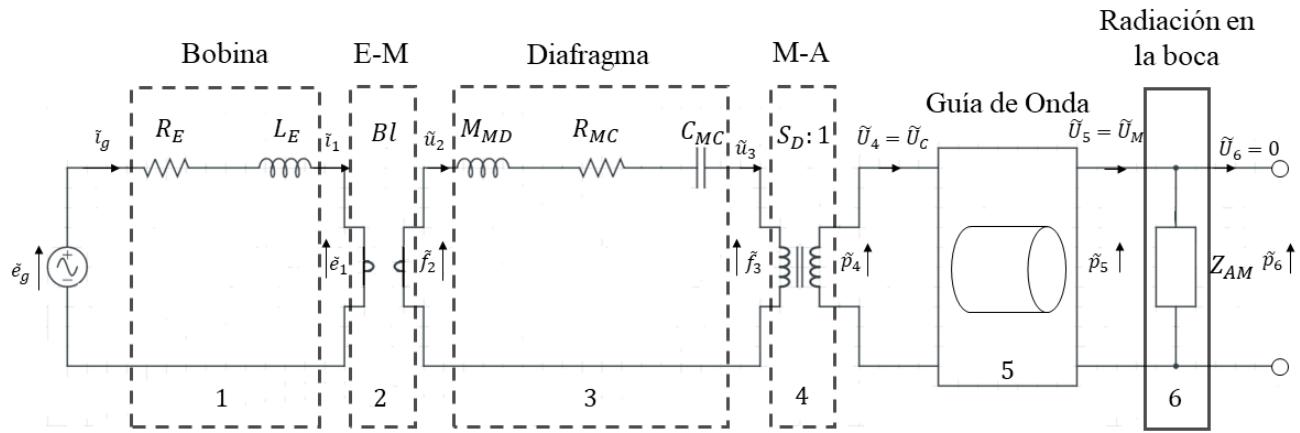


Fig. 2. Analogía electro-mecánico-acústica de una fuente acústica en una caja acústica y guía de onda acoplada tipo impedancia. Obtenido de [4]

El circuito de la Figura 2 representa el modelamiento Electro-Mecánico-Acústico de un altavoz de bobina móvil, siendo este representado como un circuito equivalente del sistema en analogía tipo impedancia. Al ser este un transductor electroacústico que genera radiación sonora, inicialmente se compone de la fuente alterna de voltaje que excitara el sistema ( $\tilde{e}_g$ ) generando a la vez un flujo de corriente ( $\tilde{i}_g$ ), de la resistencia DC ( $R_E$ ) y la inductancia ( $L_E$ ) representando la impedancia eléctrica  $Z_E = R_E + jwL_E$  del embobinado. Una segunda parte del circuito se encuentra luego del transformador eléctrico-mecánico cuya relación de transformación es: 1 :  $BL$  donde  $BL$  representa el producto del campo magnético del imán y la longitud del embobinado, esta tiene como variables de esfuerzo y flujo la fuerza mecánica ( $\tilde{f}$ ) y velocidad ( $\tilde{u}$ ) que se genera en el diafragma y se compone de la masa ( $M_{MD}$ ), resistencia mecánica del diafragma ( $R_{MC}$ ) y compliancia mecánica del diafragma ( $C_{MC}$ ), elementos que en conjunto representan la impedancia mecánica del sistema  $Z_M = R_{MC} + jwM_{MD} + \frac{1}{jwC_{MC}}$  y que es posible modelar eléctricamente dado a que tanto la capacidad de almacenar y disipar energía de los componentes eléctricos es análoga a los mecánicos. Finalmente luego del transformador Mecánico-Acústico cuya relación de transformación

es  $S_D : 1$  donde  $S_D$  es la superficie del diafragma, se anexan como cargas acústicas los modelos analíticos de una guía de onda tipo línea de transmisión y su correspondiente condición de frontera  $Z_{AM}$  la cual corresponde a la impedancia acústica al final de un tubo abierto. Las variables que alimentan esta parte del modelo son la presión acústica ( $\tilde{P}$ ) y la velocidad volumétrica( $\tilde{U}$ )

Las ecuaciones básicas que relacionan el dominio eléctrico y mecánico para un transductor de bobina móvil son:

$$\tilde{f} = Bl\tilde{i} \quad (5)$$

$$\tilde{e} = Bl\tilde{u} \quad (6)$$

$\tilde{i}$  Corriente eléctrica en  $A$

$\tilde{f}$  fuerza en circuito abierto en  $N$  producida sobre el circuito mecánico por la corriente  $\tilde{i}$

$B$  densidad de flujo magnético en  $T$

$l$  longitud efectiva en  $m$  del conductor eléctrico

$\tilde{u}$  velocidad en  $\frac{m}{s}$

$\tilde{e}$  voltaje eléctrico en circuito abierto en  $V$  producido por una velocidad  $\tilde{u}$

Para la transducción mecánica-acústica que se da en un transductor de bobina móvil se presentan las siguientes ecuaciones que relacionan una fuerza mecánica y velocidad con presión acústica y velocidad volumétrica:

$$\tilde{f} = S\tilde{P} \quad (7)$$

$$\tilde{U} = S\tilde{u} \quad (8)$$

$\tilde{f}$  Fuerza en  $N$

$\tilde{P}$  Presión en  $Pa$

$\tilde{U}$  Velocidad Volumétrica en  $\frac{m^3}{s}$

$\tilde{u}$  velocidad en  $\frac{m}{s}$

$S$  Área en  $m^2$

#### D. Circuitos electro-mecánico-acústicos

La teoría de circuitos eléctricos puede ser aplicada para la resolución de problemas mecánicos y acústicos, dado que en la mecánica clásica los fenómenos de vibración al igual que los circuitos eléctricos son representados completamente por ecuaciones diferenciales análogas[4]. Es de vital importancia el uso de esta teoría para simplificar las relaciones electroacústicas de un altavoz y realizar un análisis del mismo. La siguiente tabla muestra las analogías existentes:

Analogía	Sistema Mecánico	Sistema Acústico
<b>Impedancia</b>	Voltaje $\tilde{e} \rightarrow$ Fuerza $\tilde{f}$	Voltaje $\tilde{e} \rightarrow$ Presión acústica $\tilde{P}$
	Corriente $\tilde{i} \rightarrow$ Velocidad $\tilde{u}$	Corriente $\tilde{i} \rightarrow$ Velocidad volumétrica $\tilde{U}$
<b>Movilidad</b>	Voltaje $\tilde{e} \rightarrow$ Velocidad $\tilde{u}$	Voltaje $\tilde{e} \rightarrow$ Velocidad volumétrica $\tilde{U}$
	Corriente $\tilde{i} \rightarrow$ Fuerza $\tilde{f}$	Corriente $\tilde{i} \rightarrow$ Presión acústica $\tilde{P}$

TABLA. II. Analogías electroacústicas en estado estacionario.

### E. Parámetros Thielle-Small

El comportamiento en baja frecuencia de un transductor dinámico se puede definir y cuantificar de manera precisa con solo seis parámetros directamente relacionados a las características físicas y eléctricas del driver. Estos son conocidos como los parámetros Thiele–Small [4] y permiten la evaluación de la eficiencia, relaciones de potencia y la descripción del comportamiento dependiente de la frecuencia de un altavoz[3]. Para el uso de estos es necesario hacer las siguientes suposiciones y aproximaciones:

- Se trabaja dentro del rango de pistón del altavoz.
- Se asume que los componentes del circuito tienen valores que son independientes de la frecuencia dentro del rango de pistón.
- Los elementos del circuito que no aportan suficiente impedancia para afectar el análisis son despreciados (impedancia de radiación: responsable de la potencia radiada).
- Despreciar la impedancia de radiación es conveniente para efectos de análisis ya que esta no es constante y varia con el cuadrado de la frecuencia.
- Se desprecia la inductancia de la bobina del altavoz.
- Se agrupan las masas físicas y de aire (serie).
- La masa total es esencialmente constante con la frecuencia, sin embargo, esta puede variar con las condiciones o ubicación del montaje (en caso del altavoz).

Con base a las anteriores suposiciones y aproximaciones se presentan los siguientes parámetros Thiele Small:

$$R_E = \frac{kl}{\pi a_w^2} \quad (9)$$

$$S_D = \pi a^2 \quad (10)$$

$$V_{AS} = C_{AS} \rho_0 c^2 = C_{MS} S_D^2 \rho_0 c^2 \quad (11)$$

$$C_{MS} = \frac{1}{(2\pi f_s)^2 M_{MS}} \quad (12)$$

$$Q_{ES} = \frac{R_g + R_E}{B^2 l^2} \sqrt{\frac{M_{MS}}{C_{MS}}} \quad (13)$$

$$Q_{MS} = \frac{1}{R_{MS}} \sqrt{\frac{M_{MS}}{C_{MS}}} \quad (14)$$

$$Q_{TS} = \frac{Q_{ES}Q_{MS}}{Q_{ES} + Q_{MS}} \quad (15)$$

$$Bl = \sqrt{\frac{R_E}{Q_{EC}}} \sqrt{\frac{M_{MS}}{C_{MS}}} \quad (16)$$

$$f_S = \frac{1}{2\pi\sqrt{M_{MS}C_{MS}}} \quad (17)$$

Donde:

$R_E$ : Resistencia Eléctrica

$Q_{ES}$ : Factor de calidad eléctrico

$Q_{MS}$ : Factor de calidad mecánico

$f_S$ : Frecuencia de resonancia

$S_D$ : Superficie Del Diafragma

$V_{AS}$ : Volumen de aire equivalente a la compliancia de la  $R_g$ : Resistencia del generador

$M_{MS}$ : Masa mecánica del sistema

$C_{MS}$ : Compliancia de suspensión

$a$ : Radio de diafragma

$k$ : Resistividad del conductor de la bobina móvil

$a_w$ : Radio del cable que conecta el altavoz al generador de señales

$B$ : Densidad de flujo magnético

$l$ : Longitud de la bobina móvil

$\rho_0$ : Permitividad del aire

$c$ : Velocidad del sonido

#### F. Estimación de parámetros Thiele Small

Existe diversidad de métodos para la estimación de parámetros Thielle Small, a continuación se presentan algunos de estos:

1) *Determinación experimental de parámetros de baja frecuencia de un altavoz.*: Este método consiste en empezar midiendo la compliancia mecánica de suspensión del sistema  $C_{MS}$ , ubicando el altavoz con la parte cónica apuntando hacia arriba se ubican pesos conocidos entre 0.1 y 1 kg en el cono y se mide el desplazamiento de este con respecto a su posición inicial [40]. Una vez obtenido este desplazamiento se obtiene  $C_{MS}$  con la siguiente expresión:

$$C_{MS} = \text{desplazamiento/fuerza} = \Delta/9,8M'[M/N] \quad (18)$$

Donde el desplazamiento  $\Delta$  se expresa en metros y la masa agregada  $M'$  en kilogramos.

El siguiente parámetro a medir es la resonancia del altavoz al aire libre  $f_s$  para luego calcular la masa mecánica del diafragma con:

$$M_{MD} = [1/C_{MS}(2\pi f_s)^2] - 3,15a^3 \quad (19)$$

Donde  $a$  es el radio del cono, que a su vez determina el área del cono  $S_D$ , el cual es un factor necesario para convertir cargas acústicas en el diafragma a valores mecánicos.

Seguidamente se determina el factor  $Q$  de un altavoz, para esto se necesita obtener de la medición de resonancia las frecuencias en las que el voltaje es 3 dB menos que el voltaje en la frecuencia de resonancia como se muestra en la Figura 4.

$$Q = \frac{f_s}{f_2 - f_1} \quad (20)$$

La resistencia mecánica del sistema se calcula de la siguiente manera:

$$R_{MS} = [\omega_0(M_{MD} + M_{MI})/Q] - 8,45 * 10^{-6}a^6f^4 \quad (21)$$

Por último se calcula el producto de la densidad de flujo magnético y el largo del cable de la bobina móvil. Esto se logra con el método de beranek[4] para medir la corriente necesaria para restaurar la posición del cono a su punto de equilibrio después de ubicar una masa conocida en este:

$$BL = 9,8M'/i[W_b/m] \quad (22)$$

Expresado en Webers sobre metros, donde  $M'$  es la masa añadida e  $i$  es la corriente de restauración.

2) *Análisis de FFT de dos canales:* Un método de medición de estos parámetros realizado en el dominio de la frecuencia es descrito en [41].

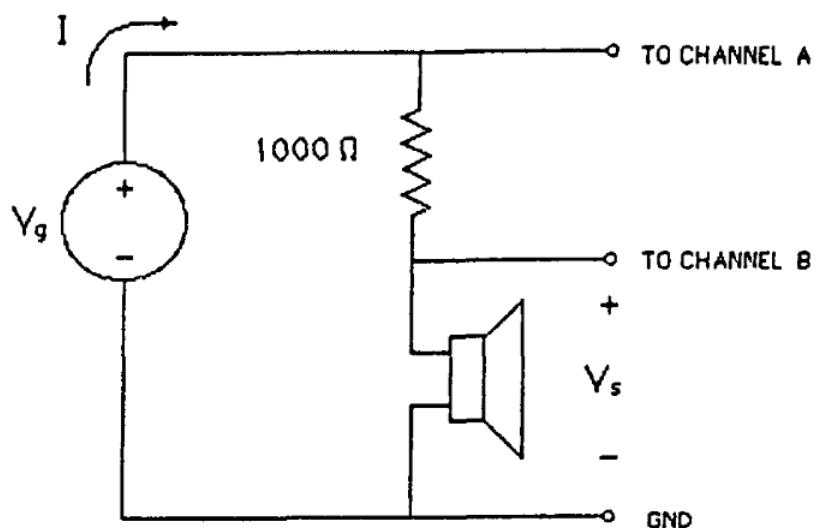


Fig. 3. Circuito para medición de impedancia eléctrica con el método de análisis de FFT de dos canales. Tomado de [41]

Consiste en medir el voltaje de entrada  $V_{in}$  (antes de una resistencia de  $1000\Omega$ ) y el voltaje de salida  $V_{out}$  (después de una resistencia de  $1000\Omega$ ) de un driver al aire libre con un ruido aleatorio gaussiano como entrada y así obtener la respuesta en frecuencia de ambas señales para calcular la función de transferencia del sistema con la siguiente ecuación:

$$H(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} \quad (23)$$

La resistencia presente entre el altavoz y el generador del ruido hace que este último se pueda considerar como una fuente de corriente constante para el altavoz.

$$i = V_g/R \quad (24)$$

$$Z = V_s/I = V_s R/V_g \quad (25)$$

De esta manera es posible trazar una gráfica de la impedancia de la bobina móvil contra la frecuencia en Hz, el comportamiento de esta gráfica se ilustra en la Figura 4, en la cual se puede ubicar fácilmente la frecuencia de resonancia en el punto su máximo y en la cual se establece  $r_0$  como la relación entre la máxima impedancia medida y la resistencia DC  $R_E$  y las frecuencias  $f_1 < f_S$  y  $f_2 > f_S$  se encuentran en el punto donde magnitud de la impedancia es  $\sqrt{r_0}R_E$ , luego los parámetros  $Q_{MS}$  y  $Q_{ES}$  pueden ser hallados como:

$$Q_{MS} = \frac{f_s \sqrt{r_0}}{f_2 - f_1} \quad (26)$$

$$Q_{ES} = \frac{Q_{MS}}{r_0 - 1} \quad (27)$$

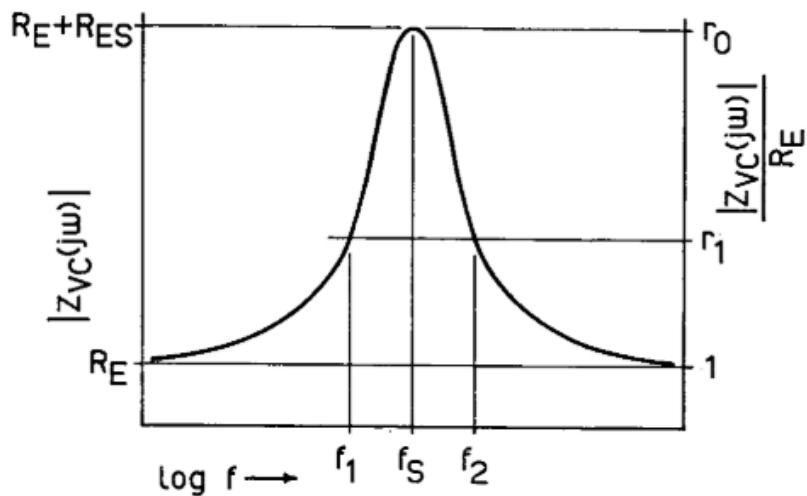


Fig. 4. Magnitud de impedancia de la bobina móvil del driver. Tomada de [3]

La medición se realiza nuevamente con el altavoz montado en una caja cerrada, esto para conocer la compliancia del sistema. Se obtiene una nueva frecuencia de resonancia  $f_{SC}$  y las respectivas frecuencias

$f_{1C}$  y  $f_{2C}$  con el mismo procedimiento descrito anteriormente. Entonces:

$$Q_{MSC} = \frac{f_{SC}\sqrt{r_0}}{f_{2C} - f_{1C}} \quad (28)$$

$$Q_{ESC} = \frac{Q_{MSC}}{r_0 - 1} \quad (29)$$

Entonces se procede a calcular  $V_{AS}$  con la expresión:

$$V_{AS} = V_T \left( \frac{f_{SC}Q_{ESC}}{f_S Q_{ES}} - 1 \right) \quad (30)$$

Donde  $V_T$  es el volumen interno de la caja cerrada. A partir de esto es posible calcular la compliancia:

$$C_{MS} = \frac{V_{AS}}{1000\rho_0 c^2} \quad (31)$$

finalmente se calculan el resto de parámetros con las ecuaciones 12-16.

#### G. Redes de dos puertos:

Ya que las propiedades acústicas de la fuente dependen de la carga acústica es necesario cuantificar una combinación de ambos para poder obtener información útil. El modelamiento de una red de dos puertos puede entenderse como un sistema que tiene una entrada, una salida y una operación de transformación (Sistema) en medio de estas que es desconocida. [15]

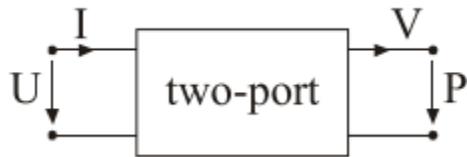


Fig. 5. Red de dos puertos con conectores eléctricos a la izquierda y conectores acústicos en el lado derecho. Tomado de [15]

#### H. Eficiencia Electroacústica:

La eficiencia se define como la potencia acústica que genera el altavoz para una potencia eléctrica disipada en los elementos eléctricos del mismo [38]. Por lo tanto para la evaluación de la eficiencia es necesario el cálculo el cálculo de la potencia eléctrica y acústica.

La potencia eléctrica se define como:

$$W_E = e \cdot i \quad (32)$$

Mientras que la potencia acústica, a través de la analogía electroacústica presentada en la sección C puede ser definida entonces como:

$$W_A = P \cdot U \quad (33)$$

La eficiencia  $\eta$  entonces es la relación entre la potencia acústica que genera el altavoz para una potencia de entrada determinada.

$$\eta = \frac{W_A}{W_E} \quad (34)$$

Debido a que la potencia eléctrica y acústica son funciones dependientes de la frecuencia, consecuentemente la eficiencia de un altavoz también lo es, por lo cual no es constante con la frecuencia, lo que lleva a que la evaluación de esta se realice en todo el espectro de frecuencias[38].

### I. Radiación de un pistón circular plano:

Una fuente acústica de mucho interés por su practicidad es el pistón plano circular, el cual sirve como modelo para diferentes fuentes como altavoces, tubos y ductos[20]. Para el estudio de estos se considera entonces un pistón circular de radio  $a$  empotrado en una pared infinita, la superficie del pistón se mueve de manera uniforme a una misma velocidad  $U_0 e^{j\omega t}$  normal a la pared infinita.

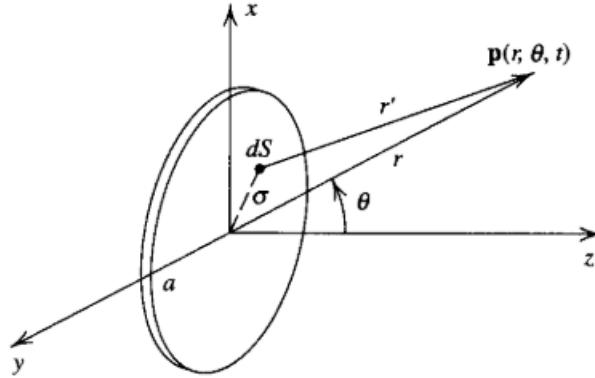


Fig. 6. Geometría usada para el calculo del campo acústico de un pistón circular plano de radio  $a$  radiando sonido con numero de onda  $k$  en una pared infinita. Obtenida de [20]

La presión en cualquier punto del campo se puede calcular dividiendo la superficie del pistón en elementos infinitesimales, los cuales actúan de manera individual como una fuente simple en una pared infinita, la presión de este tipo de fuente se define como:

$$P = \rho_0 c Q / \lambda r \quad (35)$$

Por lo tanto la presión para un pistón circular plano en una pared infinita se da por:

$$p(r, \theta, t) = j \rho_0 c \frac{U_0}{\lambda} \int_S \frac{1}{r'} e^{j(\omega t - kr')} dS \quad (36)$$

Esta integral es difícil de resolver para un punto general del campo, soluciones de forma cerrada son posibles para dos regiones: 1) Eje acústico y 2) campo lejano.

1) *Eje acústico:* La presión radiada en el eje acústico es calculada a partir de:

$$p(r, 0, t) = j\rho_0 c \frac{U_0}{\lambda} e^{j\omega t} \int_0^a \frac{e^{-jk\sqrt{r^2+\sigma^2}}}{\sqrt{r^2+\sigma^2}} 2\pi\sigma d\sigma \quad (37)$$

Al resolver la integral se obtiene un diferencial perfecto:

$$\frac{\sigma e^{-jk\sqrt{r^2+\sigma^2}}}{\sqrt{r^2+\sigma^2}} = -\frac{d}{d\sigma} \left( \frac{e^{-jk\sqrt{r^2+\sigma^2}}}{jk} \right) \quad (38)$$

Por lo tanto, la presión acústica compleja es:

$$p(r, 0, t) = \rho_0 c U_0 \left( 1 - e^{-jk(\sqrt{r^2+a^2}-r)} \right) e^{j(\omega t-kr)} \quad (39)$$

La presión en el eje acústico sería entonces la magnitud de la ecuación 39:

$$P(r, 0) = 2\rho_0 c U_0 \left| \sin \left[ \frac{1}{2} kr \left( \sqrt{1 + (a/r)^2} - 1 \right) \right] \right| \quad (40)$$

A partir del estudio de la ecuación 40 se muestra que la presión axial presenta fuertes efectos de interferencia, variando de 0 a  $2\rho_0 c U_0$  con  $r$  de 0 a  $\infty$ . Estos extremos de presión ocurren para valores de  $r$  que cumplen lo siguiente:

$$\frac{1}{2} kr \left[ \sqrt{1 + (a/r)^2} - 1 \right] = m\pi/2 \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (41)$$

La solución de la ecuación 41 para los valores de  $r$  que dan como resultado los extremos de presión es:

$$r_m/a = am\lambda - m\lambda/4a \quad (42)$$

El primer máximo local en la presión axial se encuentra a la distancia  $r_1$  que se da por:

$$r_1/a = a/\lambda - \lambda/4a \quad (43)$$

Para  $r > r_1$  la presión axial decrece de manera monótona, aproximándose a una dependencia asintótica de  $1/r$ . Para  $r < r_1$  la presión axial presenta grandes efectos de interferencia, lo que indica que el campo acústico cercano al pistón diverge y la distancia  $r_1$  sirve como una demarcación entre este campo cercano complicado y el campo lejano simple del pistón. La cantidad  $r_1$  tiene un significado físico solo si la relación  $a/\lambda$  es lo suficientemente grande para que  $r_1 = 0$ . Si  $a = \lambda/2$ , entonces  $r_1 = 0$  por lo que no existe campo cercano y para frecuencias más bajas la radiación del pistón se aproxima a una fuente simple.

2) *Campo lejano:* Para la evaluación del campo lejano se deben añadir coordenadas adicionales a las mostradas en la figura 6, haciendo que el eje  $y$  y  $x$  sean orientados al punto del campo  $(r, \theta)$  se acomoden en el plano  $x - z$  lo que permite que la superficie del pistón se pueda dividir en fuentes lineales continuas

de diferentes longitudes, cada una de estas paralela al eje  $y$ , así el punto en el campo está en el eje acústico de cada fuente lineal. La radiación del campo lejano se encuentra con la restricción de  $r \gg a$  para que de esa manera la contribución al campo de cada fuente lineal sea la presión axial.

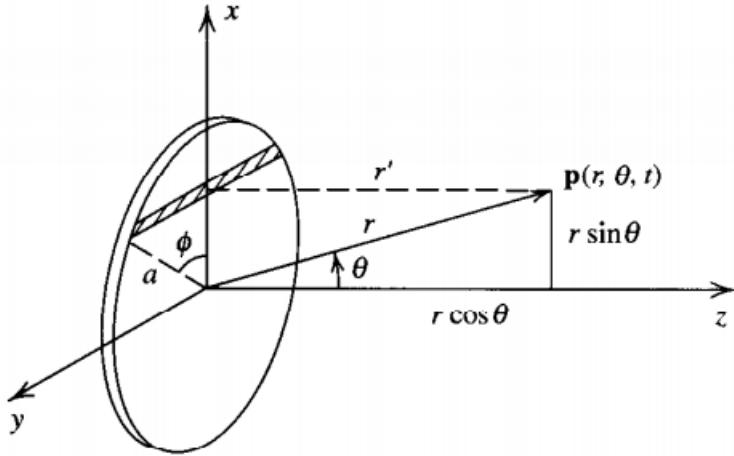


Fig. 7. Geometría usada para el cálculo del campo acústico lejano en  $(r, \theta)$  de un pistón circular plano de radio  $a$  en una pared infinita. Obtenida de [20].

Dado que todas las líneas son de longitud  $2a \sin \phi$  con un ancho de  $dx$ , la fuerza de la fuente para una de estas se da por  $dQ = 2U_0 a \sin \phi dx$  y la presión incremental  $dp$  para esta fuente en pared infinita es:

$$dp = j\rho_0 c \frac{U_0}{\pi r'} k a \sin(\phi) e^{j(\omega t - kr')} dx \quad (44)$$

para  $r \gg a$ , el valor de  $r'$  se puede aproximar a:

$$r' \approx r + \Delta r = r - a \sin \theta \cos \phi \quad (45)$$

La presión acústica se da entonces por:

$$p(r, \theta, t) = j\rho_0 c \frac{U_0}{\pi r'} k a e^{j(\omega t - kr')} \int_{-a}^a e^{jka \sin \theta \cos \phi} \sin \phi dx \quad (46)$$

Donde  $r' \rightarrow r$  en el denominador, pero  $r' = r + \Delta r$  en la fase de acuerdo a la aproximación de campo lejano. Si se define  $x = a \cos \phi$  la integral puede cambiar de  $dx$  a  $d\phi$ , obteniendo:

$$p(r, \theta, t) = j\rho_0 c \frac{U_0}{\pi r'} \frac{a}{r} k a e^{j(\omega t - kr)} \int_0^\pi e^{jka \sin \theta \cos \phi} \sin^2 \phi d\phi \quad (47)$$

Por simetría, la parte imaginaria de la integral desaparece y la parte real se tabula en términos de la función de Bessel:

$$\int_0^\pi \cos(z \cos \phi) \sin^2 \phi d\phi = \pi \frac{J_1(z)}{z} \quad (48)$$

Obteniendo entonces:

$$p(r, \theta, t) = \frac{j}{2} \rho_0 c U_0 \frac{a}{r} k a \left[ \frac{2J_1(ka \sin \theta)}{ka \sin \theta} \right] e^{j(\omega t - kr)} \quad (49)$$

A partir de esta ecuación es posible el cálculo del campo sonoro radiado por una fuente de tipo pistón circular.

Todos los términos dependientes del ángulo  $\theta$  están encerrados en los corchetes, por lo que se puede hacer la siguiente distinción:

$$|p(r, \theta)| = P_{ax}(r)H(\theta) \quad (50)$$

Donde  $P_{ax}$  es la magnitud de la presión en el eje acústico y  $H(\theta)$  la función de directividad, dada por:

$$H(\theta) = \left| \frac{2J_1(v)}{v} \right| \quad v = ka \sin \theta \quad (51)$$

#### J. Impedancia de Radiación de un pistón circular

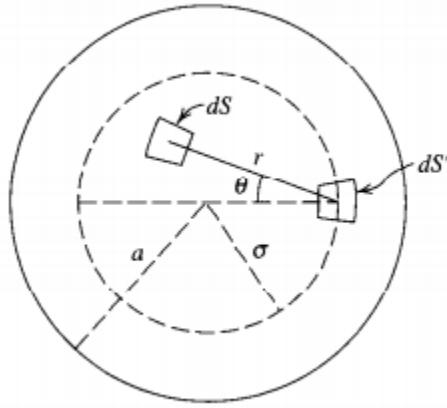


Fig. 8. Elementos de la superficie  $dS$  y  $dS'$  usados para obtener la fuerza de un pistón circular plano radiando. Obtenida de [20]

Para el cálculo de la impedancia de un pistón circular en una pared infinita, se considera un área infinitesimal  $dS$  de la superficie del pistón como se muestra en la figura 8 y se define  $dp$  como la presión que el movimiento de  $dS$  produce en otros elementos de área  $dS'$  del pistón. La presión total en  $dS'$  se puede obtener al integrar la ecuación 36 sobre la superficie del pistón:

$$p = j\rho_0 c \frac{U_0}{\lambda} \int_S \frac{1}{r} e^{j(\omega t - kr)} dS \quad (52)$$

Donde  $r$  es la distancia entre  $dS$  y  $dS'$ . La fuerza total  $f_S$  en el pistón generada por la presión es la integral de  $p$  sobre  $dS'$ , por lo que  $f_S = \int p dS'$ . Las integrales sobre  $dS'$  para obtener  $p$  y sobre  $dS'$  para  $f_S$  incluyen la fuerza en  $dS'$  resultante del movimiento de  $dS$  y viceversa, por reciprocidad acústica estas dos fuerzas deben ser la misma. Esto genera que el resultado de la doble integración sea el doble de lo que se obtendría si los límites de la integral se escogieran para incluir la fuerza entre cada par de elementos una vez. Con  $\sigma$  como la distancia radial del centro del pistón a  $dS'$  cada par de elementos se usan una sola vez al integrar sobre el área del pistón dentro del círculo de radio  $\sigma$ . La distancia máxima de

$dS'$  a cualquier otro punto dentro del círculo es de  $2\sigma \cos \theta$  así que el área total del círculo sera cubierta al integrar  $r$  entre 0 y  $2\sigma \cos \theta$  y luego integrar  $\theta$  de  $-\pi/2$  a  $\pi/2$ . La integral de  $dS'$  se extiende a la superficie total del pistón definiendo  $dS' = \sigma d\sigma d\psi$  e integrando  $\psi$  de 0 hasta  $2\pi$ . Finalmente al multiplicar todo por 2, se obtiene la expresión de la fuerza  $f_S$ :

$$f_S = 2j\rho_0c \frac{U_0}{\lambda} e^{j\omega t} \int_0^a \int_0^{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{2\sigma \cos \theta} \sigma e^{-jkr} dr d\theta d\psi d\sigma \quad (53)$$

Al resolver esta integral se obtiene la impedancia de radiación  $Z_r = f_S/u_0$ :

$$Z_r = \rho_0cS [R_1(2ka) + jX_1(2ka)] \quad (54)$$

Donde  $S = \pi a^2$ , la función de resistencia del pistón  $R_1$  y la función de reactancia del pistón  $X_1$  se dan por:

$$R_1(x) = 1 - \frac{2J_1(x)}{x} = \frac{x^2}{2 \cdot 4} - \frac{x^4}{2 \cdot 4^2 \cdot 6} + \frac{x^6}{2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 8} - \dots \quad (55)$$

$$X_1(x) = \frac{2H_1(x)}{x} = \frac{4}{\pi} \left( \frac{x}{3} - \frac{x^3}{3^2 \cdot 5} + \frac{x^5}{3^2 \cdot 5^2 \cdot 7} - \dots \right) \quad (56)$$

Con  $J_1(x)$  siendo la función de primer orden de Bessel y  $H_1(x)$  la función de primer orden de Struve. Para el límite de baja frecuencia  $ka \ll 1$  la impedancia de radiación puede ser aproximada por los primeros términos de las expansiones de potencia, por lo que la impedancia de radiación resultante se da por:

$$R_r \approx \frac{1}{2}\rho_0cS(ka)^2 \quad (57)$$

$$X_r \approx \frac{8}{3\pi}\rho_0cSk \quad (58)$$

Para este mismo límite de baja frecuencia la resistencia de radiación del pistón es igual a la de una fuente simple de área  $S$  empotrada en una pared infinita. La reactancia a baja frecuencia es la de una masa:

$$m_r = X_r/\omega = \rho_0S(8a/3\pi) \quad (59)$$

Así, el pistón parece estar cargado un fluido de volumen cilíndrico cuya área transversal  $S$  es la de un pistón y su peso efectivo es  $8a/3\pi \approx 0,85a$

Para el límite de frecuencia alta  $ka \gg 1$ , se tiene que  $X_1(2ka) \rightarrow (2/\pi)/(ka)$  y  $R_1(2ka) \rightarrow 1$ , de manera que  $Z_r \rightarrow R_r \approx S\rho_0c$ , lo que resulta en:

$$\Pi \approx \frac{1}{2}\rho_0cSU_0^2 \quad (60)$$

Esta es la misma potencia que generaría una onda plana con una velocidad de partícula de amplitud  $U_0$  en la impedancia característica del medio  $\rho_0c$  a través de un área transversal  $S$ .

### K. Índice de directividad

A partir de la amplitud  $P(r, \theta, \phi)$  de la presión en campo lejano, la potencia se puede obtener al integrar la intensidad sobre una esfera que encierra la fuente

$$\Pi = \frac{1}{2\rho_0 c} \int_{4\pi} P^2(r, \theta, \phi) r^2 d\Omega \quad (61)$$

Reescribiendo  $P(r, \theta, \phi) = P_{ax}(r)H(\theta, \phi)$  y sabiendo que  $r$  es una constante en la integral, se tiene:

$$\Pi = \frac{1}{2\rho_0 c} r^2 P_{ax}^2(r) \int_{4\pi} H^2(\theta, \phi) d\Omega \quad (62)$$

Para una fuente simple que genera la misma potencia acústica, la amplitud de la presión  $P_S(r)$  en el punto  $r$  se da por:

$$\Pi = 4\pi r^2 P_S^2(r) / 2\rho_0 c \quad (63)$$

Una fuente direccional tendrá una intensidad mayor en el punto  $r$  en el eje acústico a la generada por una fuente simple con la misma potencia acústica, por lo que la relación de estas intensidades revela que tan eficiente una fuente direccional concentra la potencia acústica en una dirección determinada. Esta relación se define como el factor de directividad  $Q$ :

$$Q = I_{ax}(r)/I_S(r) = P_{ax}^2(r)/P_S^2(r) \quad (64)$$

El índice de directividad  $DI$  se da entonces por:

$$DI = 10 \log Q \quad (65)$$

### L. Resonancia en tubos

El comportamiento del sonido en un tubo o ducto de paredes rígidas depende mucho de las propiedades de la fuente, la longitud del tubo, el comportamiento de la sección transversal como función de la distancia, perforaciones en los muros y las condiciones de frontera que describen las terminaciones.

Los tubos con dimensiones lo suficientemente pequeñas comparadas con las longitudes de onda relevantes tienen un comportamiento que se asemeja al de un oscilador simple, lo que permite que sean usados de manera conveniente como modelos para sistemas más complicados en baja frecuencia.

Para la descripción de la resonancia en tubos se asume entonces un pistón que excita un tubo de área seccional  $S$  y longitud  $L$  con una terminación  $x = L$  en una impedancia mecánica  $Z_{mL}$ , si el pistón radia a frecuencias para las cuales solo se propagan ondas planas, la onda en el tubo es de la forma:

$$p = A e^{j[\omega t + k(L-x)]} + B e^{j[\omega t - k(L-x)]} \quad (66)$$

Donde  $A$  y  $B$  se determinan a partir de las condiciones de frontera en  $x = 0$  y  $x = L$ .

La fuerza y velocidad de partícula requieren que la impedancia mecánica de la onda en  $x = L$  sea la

impedancia mecánica  $Z_m L$  de la terminación. Como la fuerza en la terminación es  $p(L, t)S$  y la velocidad de partícula es  $u(L, t) = -(1/\rho_0) \int (\delta p / \delta x) dt$ , entonces:

$$Z_{mL} = \rho_0 c S \frac{A + B}{A - B} \quad (67)$$

La impedancia mecánica de entrada en  $x = 0$  es:

$$Z_{m0} = \rho_0 c S \frac{A e^{jkL} + B e^{-jkL}}{A e^{jkL} - B e^{-jkL}} \quad (68)$$

Por lo tanto:

$$Z_{mL}/\rho_0 c S = r + jx \quad (69)$$

Las frecuencias de resonancia y antiresonancia se determinan con la desaparición de la reactancia mecánica de entrada, lo que requiere:

$$x \tan^2 kL + (r^2 + x^2 - 1) \tan kL - x = 0 \quad (70)$$

Las soluciones identificadas con una resistencia de entrada pequeña denotan resonancia, mientras que al identificar grandes resistencias de entradas significa una anti resonancia. En el caso donde  $r = 0$  solo hay una solución correspondiente a resonancia.

Si el tubo es excitado en  $x = 0$  y tiene un extremo abierto en  $x = L$ , la impedancia para este extremo abierto es:

$$Z_{mL} = Z_r \quad (71)$$

Si se asume que el extremo abierto del tubo de radio  $a$  está rodeado por una pared infinita y que la longitud de onda es grande a comparación del área transversal del tubo ( $\lambda \gg a$ ), se tiene de la ecuación 54:

$$Z_{mL}/\rho_0 c S = \frac{1}{2}(ka)^2 + j(8/3\pi)ka \quad (72)$$

donde tanto  $r = (ka)^2/2$  como  $x = 8ka/3\pi$  son mucho menores a 1. La solución de la ecuación 70 bajo estas condiciones es:

$$\tan(n\pi - k_n L) = (8/3\pi)ka \approx \tan(8ka/3\pi) \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (73)$$

Por lo tanto,

$$n\pi = k_n L + (8/3\pi)ka \quad (74)$$

Y las frecuencias de resonancia del tubo a partir de [42], se dan por:

$$f_r = \frac{(2n+1)c}{4L} \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (75)$$

*M. Radiación acústica de un tubo abierto:*

En guías de onda cilíndricas los equivalentes eléctricos o parámetros agrupados representan una cavidad completa como una inductancia o capacitancia equivalente dependiendo del tamaño relativo de la cavidad, sin embargo solo es posible modelar el modo fundamental. Se pueden representar cavidades de longitud finita, sin embargo presenta limitaciones en su rango de frecuencia superior para la cual se propagan ondas planas dentro de la guía de onda y se puede asumir que es un radiador tipo pistón circular en una pared infinita. Por esta razón, Para un conducto circular de diámetro,  $d$ , el límite de frecuencia superior se encuentra dado por la inecuación 76, lo cual indica que el producto del número de onda de esta frecuencia por el radio de la guía de onda debe ser menor a 1,84 [29].

$$f < \frac{0,5861c}{d} \quad (76)$$

Una guía de onda de geometría cilíndrica se representa como una matriz de  $2x2$  que relaciona la presión acústica y la velocidad volumétrica en un extremo de un conducto con la presión acústica y la velocidad volumétrica en el otro extremo de este, las guías de onda no ideales contienen elementos disipativos dada la absorción que presenta el material con el que fueron elaboradas, por lo que la matriz para el modelo que contempla este fenómeno físico contiene funciones trigonométricas hiperbólicas, términos de número de onda, impedancia y propagación de elementos complejos.[29]

La fórmula para el modelo sin perdidas se deriva del modelo disipativo definiendo todos los términos disipativos como nulos. La matriz que relaciona los términos del extremo de salida con los términos del extremo de entrada se calcula cambiando los signos de los términos por fuera de la diagonal para el caso de modelos cilíndricos.

Para modelar completamente una guía de onda debe considerarse la impedancia de radiación, tomando así en consideración el espacio entre el dispositivo que está radiando y las condiciones de propagación en la boca (Mouth) de la guía, en este proyecto el enfoque estará dirigido a la solución de Rayleigh para un pistón circular en un bafle infinito.

Para la formulación de la impedancia de la garganta primero se calcula la matriz compuesta  $2x2$   $H$  de la guía de onda:

$$H = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \quad (77)$$

$H$  debe ser recalculada para cada frecuencia de interés.

La relación entre la presión en la garganta  $P_{TH}$ , la velocidad volumétrica  $U_{TH}$ , la presión en la boca  $P_M$  y la velocidad volumétrica  $U_M$  es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} P_{TH} \\ U_{TH} \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} P_M \\ U_M \end{bmatrix} \quad (78)$$

A partir de 77 y 78 la impedancia en la garganta se define:

$$Z_{TH} = \frac{P_{TH}}{U_{TH}} = \frac{Z_{AM}a_{11} + a_{12}}{Z_{AM}a_{21} + a_{22}} \quad (79)$$

Donde  $Z_{AM}(f)$  es la impedancia de radiación en la boca.

La presión y velocidad volumétrica en la boca se pueden formular de las siguientes maneras:

$$\begin{bmatrix} P_M \\ U_M \end{bmatrix} = P_{TH} \cdot H^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1/Z_{TH} \end{bmatrix} \quad (80)$$

$$\begin{bmatrix} P_M \\ U_M \end{bmatrix} = U_{TH} \cdot H^{-1} \cdot \begin{bmatrix} Z_{TH} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (81)$$

#### N. Line Arrays

Los arreglos lineales constan de un conjunto de altavoces generalmente idénticos dispuestos de forma homogénea, tal que presenten interferencia constructiva entre si generando una respuesta directiva en el eje axial al arreglo, tal y como se menciona en [43] existen criterios que permiten garantizar la suma coherente de los campos radiados por las fuentes y diferentes limitaciones para garantizar esto en todo el rango frecuencial de los altavoces.

Se plantea entonces una línea de  $N$  fuentes adyacentes separados por una distancia  $d$  como se muestra a continuación [20]:

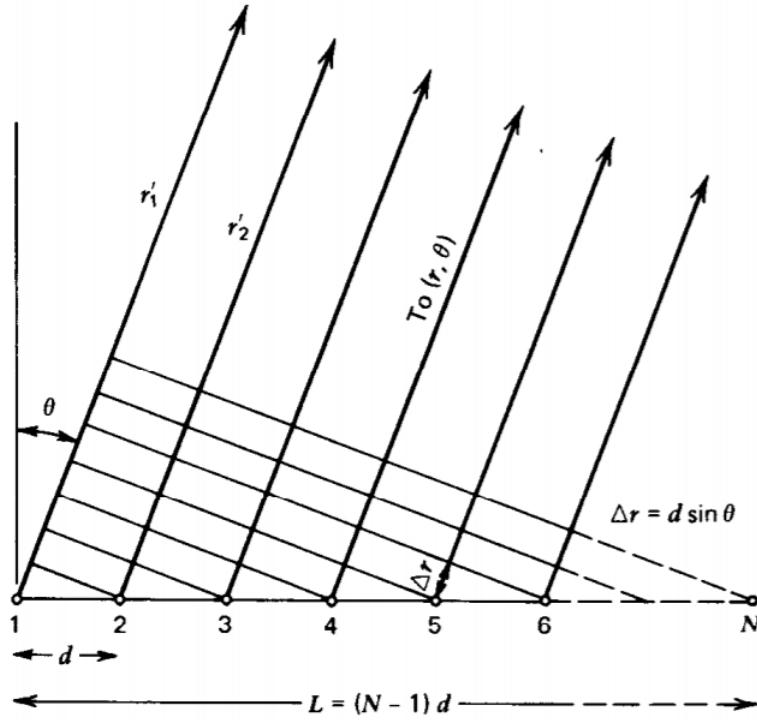


Fig. 9. Geometría usada para calcular el campo acústico lejano en  $(r, \theta)$  de un arreglo lineal de  $N$  fuentes en fase, con una distancia entre ellos  $d$ . Obtenida de [20]

Si todas las fuentes tienen la misma fuerza y fase, la  $i$ -ésima fuente genera una presión de la forma  $(A/r'_i)e^{j(\omega t - kr'_i)}$ , donde  $r'_i$  es la distancia desde la fuente a  $(r, \theta)$ , por lo que la presión resultante en un punto del campo se da por:

$$p(r, \theta, t) = \sum_{i=1}^N \frac{A}{r'_i} e^{j(\omega t - kr'_i)} \quad (82)$$

Al realizar un análisis en campo lejano el cual está dado por  $r \gg L$ , donde  $L$  es la longitud total del arreglo, todos los  $r'_i$  son aproximadamente paralelos por lo que  $r_i = r_1 - (i - 1)\Delta r$ , donde  $\Delta r = d \sin \theta$ . La distancia al centro del arreglo puede expresarse como  $e = r_1 - \frac{L}{2d}\Delta r$  y como en el campo lejano  $r'_i$  puede ser remplazados por  $r$  la ecuación 82 toma la siguiente forma:

$$p(r, \theta, t) = \frac{A}{r} e^{-j(L/2d)k} e^{j(\omega t - kr)} \sum_{i=1}^N e^{j(i-1)k\Delta r} \quad (83)$$

Mediante el uso de identidades trigonométricas se obtiene entonces:

$$p(r, \theta, t) = \frac{A}{r} e^{j(\omega t - kr)} \left( \frac{\sin [(N/2)k\Delta r]}{\sin [(1/2)k\Delta r]} \right) \quad (84)$$

La presión en el eje acústico  $\theta = 0$  esta dada por:

$$p(r, 0, t) = N(A/r)e^{j(\omega t - kr)} \quad (85)$$

Con una amplitud de presión máxima

$$P_{ax}(r) = NA/r \quad (86)$$

El factor de directividad esta dado por:

$$H(\theta) = \left| \frac{\sin [(N/2)kd \sin \theta]}{N \sin [(1/2)kd \sin \theta]} \right| \quad (87)$$

Lo que permite expresar la amplitud de la presión como:

$$P(r, \theta) = P_{ax}(r)H(\theta) \quad (88)$$

El arreglo puede generar otros lóbulos de presión además del principal, estos ocurren en los ángulos que cumplen lo siguiente:

$$|\sin \theta| = m\lambda/d \quad m = 0, 1, 2, \dots, [d/\lambda] \quad (89)$$

Mientras que los angulos para los cuales la presión es nula se dan para:

$$|\sin \theta| = (n/N)\lambda/d \quad n \neq mN \quad n = 0, 1, 2, \dots, [Nd/\lambda] \quad (90)$$

El campo sonoro del arreglo lineal se comporta de manera poco direccional para valores de  $L < \lambda$ , cuando  $L \geq \lambda$  es cuando se empieza a generar directividad en el campo radiado, por lo que el criterio de diseño de arreglos menciona que la longitud total del arreglo debe ser igual a la longitud de onda de la frecuencia más baja a reproducir. A partir de este criterio se puede determinar la frecuencia más baja para la cual está diseñado un arreglo lineal

$$f_{min} = \frac{c}{L} \quad (91)$$

, obteniendo un lóbulo frontal más estrecho a medida que  $\lambda < L$ , lo que a su vez conlleva la aparición de más lóbulos y puntos nulos en el patrón polar como se observa en [43]. Esto indica que para el diseño de un arreglo, la longitud  $L$  debe ser mayor o igual a el número de onda de la frecuencia más baja a reproducir, para generar directividad en todo el rango de frecuencias de interés. Para el cual de acuerdo a [44], el criterio de diseño de arreglos lineales indica que la frecuencia máxima de funcionamiento está dada por:

$$f_{max} = \frac{c}{d} \quad (92)$$

A partir de este arreglo de fuentes es posible controlar la dirección del lóbulo frontal de presión o la directividad sin tener que rotar las fuentes hacia el ángulo en el que se desea radiar. Esto se puede lograr al introducir un retraso de tiempo  $i\tau$  en la señal del  $i$ -esimo elemento del arreglo, haciendo que la ecuación 82 tome la forma:

$$p(r, \theta, t) = \sum_{i=1}^N \frac{A}{r'_i} e^{j[\omega(t+i\tau) - kr'_i]} \quad (93)$$

Por lo que el factor de directividad es:

$$H(\theta) = \left| \frac{\sin [(N/2)kd(\sin \theta - \sin \theta_0)]}{N \sin [(1/2)kd(\sin \theta - \sin \theta_0)]} \right| \quad (94)$$

Haciendo que el lóbulo de presión frontal apunte en la dirección de  $\theta_0$  dada por

$$\sin \theta_0 = c\tau/d \quad (95)$$

Estos retrasos de tiempo pueden ser introducidos a partir de circuitos eléctricos o digitalmente a través de procesamiento digital de señales.

Para un arreglo en configuración broadside [20] se da la aparición de lóbulos de presión mayores no deseados a partir de una frecuencia específica, este fenómeno se conoce como aliasing espacial. La frecuencia en la que se empieza a dar este fenómeno se conoce como frecuencia de aliasing, esta determina la frecuencia máxima en la que el arreglo funciona correctamente y está dada por[45]:

$$f_{aliasing} = \frac{c}{d(1 + |\cos \theta_0|)} \quad (96)$$

## VII. METODOLOGÍA

Este capítulo tiene como objetivo describir el procedimiento requerido para el desarrollo de un modelo de fuente acústica a partir de los parámetros Thiele Small y evaluar el efecto de la variabilidad de estos en un arreglo lineal de altavoces de la misma marca y referencia con y sin línea de transmisión acoplada. En A. se describe el desarrollo de un modelo de predicción de radiación sonora de una guía de onda tipo línea de transmisión. En la Sección B. se explica el desarrollo del modelo analítico de fuente acústica a partir de parámetros Thiele Small considerando una guía de onda como carga acústica y su validación. Por otra parte, C. muestra el desarrollo de una metodología para introducir variabilidad en los parámetros Thiele Small y por último D. explica la evaluación y análisis del efecto de la variabilidad de los parámetros Thiele Small en la respuesta en frecuencia axial, índice de directividad y SPL a través de la síntesis numérica de la radiación del arreglo lineal de altavoces.

*A. Desarrollar un modelo de predicción de radiación sonora de una guía de onda tipo línea de transmisión.*

Para este primer objetivo se plantea entonces una guía de onda tipo línea de transmisión de la siguiente manera:

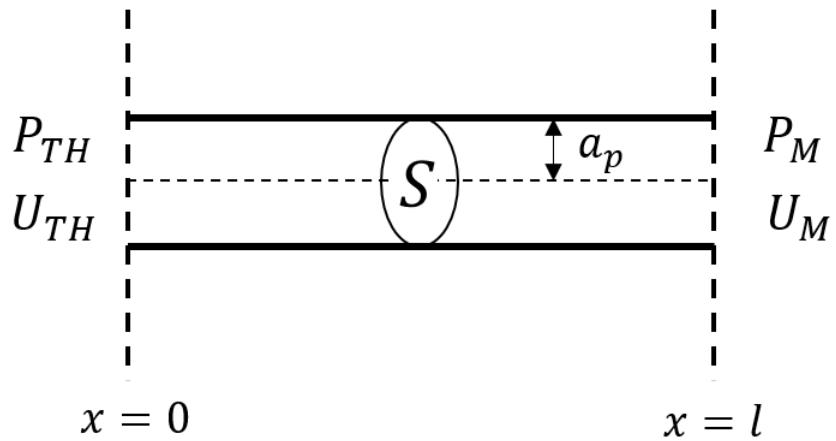


Fig. 10. Tubo cilíndrico recto de longitud  $l$ , área transversal  $S$ , radio  $a_p$ , presión y velocidad volumétrica en  $x = 0$ ,  $P_{TH}$  y  $U_{TH}$  respectivamente, y presión y velocidad volumétrica en  $x = l$ ,  $P_M$  y  $U_M$

Esta línea de transmisión puede ser representada entonces como una red de dos puertos acústica dado que es un sistema acústico que consiste en una entrada, una salida y las ondas que se propagan dentro de esta son planas.

Esta red de dos puertos acústica puede entonces ser modelada como una matriz de propagación que relacione la presión  $P$  y velocidad volumétrica  $U$  en la entrada y salida del sistema, como se muestra a continuación:

$$\begin{Bmatrix} P_{TH} \\ U_{TH} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} P_M \\ U_M \end{Bmatrix} \quad (97)$$

De esta matriz de propagación se puede definir la impedancia acústica en la entrada como:

$$Z_{TH} = \frac{P_{TH}}{U_{TH}} = \frac{a_{11}P_M + a_{12}U_M}{a_{21}P_M + a_{22}U_M} = \frac{a_{11}Z_{AM} + a_{12}}{a_{21}Z_{AM} + a_{22}} \quad (98)$$

Donde  $Z_{AM}$  es la impedancia acústica en la salida del sistema modelado,  $Z_{AM} = P_M/U_M$ .

Considerando que la línea de transmisión planteada en la figura 10 cumple la condición anteriormente planteadas y es disipativa, la matriz de propagación del modelo de dos puertos para este sistema se define como:

$$\begin{Bmatrix} P_{TH} \\ U_{TH} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \gamma l & Z_C \sinh \gamma l \\ \frac{1}{Z_C} \sinh \gamma l & \cosh \gamma l \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} P_M \\ U_M \end{Bmatrix} \quad (99)$$

Donde  $Z_C$  es la impedancia acústica del medio  $Z_C = \rho_0 c / S$  con  $\rho_0$  siendo la densidad del medio por el cual se propaga el sonido,  $c$  siendo la velocidad del sonido y  $S$  el área de la sección transversal de la guía de onda. La cantidad  $\gamma$  es la constante de propagación definida como  $\gamma = k_0 - j\alpha$ , con  $k_0$  siendo el número de onda  $k_0 = \omega/c$  y  $\alpha$  siendo la constante de atenuación que surge de los efectos viscosos de la linea de transmisión modelada y se define como:

$$\alpha = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{\omega \eta}{2\rho_0 c^2}} \quad (100)$$

Donde  $\eta$  es el coeficiente de viscosidad de Shear. Cuando la temperatura del aire es de  $20^\circ C$ ,  $\eta$  toma un valor de  $1,84 * 10^{-5}$  Pa.s.

A partir de este modelo se puede entonces predecir la presión acústica en la boca de la guía de onda tipo línea de transmisión realizando el siguiente procedimiento:

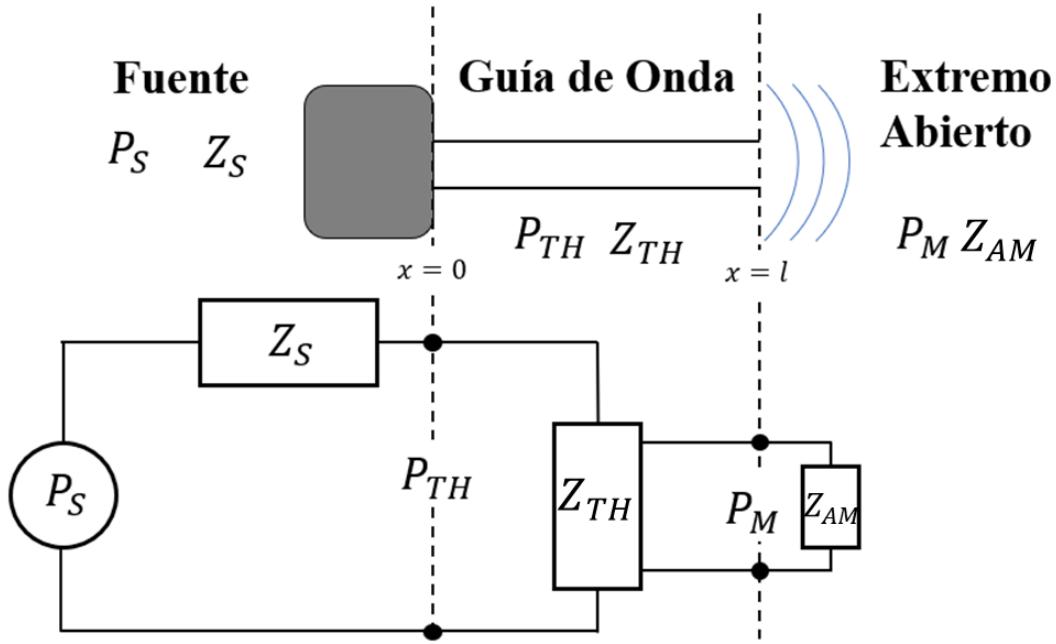


Fig. 11. Sistema acústico compuesto por una línea de transmisión abierta excitada por una fuente acústica. Donde  $P_S$  y  $Z_s$  son la fuerza e impedancia de la fuente,  $P_{TH}$  y  $Z_{TH}$  son la presión e impedancia acústicas en la garganta de la línea de transmisión, y  $P_M$  y  $Z_M$  son la presión e impedancia acústicas en la boca de la línea de transmisión.

Al considerar una línea de transmisión como se muestra en la figura 11, que es excitada por una fuente acústica en  $x = 0$  de manera que solo ondas planas se propaguen dentro de esta y con una terminación abierta en  $x = l$  radiando sonido al medio exterior, el análisis del campo sonoro radiado por la línea de transmisión presenta dos condiciones de frontera en  $x = l$  dependiendo del tipo de terminación del extremo abierto del tubo. El primer caso es cuando la terminación abierta del tubo es rodeada por una gran pared respecto a la longitud de onda  $\lambda$  de la onda que se propaga, para este caso la condición de frontera en  $x = l$  se da como[20]:

$$Z_{AM} = \frac{P_M}{U_M} = \frac{\rho_0 c}{S} \left[ \frac{1}{2} (ka_p)^2 + j \left( \frac{8}{3\pi} \right) ka_p \right] \quad (101)$$

Para el segundo caso, un tubo sin brida en el extremo abierto, la condición de frontera en  $x = l$  es la impedancia acústica de radiación dada por[20]:

$$Z_{AM} = \frac{P_M}{U_M} = \frac{\rho_0 c}{S} \left[ \frac{1}{4} (ka_p)^2 + j (0,6a_p) \right] \quad (102)$$

Después de determinar la condición de frontera se debe calcular la impedancia  $Z_0$  a partir de las ecuaciones 97, 98 y 99.

Una vez calculada esta impedancia se procede a realizar un divisor de voltaje en el circuito mostrado en

la figura 11 para obtener la siguiente expresión:

$$\frac{P_S}{Z_S + Z_{TH}} = \frac{P_{TH}}{Z_{TH}} \quad (103)$$

De esta se puede determinar  $P_{TH}$  si se conoce la fuerza e impedancia de la fuente  $P_S$  y  $Z_S$  respectivamente. Finalmente, para predecir la presión acústica en el extremo abierto del tubo  $P_M$  se debe tomar la pseudo inversa de la matriz de propagación descrita en la ecuación 97 dando como resultado:

$$\begin{Bmatrix} P_M \\ U_M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} P_{TH} \\ U_{TH} \end{Bmatrix} \quad (104)$$

Donde  $b_{nm}$  son los coeficientes de la pseudo inversa de la matriz de propagación.

Por lo tanto la presión acústica y velocidad volumétrica en el extremo abierto de la linea de transmisión se pueden obtener de:

$$P_M = b_{11}P_{TH} + b_{12}Z_{TH} \quad (105)$$

$$U_M = b_{21}P_{TH} + b_{22}Z_{TH} \quad (106)$$

En resumen, el procedimiento para predecir la presión acústica en un punto de la línea de transmisión a partir de un modelo de dos puertos de esta se da con los siguientes pasos:

1. Definir la condición de frontera a usar de las ecuaciones 101 y 102 dependiendo del extremo abierto de la linea de transmisión.
2. Calcular la impedancia acústica  $Z_{TH}$  a partir del modelo de red de dos puertos de una linea de transmisión con la ecuación 98 donde  $Z_{AM}$  es la impedancia acústica de radiación definida en el paso posterior.
3. Calcular la presión en la garganta de la carga  $P_{TH}$  de la relación descrita en la ecuación 103, para esto se deben conocer previamente la fuerza e impedancia de la fuente  $P_S$  y  $Z_S$ .
4. Finalmente calcular la presión acústica en el extremo abierto de la linea de transmisión tomando la inversa de la matriz de propagación que se muestra en la ecuación 104 y obteniendo las expresiones 105 y 106.

*B. Desarrollar un modelo de fuente acústica por métodos analíticos a partir de parámetros Thiele-Small y validarla.*

Como se identificó en el objetivo anterior el procedimiento de cálculo requiere conocer las cantidades  $P_S$  y  $Z_S$  de la fuente que están excitando la guía de onda. Para ello se plantea el modelamiento analítico de un altavoz considerando parámetros Thiele-Small al cual se le está acoplando la guía de onda entendiendo la misma como la carga del altavoz. Este modelo fue estudiado en [12]. Para modelar una fuente acústica con una carga acústica acoplada se plantea el circuito electro - mecánico - acústico en analogía de impedancia de la siguiente manera:

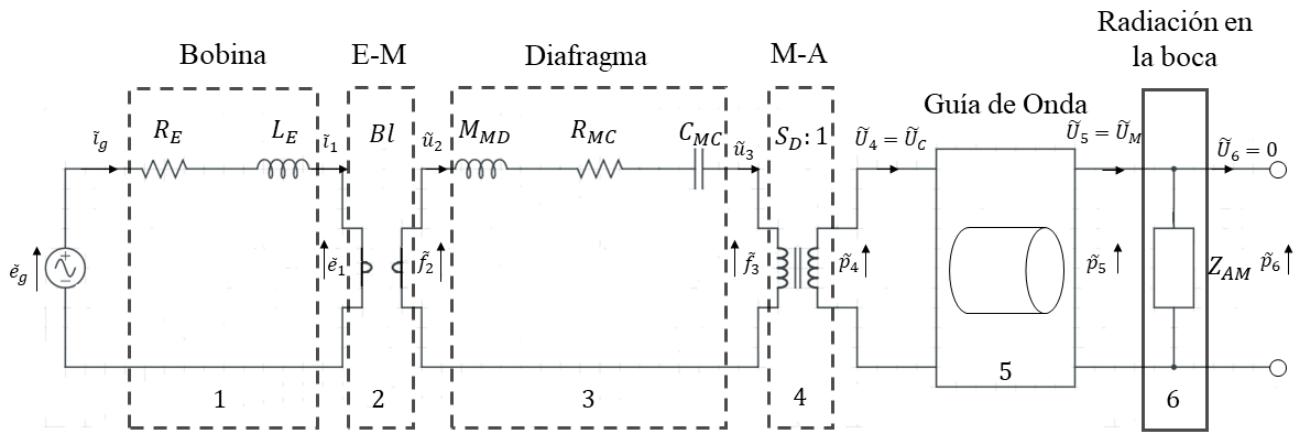


Fig. 12. Circuito electro-mecánico-acústico de una fuente acústica con una guía de onda acoplada al diafragma

Para obtener el modelo se divide y enumera el circuito en las diferentes partes del circuito electro-mecánico-acústico de la fuente como se observa en la figura 12, luego se plantean redes de dos puertos para cada una de las partes y se procede a encontrar los coeficientes de transmisión para estas. En ese orden de ideas la primera parte del circuito que se identifica enumerada como 1 es la bobina, la segunda enumerada como 2 es el transformador electromecánico, la tercera enumerada como 3 es el diafragma y la caja de la fuente, la cuarta el transformador mecánico-acústico enumerado como 4, la quinta la guía de onda acoplada a la fuente en este caso una línea de transmisión enumerada como 5 y finalmente la radiación acústica en la boca de la guía de onda enumerada como 6.

1) *Bobina*: El circuito que representa la parte eléctrica del modelo de la fuente, compuesta por el generador de voltaje de la fuente, la resistencia DC de la bobina y la inductancia de la bobina. La matriz de propagación de esta parte se define con  $C$ .

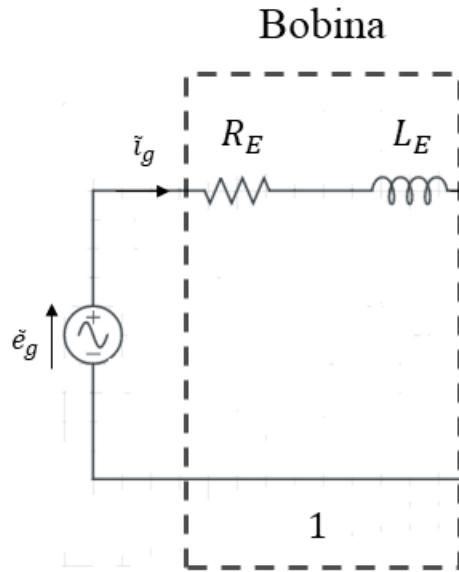


Fig. 13. Circuito eléctrico de la bobina de la fuente acústica. Donde  $e_g$  es el voltaje del generador,  $i_g$  la corriente del generador,  $Z_E = R_E + j\omega L_E$  la impedancia eléctrica,  $i_1$  a corriente en 1 y  $e_1$  el voltaje en 1.

Desde el planteamiento de la red de dos puertos se establecieron las siguientes condiciones para resolver el circuito y obtener los coeficientes de la matriz de propagación  $C$ :

$$c_{11} = \left. \frac{\tilde{e}_g}{\tilde{e}_1} \right|_{\tilde{i}_1=0} \quad (107)$$

$$c_{12} = \left. \frac{\tilde{e}_g}{\tilde{i}_1} \right|_{\tilde{e}_1=0} \quad (108)$$

$$c_{21} = \left. \frac{\tilde{i}_g}{\tilde{e}_1} \right|_{\tilde{i}_1=0} \quad (109)$$

$$c_{22} = \left. \frac{\tilde{i}_g}{\tilde{i}_1} \right|_{\tilde{e}_1=0} \quad (110)$$

De la ecuación 107 obtenemos que se abre el circuito en 1 por lo que el voltaje del generador y el voltaje en 1 tienen el mismo valor dando como resultado  $c_{11} = 1$

Con la ecuación 108 observamos que la relación se puede definir  $c_{12} = \frac{\tilde{e}_g}{\tilde{i}_1} = Z_E$  debido a la ley de ohm. Para la ecuación 109 se abre el circuito nuevamente por lo que no hay flujo de corriente en el circuito, lo que da como resultado  $c_{21} = \frac{0}{\tilde{e}_1} = 0$ . Por ultimo para la ecuación 110 al ser un circuito en serie la corriente es la misma en cualquier punto de este por lo que  $c_{22} = 1$ .

De esta manera se obtienen los coeficientes para la matriz de propagación  $C$  y las ecuaciones de la misma:

$$\begin{bmatrix} \tilde{e}_g \\ \tilde{i}_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z_E \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{e}_1 \\ \tilde{i}_1 \end{bmatrix} \quad (111)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{e}_g \\ \tilde{i}_g \end{bmatrix} = C \cdot \begin{bmatrix} \tilde{e}_1 \\ \tilde{i}_1 \end{bmatrix} \quad (112)$$

$$c_{11}\tilde{e}_1 + c_{12}\tilde{i}_1 = \tilde{e}_g \quad (113)$$

$$c_{21}\tilde{e}_1 + c_{22}\tilde{i}_1 = \tilde{i}_g \quad (114)$$

2) *Transformador electro-mecánico:* Describe la transducción del dominio eléctrico al mecánico, está compuesto por un transformador con una relación de transformación de  $1 : BL$ . La matriz de propagación para esta parte se define como  $E$ .

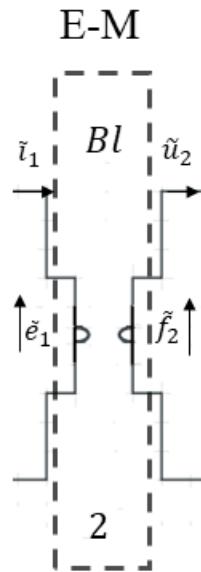


Fig. 14. Circuito del transformador electro - mecánico. Donde  $e_1$  es el voltaje en 1,  $i_1$  la corriente en 1,  $1 : BL$  la razón de transformación,  $f_2$  la fuerza mecánica en 2 y  $u_2$  la velocidad en 2.

Desde el planteamiento de la red de dos puertos se establecieron las siguientes condiciones para resolver el circuito y obtener los coeficientes de la matriz de propagación  $E$ :

$$o_{11} = \left. \frac{\tilde{e}_1}{\tilde{f}_2} \right|_{\tilde{u}_2=0} \quad (115)$$

$$o_{12} = \left. \frac{\tilde{e}_1}{\tilde{u}_2} \right|_{\tilde{f}_2=0} \quad (116)$$

$$o_{21} = \left. \frac{\tilde{i}_1}{\tilde{f}_2} \right|_{\tilde{u}_2=0} \quad (117)$$

$$o_{22} = \left. \frac{\tilde{i}_1}{\tilde{u}_2} \right|_{\tilde{f}_2=0} \quad (118)$$

De la ecuación 115 se tiene la siguiente relación de transformación  $e_1 = BLu_2$  por lo que al cumplir la condición nos queda  $o_{11} = \frac{0}{f_2} = 0$

Con la ecuación 116 observamos que de la relación de transformación  $(\frac{1}{BL}) e_1 = u_2$  por lo tanto  $e_{12} = BL$ .

Para la ecuación 117 de la relación de transformación  $i_1 BL = f_2$ , lo que da como resultado  $o_{21} = \frac{1}{BL} = BL^{-1}$ .

Por ultimo para la ecuación 118 la relación de transformación  $i_2 = BL^{-1}f_2$  por lo que al cumplir la condición nos queda  $o_{22} = \frac{0}{u_2} = 0$

De esta manera se obtienen los coeficientes para la matriz de propagación  $E$  y las ecuaciones de la misma:

$$\begin{bmatrix} \tilde{e}_1 \\ \tilde{i}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & BL \\ (BL)^{-1} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{f}_2 \\ \tilde{u}_2 \end{bmatrix} \quad (119)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{e}_l \\ \tilde{i}_1 \end{bmatrix} = E \cdot \begin{bmatrix} \tilde{f}_2 \\ \tilde{u}_2 \end{bmatrix} \quad (120)$$

$$o_{11}\tilde{f}_2 + o_{12}\tilde{u}_2 = \tilde{e}_1 \quad (121)$$

$$o_{12}\tilde{f}_2 + o_{22}\tilde{u}_2 = \tilde{i}_1 \quad (122)$$

3) *Diafragma y caja:* Esta parte describe el comportamiento de la parte mecánica de la fuente, está compuesta por la resistencia mecánica del sistema, la masa mecánica del diafragma y la compliancia mecánica del sistema. la matriz de propagación de esta parte se define como  $D$ .

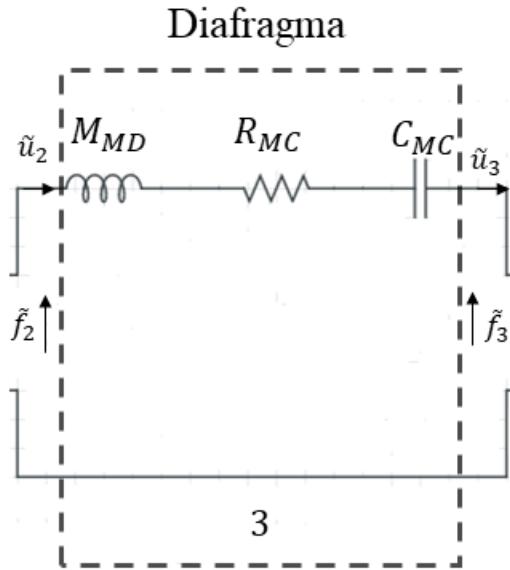


Fig. 15. Circuito mecánico del diafragma y caja de la fuente acústica. Donde  $f_2$  es la fuerza mecánica en 2,  $u_2$  la velocidad en 2,  $Z_M = R_{MC} + j\omega M_{MD} + 1/(j\omega C_{MC})$  la impedancia mecánica,  $f_3$  la fuerza mecánica en 3 y  $u_3$  la velocidad en 3.

Desde el planteamiento de la red de dos puertos se establecieron las siguientes condiciones para resolver

el circuito y obtener los coeficientes de la matriz de propagación  $D$ :

$$d_{11} = \left. \frac{\tilde{f}_2}{\tilde{f}_3} \right|_{\tilde{u}_3=0} \quad (123)$$

$$d_{12} = \left. \frac{\tilde{f}_2}{\tilde{u}_3} \right|_{\tilde{f}_3=0} \quad (124)$$

$$d_{21} = \left. \frac{\tilde{u}_2}{\tilde{f}_3} \right|_{\tilde{u}_3=0} \quad (125)$$

$$d_{22} = \left. \frac{\tilde{u}_2}{\tilde{u}_3} \right|_{\tilde{f}_3=0} \quad (126)$$

De la ecuación 123 obtenemos que se abre el circuito en 3 por lo que la fuerza en 2 y la fuerza en 3 tienen el mismo valor dando como resultado  $d_{11} = 1$

Con la ecuación 124 observamos que la relación se puede definir  $d_{12} = \frac{f_2}{u_3} = Z_M$  debido a la ley de ohm.

Para la ecuación 125 se abre el circuito nuevamente por lo que no hay velocidad en el circuito, lo que da como resultado  $d_{21} = \frac{0}{f_3} = 0$ . Por ultimo para la ecuación 126 al ser un circuito en serie la velocidad es la misma en cualquier punto de este por lo que  $d_{22} = 1$ .

De esta manera se obtienen los coeficientes para la matriz de propagación  $D$  y las ecuaciones de la misma:

$$\begin{bmatrix} \tilde{f}_2 \\ \tilde{u}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z_M \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{f}_3 \\ \tilde{u}_3 \end{bmatrix} \quad (127)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{f}_2 \\ \tilde{u}_2 \end{bmatrix} = D \cdot \begin{bmatrix} \tilde{f}_3 \\ \tilde{u}_3 \end{bmatrix} \quad (128)$$

$$d_{11}\tilde{f}_3 + d_{12}\tilde{u}_3 = \tilde{f}_2 \quad (129)$$

$$d_{21}\tilde{f}_3 + d_{22}\tilde{u}_3 = \tilde{u}_2 \quad (130)$$

4) *Transformador Mecánico-Acústico:* Describe la transducción del mundo mecánico a el acústico, esta compuesto por un transformador con razón de transformación  $S_D : 1$ . La matriz de propagación de esta parte esta definida como  $M$

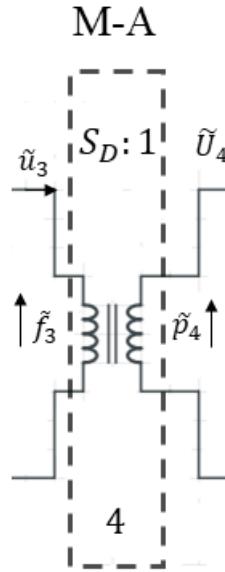


Fig. 16. Circuito del transformador mecánico - acústico. Donde  $f_3$  es la fuerza mecánica en 3,  $u_3$  la velocidad en 3,  $SD : 1$  la razón de transformación,  $P_4$  la presión acústica en 4 y  $U_4$  la velocidad volumétrica en 4.

Desde el planteamiento de la red de dos puertos se establecieron las siguientes condiciones para resolver el circuito y obtener los coeficientes de la matriz de propagación  $M$ :

$$m_{11} = \left. \frac{\tilde{f}_3}{\tilde{P}_4} \right|_{\tilde{U}_4=0} \quad (131)$$

$$m_{12} = \left. \frac{\tilde{f}_3}{\tilde{U}_4} \right|_{\tilde{P}_4=0} \quad (132)$$

$$m_{21} = \left. \frac{\tilde{u}_3}{\tilde{P}_4} \right|_{\tilde{U}_4=0} \quad (133)$$

$$m_{22} = \left. \frac{\tilde{u}_3}{\tilde{U}_4} \right|_{\tilde{P}_4=0} \quad (134)$$

De la ecuación 131 se tiene la siguiente relación de transformación  $f_3 = SD P_4$  por lo que despejando  $m_{11} = \frac{f_3}{P_4} = SD$

Con la ecuación 132 observamos que de la relación de transformación  $f_3 = SD P_4$  y cumpliendo la condición se obtiene  $m_{12} = \frac{0}{u_4} = 0$ .

Para la ecuación 133 de la relación de transformación  $U_4 BL = u_3$ , al cumplirse la condición entonces  $m_{21} = \frac{0}{P_4} = 0$ .

Por ultimo para la ecuación 134 de la relación de transformación  $U_4 = SD^{-1} u_3$  se obtiene  $m_{22} = \frac{U_4}{u_3} = SD^{-1}$

De esta manera se obtienen los coeficientes para la matriz de propagación  $M$  y las ecuaciones de la

misma:

$$\begin{bmatrix} \tilde{f}_3 \\ \tilde{u}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_D & 0 \\ 0 & S_D^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{P}_4 \\ \tilde{U}_4 \end{bmatrix} \quad (135)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{f}_3 \\ \tilde{u}_3 \end{bmatrix} = M \cdot \begin{bmatrix} \tilde{P}_4 \\ \tilde{U}_4 \end{bmatrix} \quad (136)$$

$$m_{11}\tilde{P}_4 + m_{12}\tilde{U}_4 = \tilde{f}_3 \quad (137)$$

$$m_{21}\tilde{P}_4 + m_{22}\tilde{U}_4 = \tilde{u}_3 \quad (138)$$

5) *Guía de onda(Línea de transmisión):* El modelo de la linea de transmisión se planteo y desarrollo en el primer objetivo dando como resultado la matriz de propagación  $H$  que se observa en la ecuación 99.

$$\begin{bmatrix} \tilde{P}_4 \\ \tilde{U}_4 \end{bmatrix} = H \cdot \begin{bmatrix} \tilde{P}_5 \\ \tilde{U}_5 \end{bmatrix} \quad (139)$$

Donde  $P_4$  es  $P_{TH}$ ,  $U_4$  es  $U_{TH}$ ,  $P_5$  es  $P_M$  y  $U_5$  es  $U_M$ .

6) *Radiación acústica de la boca de la guía de onda:* Describe la radiación acústica que emite la carga acoplada a la fuente, Se compone de una impedancia de radiación. La matriz de propagación de esta parte se define como  $R$

### Radiación en la boca

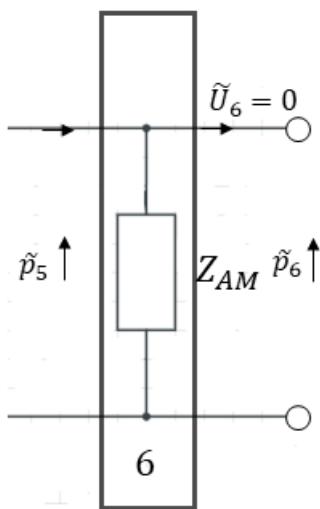


Fig. 17. Circuito de la radiación acústica que sale de la línea de transmisión. Donde  $P_5$  es la presión acústica en 5,  $U_5$  la velocidad volumétrica en 5,  $Z_{AM}$  la impedancia acústica en la boca,  $P_6$  la presión acústica en 6 y  $U_6$  la velocidad volumétrica en 6.

Desde el planteamiento de la red de dos puertos se establecieron las siguientes condiciones para resolver el circuito y obtener los coeficientes de la matriz de propagación  $R$ :

$$r_{11} = \left. \frac{\widetilde{P}_5}{\widetilde{P}_6} \right|_{\widetilde{U}_6=0} \quad (140)$$

$$r_{12} = \left. \frac{\widetilde{P}_5}{\widetilde{U}_6} \right|_{\widetilde{P}_6=0} \quad (141)$$

$$r_{21} = \left. \frac{\widetilde{U}_5}{\widetilde{P}_6} \right|_{\widetilde{U}_6=0} \quad (142)$$

$$r_{22} = \left. \frac{\widetilde{U}_5}{\widetilde{U}_6} \right|_{\widetilde{U}_6=0} \quad (143)$$

De la ecuación 140 al ser un circuito en paralelo las presiones acústicas son iguales dando como resultado  $r_{11} = 1$

Con la ecuación 141 observamos que al ser dos presiones acústicas iguales y cumplir la condición se obtiene lo siguiente  $r_{12} = \frac{0}{U_6} = 0$ .

Para la ecuación 142 se puede deducir que  $r_{21} = \frac{U_5}{P_6} = \frac{1}{Z_{AM}} = Z_{AM}^{-1}$ .

Por ultimo para la ecuación 143 el circuito pasa de estar en paralelo a serie ya que en  $P6$  se da un corto,

de manera que la velocidad volumétrica es la misma para todo el circuito dando como resultado  $r_{22} = 1$ .

De esta manera se obtienen los coeficientes para la matriz de propagación  $R$  y las ecuaciones de la misma:

$$\begin{bmatrix} \widetilde{P}_5 \\ \widetilde{U}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Z_{AM}^{-1} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \widetilde{P}_6 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (144)$$

$$\begin{bmatrix} \widetilde{P}_5 \\ \widetilde{U}_5 \end{bmatrix} = R \cdot \begin{bmatrix} \widetilde{P}_6 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (145)$$

$$r_{11}\widetilde{P}_6 + r_{12}\widetilde{U}_6 = \widetilde{P}_5 \quad (146)$$

$$r_{21}\widetilde{P}_6 + r_{22}\widetilde{U}_6 = \widetilde{U}_5 \quad (147)$$

Finalmente multiplicando todas las matrices de transmisión y la de la línea de transmisión disipativa se obtiene el modelo completo:

$$\begin{bmatrix} \widetilde{e}_g \\ \widetilde{i}_g \end{bmatrix} = C \cdot E \cdot D \cdot M \cdot H \cdot R \cdot \begin{bmatrix} \widetilde{P}_6 \\ \widetilde{U}_6 \end{bmatrix} \quad (148)$$

$$\begin{bmatrix} \widetilde{e}_g \\ \widetilde{i}_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \widetilde{P}_6 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (149)$$

$$\begin{bmatrix} \widetilde{e}_g \\ \widetilde{i}_g \end{bmatrix} = A \cdot \begin{bmatrix} \widetilde{P}_6 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (150)$$

Al estar en paralelo a la línea de transmisión y la Impedancia acústica  $Z_{AM}$  la presión que cae sobre la esta  $\widetilde{P}_7$  es igual a la presión  $\widetilde{P}_5$  sin embargo el circuito se encuentra abierto por lo que la velocidad volumétrica es  $\widetilde{U}_6 = 0$ . Operando la matriz se obtiene:

$$a_{11} \cdot \widetilde{P}_6 = \widetilde{e}_g \quad (151)$$

$$a_{21} \cdot \widetilde{P}_6 = \widetilde{i}_g \quad (152)$$

Donde la velocidad de volumétrica en la boca es:

$$U_M = \frac{\widetilde{P}_6}{z_{AM}} \quad (153)$$

Por ende la velocidad de partícula se da por:

$$\widetilde{u}_3 = \frac{\widetilde{U}_M}{s_D} \quad (154)$$

Finalmente efectuando la división de estas ecuaciones obtenemos:

$$\frac{a_{11}}{a_{21}} = Z_E \quad (155)$$

De la multiplicación de las matrices de propagación de las partes del modelo se obtienen los coeficientes de la matriz de propagación  $A$ :

$$a_{11} = \frac{Z_{AM}(Z_S Z_E S_D^2 \cos(\gamma l) + j \sin(\gamma l)(B^2 l^2 + Z_E Z_M)) + Z_S(j Z_S Z_E S_D^2 \sin(\gamma l) + \cos(\gamma l)(B^2 l^2 + Z_E Z_M))}{Z_S B l Z_{AM} S_D} \quad (156)$$

$$a_{12} = \frac{j Z_S Z_E S_D^2 \sin(\gamma l) + \cos(\gamma l)(B^2 l^2 + Z_E Z_M)}{B l S_D} \quad (157)$$

$$a_{21} = \frac{Z_{AM}(Z_S S_D^2 \cos(\gamma l) + j Z_M \sin(\gamma l)) + Z_S(j Z_S S_D^2 \sin(\gamma l) + Z_M \cos(\gamma l))}{Z_S B l Z_{AM} S_D} \quad (158)$$

$$a_{22} = \frac{j Z_S S_D^2 \sin(\gamma l) + Z_M \cos(\gamma l)}{B l S_D} \quad (159)$$

Para poder implementar el modelo es necesario conocer los siguientes parámetros Thiele-Small:

$R_E$  = Resistencia eléctrica de la bobina.

$L_E$  = Inductancia eléctrica de la bobina.

$f_c$  = Frecuencia de resonancia en caja cerrada.

$M_{MS}$  = Masa móvil del sistema.

$S_D$  = Área efectiva de pistón.

$R_{MAX}$  = Resistencia en la frecuencia de resonancia.

$f_1$  = Frecuencia de corte 1.

$f_2$  = Frecuencia de corte 2.

Estos pueden ser suministrados por el fabricante de la fuente o medidos experimentalmente. A partir de estos se procede a calcular los parámetros restantes con las ecuaciones 12-16 y el modelo puede ser implementado. Al obtenerse los coeficientes  $a_{11}$  y  $a_{21}$  es posible estimar la presión en la boca de la línea de transmisión con la ecuación 151, para propagar dicha presión a un punto del espacio entonces es necesario obtener la velocidad volumétrica con la ecuación 153 para después usar la ecuación de pistón de campo lejano 49 y así calcular la presión radiada por la fuente en cualquier punto del espacio.

7) *Comprobación Modelo Analítico:* Una vez completado el desarrollo del modelo y sabiendo los parámetros necesarios para poder implementarlo se llevó a cabo el siguiente proceso para la comprobación de una correcta predicción del modelo.

Se decidió realizar mediciones de impedancia eléctrica del altavoz Dayton Audio PC68-4 y comparar estas con la predicción del modelo con la ecuación 155 al introducir los parámetros Thiele Small del respectivo altavoz.

Para realizar la medición de impedancia eléctrica se utilizó el software de análisis acústico REW que permite realizar este tipo de mediciones mediante una interfaz de audio de mínimo dos entradas a través del siguiente montaje:

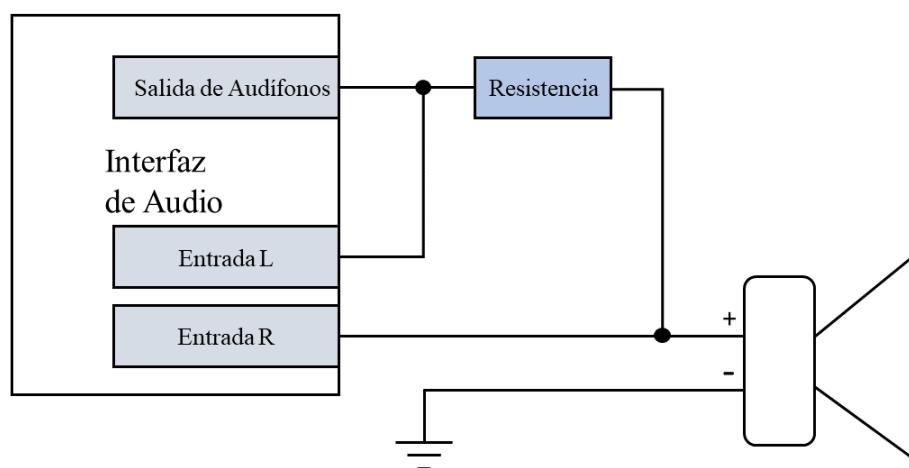


Fig. 18. Montaje para medición de impedancia eléctrica de un altavoz con REW

Lo que logra este circuito es determinar la corriente que fluye en la carga con la resistencia, pues por

teoría de circuitos dicha corriente es:

$$i_L = \frac{V_L - V_R}{R_S} \quad (160)$$

Donde  $i_L$  es la corriente que fluye en la carga,  $V_L$  y  $V_R$  son el voltaje en las entradas L y R de la interfaz respectivamente y  $R_S$  es la resistencia, por lo que la precisión de la medición se ve directamente afectada por la precisión del valor medido de la resistencia.

Con la corriente se puede calcular la impedancia por ley de Ohm:

$$Z_E = \frac{V_R}{i_L} = \frac{R_S \cdot V_R}{V_L - V_R} \quad (161)$$

De esta forma funciona la medición de impedancia eléctrica con REW. Para realizar esta de forma correcta primero se debe hacer una calibración de los preamplificadores de la interfaz de audio, teniendo que modificar el montaje de la figura 18 al quitar el altavoz y la resistencia:

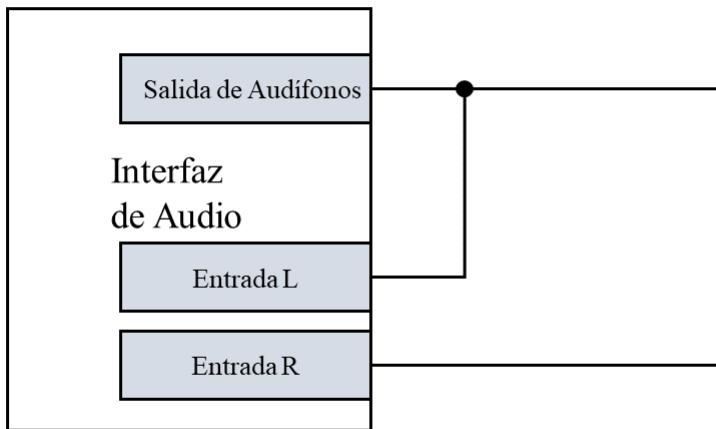


Fig. 19. Montaje de calibración para la medición de impedancia eléctrica de un altavoz con REW

Para poder realizar calibración y medición de forma más simple se diseñó el siguiente montaje:

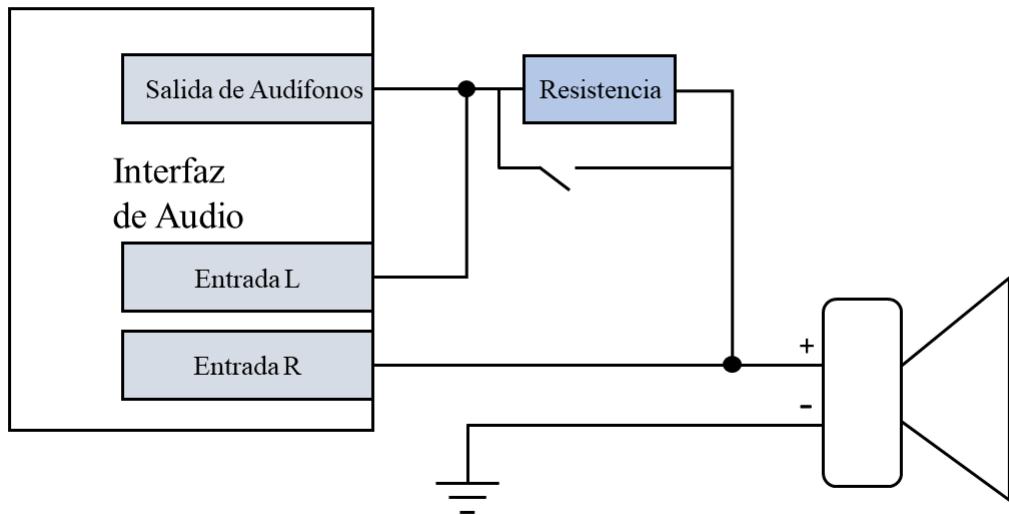


Fig. 20. Montaje de calibración y medición de impedancia eléctrica de un altavoz con REW

Para la calibración se cierra el interruptor haciendo que la corriente fluya por este ya que tiene la menor resistividad y se desconecta la fuente. Para medir se vuelve a conectar la fuente y se abre el interruptor. A continuación, se presenta el respectivo montaje físico:

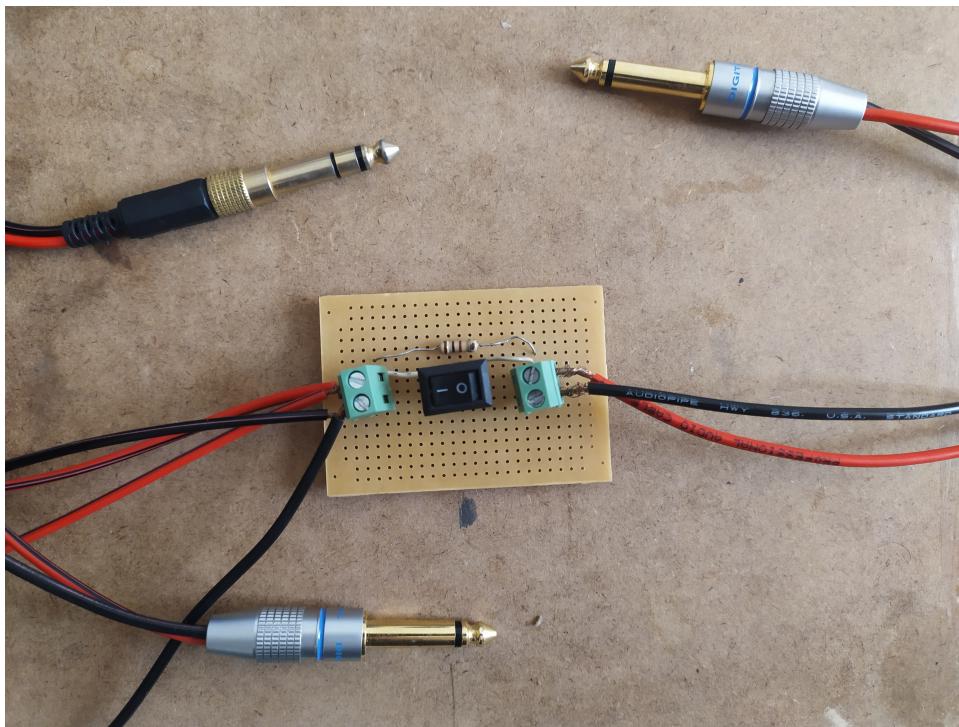


Fig. 21. Circuito para calibración y medición de impedancia eléctrica de un altavoz.

La resistencia utilizada es de  $99,6[\Omega]$ , esta fue medida con un multímetro para tener la mayor precisión

posible en la medición. La interfaz de audio utilizada fue una PreSonus AUDIOBOX USB96 y el altavoz Dayton Audio PC68-4 se posicionó al aire libre como se observa en la siguiente figura:

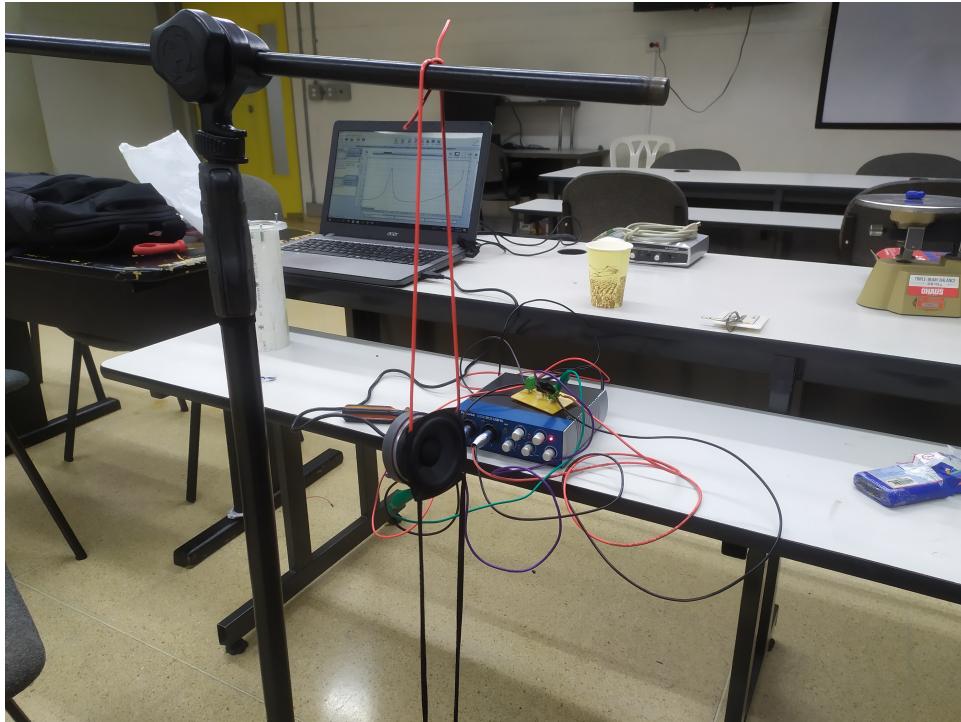


Fig. 22. Montaje para medición de impedancia eléctrica del altavoz Dayton Audio PC68-4

A partir de esta medición de impedancia eléctrica REW permite estimar los parámetros Thiele Small de un altavoz, realizando otra medición de impedancia con una masa añadida en el diafragma del altavoz, en este caso una plastilina de 3gr.



Fig. 23. Plastilina de 3gr

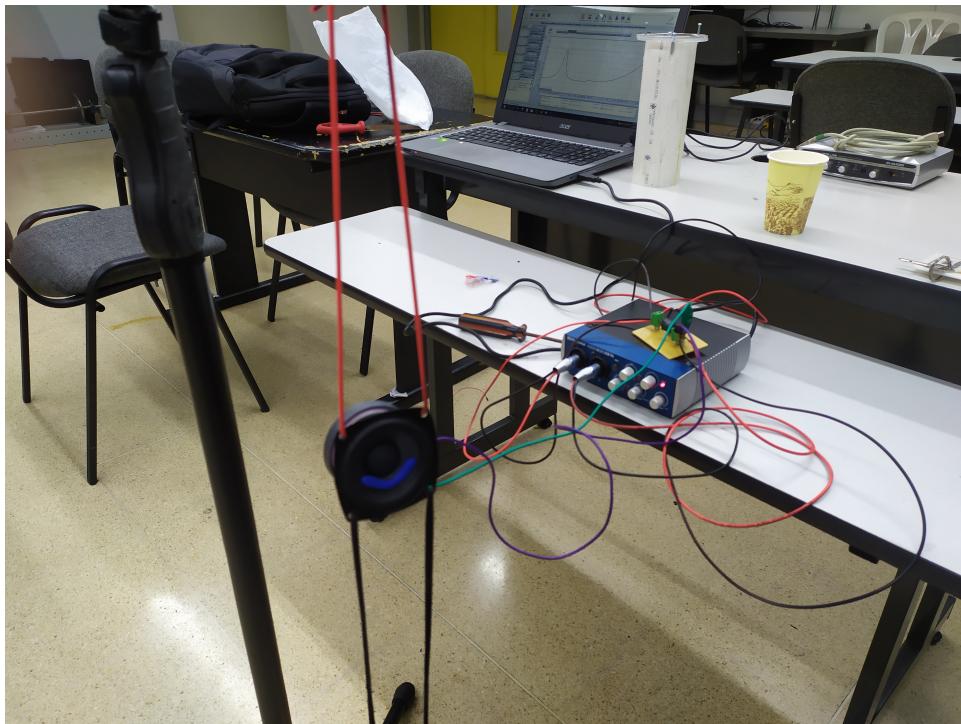


Fig. 24. Montaje para medición de impedancia eléctrica del altavoz Dayton Audio PC68-4 con plastilina añadida de 3gr

Los parámetros Thiele Small del Dayton Audio PC68-4 estimados a partir de estas mediciones y a ser usados para la validación del modelo son:

Parametro TS	Estimado
$Bl[Tm]$	2,412
$Re[\Omega]$	4,75
$Mms[Kg]$	$1,89 \times 10^{-3}$
$Cmc[mm/N]$	$0,999 \times 10^{-3}$
$Rmc[Ns/m]$	0,481

TABLA. III. Parámetros Thiele Small de altavoz Dayton Audio PC98-4 estimados con REW

Una vez introducidos estos parámetros en el modelo y realizada la predicción, se compara esta última con la medición de la impedancia, dando como resultado:

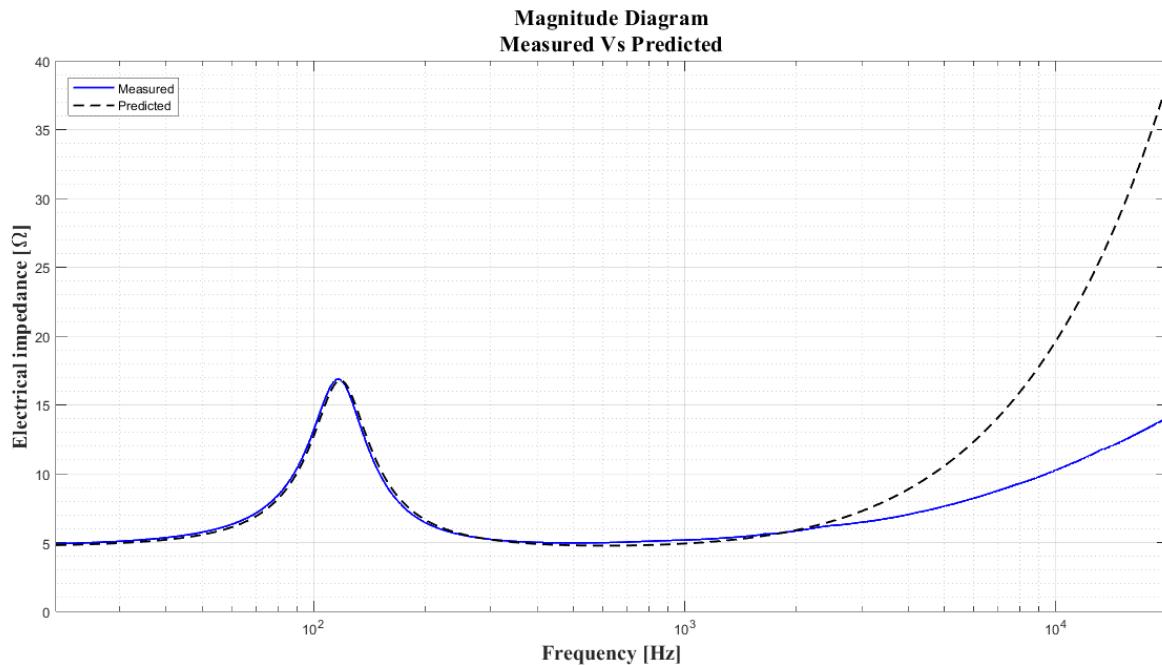


Fig. 25. Impedancia eléctrica del altavoz Dayton Audio PC68-4 predicción vs medida.

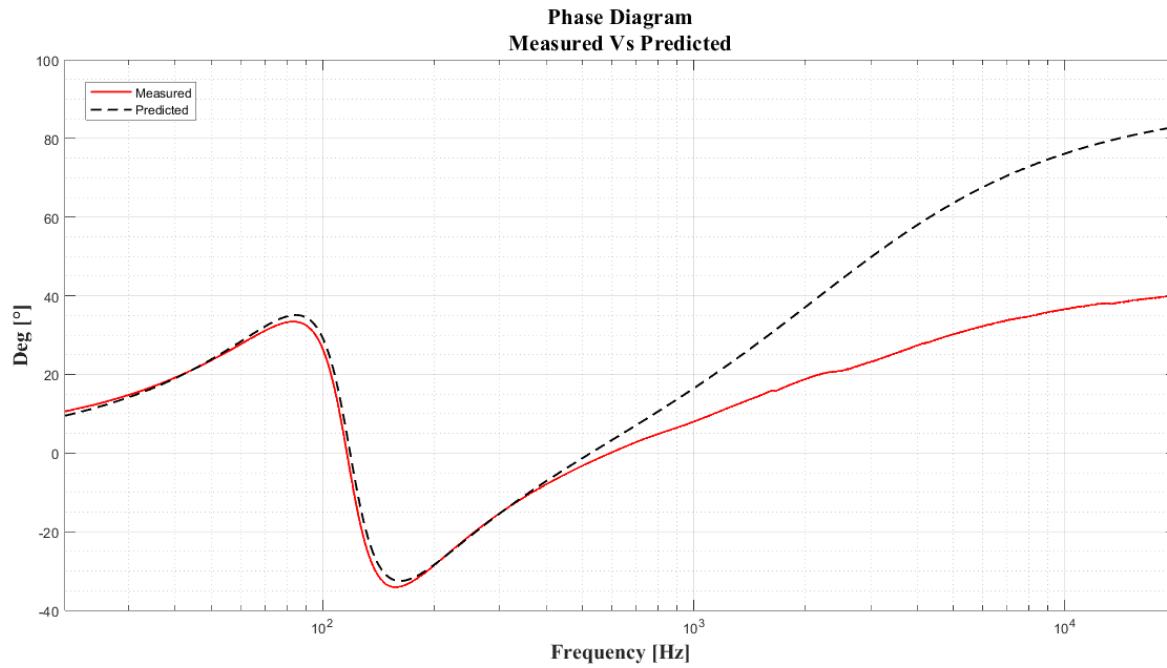


Fig. 26. Fase de la impedancia eléctrica del altavoz Dayton Audio PC68-4 predicción vs medida.

Como se observa en las figuras 25 y 26 el modelo predice de manera acertada la impedancia eléctrica del altavoz Dayton Audio PC68-4 para un rango de frecuencias entre 22 y 3khz, pero empieza a divergir para las altas frecuencias.

Ahora para comprobar el modelo con una guía se realiza la predicción y medición acoplando una guía de onda de 20cm a la fuente:



Fig. 27. Altavoz Dayton Audio PC68-4 con guia de onda de 20cm acoplada

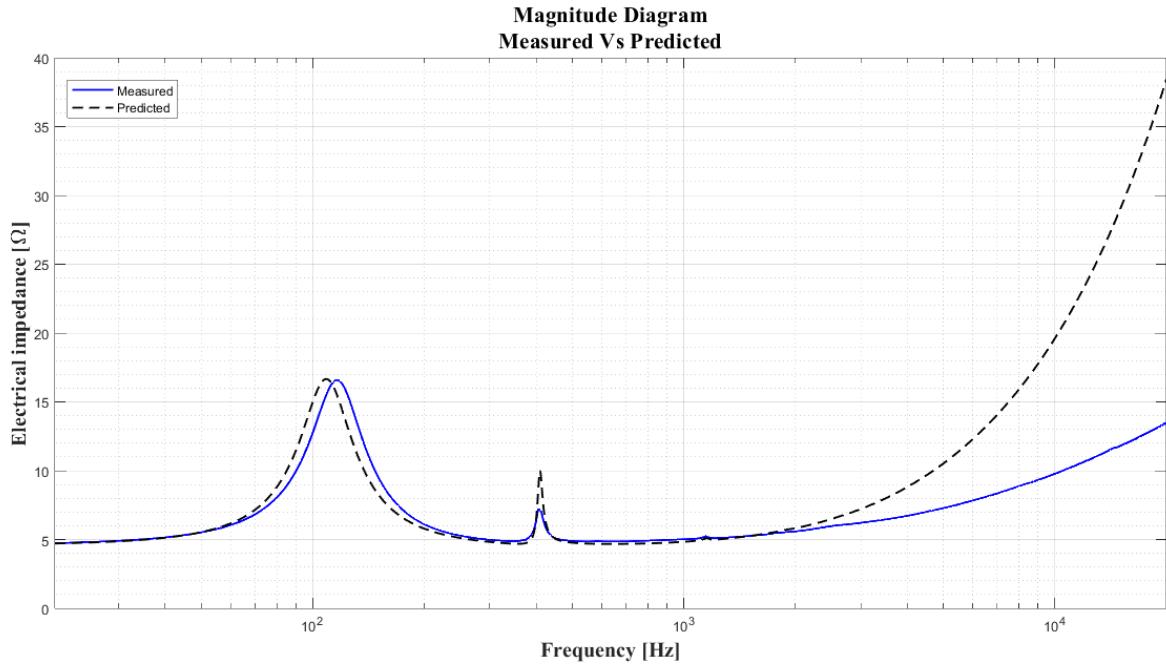


Fig. 28. Impedancia eléctrica del altavoz Dayton Audio PC68-4 predicción vs medida.

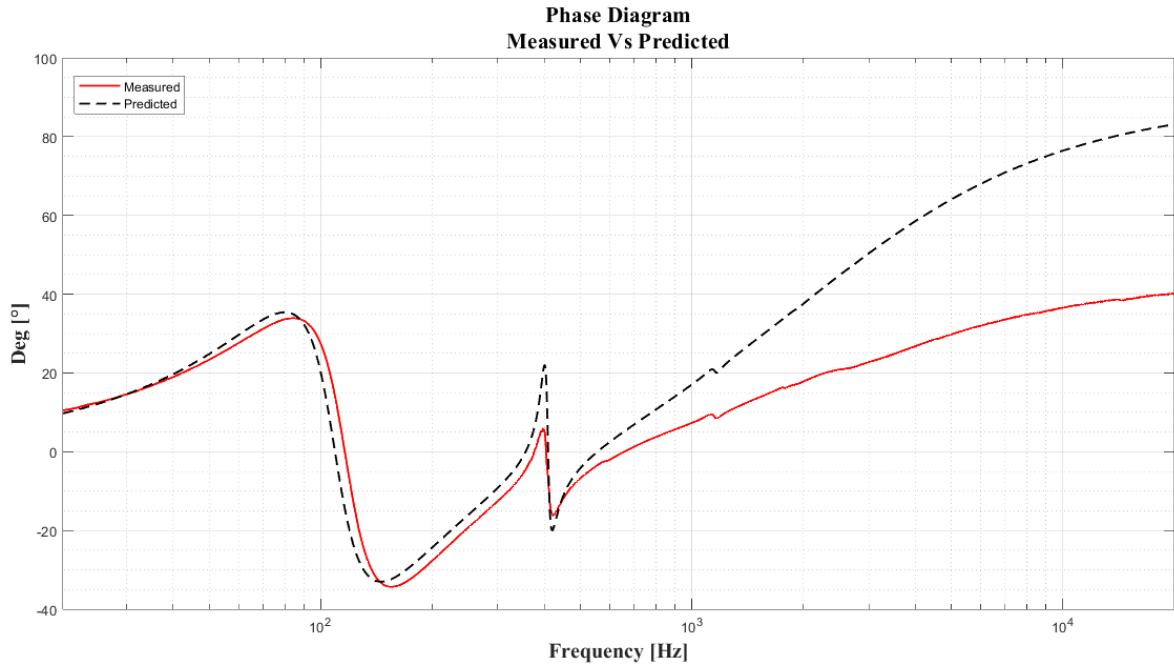


Fig. 29. Fase de la impedancia eléctrica del altavoz Dayton Audio PC68-4 con guía de onda de 20cm acoplada. predicción vs medida.

De la comparación realizada en las figuras 28 y 29 se puede ver una predicción correcta del modelo, mostrando incluso la resonancia generada por la guía de onda, pero se mantiene el mismo comportamiento divergente para altas frecuencias. Se observa una imprecisión en la frecuencia de resonancia del altavoz a comparación de las predicciones realizadas sin guía de onda, las cuales se atribuyen a la masa que añade la guía de onda al sistema que no es considerada en el modelo.

Para realizar una comprobación adicional del modelo se plantea entonces verificar la sensibilidad del altavoz Peerless TA6FD00-04. Para este propósito se calcula a partir del modelo con los parámetros especificados en la tabla IV la presión en el diafragma del altavoz con la ecuación 151 con un voltaje de entrada de 2.83 V los cuales corresponde a 1 Vatio de potencia con una carga de  $8 \Omega$ . Luego de esto se utiliza la respectiva presión para el cálculo de la velocidad volumétrica con la ecuación 154. Finalmente se propaga la presión a un metro al usar la ecuación 49, obteniendo el siguiente patrón de directividad:

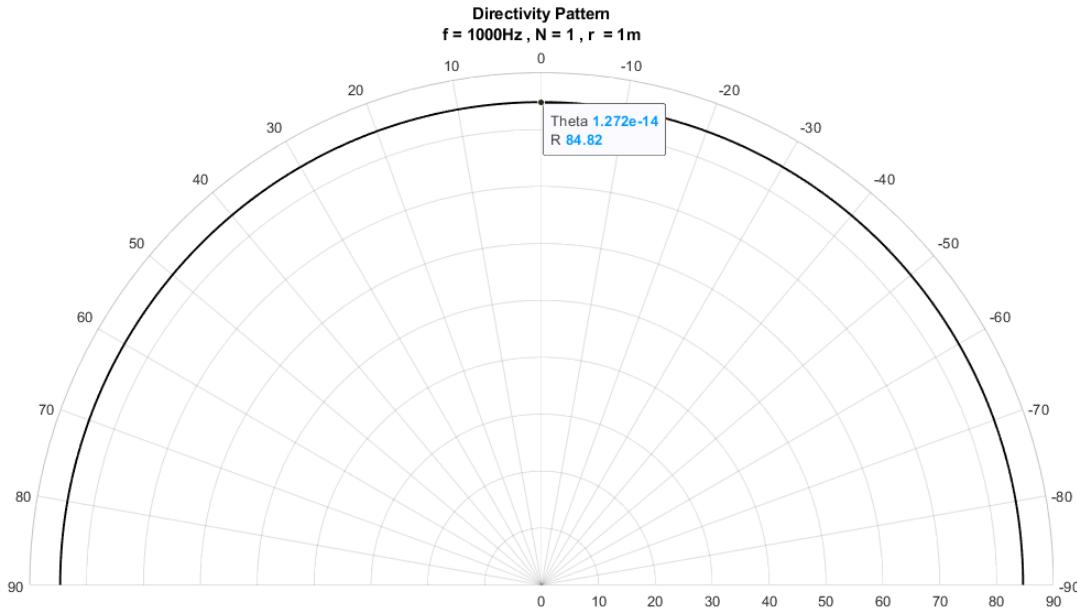


Fig. 30. Patrón de directividad del altavoz Peerless TA6FD00-04 a una distancia  $r = 1m$  estimado a partir del modelo analítico de fuente acústica basado en parámetros Thiele Small.

Se evidencia que para la frecuencia de 1KHz el valor de nivel de presión sonora es de 84.82 dB SPL, cumpliendo con lo establecido en el datasheet que se muestra en el anexo anexo A, donde se establece que la sensibilidad medida a 1m con un voltaje de entrada de 2.83 V reproduciendo un tono puro con frecuencia de 1000 Hz es de  $84.08 \pm 1.0$ dB SPL. Esto demuestra que el modelo predice de manera correcta la sensibilidad establecida por el fabricante, corroborando el correcto funcionamiento del modelo.

El comportamiento del modelo en frecuencias altas que se evidencia en las figuras 25,26, 28 y 29, se atribuye a que este es lineal, por lo que no se tiene en cuenta las no linealidades del altavoz. Una de las más significativas es la inductancia de la bobina móvil  $L_E$  como se indica en [4], siendo este el parámetro que más altera el comportamiento en altas frecuencias. Estas no linealidades se deben a la corriente de Foucault, la cual genera decrecimiento en la inductancia de la bobina y mayores pérdidas en altas frecuencias, ya que  $L_E$  es un parámetro dependiente de la frecuencia. Por lo tanto, para la representación de estas no linealidades se debe analizar este parámetro en función de la frecuencia y el desplazamiento de la bobina. En [46] se presentan y comparan diversos modelos que consideran las no linealidades de  $L_E$ :

#### **Modelo de Leach:**

M. Leach [47] propone una función de potencia de la frecuencia compleja como una aproximación para  $Z_{L_E}$

$$Z_{L_E}(j\omega) = K \cdot (j\omega)^n; \quad \omega = 2\pi f \quad (162)$$

Esta función puede acomodarse bien a grandes rangos de frecuencia, pero no puede ser representada por un circuito eléctrico equivalente o un sistema digital simple de acuerdo a [46].

### Modelo LR-2

Este modelo conecta la inductancia  $L_E$  a una segunda inductancia  $L_2$  que está en paralelo con una resistencia  $R_2$ [48]

$$Z_{L_E}(j\omega) = L_E \cdot j\omega + (R_2 \cdot L_2 \cdot j\omega)/(R_2 + L_2 \cdot j\omega) \quad (163)$$

Este modelo no se acomoda tan bien como el de Leach pero puede ser representado como un circuito eléctrico equivalente o como un filtro digital IIR de acuerdo a [46].

**Modelo de Wright:** J. Wright [49] propone un modelo que usa diferentes funciones de potencia ponderadas para la parte real e imaginaria de la de la impedancia de  $L_E$ .

$$Z_{L_E}(j\omega) = K_{rm} \cdot \omega^{erm} + j \cdot (K_{xm} \cdot \omega^{exm}) \quad (164)$$

Este modelo se acomoda de mejor manera a comparación de los otros anteriormente presentados, pero no puede ser representado directamente como un sistema análogo o digital de acuerdo a [46].

El modelo LR-2 de impedancia de la inductancia  $L_E$  es el que mejor se acomoda para nuestro caso dada su facilidad para ser representado como un circuito eléctrico equivalente, teniendo que agregar los componentes  $L_2$  y  $R_2$  al análisis realizado en el desarrollo del modelo de fuente.

Existen modelos para representar diferentes no linealidades diferentes a las de  $L_E$ , como el presentado en [50], un modelo basado en series de Volterra que toma en cuenta los efectos térmicos que afectan a los parámetros eléctricos. También esta [51] que propone un modelo que tiene en cuenta las no linealidades de  $Bl$ ,  $L_E$  y  $C_{MS}$ , o modelos que se centran más en las no linealidades de los parámetros mecánicos, como el que se presenta en [52].

### C. Variabilidad parámetros Thile Small

Para la evaluación de cómo afectan las variaciones de parámetros Thiele Small la radiación de un arreglo de altavoces del mismo modelo, se debe establecer una metodología para definir qué cantidad se varía cada uno de estos parámetros. Para este propósito entonces se utiliza la siguiente figura obtenida de [53]:

Symbol	Average	Std. Dev.	Relative
$S_D$	146.38	N/A	Given
$L_e$	0.69	N/A	Given
$X_{max}$	5	N/A	Given
$F_s$	48.08	1.300	2.70 %
$F_d$	46.90	1.505	3.21 %
$M_{ms}$	0.01572	8.05E-04	5.12 %
$k$	1440.	107.8	7.49 %
$C_{ms}$	6.98E-04	5.29E-05	7.57 %
$V_{as}$	0.02129	1.612E-03	7.57 %
$\tau$	0.04281	3.176E-03	7.42 %
$R_m$	0.7377	0.05864	7.95 %
$R_{ms} = \frac{\omega * m}{Q_{es}}$	0.6986	0.05219	7.47 %
$R_e$	6.441	0.04679	0.73 %
$ Z_{max} $	58.41	25.03	42.9 %
$(Bl)$	5.944	1.818	30.6 %
$Q_{ms}$	6.468	0.5410	8.36 %
$Q_{es}$	6.825	0.5303	7.77 %
$Q_D$	6.873	0.4739	6.89 %
$Q_{ts}$	3.318	0.2450	7.38 %

Fig. 31. Valores promedio y su variación estadística de los 20 altavoces medidos. La desviación relativa es la relación de la desviación estándar con el valor promedio representado en porcentaje.

Para la realización de esta, se midieron los parámetros Thiele Small de 20 altavoces del mismo modelo y se hicieron los respectivos cálculos de la desviación estándar y la desviación relativa para cada uno de los parámetros mostrado en la figura 31.

Se procede a asumir y extraer los valores de desviación relativa de la figura 31 como el criterio para la variación aleatoria de los parámetros Thiele Small. Esto es debido a que la desviación estándar presentada en la figura 31 corresponden a los datos de los altavoces medidos en [53]. De estos valores de desviación relativa se deben calcular la desviación estándar de los parámetros Thiele Small de los altavoces a utilizar. Para el cálculo de la desviación estándar de cualquier parámetro se utiliza la siguiente la ecuación:

$$\text{Parámetro} \cdot dr(\text{Parámetro}) = std(\text{Parámetro}) \quad (165)$$

Donde  $dr$  es la desviación relativa y  $std$  es la desviación estándar. Se plantea entonces generar variaciones aleatorias a partir de la desviación estándar tomando como valor de referencia los parámetros medidos o tomados de la hoja de datos del respectivo altavoz a evaluar, en este caso el Peerless TA6FD00-04 2". Para este propósito se utiliza la función del software MATLAB `randn` que genera un numero aleatorio normalmente distribuido. La creación de estas variaciones se da a partir de la siguiente operación:

$$std(\text{Parámetro}) \cdot randn(N, 1) + \text{Parámetro} \quad (166)$$

Donde  $N$  es el número de fuentes a partir del cual se va a hacer el análisis, `randn` es la función de matlab para generar números aleatorios normalmente distribuidos y *Parámetro*, es el valor de referencia del parámetro Thiele Small a variar.

Esta ecuación permite definir un vector de  $N$  de valores con una desviación estándar y media definida. La precisión de esto dependerá del número de fuentes, mientras mayor sea este valor la media y la desviación estándar convergerán al valor definido. A continuación, se presentan entonces los parámetros Thiele Small seleccionados para ser variados y sus valores estadísticos definidos para el caso del altavoz Peerless TA6FD00-04 2”:

<b>Parametro TS</b>	<b>Media</b>	<b>Desviacion Estandar</b>
$Bl[Tm]$	1,93	0,5906
$Re[\Omega]$	3,4	0,0248
$Mms[Kg]$	$1,43 \times 10^{-3}$	$7,3216 \times 10^{-5}$
$Cms[mm/N]$	$0,9077 \times 10^{-3}$	$6,7813 \times 10^{-5}$
$Rms[Ns/m]$	0,433	0,0323

TABLA. IV. Media y desviación estándar de los parámetros Thiele Small del altavoz Peerless TA6FD00-04 2”.

A partir de los valores en la tabla IV se generan las variaciones aleatorias de estos parámetros cumpliendo el cometido de establecer una variación para los parámetros Thiele Small de forma aleatoria a partir de [53].

D. *Evaluación y análisis del efecto de la variabilidad de los parámetros Thiele Small en la respuesta en frecuencia axial, índice de directividad y SPL a través de la síntesis numérica de la radiación del arreglo lineal de altavoces*

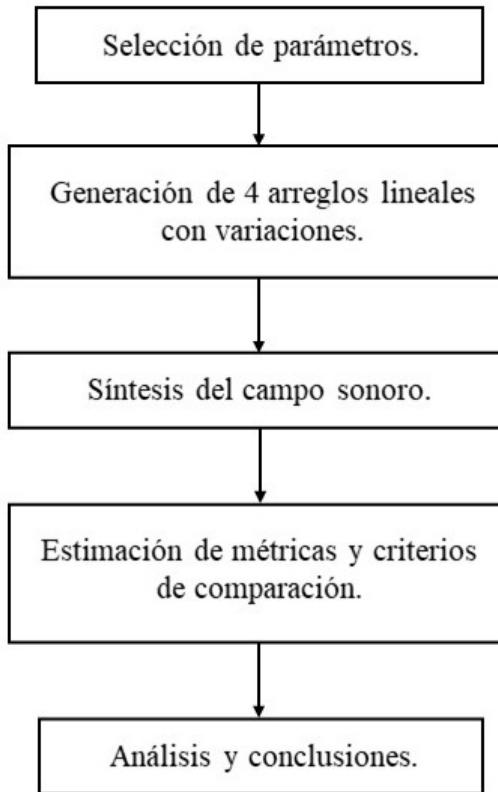


Fig. 32. Diagrama de bloques: Metodología para el desarrollo del proyecto.

Para la evaluación del efecto de la variabilidad de los parámetros Thiele Small, se parte entonces del planteamiento de un arreglo lineal de fuentes. Los altavoces seleccionados para el arreglo son los Peerless TA6FD00-04 de Tympany, por lo que se extrajeron los parámetros Thiele Small necesarios para el modelo del Datasheet proporcionado por el fabricante mostrado en el anexo A:

Parametro TS	Valor
$Bl[Tm]$	1,93
$Re[\Omega]$	3,4
$Mms[Kg]$	$1,43 \times 10^{-3}$
$Cms[mm/N]$	$0,9077 \times 10^{-3}$
$Rms[Ns/m]$	0,433

TABLA. V. Parámetros Thiele Small del altavoz Peerless TA6FD00-04 fabricado por Tympany.

El diseño del arreglo consiste de 10 altavoces montados en una caja, distanciados 8.9 cm entre ellos, como se muestra a continuación:

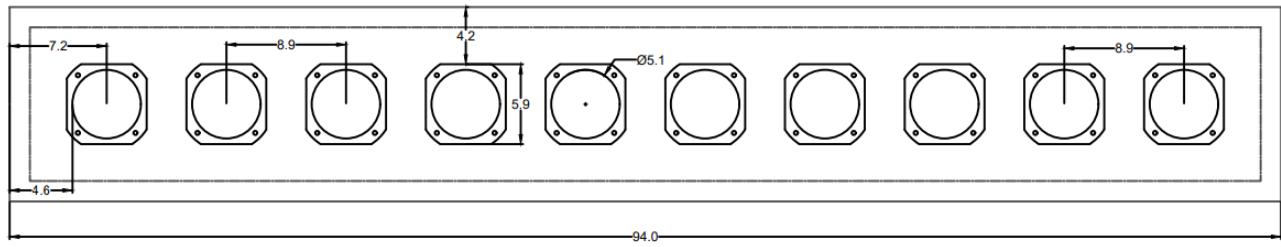


Fig. 33. Arreglo lineal de altavoces Peerless TA6FD00-04 de Tympany con una separación entre altavoces  $d = 0,089\text{m}$  y una longitud total de 94cm.

El diseño del arreglo indica entonces que la frecuencia más baja en la cual va a generar directividad está dada por la ecuación 91, dando como resultado:

$$f_{min} = 365,95 \approx 366[\text{Hz}] \quad (167)$$

y La frecuencia máxima a reproducir esta definida por la ecuación 92:

$$f_{max} \leq \frac{344}{0,089} \approx 3865[\text{Hz}] \quad (168)$$

Una vez definido el rango de funcionamiento del arreglo, se estableció realizar un estudio paramétrico para diversas variaciones del mismo arreglo, esto significa que se evalúan los efectos de la variación de cada uno de los parámetros Thiele Small ya establecidos de manera individual, adicionalmente para cada una de estas variaciones aleatorias se realizan iteraciones con el objetivo de analizar diferentes casos de la variación de un mismo parámetro. La discusión y el análisis de estas variaciones se basan en ver los efectos en los altavoces de un solo arreglo para luego comparar el comportamiento de la respuesta en frecuencia, el índice de directividad y el campo sonoro sintetizado entre los arreglos con variaciones y el arreglo de referencia. Este último es un arreglo en el que todas sus fuentes tienen exactamente los mismos valores para cada uno de sus parámetros, lo que hace que el comportamiento de este arreglo lineal sea ideal para comparar y establecer que efectos se generan en el resto de los arreglos con variaciones. Esta comparación se basa en el error cuadrático medio y el índice de correlación para cuantificar las diferencias que se presenten en cada arreglo lineal.

Para este propósito se implementó entonces el modelo de fuente acústica y la variación aleatoria de parámetros Thiele Small en MATLAB para las 10 fuentes del arreglo y así sintetizar el campo sonoro en un dominio con dimensión de 6x6 metros con una resolución espacial de 0.05 metros. La distribución e indexación de las fuentes se exhiben en la figura 34.

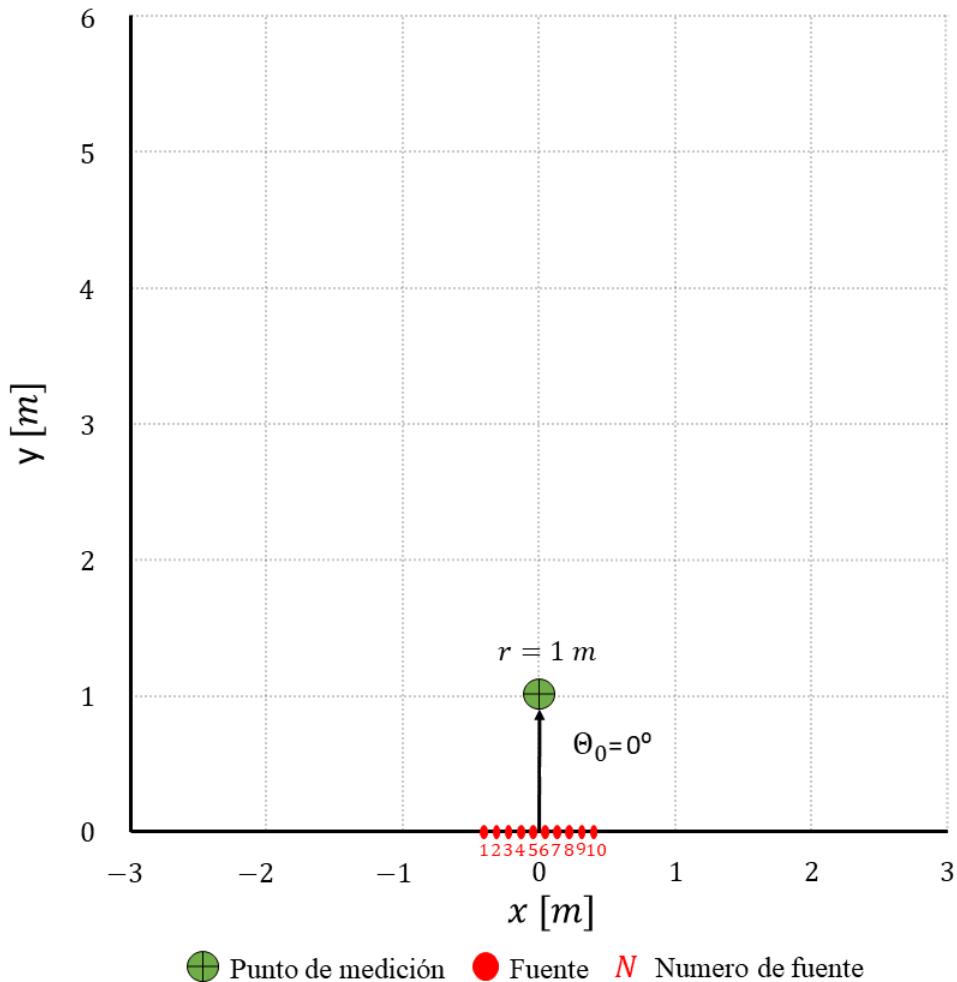


Fig. 34. Distribución e indexación de las fuentes en el dominio para sintetizar el campo sonoro. Punto de medición para la respuesta en frecuencia.

La respuesta en frecuencia a 1 metro y los índices de directividad también son estimados para cada una de las diferentes iteraciones para llevar a cabo el cálculo del error cuadrático medio y la correlación como se mencionó anteriormente. Se definió entonces realizar 4 iteraciones por parámetro y realizar adicionalmente otras 4 iteraciones con todos los parámetros variando al tiempo. Este proceso es repetido para el mismo arreglo con línea de transmisión acoplado. Los resultados de este procedimiento se presentan en el siguiente capítulo. Las condiciones de borde del dominio son de campo libre, es decir que la radiación sonora se propaga en el dominio sin sufrir ningún tipo de reflexión al interactuar con estos.

## VIII. RESULTADOS

### A. Arreglo de Fuentes sin Línea de transmisión acoplada

Generar directividad es el principal objetivo de un arreglo lineal de altavoces, por lo que inicialmente se realiza el análisis del índice de directividad para un arreglo de 10 altavoces de referencia Peerless TA6FD00-04 de Tympany con todos sus parámetros Thiele Small iguales, los cuales se muestran en el anexo A, separados por una distancia  $d = 0,089m$ . Dado el diseño de este arreglo el análisis se enfocara entre las frecuencias desde  $366Hz$  hasta  $3865Hz$  determinadas con la ecuaciones 91 y 92. Este rango es aquel en el que el arreglo generara directividad de manera uniforme en el espectro según el diseño[44]. Posteriormente se realizara el análisis de cómo afecta el desempeño de este array la variabilidad de parámetros como:  $Bl$ ,  $M_{MD}$ ,  $Re$ ,  $Cmc$ ,  $Rmc$  y finalmente se realizará el análisis para la modificación de todos los parámetros anteriormente mencionados al mismo tiempo. A continuación, se presenta el índice de directividad del arreglo lineal de referencia:

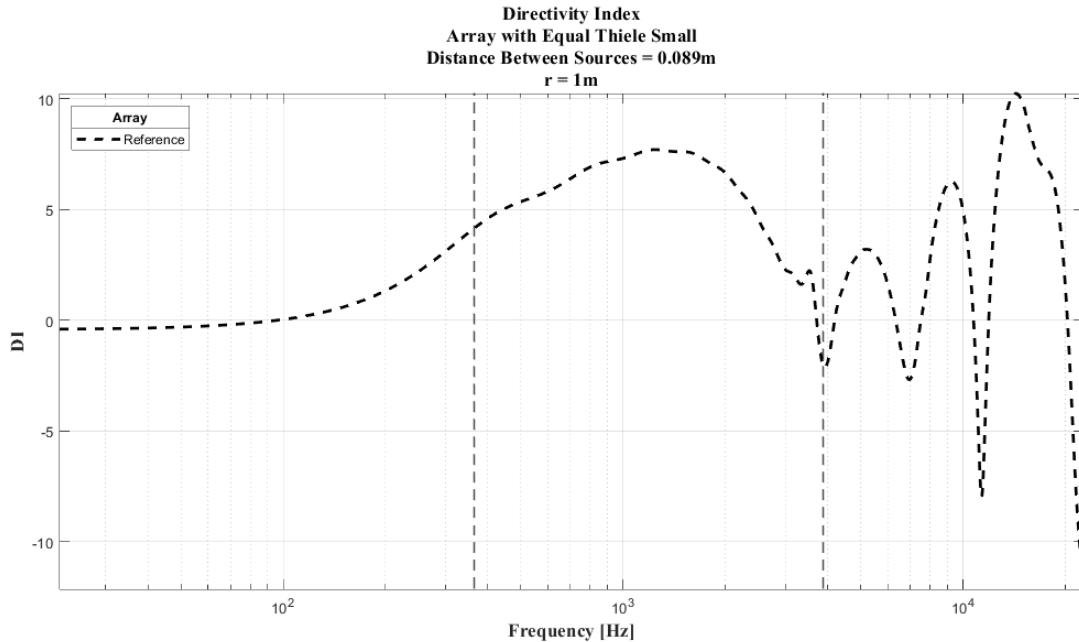


Fig. 35. Índice de directividad del arreglo de referencia con Thiele Small iguales en todas sus fuentes.

A partir del índice de directividad ( $DI$ ) que se presenta en la figura 35, se seleccionan algunas frecuencias dentro del rango de interés establecido para profundizar en el análisis de directividad y campo sonoro en todos los casos de variación de los parámetros Thiele Small. Las frecuencias son las siguientes:

Frecuencias de Interés																			
Frecuencia [Hz]	200	300	424	430	500	800	1000	1174	1185	1200	1962	2000	2500	2745	3000	3342	3530	3865	4000
Distancia Crítica [m]	-0.4297	-0.2862	-0.2022	-0.1994	-0.1713	-0.1064	-0.0846	-0.0716	-0.0709	-0.0700	-0.0411	-0.0402	-0.0309	-0.0275	-0.0244	-0.0210	-0.0194	-0.0168	-0.0159

TABLA. VI. Frecuencias de interés.

Tomando en consideración las limitaciones de diseño del arreglo lineal y en base al análisis de los resultados obtenidos en la figura 35, Se seleccionan las frecuencias de interés presentadas en la tabla

VI. Se estima a partir de la ecuación 43 la distancia crítica a partir de la cual la ecuación 49 presenta convergencia, con la finalidad de no tomar en consideración la síntesis numérica estimada dentro del radio correspondiente a estas distancias en las métricas estadísticas que se emplean en este análisis, sin embargo al obtener distancias negativas la literatura [20] indica que para estas frecuencias no se presentara tal inconveniente.

El rango de frecuencia y las frecuencias de interés también pueden ser evidenciadas a partir de la respuesta en frecuencia:

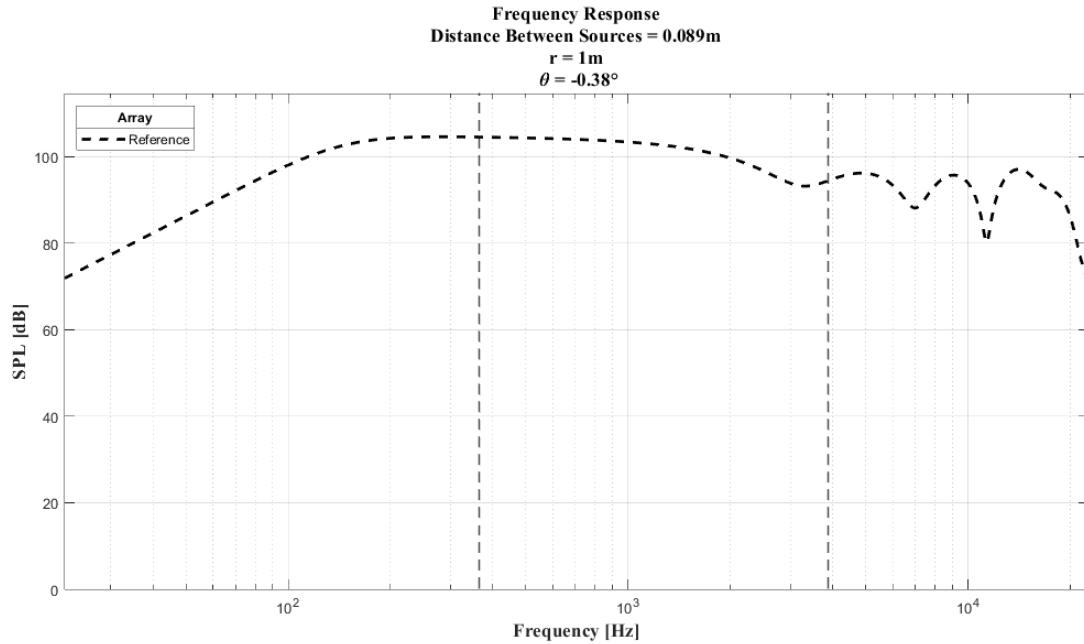


Fig. 36. Respuesta en frecuencia a 1 m para 4 arreglos con los mismos parámetros Thiele Small.

Se observa en la figura 36 que en el rango de interés seleccionado el comportamiento que presenta el arreglo lineal en su respuesta en frecuencia es el deseado, mostrando una suma coherente de la contribución de sus fuentes. En frecuencias fuera de este rango se presenta un comportamiento esperado del arreglo lineal, ya que por su diseño fuera de este rango el arreglo lineal presenta omnidireccionalidad y aliasing espacial.

Line Array Index	Statistic Metric	Thiele Small Parameter				
		$Bl$	$R_E$	$M_{MD}$	$C_{MC}$	$R_{MS}$
1	Std	0.40	0.034	0.000058	0.000081	0.031
	Mean	1.85	3.394	0.001444	0.000879	0.432
2	Std	0.35	0.027	0.000089	0.000058	0.022
	Mean	1.96	3.397	0.001407	0.000912	0.419
3	Std	0.59	0.020	0.000050	0.000066	0.019
	Mean	2.00	3.408	0.001413	0.000928	0.423
4	Std	0.84	0.018	0.000068	0.000038	0.033
	Mean	1.91	3.407	0.001416	0.000930	0.441

TABLA. VII. Error cuadrático medio e índice de correlación del patrón de directividad entre los diversos arreglos lineales con parámetros variantes y el arreglo lineales de referencia.

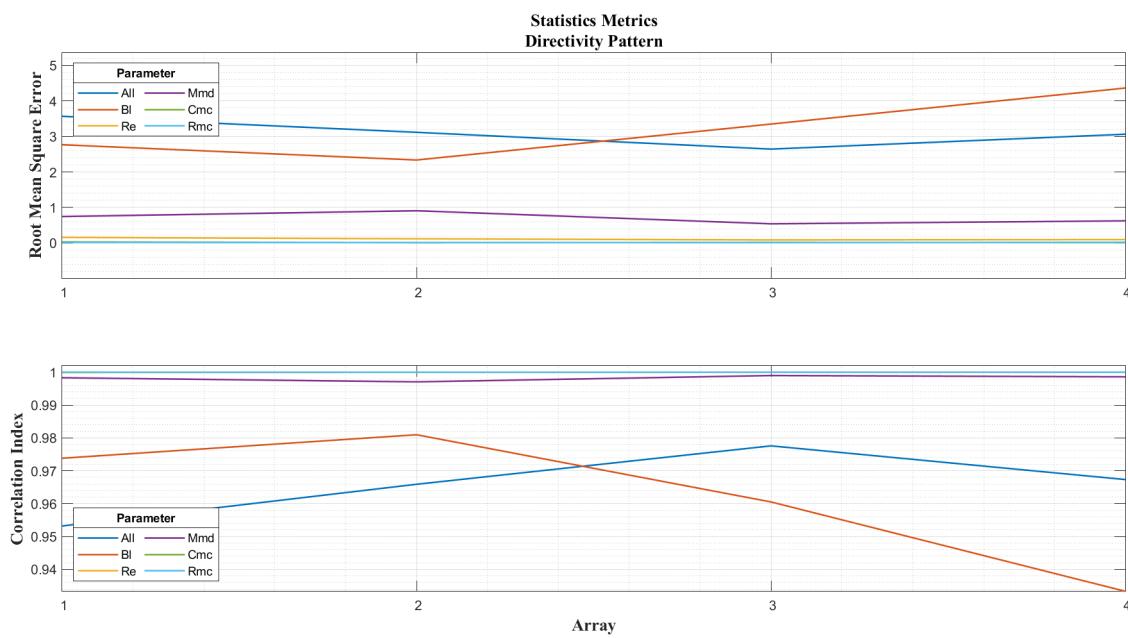


Fig. 37. Error medio Cuadrático y índice de correlación de matrices de respuesta en frecuencia y patrón de directividad.

Con el fin de determinar que parámetro es aquel que induce mayor variabilidad, se presenta en la figura 37 el RMSE e índice de correlación del patrón de directividad de  $22Hz$  hasta  $22627Hz$  estimado a  $1m$  con una resolución espacial de  $1^\circ$ , donde  $22Hz$  corresponden al límite inferior de la banda de octava de  $31,5Hz$  y  $22627Hz$  el límite superior de la banda de octava de  $16000Hz$ . Se determina en base a esto que  $Bl$  es aquel parámetro en el cual su cambio causa una mayor variabilidad en la directividad. También se puede intuir que al realizar una variación de todos los parámetros al tiempo,  $Bl$  es aquel que mayor incidencia tiene en los RMSE elevados y en los bajos índices de correlación ya que este es el parámetro con mayor desviación estándar como se muestra en 31 y además se encuentra directamente relacionado con la magnitud de la velocidad volumétrica y presión de cada fuente.

1) **Variación de Bl:** En este capítulo se presentara una sección a) en la cual se realizará el análisis de las fuentes que componen un arreglo lineal, con un voltaje de entrada de  $2,83V$ , donde la fuente de

referencia es aquella en la cual sus parámetros Thiele Small corresponden a los del datasheet indicado en el anexo A. Presentando los resultados obtenidos para la impedancia eléctrica, la cual se estima a partir de la ecuación 155 y se presenta como punto de partida ya que representa el comportamiento del transductor en el dominio eléctrico. Luego se exponen los resultados de velocidad de partícula y desplazamiento del diafragma estimados a partir de la presión en este, mostrando así su comportamiento en el dominio mecánico. Posteriormente se enseña la Potencia eléctrica, potencia acústica y eficiencia mostrando así la relación existente entre el dominio eléctrico y acústico. Finalmente se muestra la respuesta en frecuencia como el final de la cadena de transducción del altavoz. Esta respuesta en frecuencia se estima partiendo de la presión en el diafragma dada por la ecuación 151, para luego calcular la velocidad de partícula con la ecuación 154 y finalmente propagara 1m en el eje axial la presión acústica mediante la ecuación de pistón en campo lejano dada por 49

Posteriormente en el capítulo se presentara una sección **b)** en la cual se expone el comportamiento de diversos arreglos lineales. Mostrando inicialmente su índice de directividad y respuesta en frecuencia como principales indicadores de su funcionamiento. Luego se enseñan métricas estadísticas estimadas para los patrones de directividad estimados a 1m con una resolución de 1° y algunos de estos en frecuencias de interés seleccionadas. Finalmente se exhiben resultados para las métricas estadísticas de la síntesis del campo del arreglo lineal estimado en un dominio de 6m de ancho y alto con una resolución espacial de 0,05m y algunos de estos campos seleccionados nuevamente en frecuencias de interés.

*a) Análisis de fuentes de un arreglo lineal:* El arreglo lineal 4 es aquel que según la tabla VII, tiene la mayor desviación estándar en los valores de  $Bl$  de sus fuentes y además se evidencia en la figura 37 que presenta el menor índice de correlación, por lo que se seleccionó para ser analizado de forma individual con sus fuentes. Los valores de  $Bl$  para cada fuente del arreglo lineal 4 son:

Array 4		
Source Index	Bl	Qes
<b>1</b>	1.93	1.13
<b>2</b>	1.82	1.27
<b>3</b>	2.98	0.48
<b>4</b>	0.45	21.01
<b>5</b>	1.66	1.53
<b>6</b>	3.37	0.37
<b>7</b>	1.65	1.55
<b>8</b>	1.60	1.65
<b>9</b>	1.21	2.90
<b>10</b>	2.40	0.73
<b>Std</b>	<b>0.84</b>	<b>6.28</b>
<b>Mean</b>	<b>1.91</b>	<b>3.26</b>

TABLA. VIII. Valores de  $Bl$ , desviación estándar y media para las fuentes del arreglo lineal 4

### Impedancia Eléctrica:

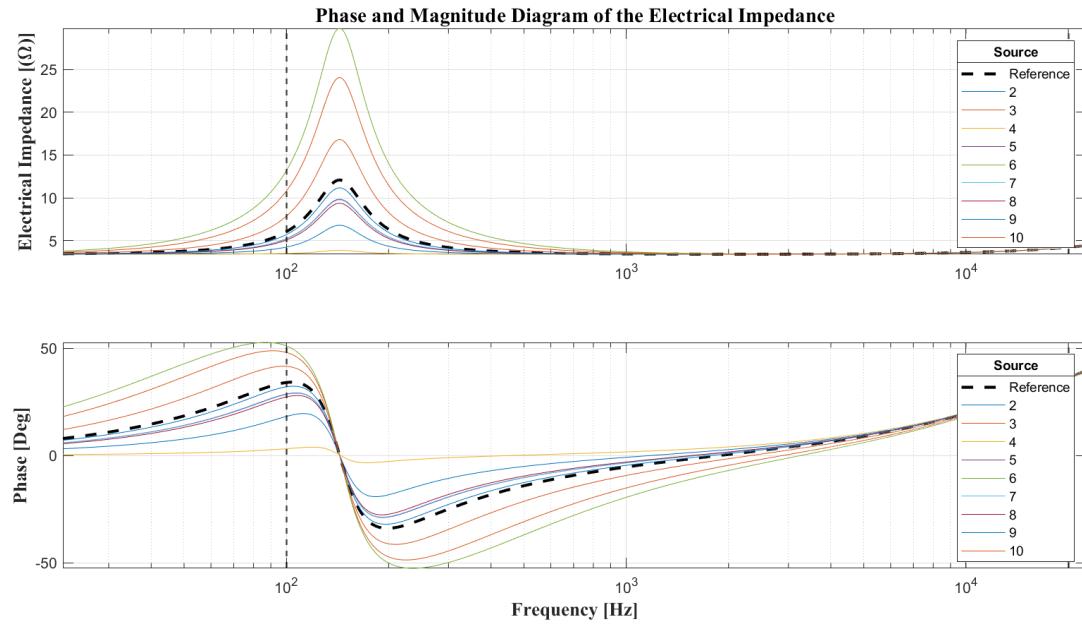


Fig. 38. Fase y magnitud de la impedancia eléctrica con diferentes valores de  $Bl$

Como se puede observar en la figura 38, la variabilidad del parámetro  $Bl$  se refleja directamente en la impedancia eléctrica de la fuente y su fase como un parámetro de fuerza, el cual amplifica o atenúa su magnitud. Esto se puede notar en el caso de la fuente 6 la cual presenta el mayor  $Bl$ , aumentando su magnitud hasta  $30\Omega$  y fase hasta  $51^\circ$ .

## Desplazamiento:

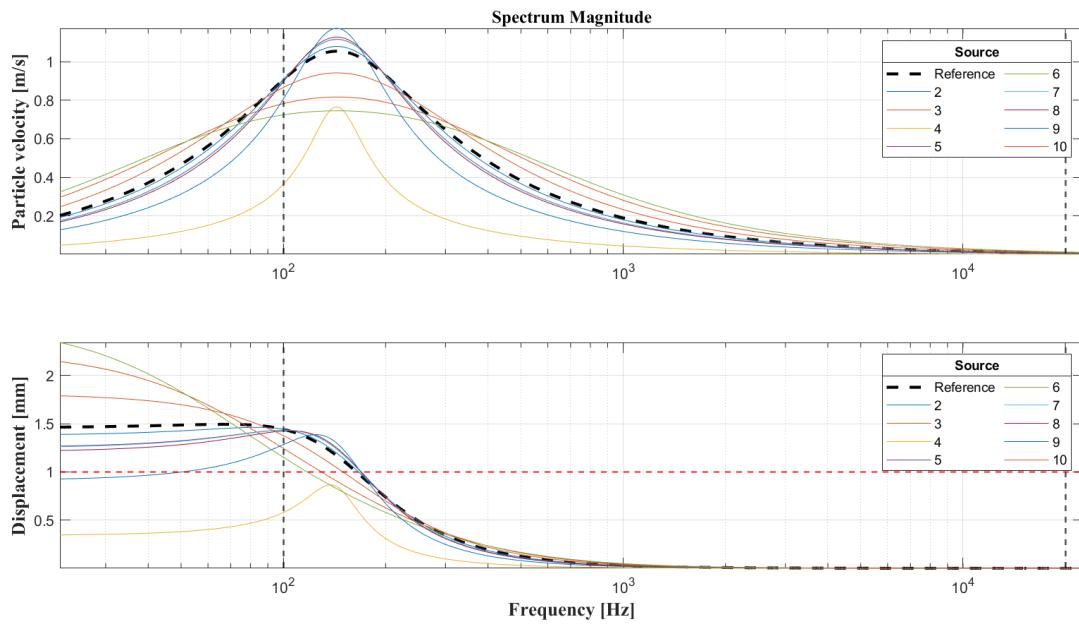


Fig. 39. Velocidad de partícula y desplazamiento del diafragma con diferentes valores de  $Bl$  y un voltaje de entra de  $2,83V$

En la figura 39 se observa que debido al aumento de  $Bl$  la velocidad de partícula disminuye tal y como se observa en el caso de la fuente 6, este comportamiento es explicado analíticamente por la ecuación 121, la cual indica que la velocidad del diafragma es inversamente proporcional a  $Bl$ , sin embargo, la ecuación 122 indica que  $Bl$  es proporcional a la fuerza, lo cual se verá reflejado en el dominio acústico como un aumento de la presión, por lo que tanto la velocidad de partícula como el desplazamiento presentan resultados acordes a la ecuación 122.

Con el fin de validar el funcionamiento de las fuentes del arreglos lineales y corroborar que sus excusión máxima lineal ( $X_{max}$ ) esté dentro de los rangos de operación indicados en el datasheet de la fuente, se estima el desplazamiento del diafragma a partir de la velocidad de partícula obtenida analíticamente como: 154, para lo cual se hace uso de las propiedades de Laplace en las cuales  $\frac{1}{s} = j\omega$  donde  $s = j\omega$  es equivalente a la operación de integración en el dominio de la frecuencia. En la figura 39 se observa que la variación de parámetros como  $Bl$  modifican directamente la fuerza eléctrica de la fuente según la ecuación 122, ocasionando un mayor desplazamiento del diafragma, causando distorsión y daño en la fuente, este comportamiento es propio de la baja frecuencia, sin embargo, estas no son relevantes en el rango de reproducción de la fuente ya que esta está diseñada para un rango de entre  $100\text{Hz}$  y  $20\text{KHz}$  según el datasheet que se muestra en el anexo A. Se observa que el aumento de  $Bl$  causa un mayor desplazamiento en bajas frecuencias pero a medida que esta aumenta su decaimiento es mucho más pronunciado como es el caso de la fuente 6.

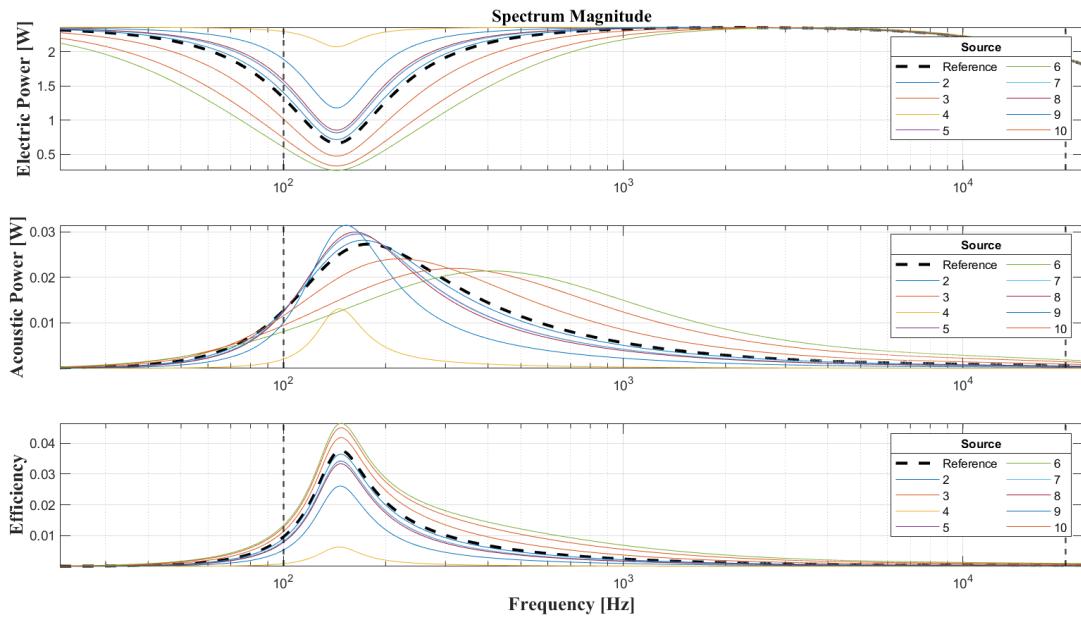


Fig. 40. Potencia Eléctrica, Acústica y Eficiencia con diferentes  $Bl$

Se evidencia que el aumento de  $Bl$  incrementa el ancho de banda y causa una disminución de la magnitud de la potencia acústica, causando que esta aumente en un rango frecuencial más amplio, caso contrario se evidencia al disminuirlo. Se observa que el aumento de  $Bl$  causa un aumento en la eficiencia confirmando así que sus efectos en el dominio eléctrico se ven reflejados en el dominio acústico, como se puede ver en el caso de la fuente 6.

#### Respuesta en Frecuencia:

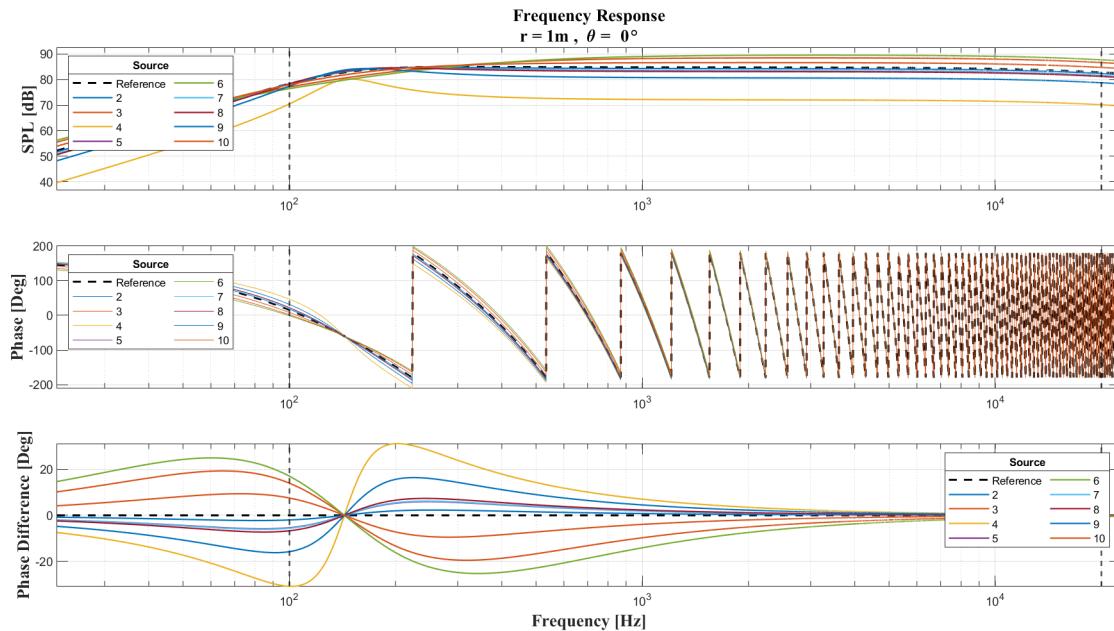


Fig. 41. Respuesta en frecuencia de las fuentes individuales del arreglos lineales con diferentes  $Bl$

Como se observa en el comportamiento de la fuente 6 La variación de  $Bl$  influye directamente en el nivel de presión sonora, esto es coherente con el análisis realizado a la velocidad de partícula, donde la ecuación 122 muestra que  $Bl$  es proporcional a la fuerza. En el circuito de la figura 2 se observa que al llevar el dominio mecánico al eléctrico haciendo uso de la relación de transformación entre estos,  $Bl$  es una factor que es directamente proporcional a  $M_{MD}$ ,  $C_{MC}$  y  $R_{MC}$  lo cual causa corrimiento de la frecuencia de resonancia, como indica la ecuación 17.

En cuestión de fase, se nota en la figura 41 que debido a la impedancia de cada uno de estos elementos, las cuales se describen en la introducción de la sección C, en baja frecuencia los efectos de  $M_{MD}$  no son significativos, sin embargo, los de  $C_{MC}$  muestran predominancia en el comportamiento de la fase. Con el aumento de la frecuencia la influencia de  $M_{MD}$  sobre la fase toma más relevancia mientras que los de  $C_{MC}$  disminuyen por lo cual en este rango los cambios se atribuyen a  $M_{MD}$ .

*b) Análisis de diversos arreglos lineales:* Para el análisis de diversos arreglos lineales se presentan las siguientes variaciones de  $Bl$  en cada uno de los arreglos:

Values Of Bl				
Sources	Array 1	Array 2	Array 3	Array 4
<b>1</b>	1.93	1.93	1.93	1.93
<b>2</b>	1.66	2.17	1.60	1.82
<b>3</b>	2.07	2.23	1.01	2.98
<b>4</b>	1.44	1.98	2.58	0.45
<b>5</b>	1.18	2.02	2.03	1.66
<b>6</b>	2.29	1.62	2.52	3.37
<b>7</b>	2.29	2.36	2.82	1.65
<b>8</b>	2.10	1.43	1.26	1.60
<b>9</b>	2.16	1.46	2.31	1.21
<b>10</b>	1.42	2.36	1.92	2.40
<b>Std</b>	<b>0.40</b>	<b>0.35</b>	<b>0.59</b>	<b>0.84</b>
<b>Mean</b>	<b>1.85</b>	<b>1.96</b>	<b>2.00</b>	<b>1.91</b>

TABLA. IX. Valores de  $Bl$ , desviación estándar y media para las fuentes de todos los arreglos lineales.

## Índice de Directividad arreglos lineales:

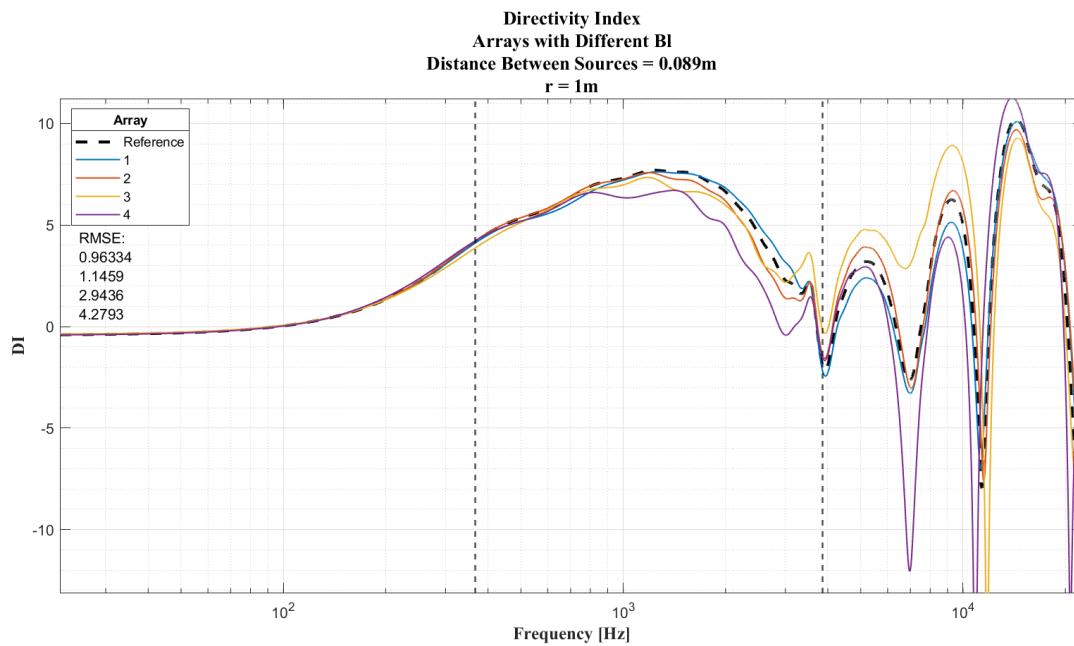
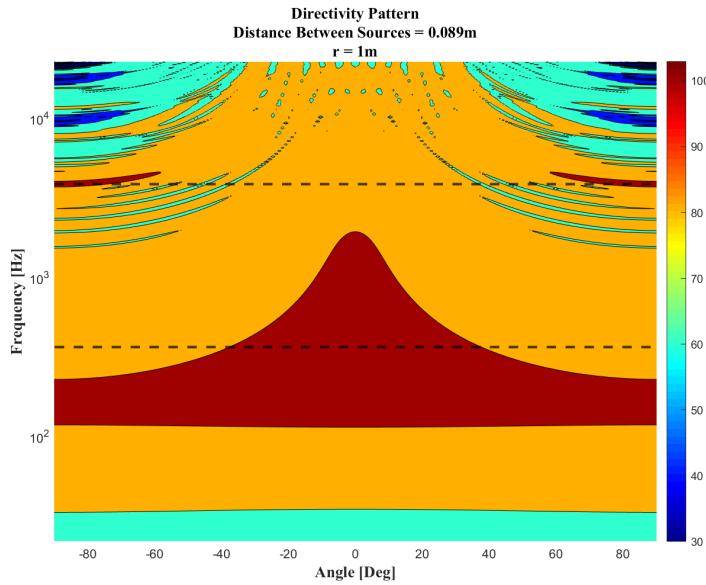
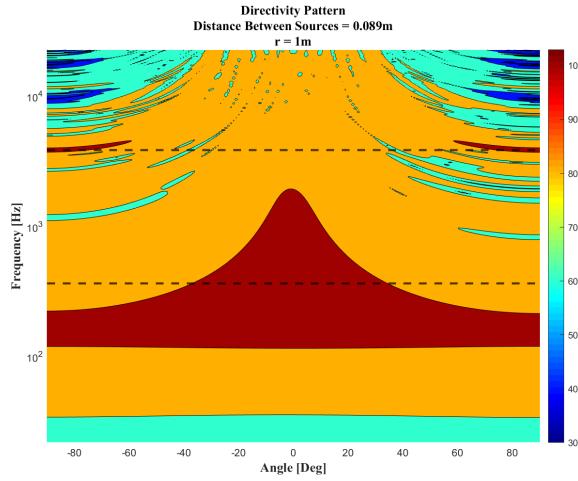
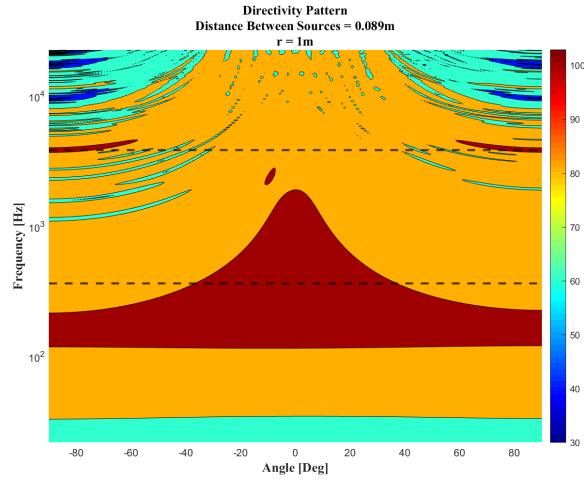
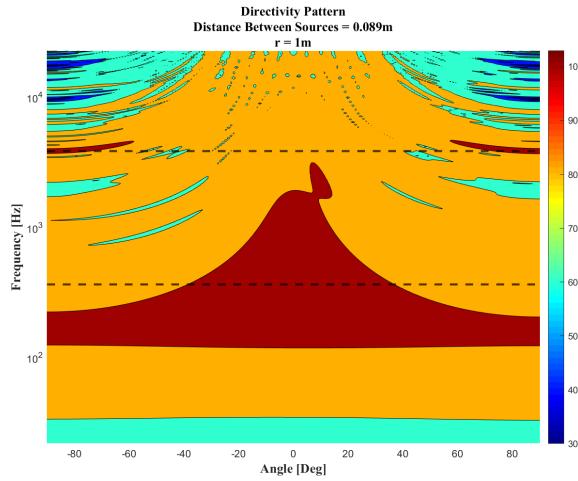
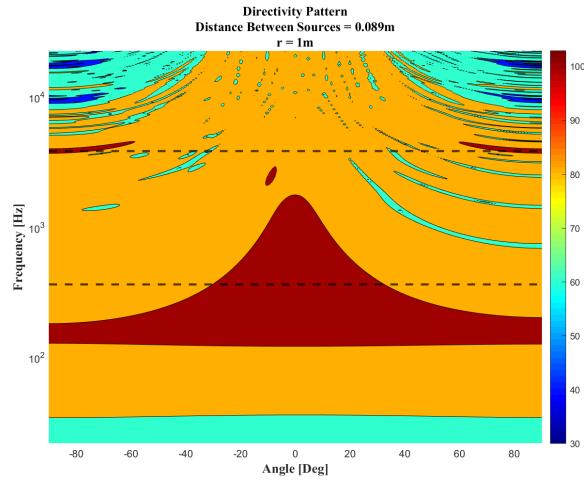


Fig. 42. Índice de directividad para arreglos lineales con diferentes  $Bl$



(a) Patrón de directividad de arreglos lineales de referencia.

(b) Patrón de directividad de arreglos lineales 1 con diferentes  $Bl$ .(c) Patrón de directividad de arreglos lineales 2 con diferentes  $Bl$ .(d) Patrón de directividad de arreglos lineales 3 con diferentes  $Bl$ .(e) Patrón de directividad de arreglos lineales 4 con diferentes  $Bl$ .Fig. 43. Patrón de directividad de arreglos lineales con diferentes  $Bl$  vs arreglos lineales de referencia

Se observa en 42 que la variación de  $Bl$  afecta de manera significativa el índice de directividad del arreglo lineal en el rango de interés, tal y como se observa en el caso del arreglo lineal 4. Este presentó la mayor desviación estándar, por lo cual los valores de  $Bl$  de las fuentes que lo componen tuvieron mayor dispersión respecto a su media la cual fue baja, afectando así su índice de directividad. Por esa razón evidencia un aumento significativo en su RMSE. Sin embargo, En bajas frecuencias no se ve afectado su desempeño, mientras que en alta frecuencia las diferencias respecto al arreglo lineal de referencia se hacen mucho más notorias debido al cambio de  $Bl$  y los efectos de aliasing espacial. Basado en los registros también se intuye que la forma en que se encuentren distribuidas las fuentes con sus diferentes valores de  $Bl$  afecta el desempeño de este. En el caso de la figura 43 esta nos indica como de directivo es el arreglo lineal a diferencia de la figura 42 la cual nos muestra que tan directivo es.

### Respuesta en Frecuencia arreglos lineales:

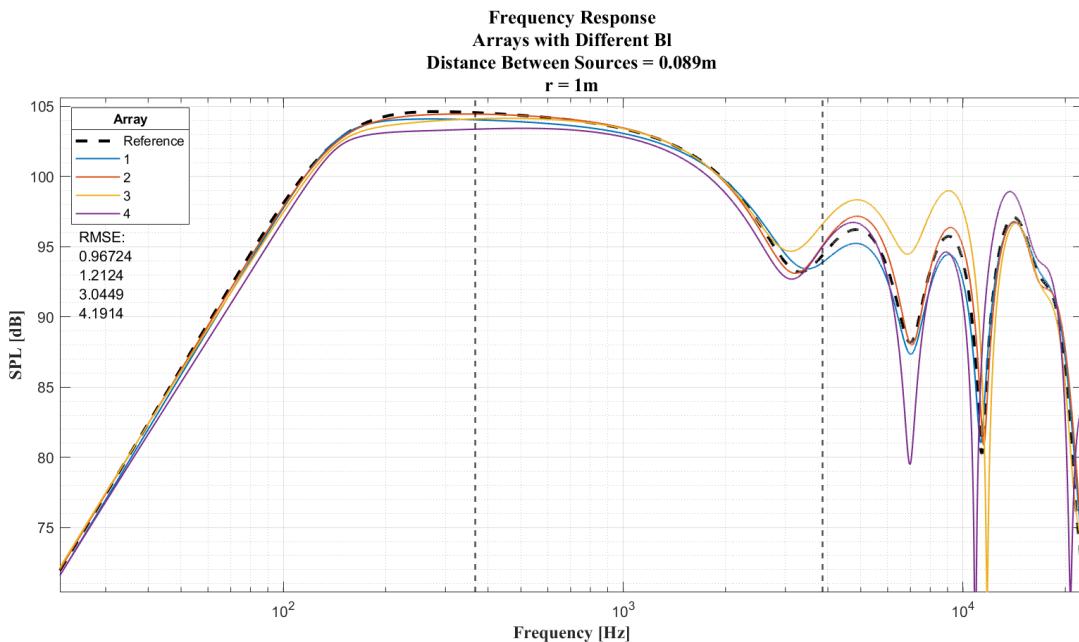


Fig. 44. Respuesta en frecuencia de los 4 arreglos lineales simulados

En la figura 44 es posible constatar que la variación de  $Bl$  afecta de manera directa la presión sonora generada por los arreglos lineales de forma coherente con el índice de directividad. El comportamiento en baja frecuencia presenta ligeras variaciones, Sin embargo, en el rango de interés la variabilidad genera diferencias significativas respecto al arreglo de referencia y estos cambios en  $Bl$  perjudican o benefician el desempeño del arreglo lineal. Por encima del rango de interés se presenta un comportamiento similar al del índice de directividad, mostrando que por arriba de este rango las diferencias son mucho más notorias debido tanto a la variación de  $Bl$  como a los efectos del aliasing espacial. Este comportamiento generado por los cambios de  $Bl$  es esperado, ya que al ser una razón de transformación entre el dominio eléctrico y mecánico, este afecta directamente en la cantidad de voltaje y corriente que posteriormente se traducirán a fuerza y velocidad de partícula del diafragma del altavoz, lo que finalmente también se reflejara en el dominio acústico.

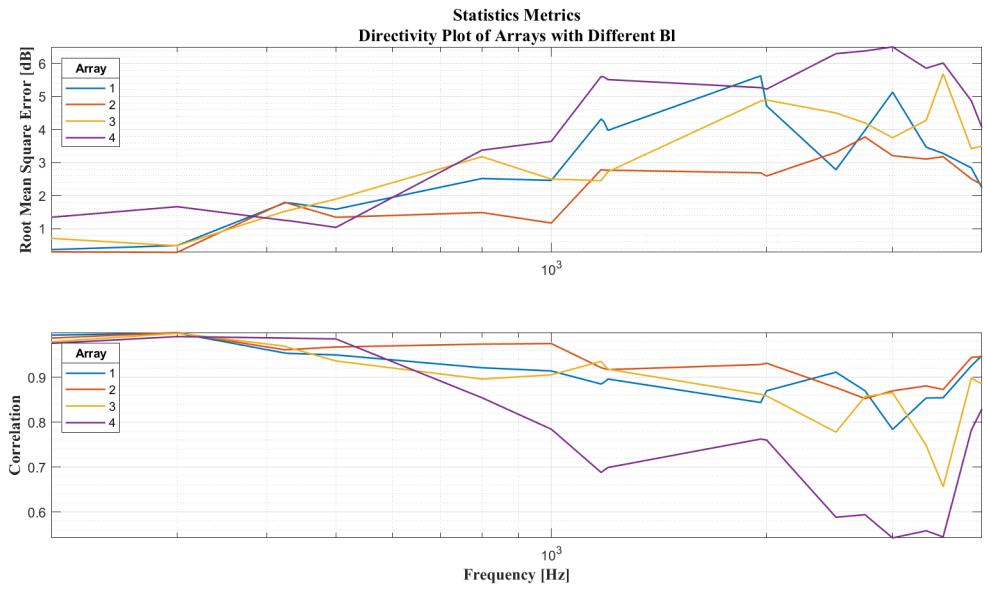
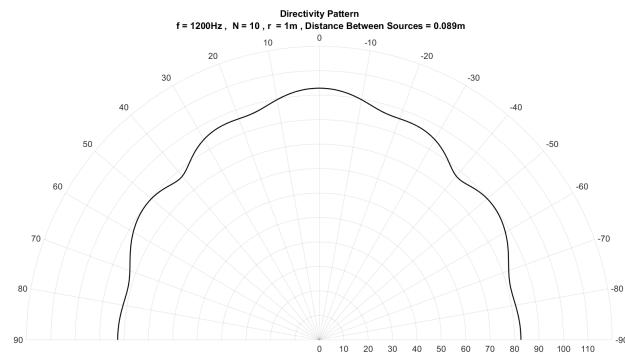
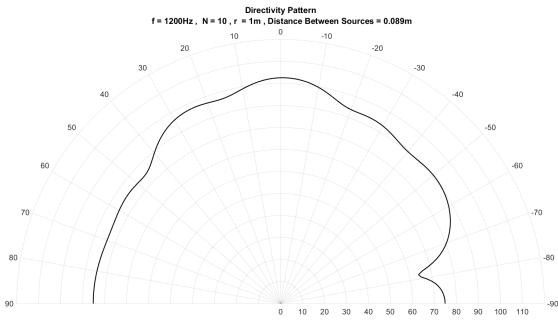
**Error medio cuadrático y correlación del patrón de los arreglos lineales en las frecuencias de interés**

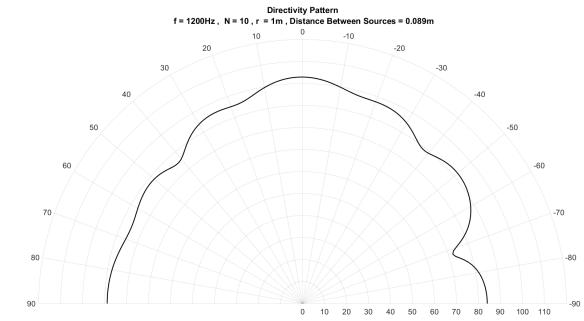
Fig. 45. Error medio cuadrático e índice de correlación del campo sintetizado por los arreglos lineales con variaciones de  $Bl$  en las frecuencias de Interés



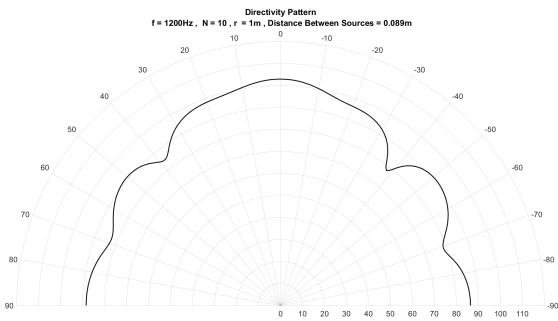
(a) Patrón de directividad del arreglo de referencia radiando una frecuencia de 1200 Hz a una distancia  $r = 1\text{m}$ .



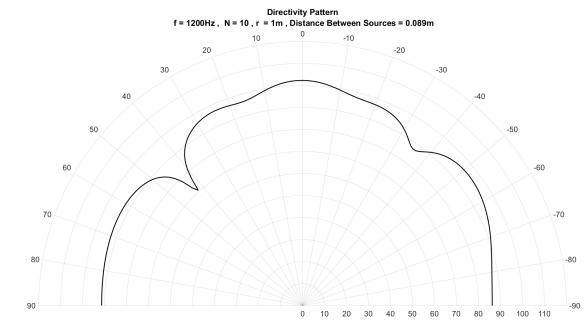
(b) Patrón de directividad del arreglo 1 con variaciones en  $B_l$  radiando una frecuencia de 1200 Hz a una distancia  $r = 1\text{m}$ .



(c) Patrón de directividad del arreglo 2 con variaciones en  $B_l$  radiando una frecuencia de 1200 Hz a una distancia  $r = 1\text{m}$ .

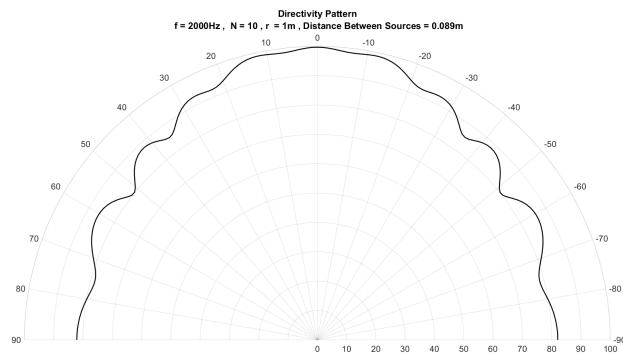


(d) Patrón de directividad del arreglo 3 con variaciones en  $B_l$  radiando una frecuencia de 1200 Hz a una distancia  $r = 1\text{m}$ .

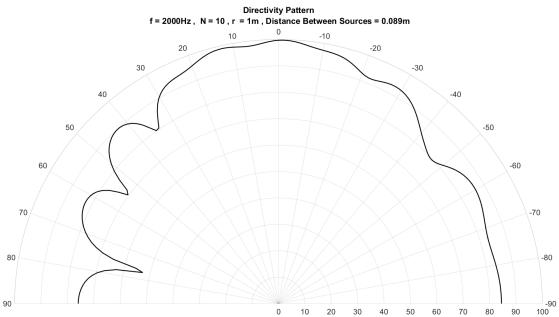


(e) Patrón de directividad del arreglo 4 con variaciones en  $B_l$  radiando una frecuencia de 1200 Hz a una distancia  $r = 1\text{m}$ .

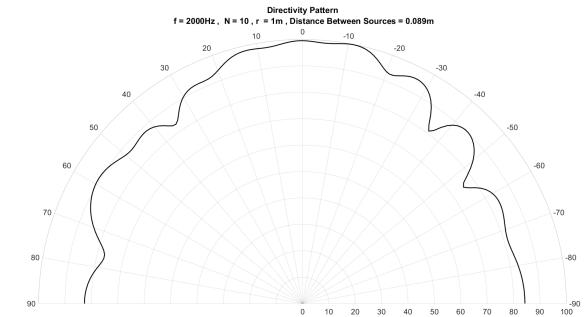
Fig. 46. Patrón de directividad de varios arreglos lineales radiando una frecuencia de 1200 Hz a una distancia  $r = 1\text{m}$



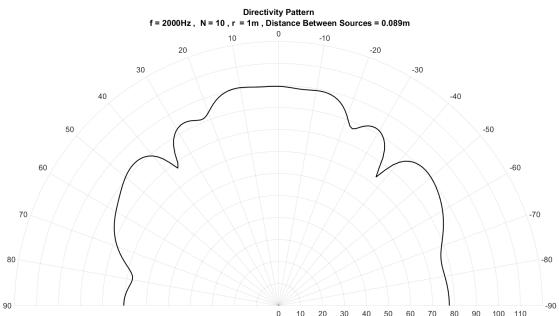
(a) Patrón de directividad del arreglo de referencia radiando una frecuencia de 2000 Hz a una distancia  $r = 1m$ .



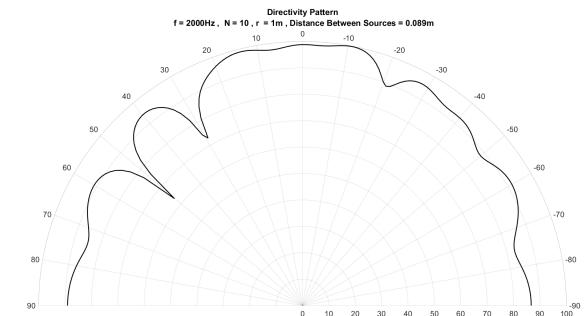
(b) Patrón de directividad del arreglo 1 con variaciones en  $Bl$  radiando una frecuencia de 2000 Hz a una distancia  $r = 1m$ .



(c) Patrón de directividad del arreglo 2 con variaciones en  $Bl$  radiando una frecuencia de 2000 Hz a una distancia  $r = 1m$ .

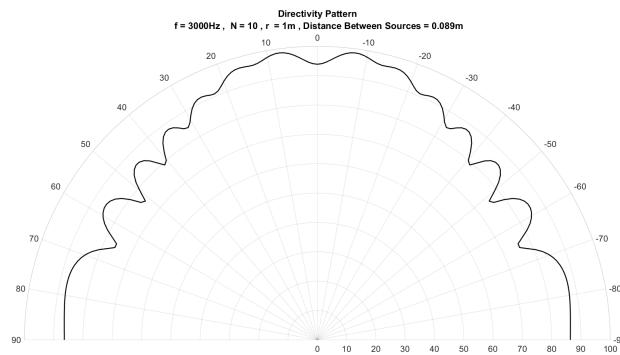


(d) Patrón de directividad del arreglo 3 con variaciones en  $Bl$  radiando una frecuencia de 2000 Hz a una distancia  $r = 1m$ .

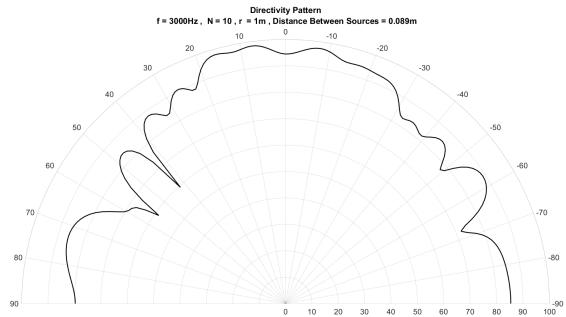


(e) Patrón de directividad del arreglo 4 con variaciones en  $Bl$  radiando una frecuencia de 2000 Hz a una distancia  $r = 1m$ .

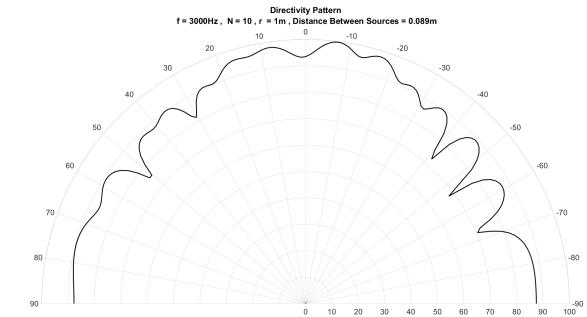
Fig. 47. Patrón de directividad de varios arreglos lineales radiando una frecuencia de 2000 Hz a una distancia  $r = 1m$



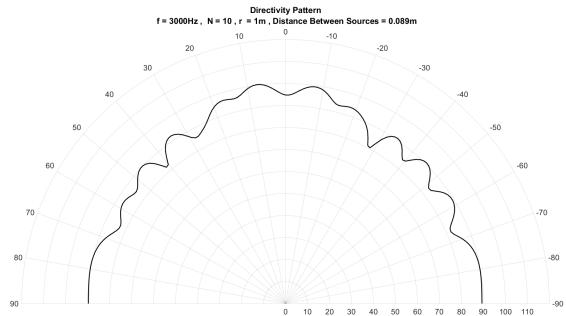
(a) Patrón de directividad del arreglo de referencia radiando una frecuencia de 3000 Hz a una distancia  $r = 1\text{m}$ .



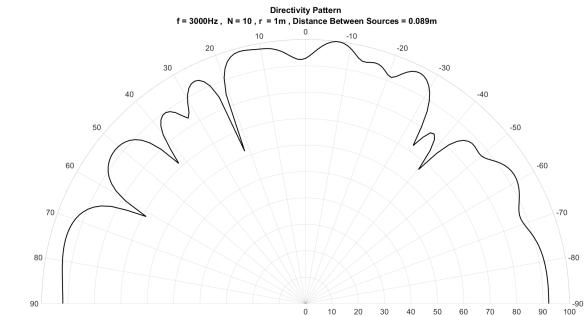
(b) Patrón de directividad del arreglo 1 con variaciones en  $Bl$  radiando una frecuencia de 3000 Hz a una distancia  $r = 1\text{m}$ .



(c) Patrón de directividad del arreglo 2 con variaciones en  $Bl$  radiando una frecuencia de 3000 Hz a una distancia  $r = 1\text{m}$ .



(d) Patrón de directividad del arreglo 3 con variaciones en  $Bl$  radiando una frecuencia de 3000 Hz a una distancia  $r = 1\text{m}$ .



(e) Patrón de directividad del arreglo 4 con variaciones en  $Bl$  radiando una frecuencia de 3000 Hz a una distancia  $r = 1\text{m}$ .

Fig. 48. Patrón de directividad de varios arreglos lineales radiando una frecuencia de 3000 Hz a una distancia  $r = 1\text{m}$

Los patrones de directividad mostrados en las figuras 46, 47 y 48 permiten realizar una comparación entre el campo radiado a  $1\text{m}$  generado por el arreglo lineal de referencia y los campos radiados a  $1\text{m}$  de los arreglos lineales que presentaron variaciones en  $Bl$ . Es evidente que estos cambios en  $Bl$  generan grandes alteraciones respecto al patrón de directividad ideal, generando lóbulos no deseados en el comportamiento direccional de un arreglo lineal. Esto es debido a que el valor de  $Bl$  afecta el nivel de presión sonora generada por cada una de las fuentes como indica la ecuación 122, lo que significa que la interacción entre ellas incumple la condición de radiar a la misma amplitud dada en la sección N, consiguiendo así

que un arreglo lineal de fuentes direccione su energía de forma ideal. Finalmente como se indica en la figura 49 estas alteraciones se hacen más evidentes con el aumento de la frecuencia.

### Error medio cuadrático y correlación del campo sintetizado por los arreglos lineales en las frecuencias de Interés:

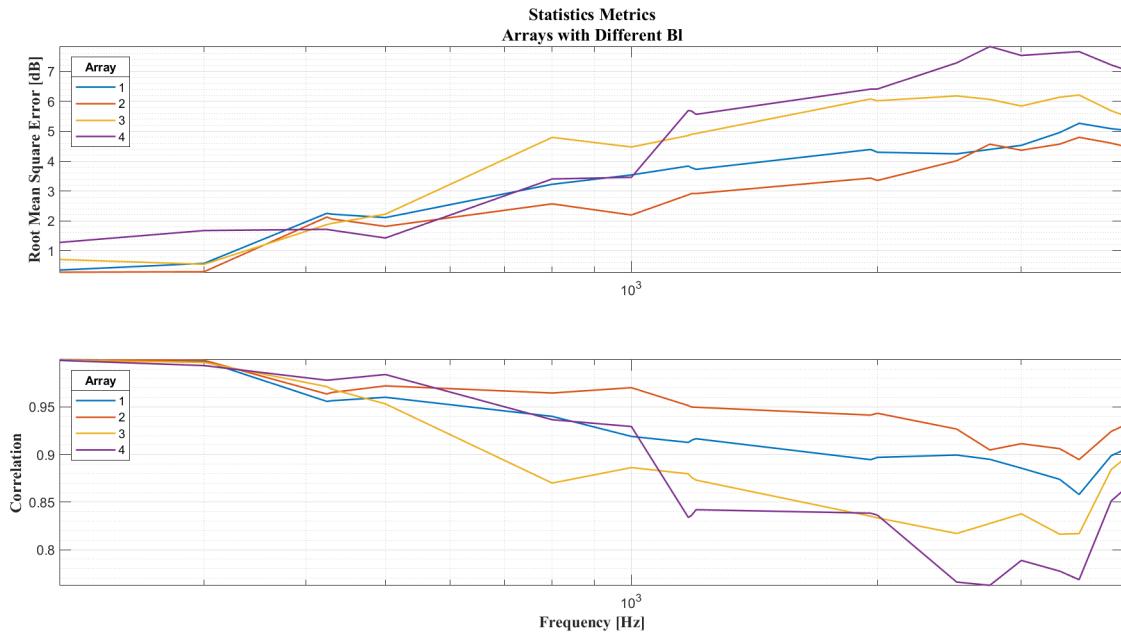
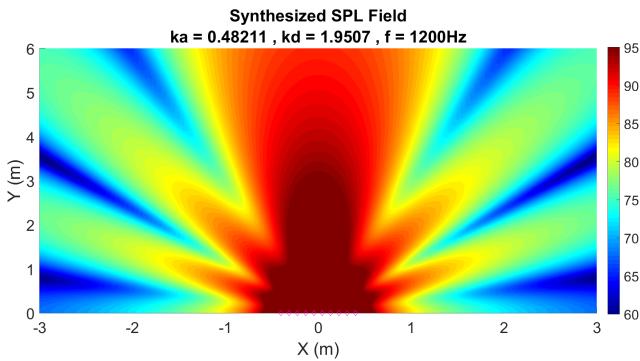
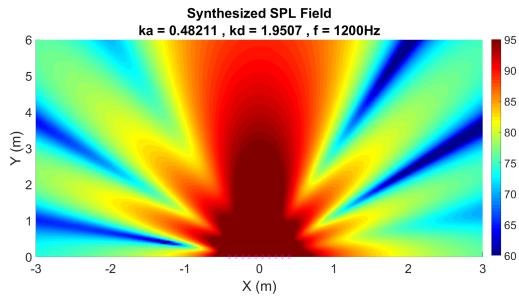


Fig. 49. Error medio cuadrático e índice de correlación del campo sintetizado por los arreglos lineales con variaciones de  $Bl$  en las frecuencias de Interés

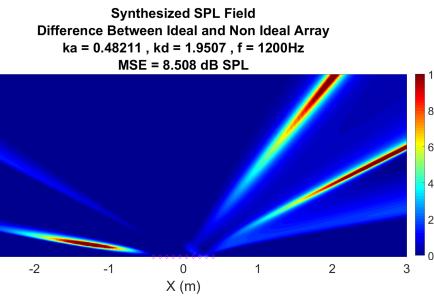
En la figura 49 se evidencia una tendencia creciente en el Error medio cuadrático y decreciente en la correlación a causa del aumento de la frecuencia. Esto es debido al comportamiento omnidireccional que se presente en baja frecuencia a causa del tamaño de su longitud de onda, sin embargo, a medida que se presenta un aumento en la frecuencia esta decrece, causando aumento en la directividad. Por lo que el campo radiado por el arreglo lineal, presenta mayor susceptibilidad ante la variabilidad del parámetro  $Bl$  y esto repercute en el aumento en el Error medio cuadrático, indicando que el campo radiado por los arreglos lineales que presentan variaciones en  $Bl$  muestra mayor diferencia respecto al arreglo lineal de referencia, mientras que la correlación nos indica que la similitud de los campos radiados por los arreglos lineales que presentan variaciones y el de referencia decrece. A partir de este criterio se determinan algunas frecuencias de interés en las que se mostrara la síntesis de su campo radiado con la finalidad de validar lo descrito anteriormente.



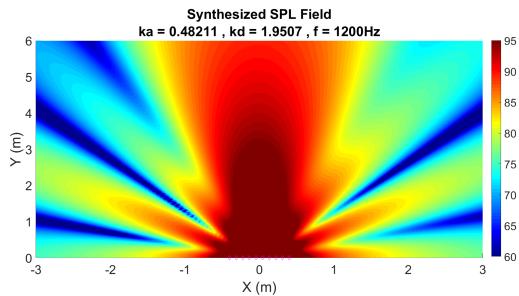
(a) Campo acústico sintetizado para el arreglo de referencia radiando una frecuencia de 1200 Hz.



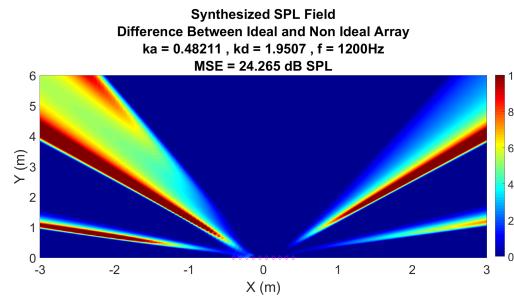
(b) Campo acústico sintetizado para el arreglo 2 con variaciones en  $Bl$  radiando una frecuencia de 1200 Hz.



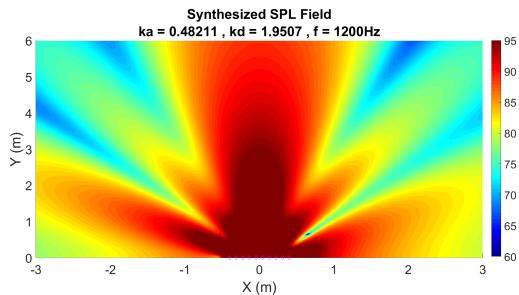
(c) Diferencia de Campo acústico sintetizado entre arreglo de referencia y el arreglo 2 con variaciones radiando una frecuencia de 1200 Hz.



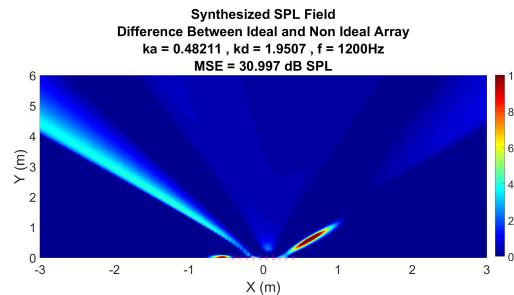
(d) Campo acústico sintetizado para el arreglo 3 con variaciones en  $Bl$  radiando una frecuencia de 1200 Hz.



(e) Diferencia de Campo acústico sintetizado entre arreglo de referencia y el arreglo 3 con variaciones radiando una frecuencia de 1200 Hz.

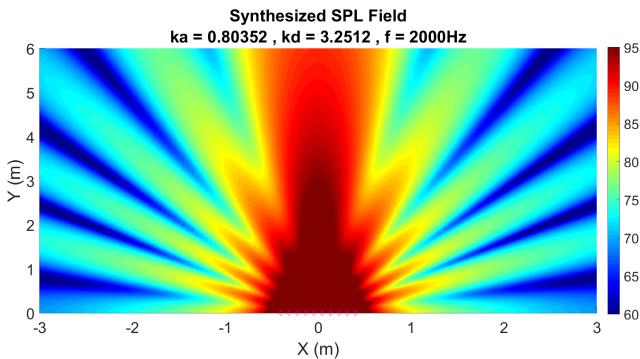


(f) Campo acústico sintetizado para el arreglo 4 con variaciones en  $Bl$  radiando una frecuencia de 1200 Hz.

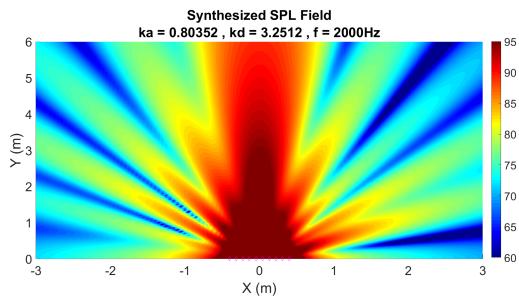


(g) Diferencia de Campo acústico sintetizado entre arreglo de referencia y el arreglo 4 con variaciones radiando una frecuencia de 1200 Hz.

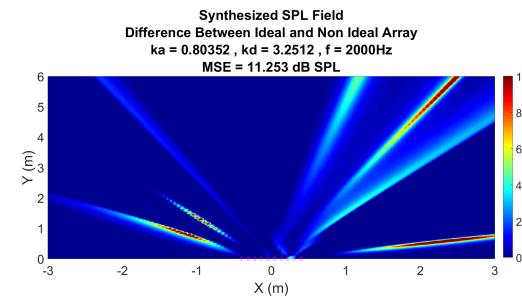
Fig. 50. Campo acústico sintetizado de varios arreglos lineales y sus diferencias con el arreglo lineal de referencia radiando a 1200Hz.



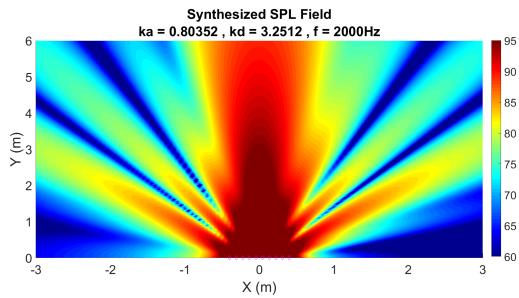
(a) Campo acústico sintetizado para el arreglo de referencia radiando una frecuencia de 2000 Hz.



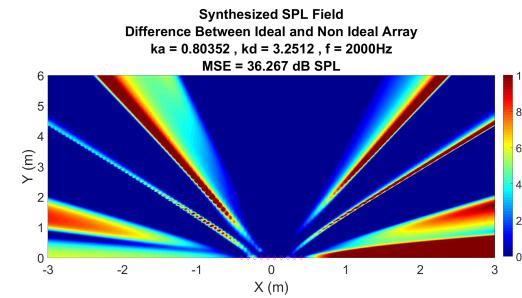
(b) Campo acústico sintetizado para el arreglo 2 con variaciones en  $Bl$  radiando una frecuencia de 2000 Hz.



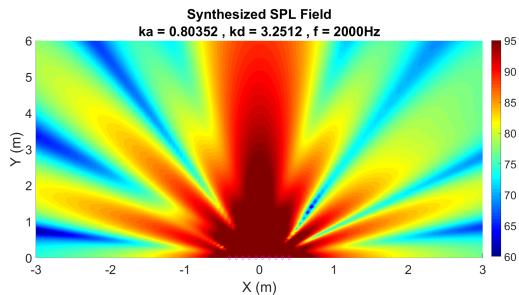
(c) Diferencia de Campo acústico sintetizado entre arreglo de referencia y el arreglo 2 con variaciones radiando una frecuencia de 2000 Hz.



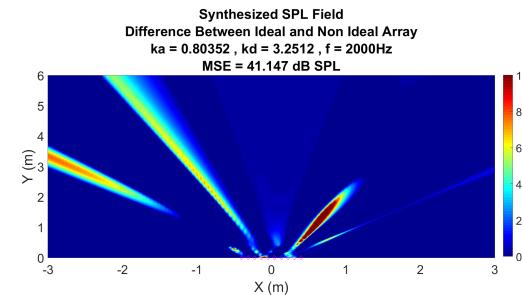
(d) Campo acústico sintetizado para el arreglo 3 con variaciones en  $Bl$  radiando una frecuencia de 2000 Hz.



(e) Diferencia de Campo acústico sintetizado entre arreglo de referencia y el arreglo 3 con variaciones radiando una frecuencia de 2000 Hz.

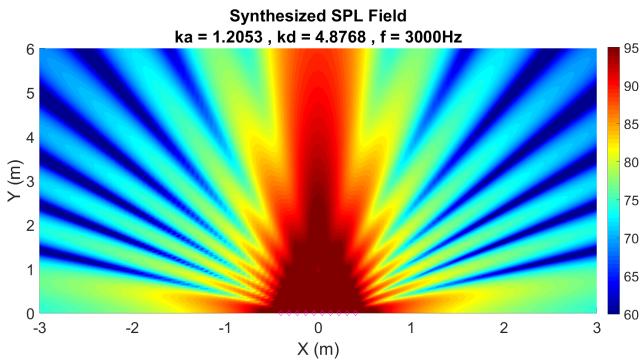


(f) Campo acústico sintetizado para el arreglo 4 con variaciones en  $Bl$  radiando una frecuencia de 2000 Hz.

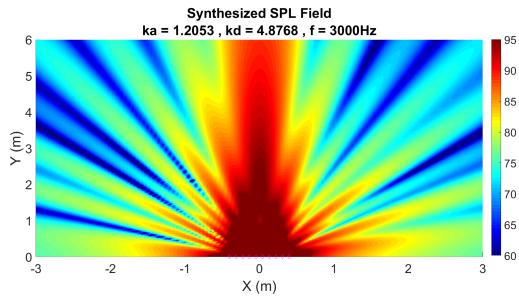


(g) Diferencia de Campo acústico sintetizado entre arreglo de referencia y el arreglo 4 con variaciones radiando una frecuencia de 2000 Hz.

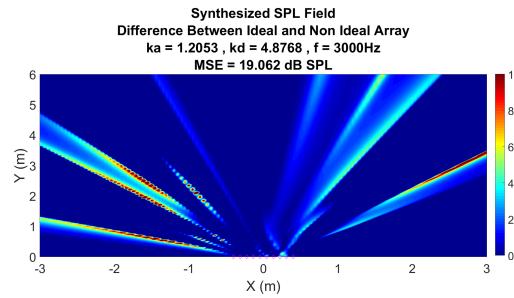
Fig. 51. Campo acústico sintetizado de varios arreglos lineales y sus diferencias con el arreglo lineal de referencia radiando a 2000Hz.



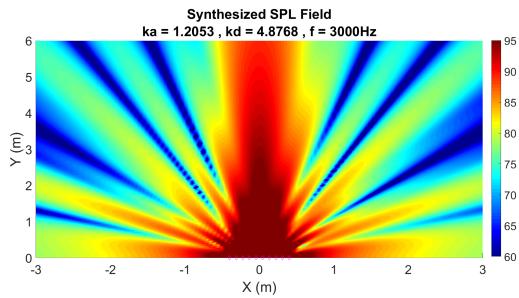
(a) Campo acústico sintetizado para el arreglo de referencia radiando una frecuencia de 3000 Hz.



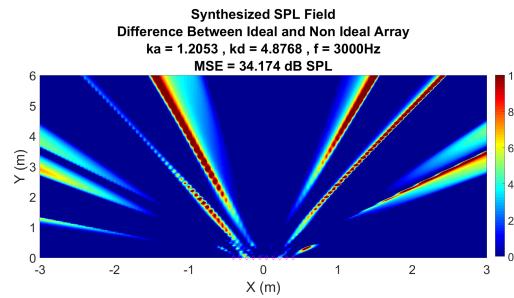
(b) Campo acústico sintetizado para el arreglo 2 con variaciones en  $Bl$  radiando una frecuencia de 3000 Hz.



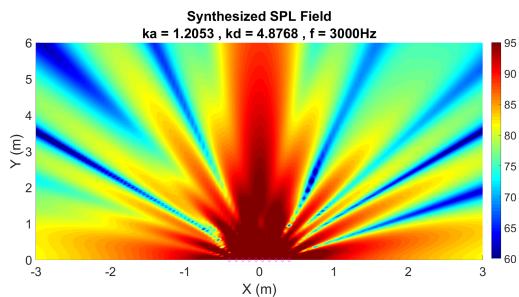
(c) Diferencia de Campo acústico sintetizado entre arreglo de referencia y el arreglo 2 con variaciones radiando una frecuencia de 3000 Hz.



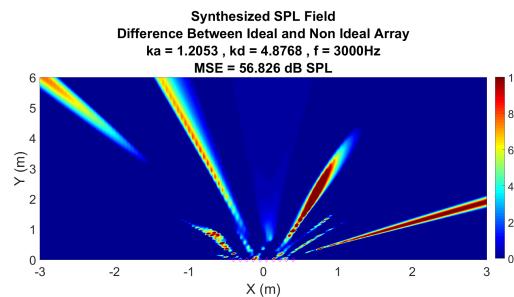
(d) Campo acústico sintetizado para el arreglo 3 con variaciones en  $Bl$  radiando una frecuencia de 3000 Hz.



(e) Diferencia de Campo acústico sintetizado entre arreglo de referencia y el arreglo 3 con variaciones radiando una frecuencia de 3000 Hz.



(f) Campo acústico sintetizado para el arreglo 4 con variaciones en  $Bl$  radiando una frecuencia de 3000 Hz.



(g) Diferencia de Campo acústico sintetizado entre arreglo de referencia y el arreglo 4 con variaciones radiando una frecuencia de 3000 Hz.

Fig. 52. Campo acústico sintetizado de varios arreglos lineales y sus diferencias con el arreglo lineal de referencia radiando a 3000Hz.

Como se observa en las figura 49 la variabilidad del parámetro  $Bl$  afecta considerablemente la directividad del arreglo lineal, causando tanto interferencia destructiva como constructiva en zonas no deseadas y focalizando así su energía de forma ineficiente. Las diferencias entre los campos de los arreglos lineales con variaciones en  $Bl$  y el arreglo lineal de referencia mostradas en las figuras 50, 51 y 52 permiten evidenciar de manera más clara los efectos de este parámetro. Se percibe con claridad como hay diferencias de hasta  $10dB(SPL)$  para algunos casos, por lo que se puede concluir que el parámetro  $Bl$  tiene efectos significativos en el desempeño de un arreglo lineal.

2) **Variación de  $M_{MD}$ :** En este segmento se pasa a analizar el segundo parámetro que de acuerdo a la figura 37 genera un mayor REMC y un índice de correlación menos aproximado a 1 al variar con respecto al arreglo lineal de referencia,  $M_{MD}$ . Se presentara una sección a) en la cual se realizará el análisis de las fuentes que componen un arreglo lineal, con un voltaje de entrada de  $2,83V$ , donde la fuente de referencia es aquella en la cual sus parámetros Thiele Small corresponden a los del datasheet indicado en el anexo A. Presentando los resultados obtenidos para la impedancia eléctrica, la cual se estima a partir de la ecuación 155 y se presenta como punto de partida ya que representa el comportamiento del transductor en el dominio eléctrico. Luego se exponen los resultados de velocidad de partícula y desplazamiento del diafragma estimados a partir de la presión en este. Posteriormente se enseña la Potencia eléctrica, potencia acústica y eficiencia mostrando así la relación existente entre el dominio eléctrico y acústico. Por último se muestra la respuesta en frecuencia como el final de la cadena de transducción del altavoz. Esta respuesta en frecuencia se estima partiendo de la presión en el diafragma dada por la ecuación 151, para luego calcular la velocidad de partícula con la ecuación 154 y finalmente propagara  $1m$  en el eje axial la presión acústica mediante la ecuación de pistón en campo lejano dada por 49.

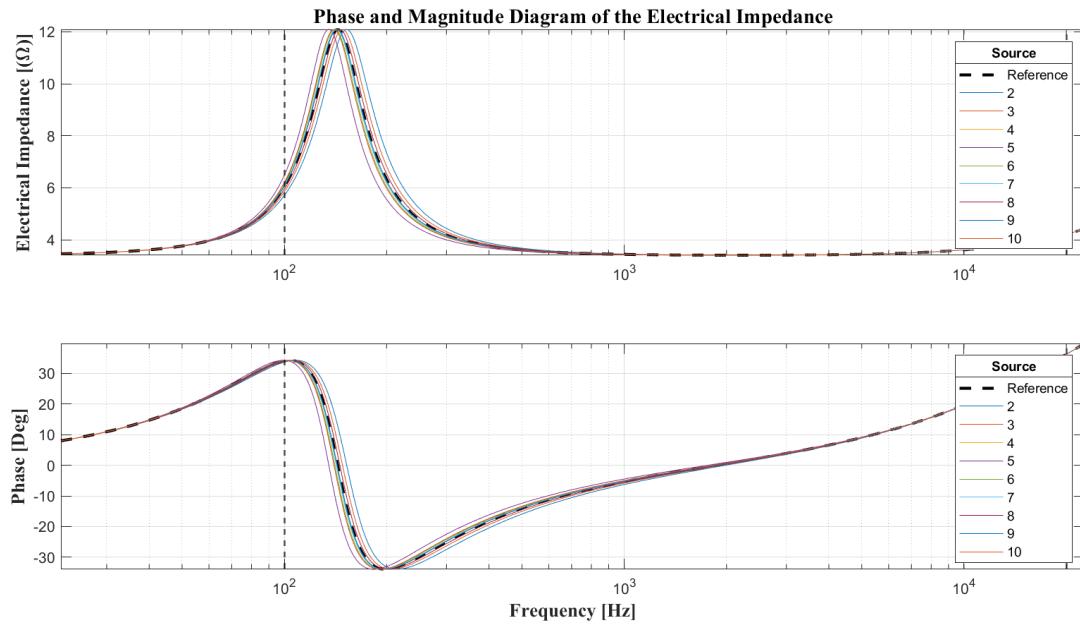
Adicionalmente en el capítulo se presentara una sección b) en la cual se expone el comportamiento de diversos arreglos lineales. Mostrando inicialmente su índice de directividad y respuesta en frecuencia como principales indicadores de su funcionamiento. Luego se enseñan métricas estadísticas calculadas para los patrones de directividad estimados a  $1m$  con una resolución de  $1^\circ$  y algunos de estos en frecuencias de interés seleccionadas. Finalmente se exhiben resultados para las métricas estadísticas de la síntesis del campo del arreglo lineal estimado en un dominio de  $6m$  de ancho y alto con una resolución espacial de  $0,05m$  y algunos de estos campos seleccionados nuevamente en frecuencias de interés.

a) **Análisis de un solo arreglo lineal y sus fuentes:** A partir de la tabla VII y la figura 37 se observa que el arreglo lineal 2 es aquel que más variabilidad en el parámetro  $M_{MD}$  y más diferencias presenta al ser comparado con el arreglo lineal de referencia. Por esto fue seleccionado para ser analizado con sus fuentes de manera individual, el valor que dé  $M_{MD}$  que presentan las fuentes del arreglo 2 son:

Array 2					
Source Index	Mmd	Fs	Qms	Qes	Qts
1	0.001400	141.2	2.90	1.13	0.82
2	0.001244	149.8	2.73	1.07	0.77
3	0.001314	145.7	2.81	1.10	0.79
4	0.001426	139.9	2.93	1.14	0.82
5	0.001573	133.2	3.07	1.20	0.86
6	0.001453	138.6	2.95	1.15	0.83
7	0.001422	140.1	2.92	1.14	0.82
8	0.001361	143.2	2.86	1.12	0.80
9	0.001409	140.7	2.91	1.14	0.82
10	0.001469	137.8	2.97	1.16	0.83
Std	<b>0.000089</b>	<b>4.5</b>	<b>0.09</b>	<b>0.04</b>	<b>0.03</b>
Mean	<b>0.001407</b>	<b>141.0</b>	<b>2.91</b>	<b>1.14</b>	<b>0.82</b>

TABLA. X. Valores de  $M_{MD}$ , desviación estándar y media para las fuentes del arreglo lineal 2

### Impedancia eléctrica

Fig. 53. Fase y magnitud de la impedancia eléctrica con diferentes valores de  $M_{MD}$ 

En la figura 53 se observa que el efecto de la variabilidad de  $M_{MD}$  en la impedancia eléctrica se refleja como un corrimiento de la frecuencia de resonancia tanto en magnitud como en fase. Esto ocurre porque  $M_{MD}$  es un parámetro que afecta directamente el valor de la frecuencia de resonancia dada por la ecuación 17, lo que indica que a un mayor  $M_{MD}$  se tendrá una menor frecuencia de resonancia como es el caso de la fuente 5 y para el caso contrario cuando  $M_{MD}$  es menor se obtiene una frecuencia de resonancia mayor como es el caso de la fuente 2. Esto se evidencia con facilidad a partir de la tabla X y la figura 53.

## Desplazamiento

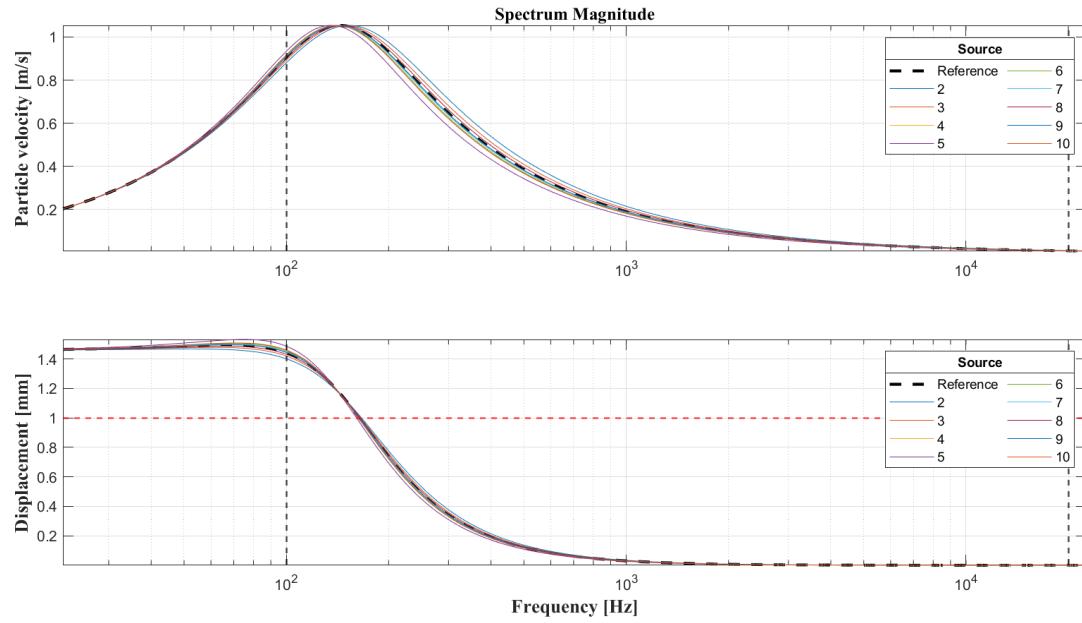


Fig. 54. Velocidad de partícula y desplazamiento del diafragma con diferentes valores de  $M_{MD}$

La figura 54 muestra nuevamente que la variabilidad de  $M_{MD}$  afecta directamente la frecuencia de resonancia, causando un corrimiento de esta de hasta de un 3,5828 % en el peor de los casos, esto causa que el desplazamiento del diafragma aumente en bajas frecuencias en el caso de darse un aumento en  $M_{MD}$  y en altas frecuencias en el caso de que  $M_{MD}$  disminuya debido a la resonancia, sin embargo, al incrementar  $M_{MD}$  el diafragma presentara mayor oposición al movimiento y esto se reflejara en un desplazamiento menor de este.

## Eficiencia

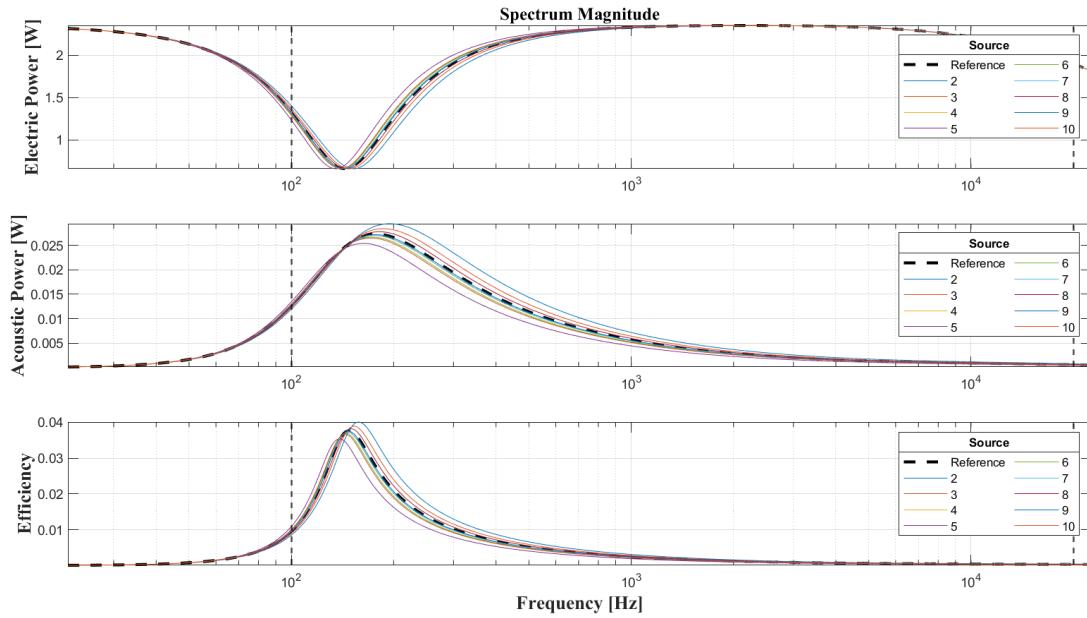


Fig. 55. Potencia eléctrica, acústica y eficiencia con diferentes valores de  $M_{MD}$

Dada la capacidad de inercia de cualquier objeto con masa, el aumento de  $M_{MD}$  causa una mayor oposición al movimiento, afectando la capacidad del transductor electro-mecánico-acústico de transformar potencia eléctrica en potencia acústica como se observa en la figura 57, esto indica que a mayor masa el altavoz pierde eficiencia. La fuente con menor  $M_{MMD}$  es la numero 2 de acuerdo a la tabla X y se observa en la figura 57 que la curva correspondiente a dicha fuente esta presenta una mayor eficiencia en su resonancia la cual se ha desplazado hacia adelante dado el decremento de  $M_{MMD}$ .

## Respuesta en frecuencia

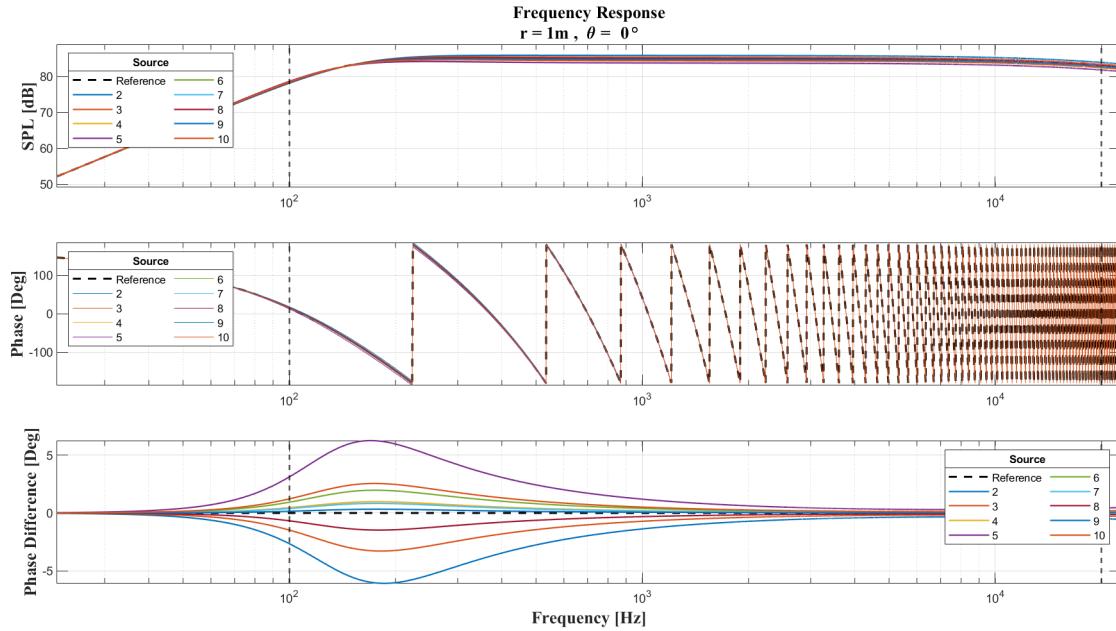


Fig. 56. respuesta en frecuencia para fuentes con diferentes valores de  $M_{MD}$

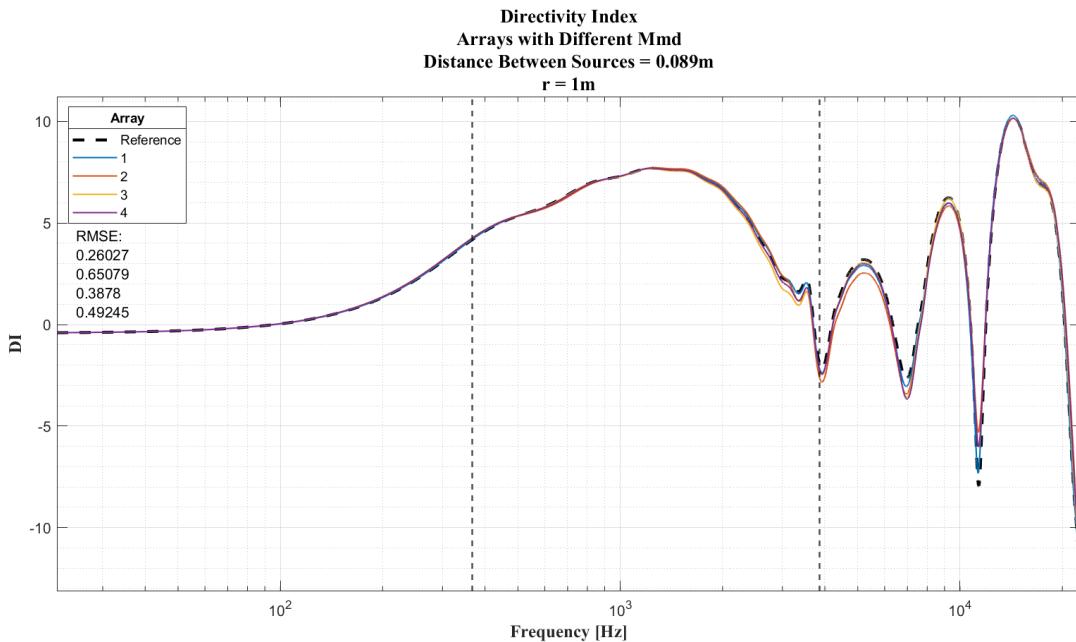
Como se indica el análisis anterior, la variación de  $M_{MD}$  está directamente relacionada con el corrimiento de la frecuencia de resonancia y aumento o decremento de la eficiencia. Esta es un indicador que relaciona el dominio eléctrico y acústico indicando que tanta potencia eléctrica es convertida en potencia acústica, aumentando para valores bajos de  $M_{MD}$ . En la figura 56 se observa como la fuente 2 es aquella que tienen menor  $M_{MD}$  y por ende presentan mayor nivel de presión sonora, a su vez al presentar menos oposición al movimiento causa un desfase menor, sin embargo, al  $M_{MD}$  estar directamente relacionado a la frecuencia de resonancia por la ecuación 17 los mayores cambios de fase respecto a la referencia se perciben en dichas frecuencias.

*b) Análisis de diversos arreglos lineales:* Para el análisis de diversos arreglos lineales se presentan las siguientes variaciones de  $M_{MD}$

Values Of Mmd				
Sources	Array 1	Array 2	Array 3	Array 4
<b>1</b>	0.001400	0.001400	0.001400	0.001400
<b>2</b>	0.001380	0.001244	0.001427	0.001426
<b>3</b>	0.001419	0.001314	0.001373	0.001375
<b>4</b>	0.001507	0.001426	0.001450	0.001409
<b>5</b>	0.001503	0.001573	0.001463	0.001592
<b>6</b>	0.001398	0.001453	0.001474	0.001399
<b>7</b>	0.001466	0.001422	0.001430	0.001451
<b>8</b>	0.001377	0.001361	0.001443	0.001367
<b>9</b>	0.001447	0.001409	0.001352	0.001362
<b>10</b>	0.001537	0.001469	0.001321	0.001375
<b>Std</b>	<b>0.000058</b>	<b>0.000089</b>	<b>0.000050</b>	<b>0.000068</b>
<b>Mean</b>	<b>0.001444</b>	<b>0.001407</b>	<b>0.001413</b>	<b>0.001416</b>

TABLA. XI. Valores de  $M_{MD}$ , desviación estándar y media para todos los arreglos lineales

### Índice de Directividad arreglos lineales

Fig. 57. Índice de directividad para arreglos lineales con diferentes  $M_{MD}$ 

Se observa que la variabilidad de  $M_{MD}$  causa cambios cada vez mayores con el aumento de la frecuencia, esto es debido a que su impedancia, la cual se indica en la introducción de la sección C aumenta con esta. Por lo que el cambio en de  $M_{MD}$  se vuelve más relevante en este rango, sin embargo no afecta considerablemente el desempeño del índice de directividad del arreglo lineal.

## Respuesta en frecuencia arreglos lineales

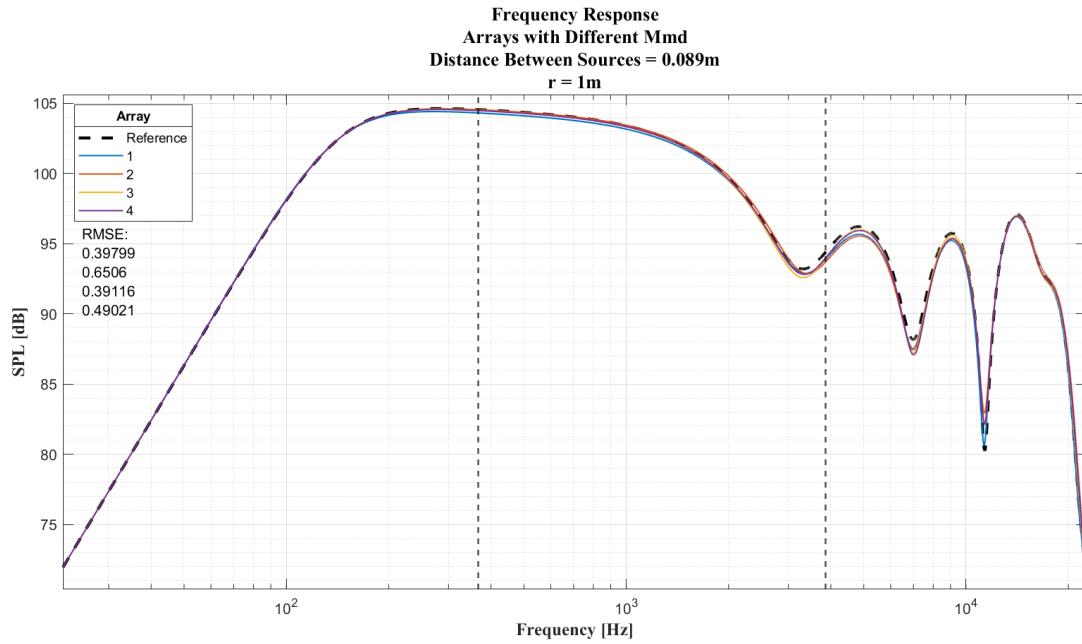


Fig. 58. Respuesta en Frecuencia para arreglos lineales con diferentes  $M_{MD}$

La variabilidad de  $M_{MD}$  afecta levemente el valor de la respuesta en frecuencia a medida que esta aumenta, sin embargo, los cambios que induce no afectan considerablemente el desempeño de los arreglos lineales con variaciones con respecto a la referencia, llegando a tener una diferencia máxima de menos de 1dB(SPL).

**Error medio cuadrático e índice de correlación del patrón de directividad de los arreglos lineales en las frecuencias de Interés**

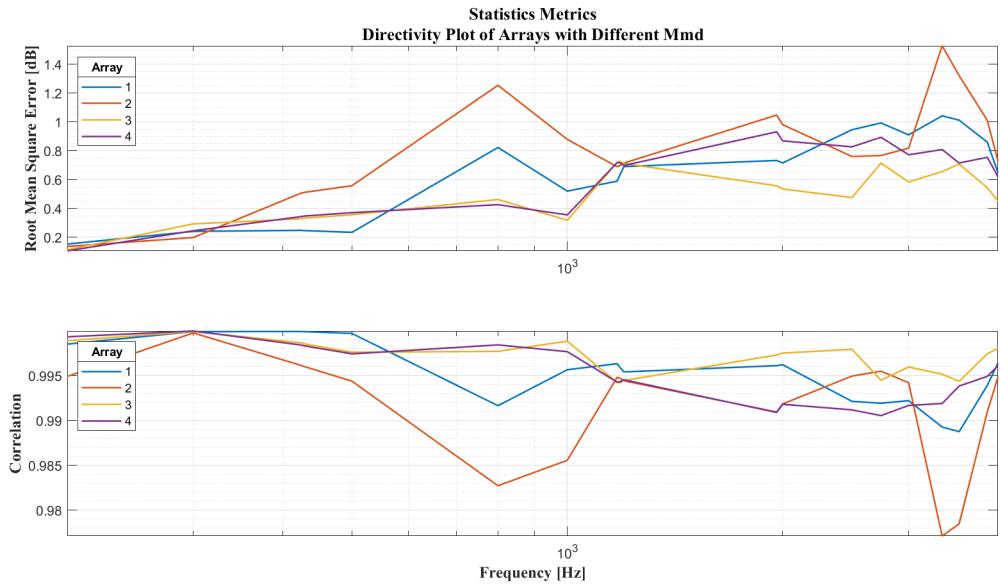
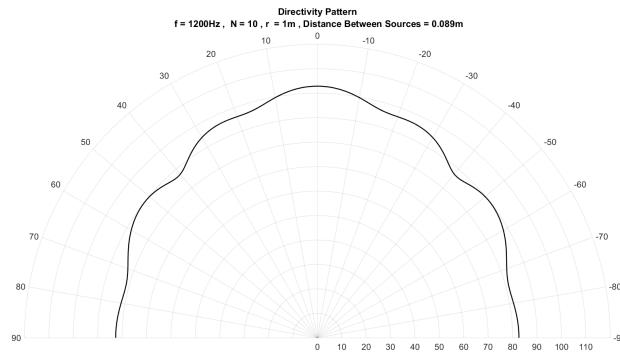
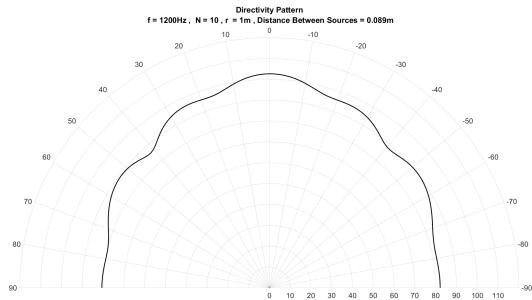


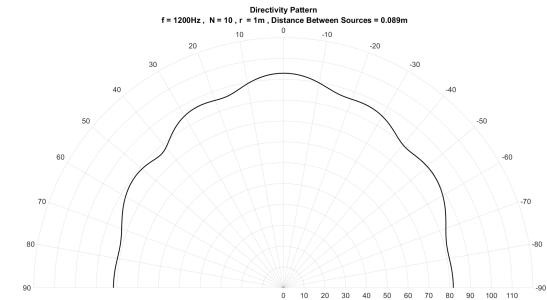
Fig. 59. Error medio cuadrático e índice de correlación del campo sintetizado por los arreglos lineales con variaciones de  $M_{MD}$  en las frecuencias de Interés



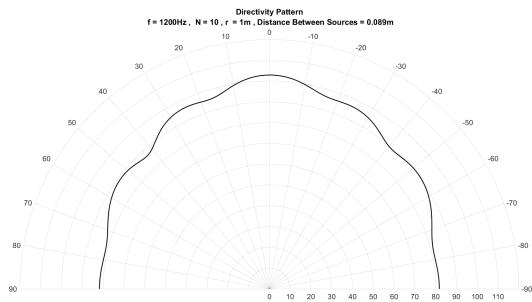
(a) Patrón de directividad del arreglo de referencia radiando una frecuencia de 1200 Hz a una distancia  $r = 1\text{m}$ .



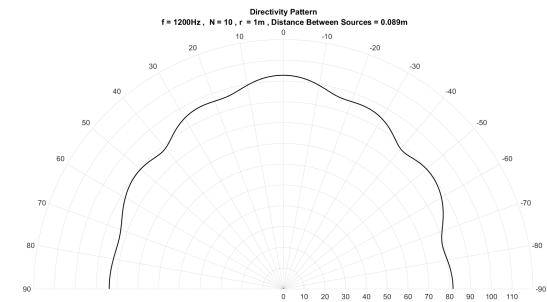
(b) Patrón de directividad del arreglo 1 con variaciones en  $M_{MD}$  radiando una frecuencia de 1200 Hz a una distancia  $r = 1\text{m}$ .



(c) Patrón de directividad del arreglo 2 con variaciones en  $M_{MD}$  radiando una frecuencia de 1200 Hz a una distancia  $r = 1\text{m}$ .

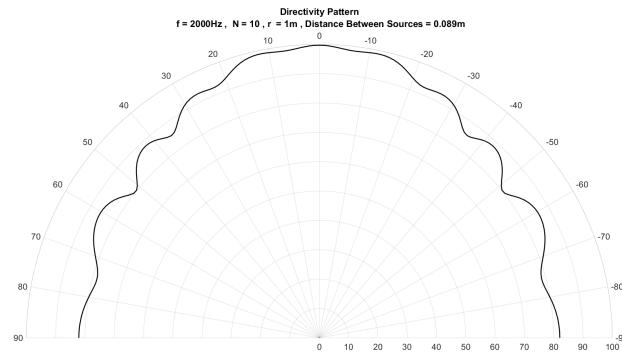


(d) Patrón de directividad del arreglo 3 con variaciones en  $M_{MD}$  radiando una frecuencia de 1200 Hz a una distancia  $r = 1\text{m}$ .

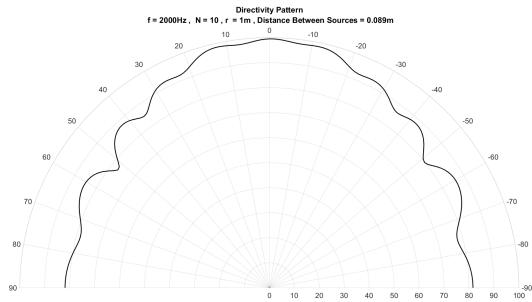


(e) Patrón de directividad del arreglo 4 con variaciones en  $M_{MD}$  radiando una frecuencia de 1200 Hz a una distancia  $r = 1\text{m}$ .

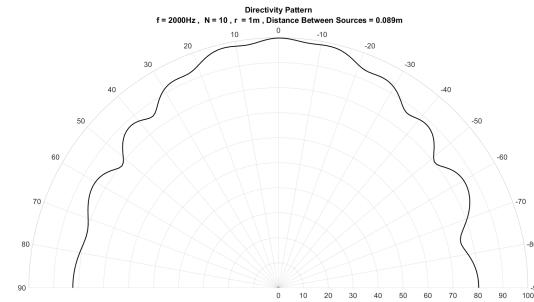
Fig. 60. Patrón de directividad de diferentes arreglos lineales radiando a una frecuencia de 1200 Hz a una distancia  $r = 1\text{m}$



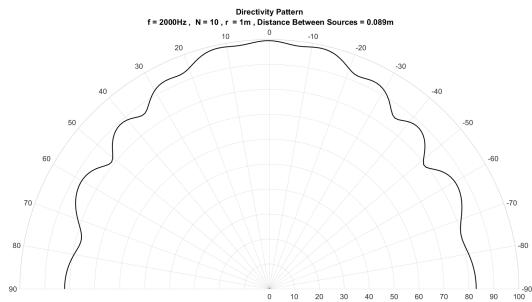
(a) Patrón de directividad del arreglo de referencia radiando una frecuencia de 2000 Hz a una distancia  $r = 1m$ .



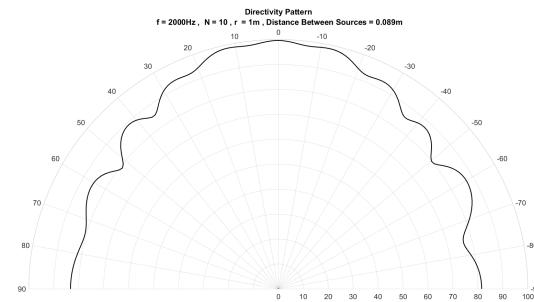
(b) Patrón de directividad del arreglo 1 con variaciones en  $M_{MD}$  radiando una frecuencia de 2000 Hz a una distancia  $r = 1m$ .



(c) Patrón de directividad del arreglo 2 con variaciones en  $M_{MD}$  radiando una frecuencia de 2000 Hz a una distancia  $r = 1m$ .

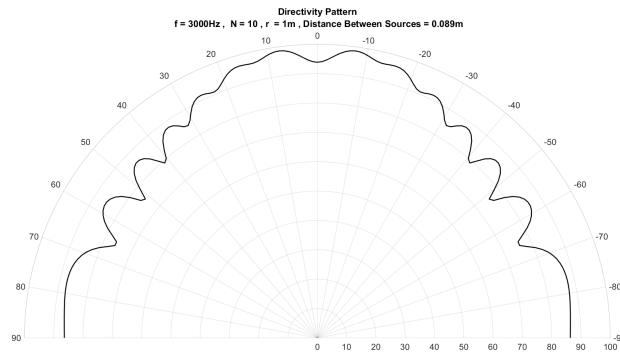


(d) Patrón de directividad del arreglo 3 con variaciones en  $M_{MD}$  radiando una frecuencia de 2000 Hz a una distancia  $r = 1m$ .

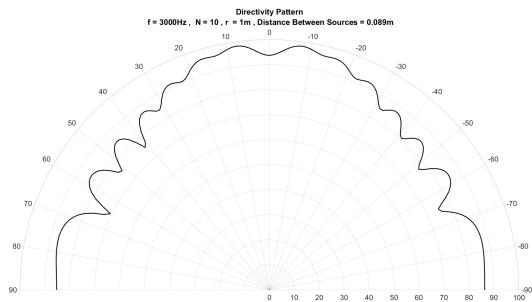


(e) Patrón de directividad del arreglo 4 con variaciones en  $M_{MD}$  radiando una frecuencia de 2000 Hz a una distancia  $r = 1m$ .

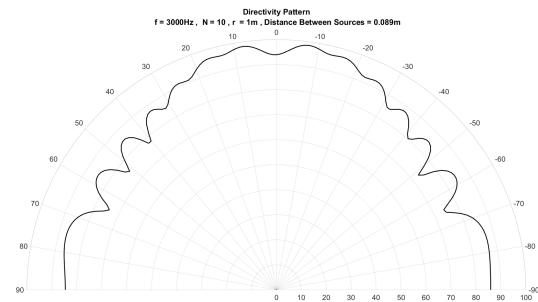
Fig. 61. Patrón de directividad de diferentes arreglos lineales radiando a una frecuencia de 2000 Hz a una distancia  $r = 1m$ .



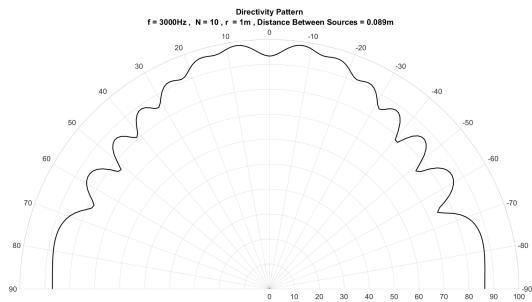
(a) Patrón de directividad del arreglo de referencia radiando una frecuencia de 3000 Hz a una distancia  $r = 1\text{m}$ .



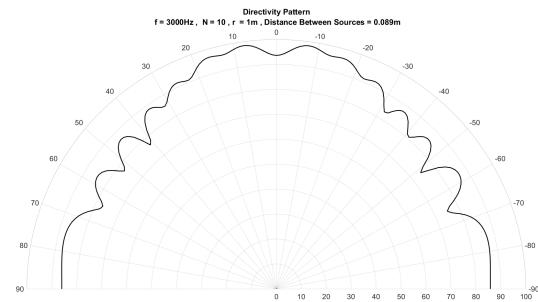
(b) Patrón de directividad del arreglo 1 con variaciones en  $M_{MD}$  radiando una frecuencia de 3000 Hz a una distancia  $r = 1\text{m}$ .



(c) Patrón de directividad del arreglo 2 con variaciones en  $M_{MD}$  radiando una frecuencia de 3000 Hz a una distancia  $r = 1\text{m}$ .



(d) Patrón de directividad del arreglo 3 con variaciones en  $M_{MD}$  radiando una frecuencia de 3000 Hz a una distancia  $r = 1\text{m}$ .



(e) Patrón de directividad del arreglo 4 con variaciones en  $M_{MD}$  radiando una frecuencia de 3000 Hz a una distancia  $r = 1\text{m}$ .

Fig. 62. Patrón de directividad de diferentes arreglos lineales radiando a una frecuencia de 3000 Hz a una distancia  $r = 1\text{m}$

En las figura 59, se observa el comportamiento mencionado anteriormente, el cual determina que con el aumento de la frecuencia los efectos que genera la variación de  $M_{MD}$  son más notorios. al realizar la comparación de los patrones de directividad radiados por los arreglos lineales con variaciones en este parámetro respecto al arreglo de referencia, se encuentra que el valor más bajo de índice de correlación para el peor caso es de aproximadamente 0,97, este valor indica que la similitud entre la directividad del arreglo lineal de referencia y los arreglos lineales con variaciones es excelente lo cual se ve con claridad en las figuras 60, 61 y 62.

## Error medio cuadrático y correlación del campo sintetizado por los arreglos lineales en las frecuencias de Interés

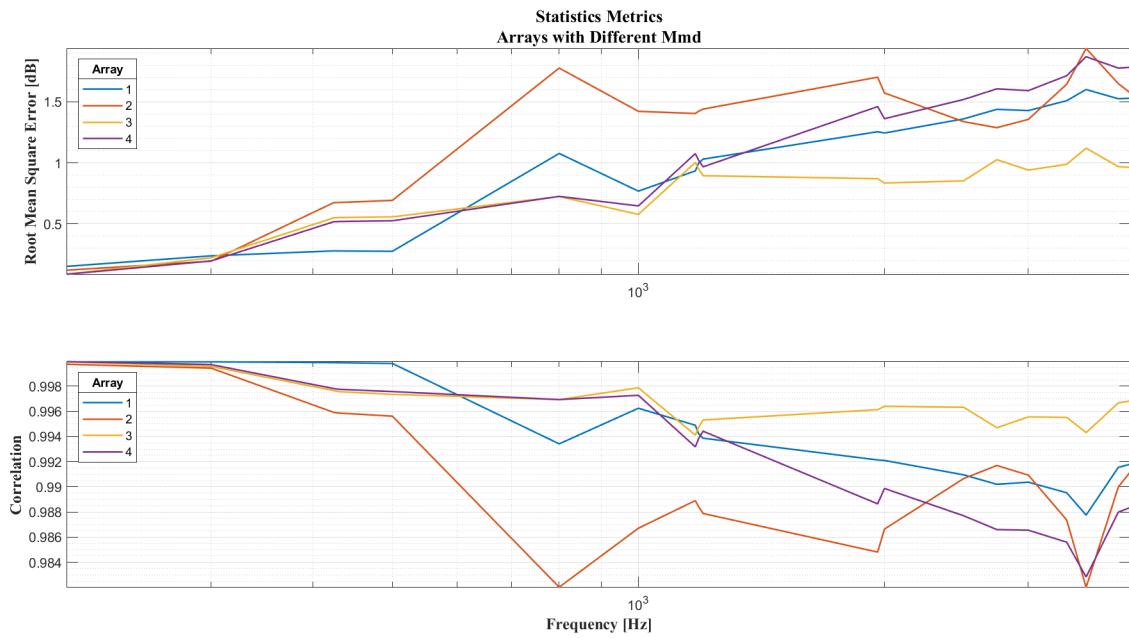
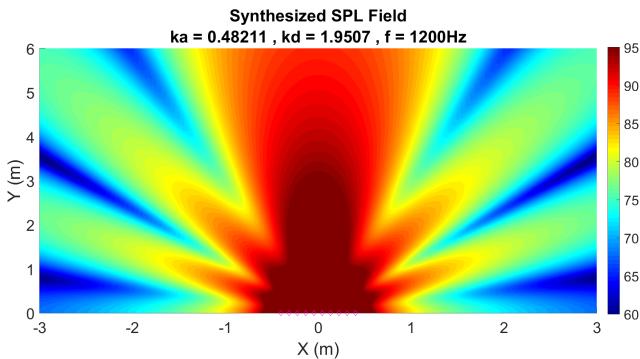
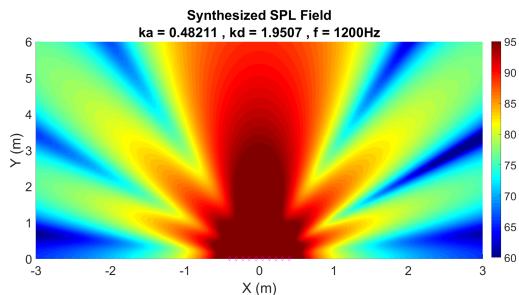


Fig. 63. Error medio cuadrático e índice de correlación del campo sintetizado por los arreglos lineales con variaciones en  $M_{MD}$  en las frecuencias.

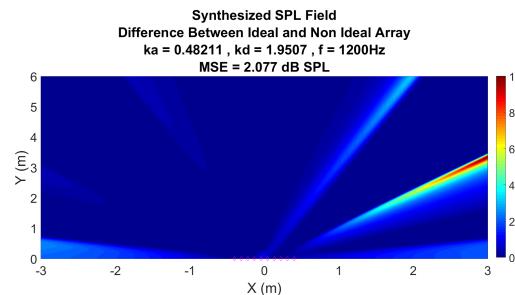
En base al análisis realizado a la figura 63 se confirma una tendencia creciente en el error medio cuadrático y una decreciente en la correlación, indicando que la síntesis del campo radiado por los arreglos lineales que presentan variaciones en  $M_{MD}$  muestran diferencias cada vez mayores respecto al arreglo lineal de referencia dado el aumento de la frecuencia como se ha descrito a lo largo de la sección. A pesar de que existen estas diferencias, estas no significan un gran efecto en el campo radiado por los arreglos lineales llegando a tener en el peor de los casos simulados un índice de correlación de aproximadamente 0,982 con respecto al arreglo de referencia, por lo que no se presentan grandes cambios en el campo radiado como se puede evidenciar en las figuras 64, 65 y 66.



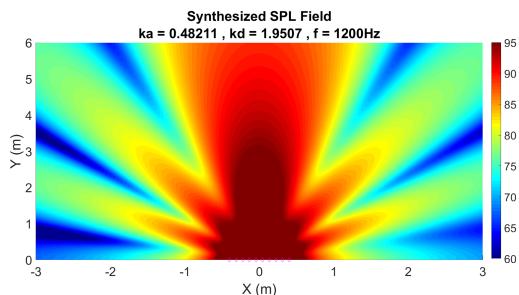
(a) Campo acústico sintetizado para el arreglo de referencia radiando una frecuencia de 1200 Hz.



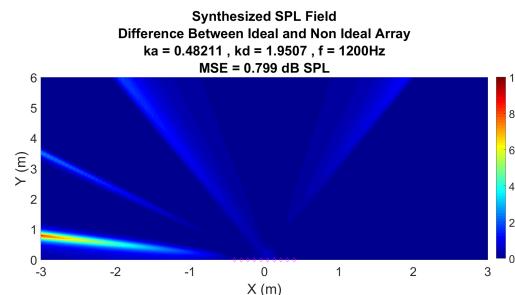
(b) Campo acústico sintetizado para el arreglo 2 con variaciones en  $M_{MD}$  radiando una frecuencia de 1200 Hz.



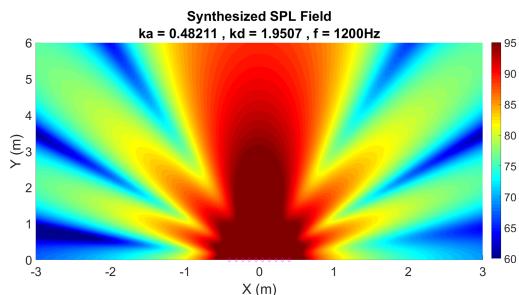
(c) Diferencia de Campo acústico sintetizado entre arreglo de referencia y el arreglo 2 con variaciones radiando una frecuencia de 1200 Hz.



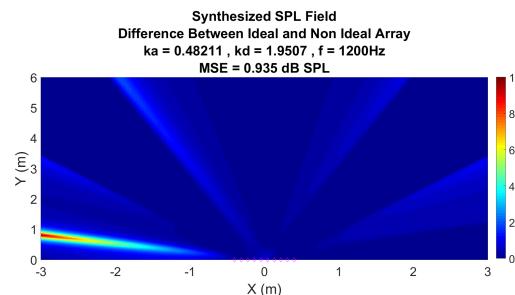
(d) Campo acústico sintetizado para el arreglo 3 con variaciones en  $M_{MD}$  radiando una frecuencia de 1200 Hz.



(e) Diferencia de Campo acústico sintetizado entre arreglo de referencia y el arreglo 3 con variaciones radiando una frecuencia de 1200 Hz.

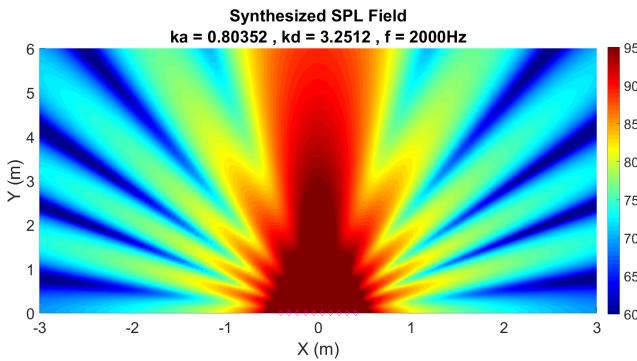


(f) Campo acústico sintetizado para el arreglo 4 con variaciones en  $M_{MD}$  radiando una frecuencia de 1200 Hz.

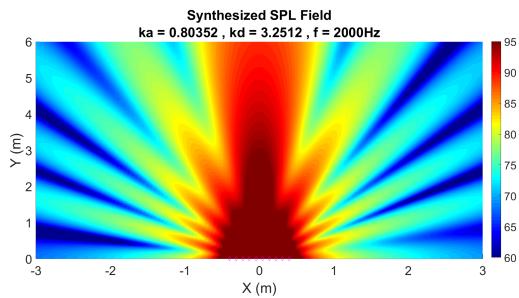


(g) Diferencia de Campo acústico sintetizado entre arreglo de referencia y el arreglo 4 con variaciones radiando una frecuencia de 1200 Hz.

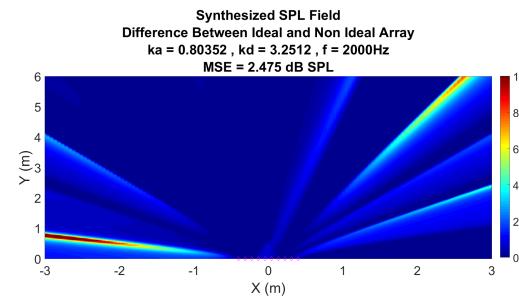
Fig. 64. Campo acústico sintetizado de varios arreglos lineales y sus diferencias con el arreglo lineal de referencia radiando a 1200Hz.



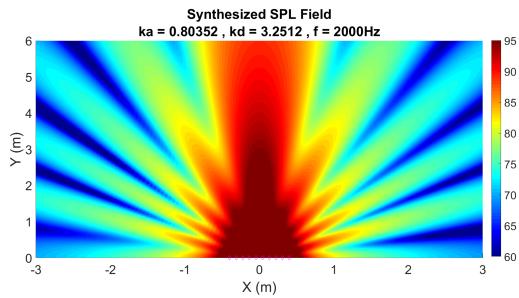
(a) Campo acústico sintetizado para el arreglo de referencia radiando una frecuencia de 2000 Hz.



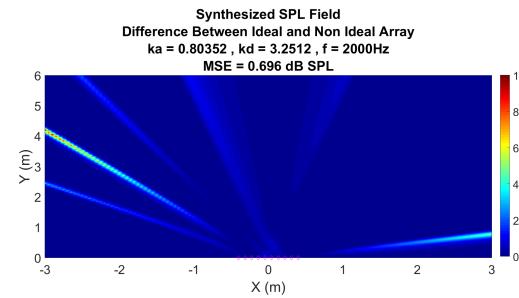
(b) Campo acústico sintetizado para el arreglo 2 con variaciones en  $M_{MD}$  radiando una frecuencia de 2000 Hz.



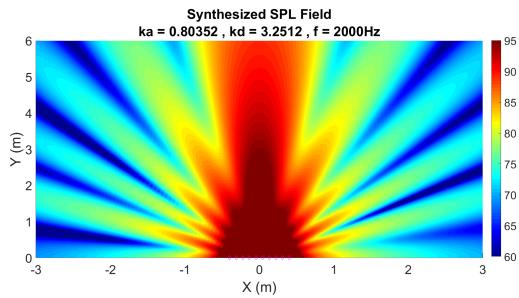
(c) Diferencia de Campo acústico sintetizado entre arreglo de referencia y el arreglo 2 con variaciones radiando una frecuencia de 2000 Hz.



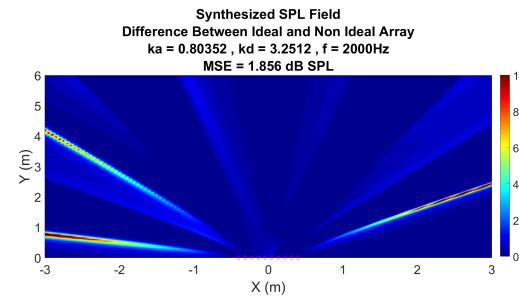
(d) Campo acústico sintetizado para el arreglo 3 con variaciones en  $M_{MD}$  radiando una frecuencia de 2000 Hz.



(e) Diferencia de Campo acústico sintetizado entre arreglo de referencia y el arreglo 3 con variaciones radiando una frecuencia de 2000 Hz.



(f) Campo acústico sintetizado para el arreglo 4 con variaciones en  $M_{MD}$  radiando una frecuencia de 2000 Hz.



(g) Diferencia de Campo acústico sintetizado entre arreglo de referencia y el arreglo 4 con variaciones radiando una frecuencia de 2000 Hz.

Fig. 65. Campo acústico sintetizado de varios arreglos lineales y sus diferencias con el arreglo lineal de referencia radiando a 2000Hz.

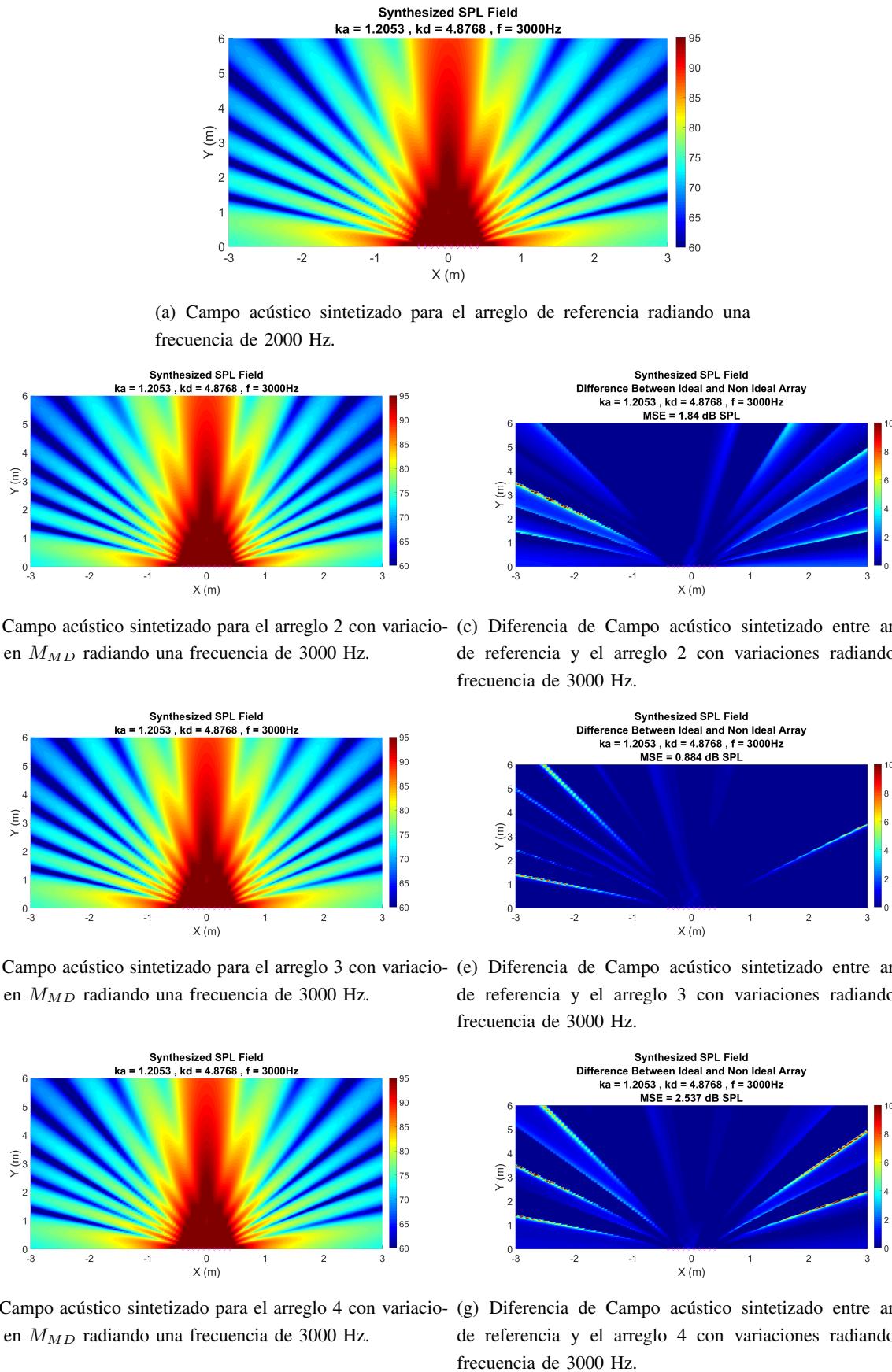


Fig. 66. Campo acústico sintetizado de varios arreglos lineales y sus diferencias con el arreglo lineal de referencia radiando a 3000Hz.

3) **Variación de  $R_E$ :** Como se indica en la figura 37 y 31  $R_E$  es un parámetro que no presenta mucha variabilidad y que a su vez esta no induce cambios representativos en El desempeño del arreglo lineal. Por lo que esta sección se enfocara en presentar únicamente el análisis de diversos arreglos lineales, mostrando su respuesta en frecuencia axial estimada a  $1m$ , Índice de directividad y métricas estadísticas para cuantificar sus efectos en estos. Esto es debido a que  $R_E$  es un parámetro puramente resistivo que no afecta la fase y es independiente de la frecuencia, por lo que únicamente se evidenciara en el dominio eléctrico como un ligero aumento en la parte real de la impedancia eléctrica tal y como se indica en la tabla XII y en la ecuación de impedancia eléctrica que se presenta en la introducción de la sección C.

a) **Análisis de diversos arreglos lineales:** Para el análisis de diversos arreglos lineales se presentan las siguientes variaciones de  $R_E$

Values Of $R_E$				
Sources	Array 1	Array 2	Array 3	Array 4
<b>1</b>	3.400	3.400	3.400	3.400
<b>2</b>	3.364	3.394	3.428	3.386
<b>3</b>	3.386	3.407	3.377	3.417
<b>4</b>	3.355	3.378	3.404	3.421
<b>5</b>	3.389	3.346	3.376	3.412
<b>6</b>	3.424	3.402	3.410	3.394
<b>7</b>	3.418	3.376	3.408	3.423
<b>8</b>	3.457	3.429	3.432	3.377
<b>9</b>	3.404	3.443	3.427	3.404
<b>10</b>	3.346	3.391	3.416	3.435
<b>Std</b>	<b>0.034</b>	<b>0.027</b>	<b>0.020</b>	<b>0.018</b>
<b>Mean</b>	<b>3.394</b>	<b>3.397</b>	<b>3.408</b>	<b>3.407</b>

TABLA. XII. Valores de  $R_E$ , desviación estándar e índice de correlación para las fuentes de todos los arreglos lineales.

## Índice de directividad arreglos lineales

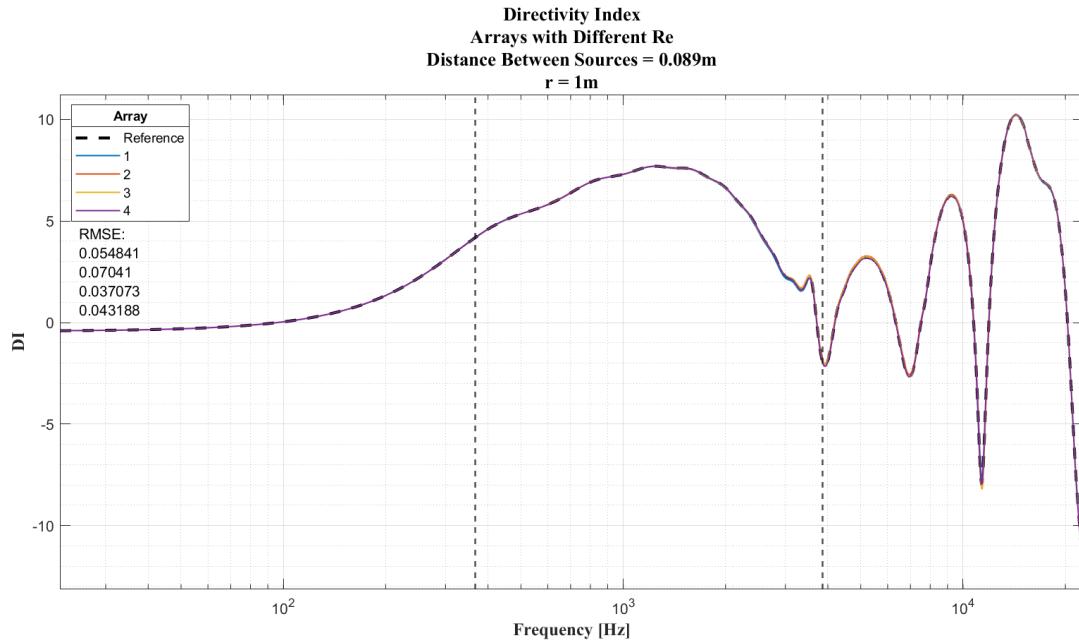


Fig. 67. Índice de directividad para varios arreglos lineales con diferentes  $R_E$

El índice de directividad para los diferentes arreglos lineales con variaciones en  $R_E$  que se observa en la figura 67, muestra que las curvas para todos los arreglos lineales al ser comparadas con el arreglo de referencia no denotan una diferencia considerable, siendo el rango de alta frecuencia en el que más se perciben, estando fuera del rango de interés de los arreglos lineales. Esto demuestra que el efecto de la variación de  $R_E$  en las fuentes de un arreglo lineal es despreciable en cuanto al índice de directividad se refiere.

## Respuesta en Frecuencia arreglos lineales

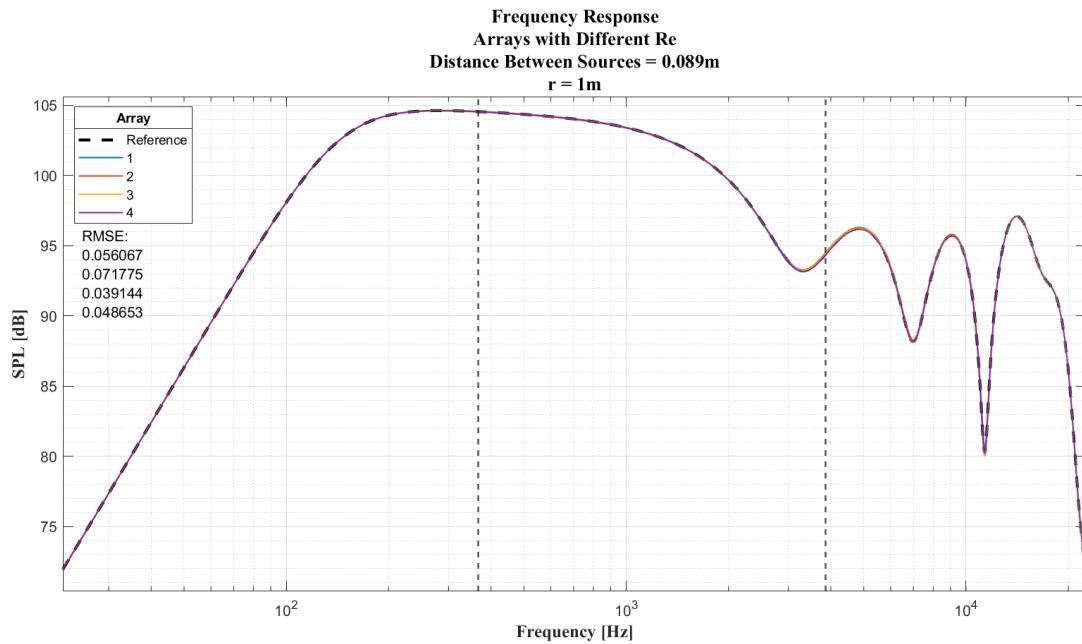


Fig. 68. Respuesta en frecuencia para varios arreglos lineales con diferente  $R_E$

Como se observa en la figura 68, la respuesta en frecuencia para todos los arreglos se comporta de forma coherente con el índice de directividad. Las curvas correspondientes a cada arreglo lineal con variaciones en el  $R_E$  de sus fuentes presentan diferencias despreciables incluso en la zona de alta frecuencia en la cual se suele presentar la mayor desigualdad.

### Error medio cuadrático y correlación del campo sintetizado y patrón de directividad de los arreglos lineales en las frecuencias de interés

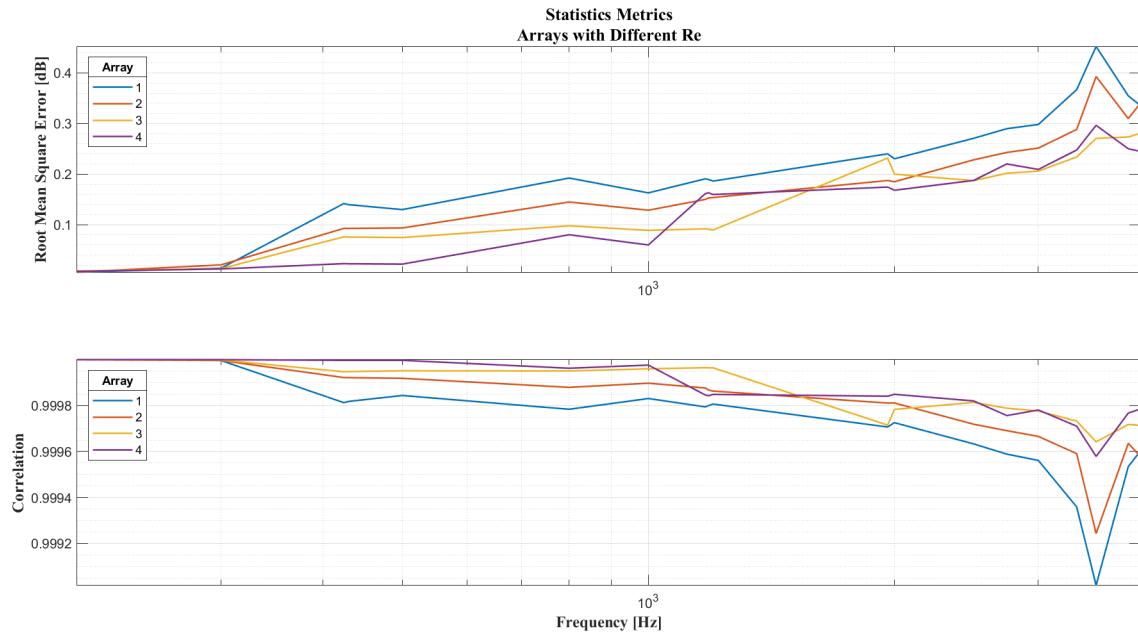


Fig. 69. Error cuadrático medio e índice de correlación del campo sintetizado de arreglos lineales con diferente  $R_E$  y el arreglo lineal de referencia

### Error medio cuadrático y correlación del patrón de directividad de los arreglos lineales en las frecuencias de interés

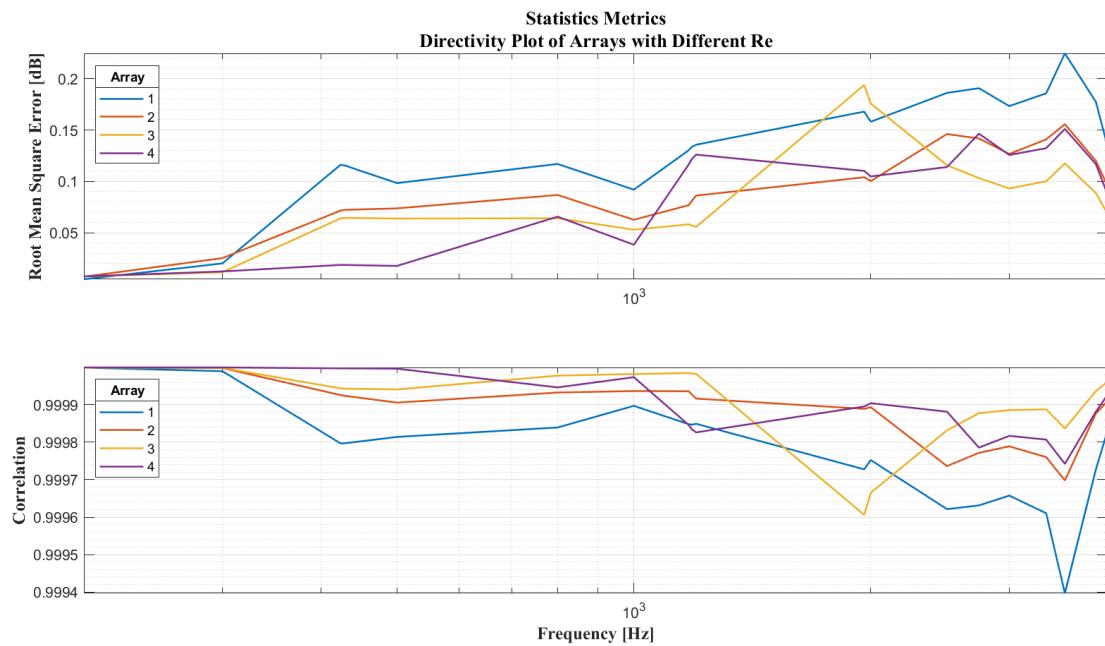


Fig. 70. Error cuadrático medio e índice de correlación de los patrones de directividad de arreglos lineales con diferente  $R_E$  y el arreglo lineal de referencia.

En las figura 69 y 70 se observa que tanto el RMSE como la correlación para los dos casos presentan variaciones bastante bajas, causando cambios casi imperceptibles en el desempeño del arreglo lineal. Sin embargo es notorio el incremento del RMSE y decremento de la correlación debido al aumento de la frecuencia, esto es debido a que  $Re$  se encuentra relacionado con la impedancia eléctrica por la ecuación mencionada en la introducción de la sección C.

4) **Variación de  $C_{MC}$ :** Se analiza entonces los efectos de la variación del parámetro  $C_{MC}$  en arreglos lineales:

$C_{MC}$  es un parámetro que se encuentra directamente relacionado con la frecuencia de resonancia por la ecuación 17, sin embargo, Como se indica en la figura 37 y 31  $C_{MC}$  no presenta mucha variabilidad y debido a esto no induce cambios representativos en El desempeño del arreglo lineal. Por lo que esta sección se enfocara en presentar únicamente el análisis de diversos arreglos lineales, mostrando su respuesta en frecuencia axial estimada a 1m, Índice de directividad y métricas estadísticas para cuantificar sus efectos en estos.

a) **Análisis de diversos arreglos lineales:** Para el análisis de diversos arreglos lineales se presentan las siguientes variaciones de  $C_{MC}$ :

<b>Sources</b>	<b>Values Of Cmc</b>			
	<b>Array 1</b>	<b>Array 2</b>	<b>Array 3</b>	<b>Array 4</b>
<b>1</b>	0.000908	0.000908	0.000908	0.000908
<b>2</b>	0.000996	0.000801	0.000840	0.000945
<b>3</b>	0.000950	0.000967	0.000864	0.000955
<b>4</b>	0.000888	0.000898	0.000943	0.000860
<b>5</b>	0.000949	0.000881	0.000882	0.000930
<b>6</b>	0.000891	0.000998	0.001045	0.000919
<b>7</b>	0.000785	0.000853	0.001020	0.000987
<b>8</b>	0.000746	0.000917	0.000946	0.000917
<b>9</b>	0.000790	0.000936	0.000946	0.000979
<b>10</b>	0.000891	0.000964	0.000884	0.000900
<b>Std</b>	<b>0.000081</b>	<b>0.000058</b>	<b>0.000066</b>	<b>0.000038</b>
<b>Mean</b>	<b>0.000879</b>	<b>0.000912</b>	<b>0.000928</b>	<b>0.000930</b>

TABLA. XIII. Valores de  $C_{MC}$ , desviación estándar e índice de correlación para todos los arreglos lineales.

## Índice de directividad arreglos lineales

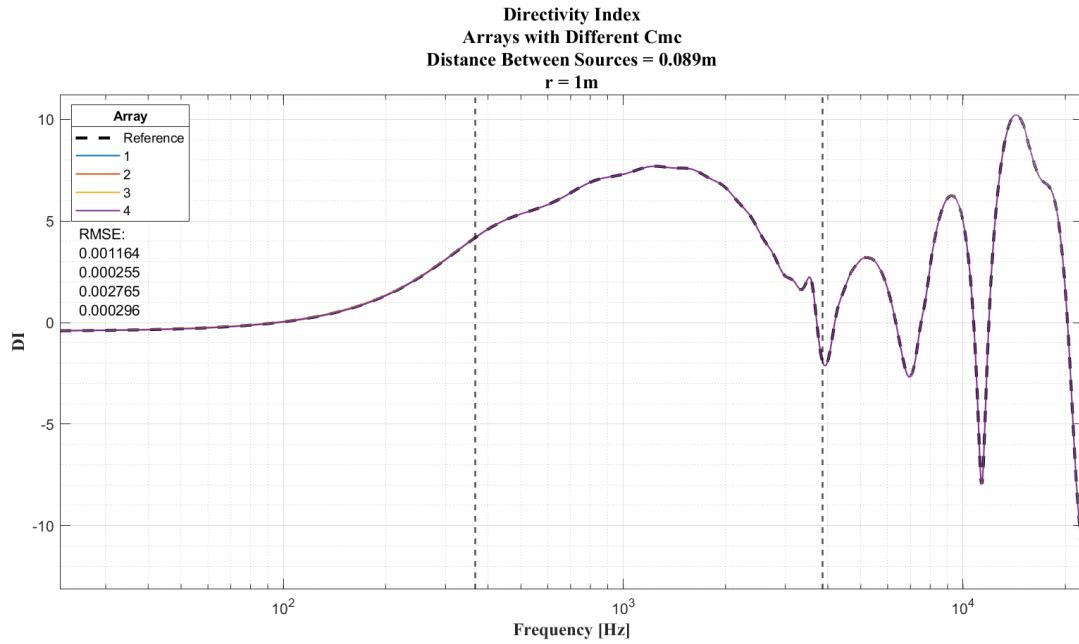


Fig. 71. Índice de directividad para varios arreglos lineales con variaciones en  $C_{MC}$

La variabilidad del parámetro  $C_{MC}$  es tan poca que no representa inconvenientes en el índice de directividad del arreglo lineal a pesar de estar relacionado directamente con la frecuencia de resonancia por la ecuación 17 tal y como se ve en la figura 71.

## Respuesta en Frecuencia arreglos lineales

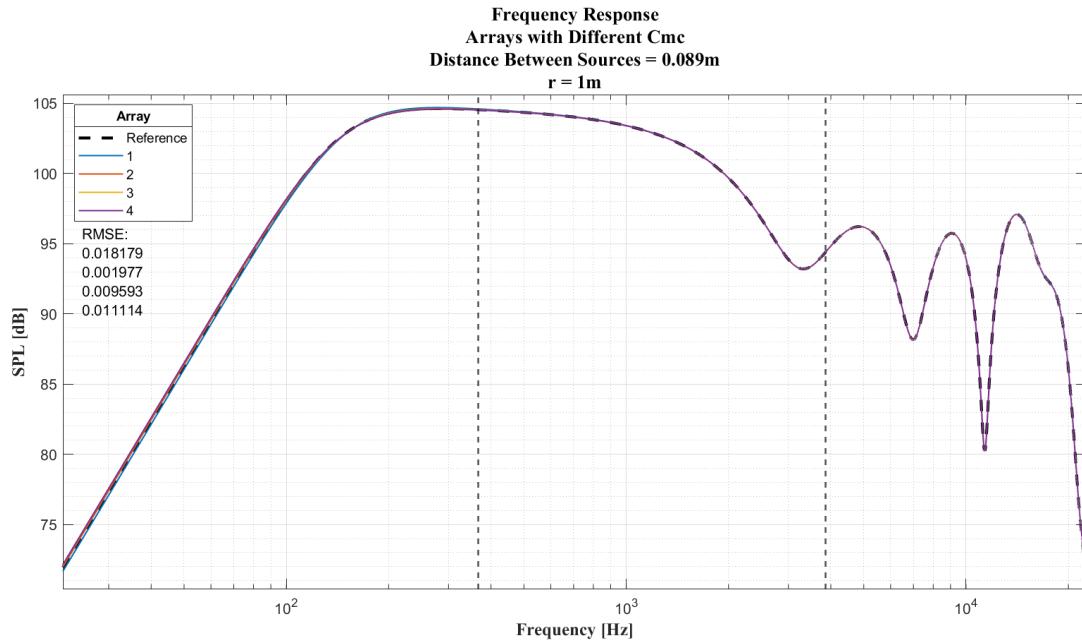


Fig. 72. Respuesta en frecuencia para varios arreglos lineales con variaciones en  $C_{MC}$  medido a una distancia  $r = 1m$

$C_{MC}$  es un parámetro dependiente de la frecuencia para el cual su impedancia cambia de acuerdo a la ecuación mencionada en la introducción de la sección C, por lo que su comportamiento se corresponde con el de un filtro pasa bajas. Esto explica el comportamiento que se presenta en la figura 72 en baja frecuencia.

**Error medio cuadrático e índice de correlación del patrón de directividad y la síntesis del campo radiado en las frecuencias de interés**

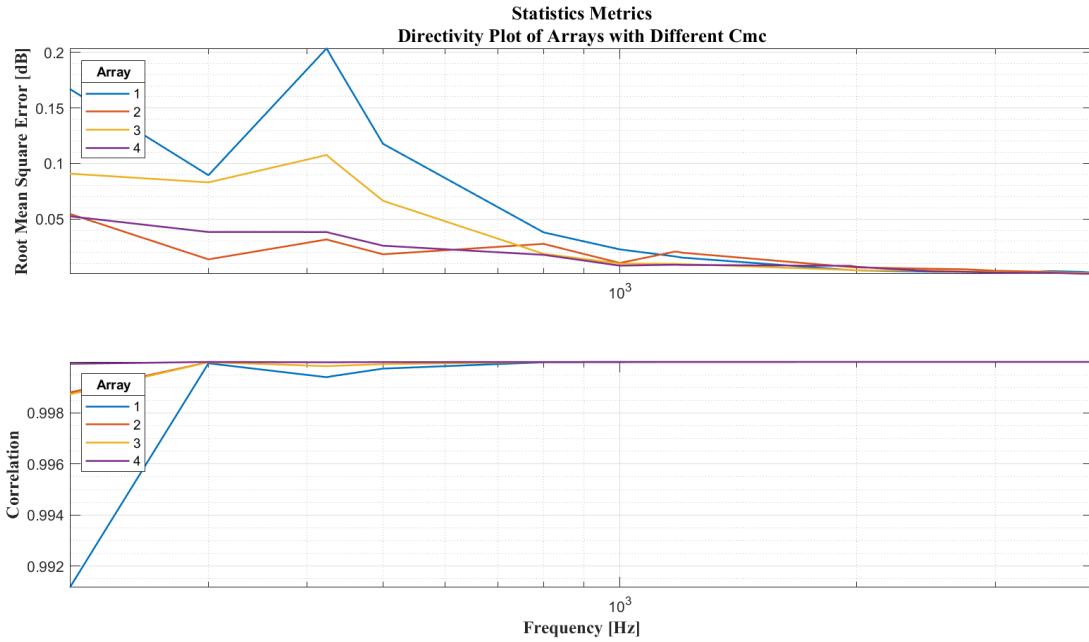


Fig. 73. Error cuadrático medio e índice de correlación del patrón de directividad entre varios arreglos lineales con variaciones en  $C_{MC}$  y el arreglo lineal de referencia.

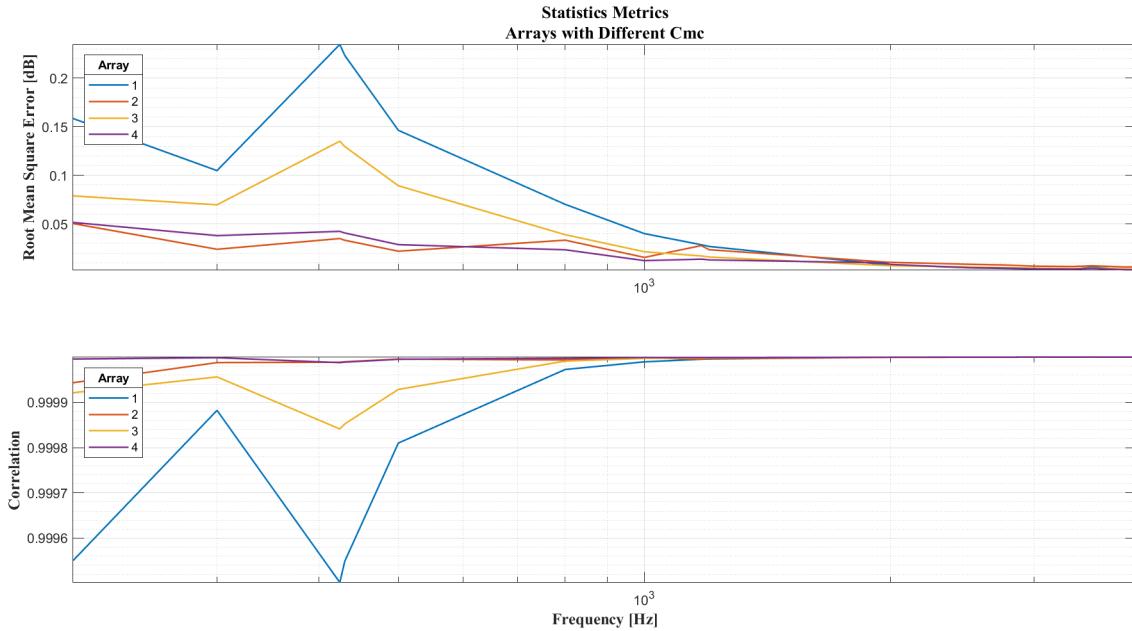


Fig. 74. Error cuadrático medio e índice de correlación del campo sintetizado entre varios arreglos lineales con variaciones en  $C_{MC}$  y el arreglo lineal de referencia.

Se observa que al incrementar la frecuencia el RMSE disminuye mientras que la correlación aumenta, esto es debido a que la impedancia de  $C_{MC}$  cambia de acuerdo a la ecuación mencionada en la introducción

de la sección C, por lo que su comportamiento se corresponde con el de un filtro pasa bajas.

5) **Variación de  $R_{MS}$ :** Este es un parámetro que representa las pérdidas generadas por la suspensión del diafragma, se encuentra directamente relacionado con  $M_{MD}$ ,  $C_{MC}$  y  $Q_{MS}$  por la ecuación 14, por lo cual tiene relación con la fuerza del diafragma dada por la ecuación 129 la cual se puede interpretar como una reducción en la fuerza a mayor valor de  $R_{MS}$ . Esto significaría a su vez una menor presión acústica generada de acuerdo a la ecuación 137, sin embargo, Como se indica en la figura 37 y 31  $R_{MC}$  no presenta mucha variabilidad y debido a esto no induce cambios representativos en El desempeño del arreglo lineal. Por esto la sección se enfocara en presentar únicamente el análisis de diversos arreglos lineales, mostrando su respuesta en frecuencia axial estimada a 1m, Índice de directividad y métricas estadísticas para cuantificar sus efectos en estos.

a) **Análisis de diversos arreglos lineales:** Para los diferentes arreglos lineales se recogieron los siguientes resultados:

Values Of Rms				
Sources	Array 1	Array 2	Array 3	Array 4
<b>1</b>	0.428	0.428	0.428	0.428
<b>2</b>	0.443	0.425	0.407	0.444
<b>3</b>	0.484	0.430	0.433	0.413
<b>4</b>	0.458	0.452	0.401	0.436
<b>5</b>	0.455	0.406	0.437	0.453
<b>6</b>	0.402	0.443	0.447	0.458
<b>7</b>	0.411	0.378	0.436	0.447
<b>8</b>	0.436	0.426	0.424	0.472
<b>9</b>	0.425	0.398	0.387	0.487
<b>10</b>	0.376	0.407	0.430	0.368
<b>Std</b>	<b>0.031</b>	<b>0.022</b>	<b>0.019</b>	<b>0.033</b>
<b>Mean</b>	<b>0.432</b>	<b>0.419</b>	<b>0.423</b>	<b>0.441</b>

TABLA. XIV. Valores de  $R_{MS}$ , desviación estándar e índice de correlación para arreglos lineales.

## Índice de directividad arreglos lineales

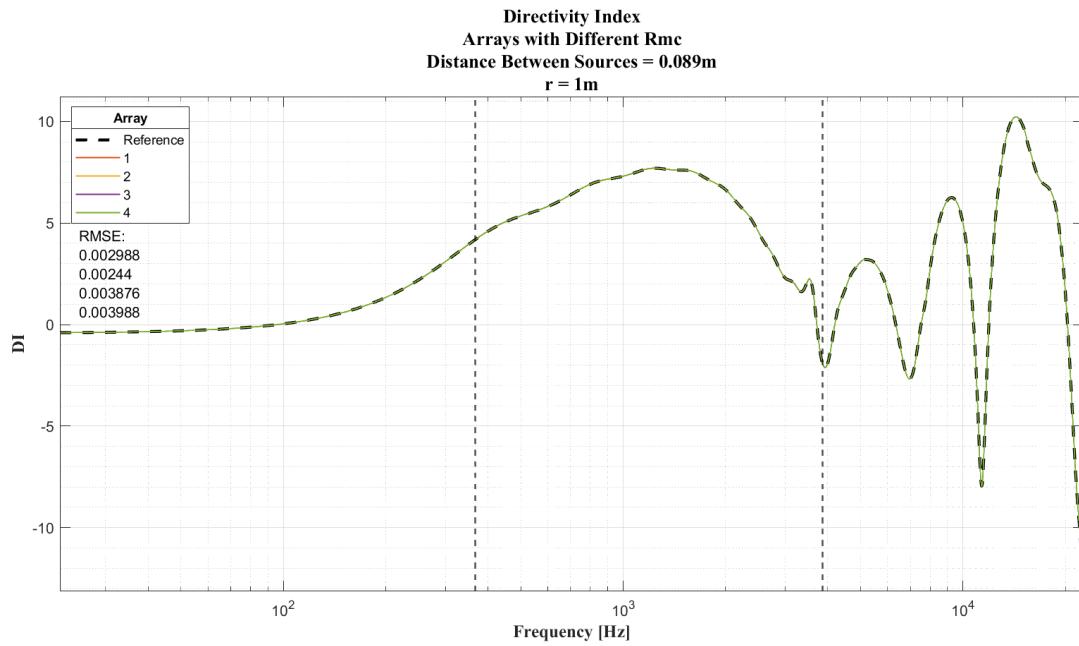


Fig. 75. Índice de directividad para varios arreglos lineales con diferente  $R_{MS}$

Como se evidencia en la figura 75 y de acuerdo a lo mencionado en la introducción de esta sección, los cambios que se generan en el índice de directividad a partir de la variación de  $R_{MS}$  son mínimos.

## Respuesta en Frecuencia arreglos lineales

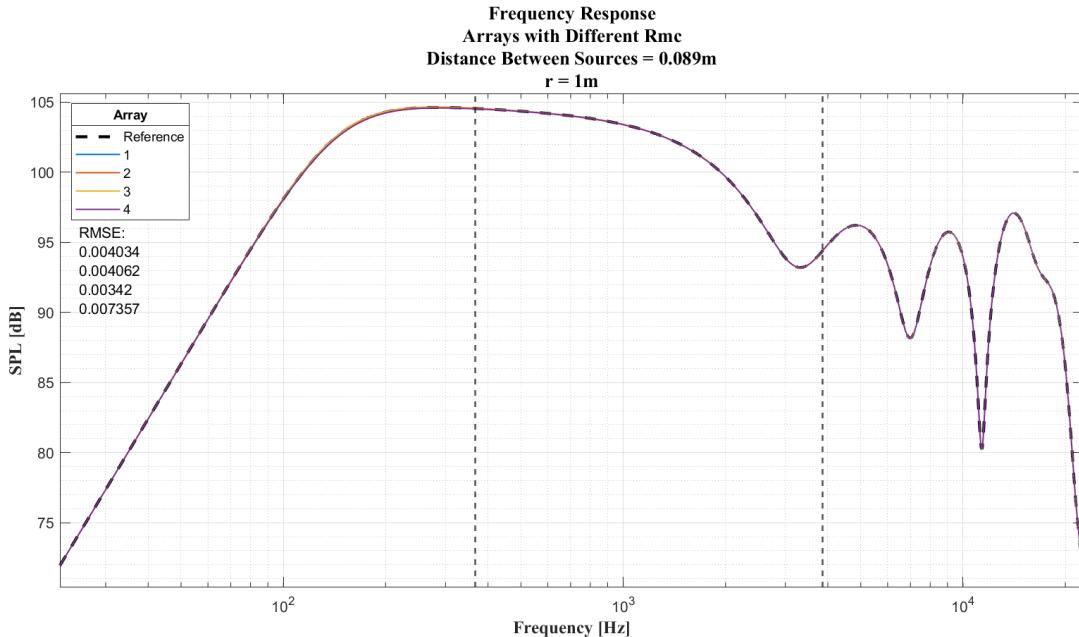


Fig. 76. Respuesta en frecuencia para varios arreglos lineales con diferente  $R_{MS}$

Al igual que para el índice de directividad, las curvas de la respuesta en frecuencia de los arreglos lineales con variaciones en  $R_{MC}$  al ser comparadas respecto al arreglo lineal de referencia no muestran cambios significativos.

### Error medio cuadrático e índice de correlación del patrón de directividad y la síntesis del campo radiado en las frecuencias de interés

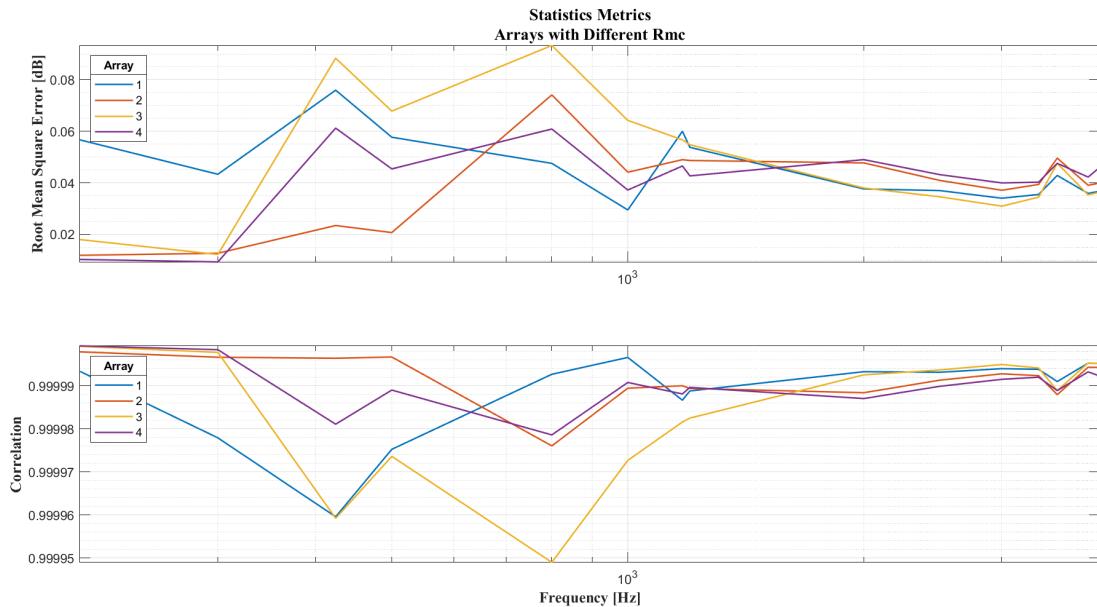


Fig. 77. Error cuadrático medio e índice de correlación del campo sintetizado y el patrón de directividad entre varios arreglos lineales con diferente  $R_{MS}$  y el arreglo lineal de referencia.

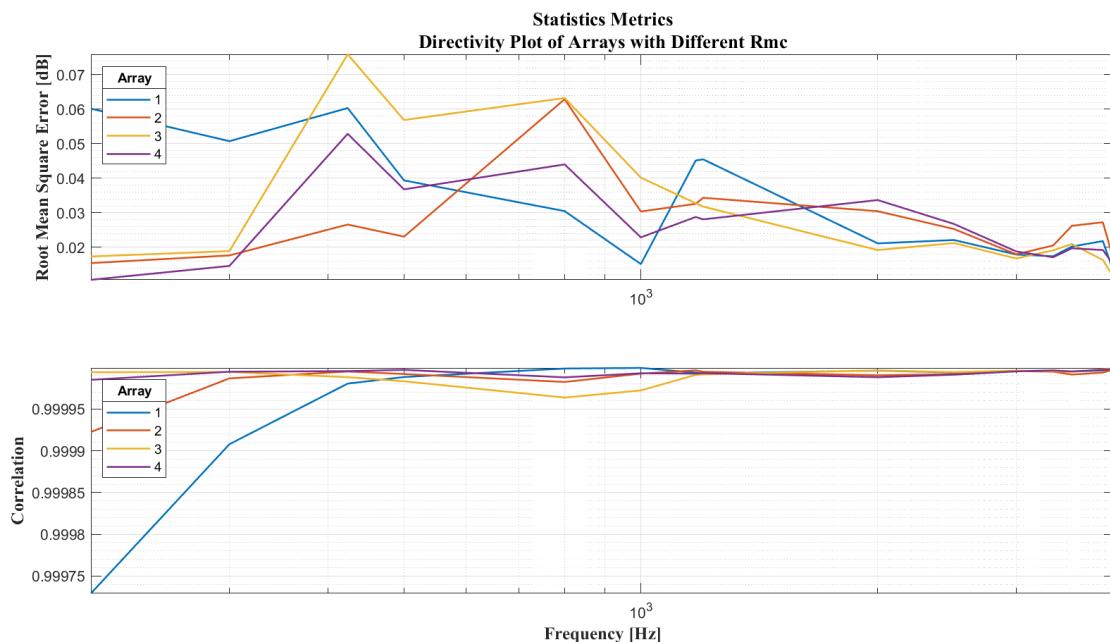


Fig. 78. Error cuadrático medio e índice de directividad del patrón de directividad entre varios arreglos lineales con diferente  $R_{MS}$  y el arreglo lineal de referencia.

El comportamiento del índice de correlación y la RMSE del patrón de directividad y el campo sintetizado de los arreglos lineales con variaciones en  $R_{MS}$  con respecto a el arreglo de referencia mostrada en las figuras 77 y 78 denota que para las bajas frecuencias hay menos similitud, sin embargo para el peor caso se tiene un índice de correlación de aproximadamente 0,99975, esto nos indica lo ya mencionado anteriormente, el cambio de  $R_{MS}$  no tiene efectos considerables en el desempeño de un arreglo lineal.

6) **Variación de todos los parámetros a la vez:** Una vez analizado el efecto de la variabilidad de los parámetros de forma individual se procede a realizar una variación simultánea de todos estos y analizar los efectos en el desempeño de un arreglo lineal. Para este propósito en este capítulo se presentara una sección a) en la cual se realizara el análisis de las fuentes que componen un arreglo lineal, con un voltaje de entrada de  $2,83V$ , donde la fuente de referencia es aquella en la cual sus parámetros Thiele Small corresponden a los del datasheet indicado en el anexo A. Presentando los resultados obtenidos para la impedancia eléctrica, la cual se estima a partir de la ecuación 155 y se presenta como punto de partida ya que representa el comportamiento del transductor en el dominio eléctrico. Luego se exponen los resultados de velocidad de partícula y desplazamiento del diafragma estimados a partir de la presión en este. Posteriormente se enseña la Potencia eléctrica, potencia acústica y eficiencia mostrando así la relación existente entre el dominio eléctrico y acústico. Finalmente se muestra la respuesta en frecuencia como el final de la cadena de transducción del altavoz. Esta respuesta en frecuencia se estima partiendo de la presión en el diafragma dada por la ecuación 151, para luego calcular la velocidad de partícula con la ecuación 154 y finalmente propagara  $1m$  en el eje axial la presión acústica mediante la ecuación de pistón en campo lejano dada por 49.

Posteriormente en el capítulo se presentara una sección b) en la cual se expone el comportamiento de diversos arreglos lineales. Mostrando inicialmente su índice de directividad y respuesta en frecuencia como principales indicadores de su funcionamiento. Luego se enseñan métricas estadísticas estimadas para los patrones de directividad estimados a  $1m$  con una resolución de  $1^\circ$  y algunos de estos en frecuencias de interés seleccionadas. Finalmente se exhiben resultados para las métricas estadísticas de la síntesis del campo del arreglo lineal estimado en un dominio de  $6m$  de ancho y alto con una resolución espacial de  $0,05m$  y algunos de estos campos seleccionados nuevamente en frecuencias de interés.

a) **Análisis de un solo arreglo lineal y sus fuentes:** Al observar la figura 37, el arreglo lineal 1 para el caso de la variación de todos los parámetros Thiele Small en simultaneo, presenta el menor índice de correlación con respecto al arreglo lineal de referencia, por lo que es de mayor interés su análisis. Las variaciones en los parámetros Thiele Small del arreglo lineal 1 son las siguientes:

Source Index	Bl	Re	Mmd	Cmc	Fs	Rmc	Qms	Qes	Qts
<b>1</b>	1.93	3.400	0.001400	0.000908	141.2	0.428	2.90	1.13	0.82
<b>2</b>	1.57	3.400	0.001325	0.000927	143.6	0.443	2.70	1.66	1.03
<b>3</b>	2.71	3.421	0.001375	0.000986	136.7	0.419	2.82	0.55	0.46
<b>4</b>	1.07	3.405	0.001501	0.000878	138.6	0.442	2.96	3.88	1.68
<b>5</b>	0.90	3.353	0.001508	0.000951	132.9	0.424	2.97	5.20	1.89
<b>6</b>	2.05	3.387	0.001452	0.000962	134.6	0.428	2.87	0.99	0.74
<b>7</b>	2.63	3.393	0.001435	0.000846	144.4	0.443	2.94	0.64	0.52
<b>8</b>	1.46	3.445	0.001358	0.000918	142.5	0.472	2.58	1.98	1.12
<b>9</b>	1.18	3.423	0.001453	0.001017	130.9	0.443	2.70	2.93	1.40
<b>10</b>	1.84	3.399	0.001341	0.000915	143.7	0.481	2.52	1.21	0.82
<b>Std</b>	<b>0.62</b>	<b>0.025</b>	<b>0.000065</b>	<b>0.000050</b>	<b>4.9</b>	<b>0.020</b>	<b>0.16</b>	<b>1.53</b>	<b>0.48</b>
<b>Mean</b>	<b>1.73</b>	<b>3.402</b>	<b>0.001415</b>	<b>0.000931</b>	<b>138.9</b>	<b>0.442</b>	<b>2.79</b>	<b>2.02</b>	<b>1.05</b>

TABLA. XV. Valores de parámetros Thiele Small, desviación estándar y media para las fuentes del arreglo lineal 1.

## Impedancia Eléctrica

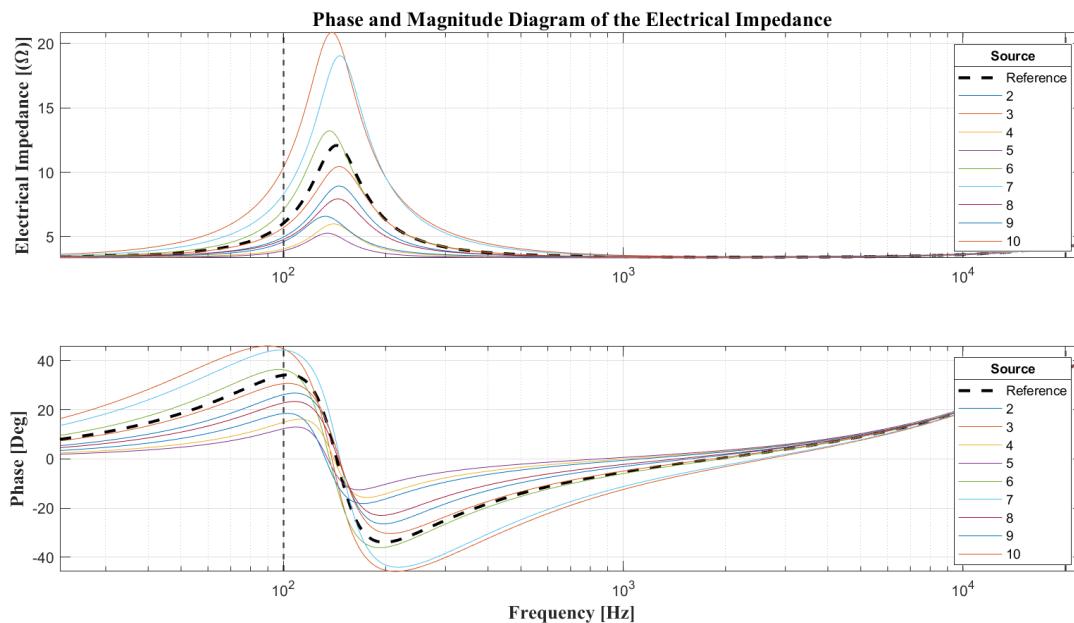


Fig. 79. Magnitud y fase de la impedancia eléctrica de las fuentes de un arreglo lineal con todos sus parámetros Thiele Small diferentes.

Al realizar un análisis de la figura 79, se observa que el cambio más notorio entre las fuentes se da en la magnitud y la fase en la frecuencia de resonancia. En la tabla XV se muestra que la fuente 3 es aquella que tiene un mayor número de  $Bl$  resaltando como la curva de impedancia eléctrica de mayor magnitud que se visualiza en la figura 79. Además para esta misma fuente se nota una frecuencia de resonancia menor con respecto a la referencia ya que tiene un valor mayor de  $M_{MD}$ .

## Desplazamiento

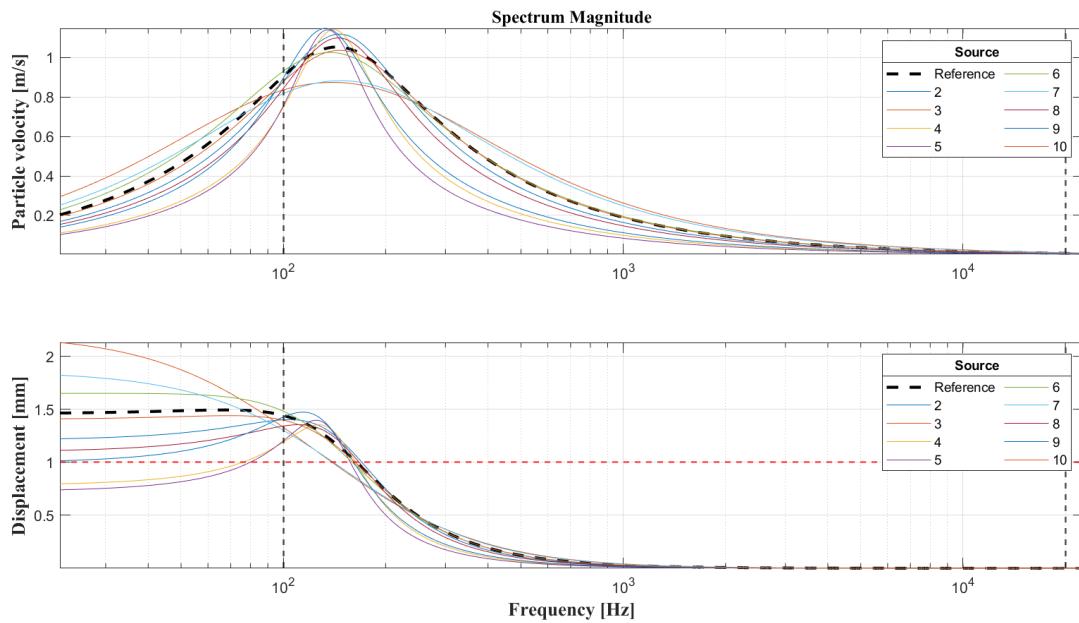


Fig. 80. Velocidad de partícula y desplazamiento del diafragma de las fuentes de un arreglo lineal con todos sus parámetros Thiele Small diferentes.

El comportamiento de la velocidad de partícula del diafragma de acuerdo a las variaciones de  $Bl$  mostrada en la figura 80, evidencia que para los valores más grandes de este parámetro genera que la velocidad del diafragma se reduzca y aumente su ancho de banda como se puede evidenciar para las fuentes 3 y 7 en la tabla XV. Cuando el valor de  $Bl$  se reduce, la velocidad tiende a tomar mayores valores en la frecuencia de resonancia y se presenta un ancho de banda más angosto como se observa para los casos de las fuentes 4, 5 y 9. Además se percibe un decaimiento en la velocidad a medida que el valor de  $Bl$  tiende a 0. Estos comportamientos están ligados a las ecuaciones 154, 153 y 151, las cuales son usadas para el cálculo de la velocidad de partícula y explican su relación directa con  $Bl$ .

Los efectos de la variación de  $M_{MD}$  y  $C_{MC}$  generan un corrimiento en la frecuencia de resonancia de cada uno de las fuentes como se evidencia tanto en la tabla XV como en la gráfica 80. A pesar de que  $C_{MC}$  genere cambios en la frecuencia de resonancia, se determinó a partir del análisis de este parámetro de forma individual que estos son despreciables, por lo que se le atribuye mayor importancia al  $M_{MD}$  en los efectos directos a la frecuencia de resonancia.

Desde el análisis individual de  $R_E$  y  $R_{MS}$  se determinó que sus efectos en el comportamiento de las fuentes no es relevante.

## Eficiencia

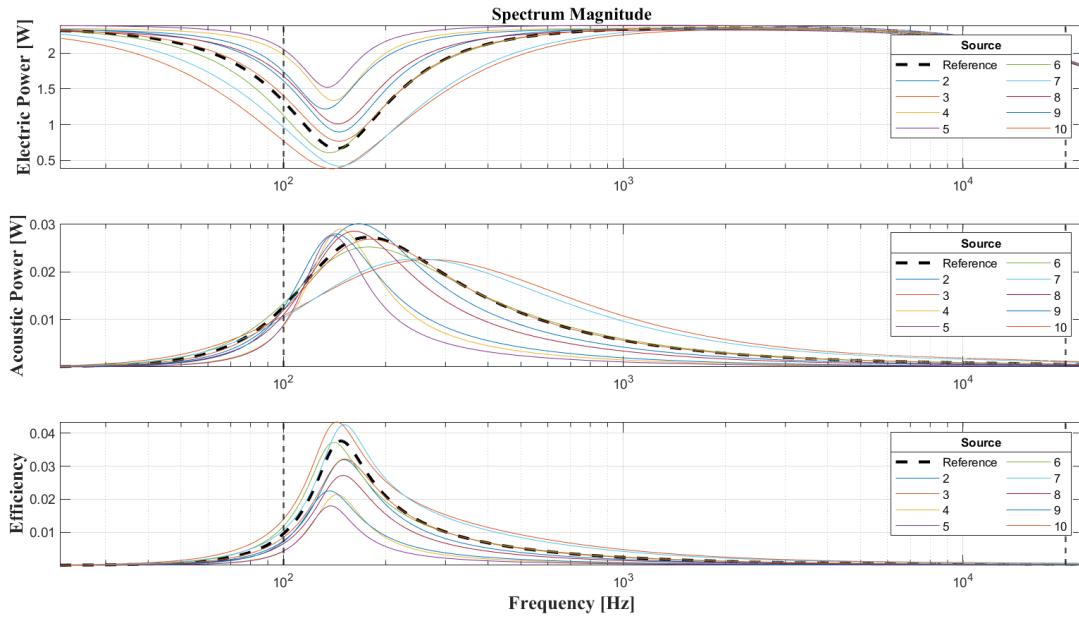


Fig. 81. Potencia acústica, potencia eléctrica y eficiencia de las fuentes de un arreglo lineal con todos sus parámetros Thiele Small diferentes.

Basados en la teoría de circuitos resonantes se determina que el comportamiento del circuito electroacústico se corresponde con el de un filtro pasa bandas cuyo factor de calidad para el dominio mecánico, eléctrico y su relación se encuentran determinados por las ecuaciones 13 ( $R_g = 0$ ), 14 y 15. Estos parámetros resultan de vital interés para el análisis de la eficiencia ya que valores bajos de  $Q_{MS}$  indican perdida de energía en la suspensión de la fuente dada su oposición al desplazamiento y caso contrario para valores elevados de  $Q_{MS}$ , los cuales indican que la resonancia mecánica está poco amortiguada y la fuente encuentra poca oposición mecánica al desplazamiento. En el caso de  $Q_{ES}$ , este relaciona la energía reactiva que posee la masa mecánica del diafragma con la capacidad del dominio eléctrico de generar fuerza electromotriz, por lo que valores bajos indican que el dominio eléctrico de la fuente es suficiente para controlar la masa del diafragma en resonancia y valores altos quieren decir que la fuente tiene un  $M_{MD}$  elevado para el dominio eléctrico de la fuente, que el imán es débil o que el valor de  $Re$  es alto. Finalmente el  $Q_{TS}$  no es más que la suma en paralelo de  $Q_{MS}$  y  $Q_{ES}$  siendo así más bajo que el menor de ambos.

En el caso de las fuentes 3 y 7 se observa que presenta la mayor eficiencia, esto es debido a que cumple con las características anteriormente mencionadas tanto para  $Q_{MS}$  como  $Q_{ES}$  obteniendo así en su funcionamiento poca oposición mecánica al desplazamiento y control del dominio eléctrico sobre  $M_{MD}$ . En el caso de la fuente 5 su  $Q_{ES}$  indica que el dominio eléctrico no tiene en absoluto control sobre  $M_{MD}$  obteniendo así la eficiencia más baja.

## Respuesta en Frecuencia

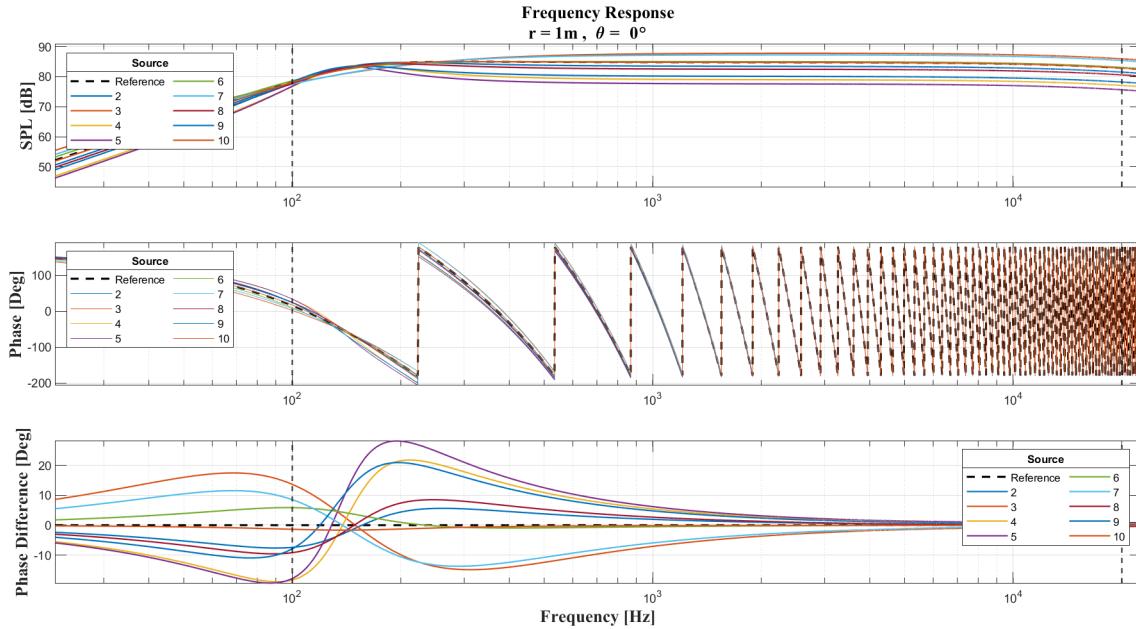


Fig. 82. Respuesta en frecuencia de las fuentes de un arreglo lineal con todos sus parámetros Thiele Small diferentes.

Como ya se ha descrito con anterioridad  $Bl$  es un parámetro que afecta significativamente la magnitud de la respuesta en frecuencia dada la ecuación 122, esto se corrobora en la figura 85 en la cual las fuentes 4 y 5 son aquellas que presentan un menor  $Bl$  y por ende una menor nivel de presión sonora mientras que las fuentes 3 y 7 son aquellas que tienen mayor  $Bl$  y nivel de presión sonora. Los efectos de la variación de  $M_{MD}$  y  $C_{MC}$  generan un corrimiento en la frecuencia de resonancia de cada uno de las fuentes como se evidencia tanto en la tabla XV como en la figura 85. A pesar de que  $C_{MC}$  genere cambios en la frecuencia de resonancia, se determinó a partir del análisis de este parámetro de forma individual que estos son despreciables, por lo que se le atribuye mayor importancia al  $M_{MD}$  en los efectos directos a la frecuencia de resonancia.

En términos de fase, se presenta el mismo comportamiento descrito en el análisis individual de  $Bl$ , esto debido a que es el parámetro cuyas variaciones afectan de manera más relevante la fase, afectando el desempeño del arreglo lineal de manera directa, pues provoca que las fuentes no radien de forma coherente entre ellas.

*b) Análisis de diversos arreglos lineales:* Para el análisis de diversos arreglos lineales se presentan las siguientes variaciones de todos los parámetros:

Line Array Index	Stadistic Metric	Thiele Small Parameter							
		$Bl$	$R_E$	$M_{MD}$	$C_{MC}$	$R_{MS}$	$Q_{MS}$	$Q_{ES}$	$Q_{TS}$
1	Std	0.62	0.025	0.000065	0.000050	0.020	0.16	1.53	0.48
	Mean	1.73	3.402	0.001415	0.000931	0.442	2.79	2.02	1.05
2	Std	0.48	0.011	0.000063	0.000091	0.043	0.36	0.50	0.26
	Mean	1.90	3.382	0.001367	0.000906	0.421	2.96	1.31	0.88
3	Std	0.47	0.018	0.000084	0.000053	0.028	0.25	0.67	0.27
	Mean	2.05	3.400	0.001362	0.000886	0.429	2.90	1.18	0.79
4	Std	0.55	0.028	0.000043	0.000077	0.028	0.22	0.66	0.31
	Mean	2.08	3.404	0.001417	0.000921	0.439	2.84	1.18	0.79

TABLA. XVI. Desviación estándar y media para los arreglos lineales con variaciones en todos sus parámetros Thiele Small.

### Índice de directividad arreglos lineales

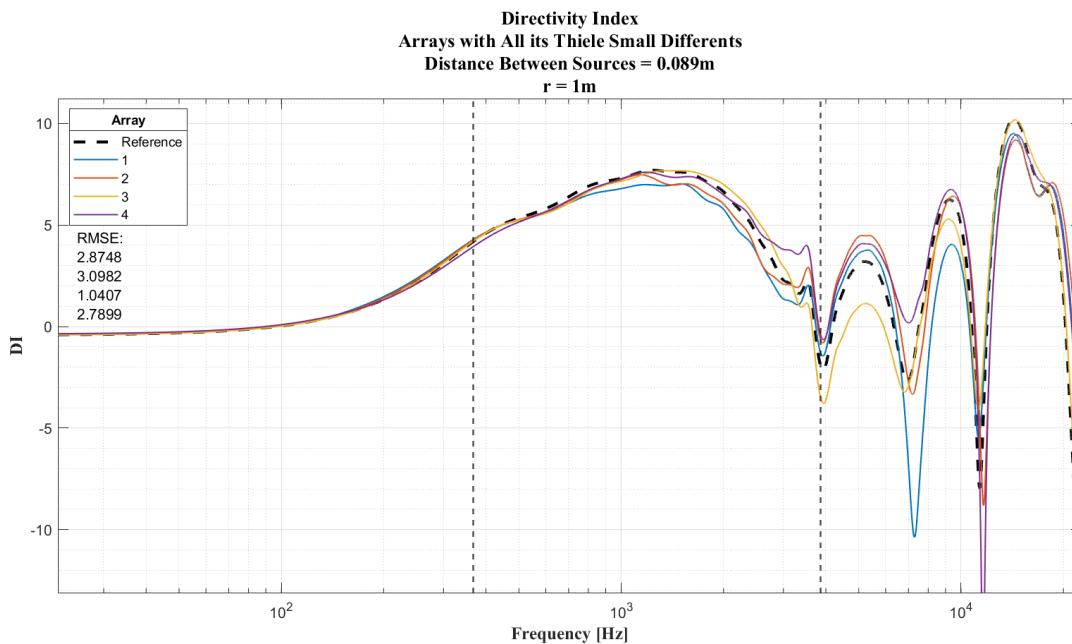
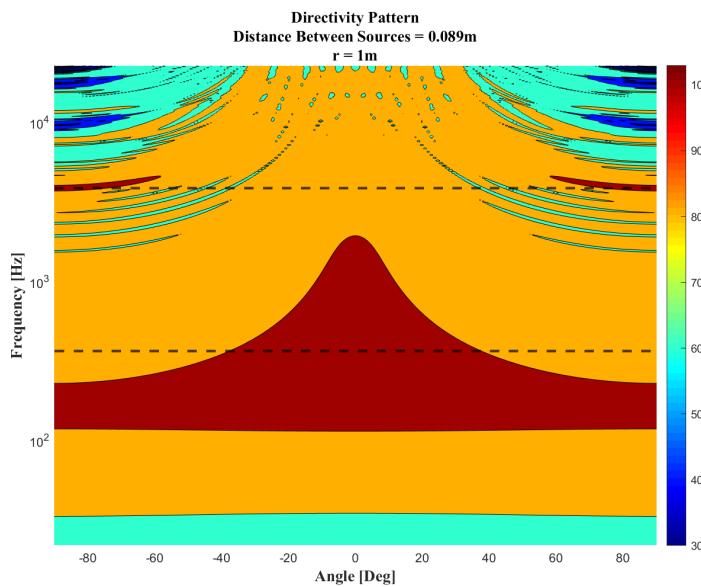
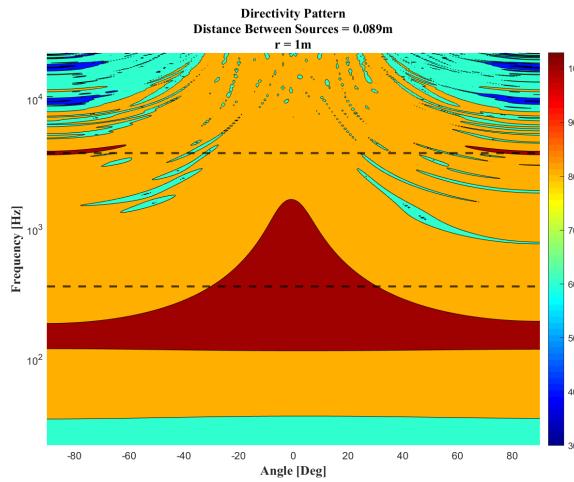


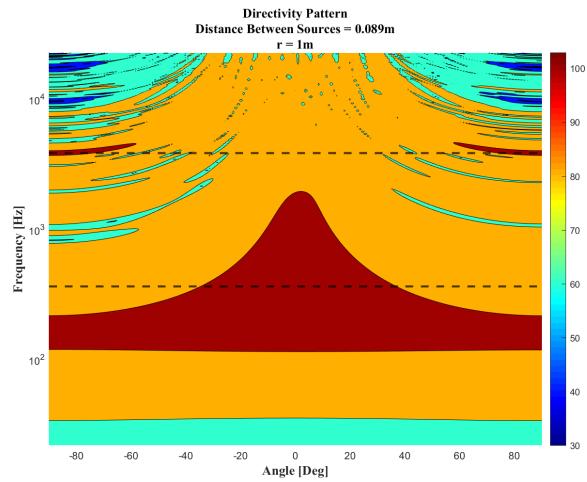
Fig. 83. Índice de directividad de varios arreglos lineales con todos sus parámetros Thiele Small diferentes.



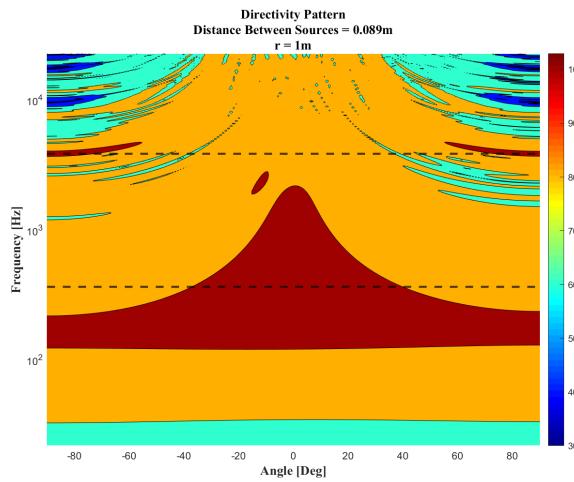
(a) Patrón de directividad de arreglos lineales de referencia.



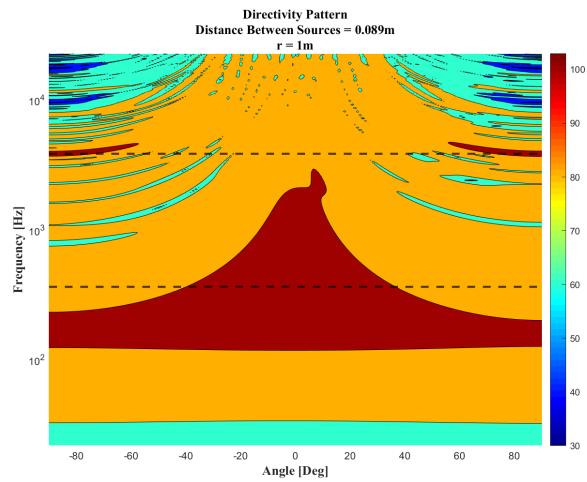
(b) Patrón de directividad de arreglos lineales 1 con todos sus parámetros diferentes.



(c) Patrón de directividad de arreglos lineales 2 con todos sus parámetros diferentes.



(d) Patrón de directividad de arreglos lineales 3 con todos sus parámetros diferentes.



(e) Patrón de directividad de arreglos lineales 4 con todos sus parámetros diferentes.

Fig. 84. Patrón de directividad de arreglos lineales con diferentes parámetros Thiele Small vs arreglos lineales de referencia

En la figura 83 se contempla que el arreglo lineal 3 presenta el menor RMSE, se intuye que esto es debido a que el  $Bl$  de sus fuentes presentan baja dispersión al igual que su  $Q_{MS}$  y  $Q_{ES}$  y sus medias presentan valores deseados tal y como se observa en la tabla XVI. En el caso del arreglo lineal 1 este tiene el segundo RMSE más bajo, mostrando que tanto su  $Q_{MS}$  como su  $Q_{ES}$  medio tienen valores sensatos con desviaciones estándar similares, sin embargo, las medias del arreglo lineal 3 para estos parámetros indican un mejor desempeño. A pesar de ello el índice de directividad es un indicador que únicamente nos dice que tan directivo es cada arreglo lineal, mientras que la figura 84 nos muestra como de directivo es cada uno de los arreglos, indicando que el arreglo lineal 3 es aquel que se asemeja más al de referencia tal y como se presenta en la figura 37.

### Respuesta en Frecuencia arreglos lineales

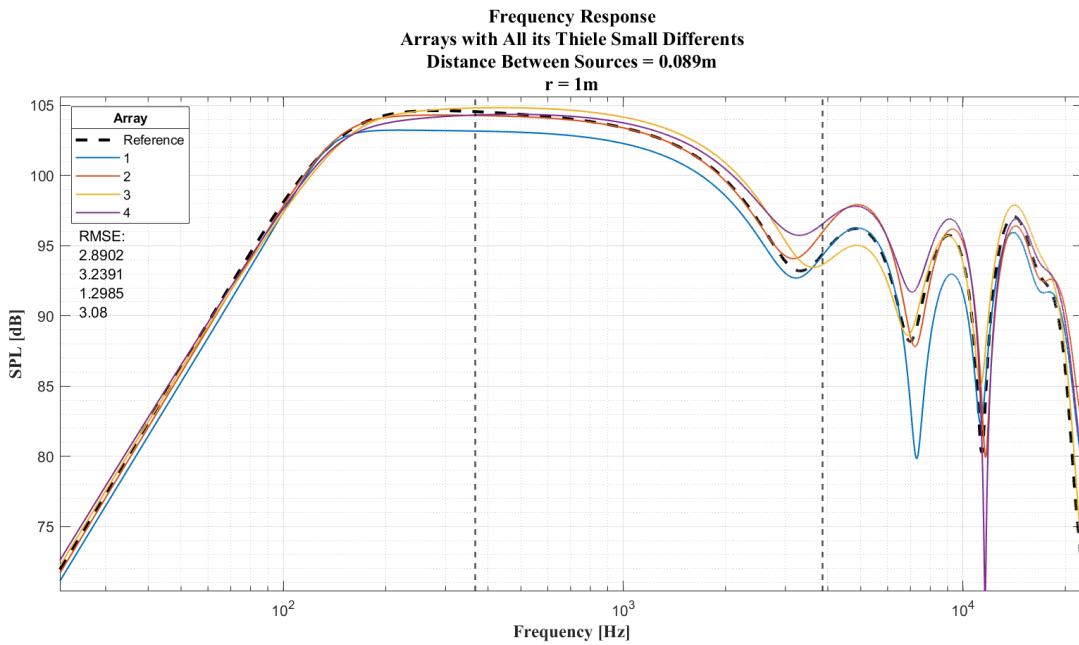


Fig. 85. Respuesta en frecuencia de varios arreglos lineales con todos sus parámetros Thiele Small diferentes.

Dado el análisis realizado anteriormente en base a los resultados que se presentan en la tabla XVI, en la figura 85 correspondiente a la respuesta en frecuencia de cada arreglo lineal, se contempla que la conducta de esta es coherente con el índice de directividad, sin embargo, el arreglo línea 4 muestra diferencias respecto a la referencia de hasta  $1dB(SPL)$  en un amplio rango de frecuencias en la zona de iteres. Se intuye que esto puede ser debido a una alta desviación estándar del parámetro  $Bl$  respecto a una media elevada y a que es el arreglo línea que cuenta con un  $M_{MD}$  más elevado.

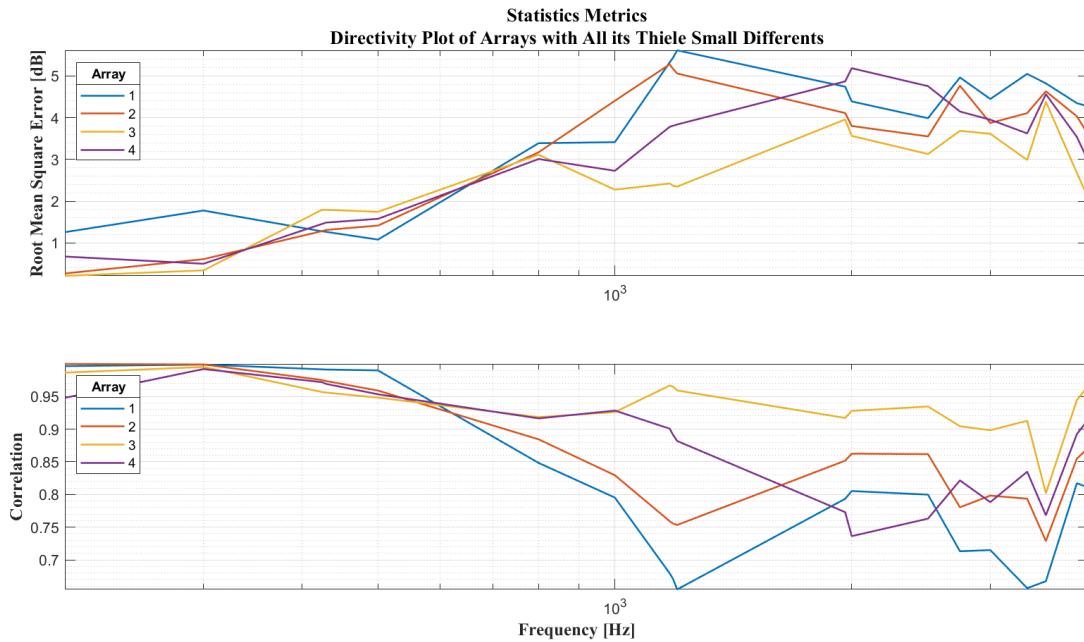
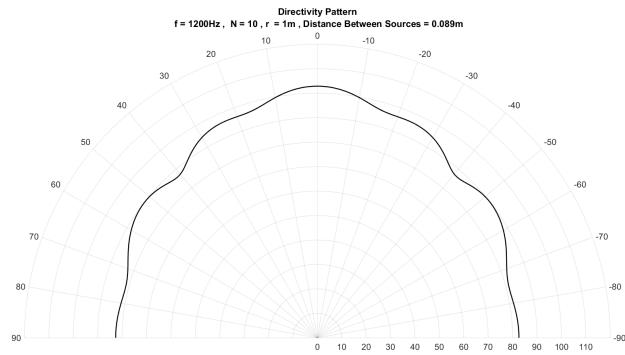
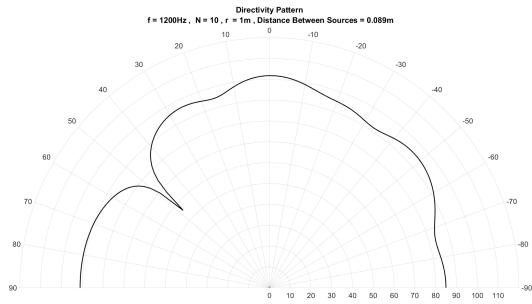
**Error medio cuadrático y correlación del Patrón de directividad de los arreglos lineales por frecuencias de interés**

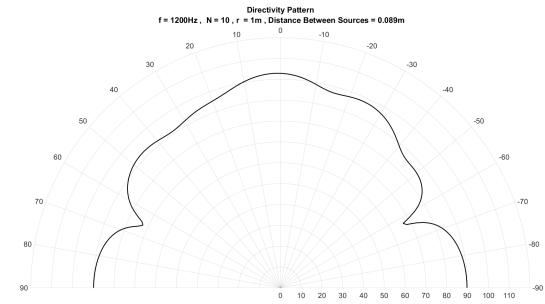
Fig. 86. Error cuadrático medio e índice de correlación del patrón de directividad entre varios arreglos lineales y el arreglo lineal de referencia.



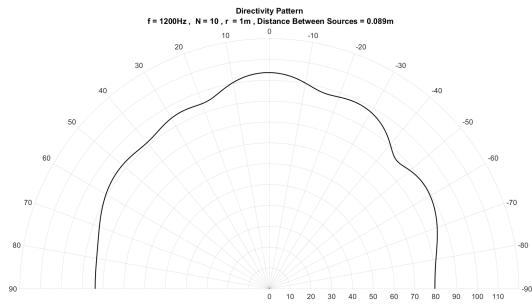
(a) Patrón de directividad del arreglo de referencia radiando una frecuencia de 1200 Hz a una distancia  $r = 1m$ .



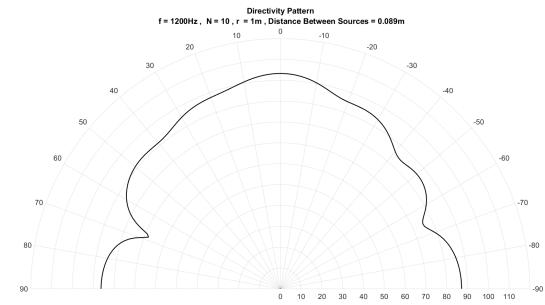
(b) Patrón de directividad del arreglo 1 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 1200 Hz a una distancia  $r = 1m$ .



(c) Patrón de directividad del arreglo 2 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 1200 Hz a una distancia  $r = 1m$ .

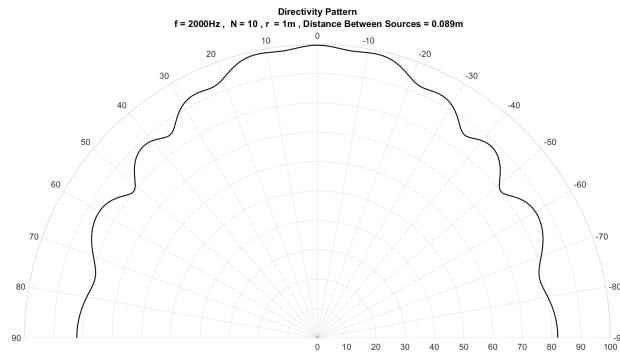


(d) Patrón de directividad del arreglo 3 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 1200 Hz a una distancia  $r = 1m$ .

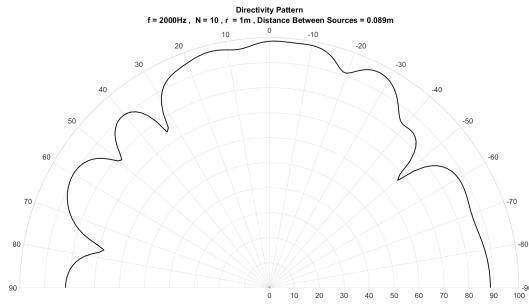


(e) Patrón de directividad del arreglo 4 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 1200 Hz a una distancia  $r = 1m$ .

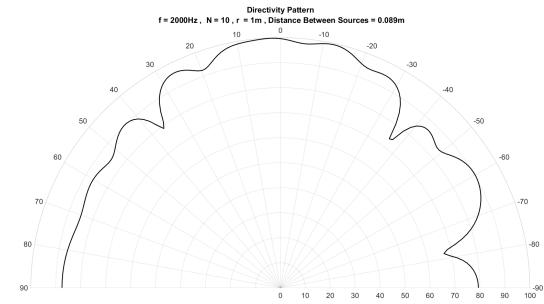
Fig. 87. Patrón de directividad de varios arreglos lineales radiando una frecuencia de 1200 Hz a una distancia  $r = 1m$



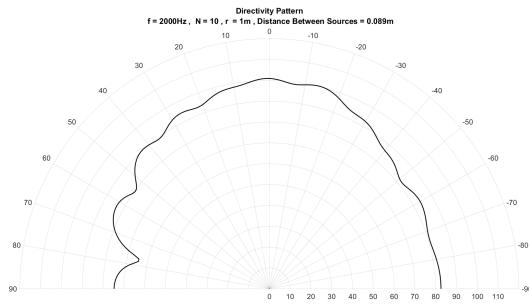
(a) Patrón de directividad del arreglo de referencia radiando una frecuencia de 2000 Hz a una distancia  $r = 1m$ .



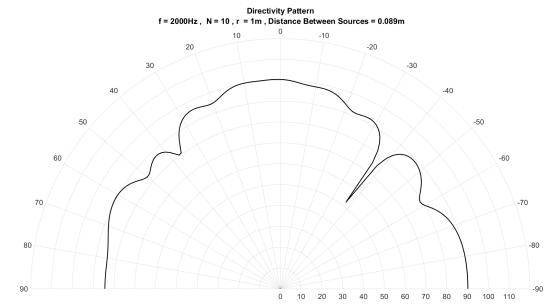
(b) Patrón de directividad del arreglo 1 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 2000 Hz a una distancia  $r = 1m$ .



(c) Patrón de directividad del arreglo 2 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 2000 Hz a una distancia  $r = 1m$ .

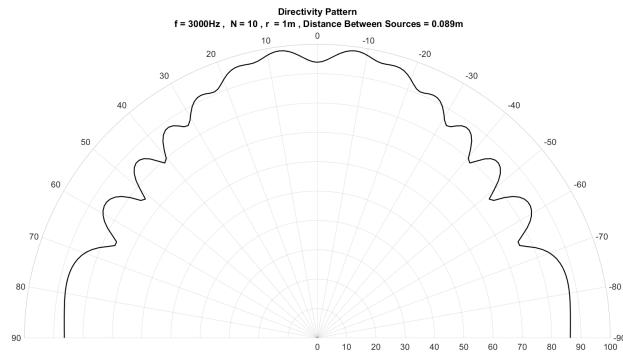


(d) Patrón de directividad del arreglo 3 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 2000 Hz a una distancia  $r = 1m$ .

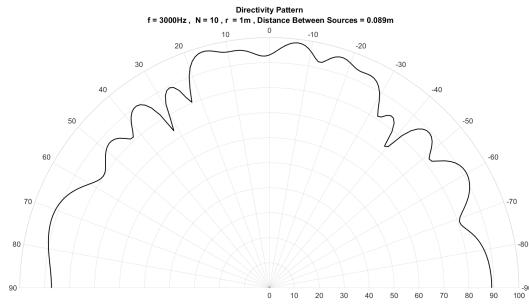


(e) Patrón de directividad del arreglo 4 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 2000 Hz a una distancia  $r = 1m$ .

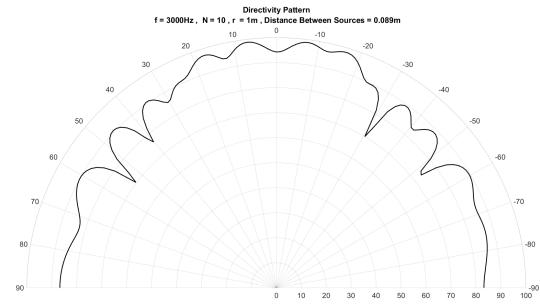
Fig. 88. Patrón de directividad de varios arreglos lineales radiando una frecuencia de 2000 Hz a una distancia  $r = 1m$



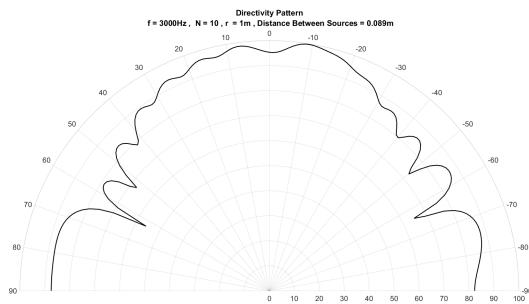
(a) Patrón de directividad del arreglo de referencia radiando una frecuencia de 3000 Hz a una distancia  $r = 1\text{m}$ .



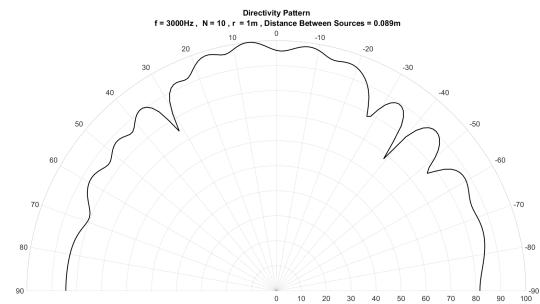
(b) Patrón de directividad del arreglo 1 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 3000 Hz a una distancia  $r = 1\text{m}$ .



(c) Patrón de directividad del arreglo 2 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 3000 Hz a una distancia  $r = 1\text{m}$ .



(d) Patrón de directividad del arreglo 3 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 3000 Hz a una distancia  $r = 1\text{m}$ .



(e) Patrón de directividad del arreglo 4 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 3000 Hz a una distancia  $r = 1\text{m}$ .

Fig. 89. Patrón de directividad de varios arreglos lineales radiando una frecuencia de 3000 Hz a una distancia  $r = 1\text{m}$

Los patrones de directividad mostrados en las figuras 87, 88 y 89 permiten realizar una comparación entre el campo radiado a  $1\text{m}$  generado por el arreglo lineal de referencia y los campos radiados a  $1\text{m}$  de los arreglos lineales que presentaron variaciones en todos sus parámetros. Es evidente que estos cambios en todos sus parámetros generan grandes alteraciones respecto al patrón de directividad ideal, causando lóbulos no deseados en el comportamiento direccional de un arreglo lineal. Esto indica que un arreglo lineal compuesto por fuentes que no tengan los mismos parámetros Thiele Small, tendrán un fuerte problema en su desempeño dadas las variaciones de presión, impedancia eléctrica, frecuencia de resonancia y factores

de calidad dados por la variabilidad de estos.

### Error medio cuadrático y correlación del campo sintetizado por los arreglos lineales en las frecuencias de interés

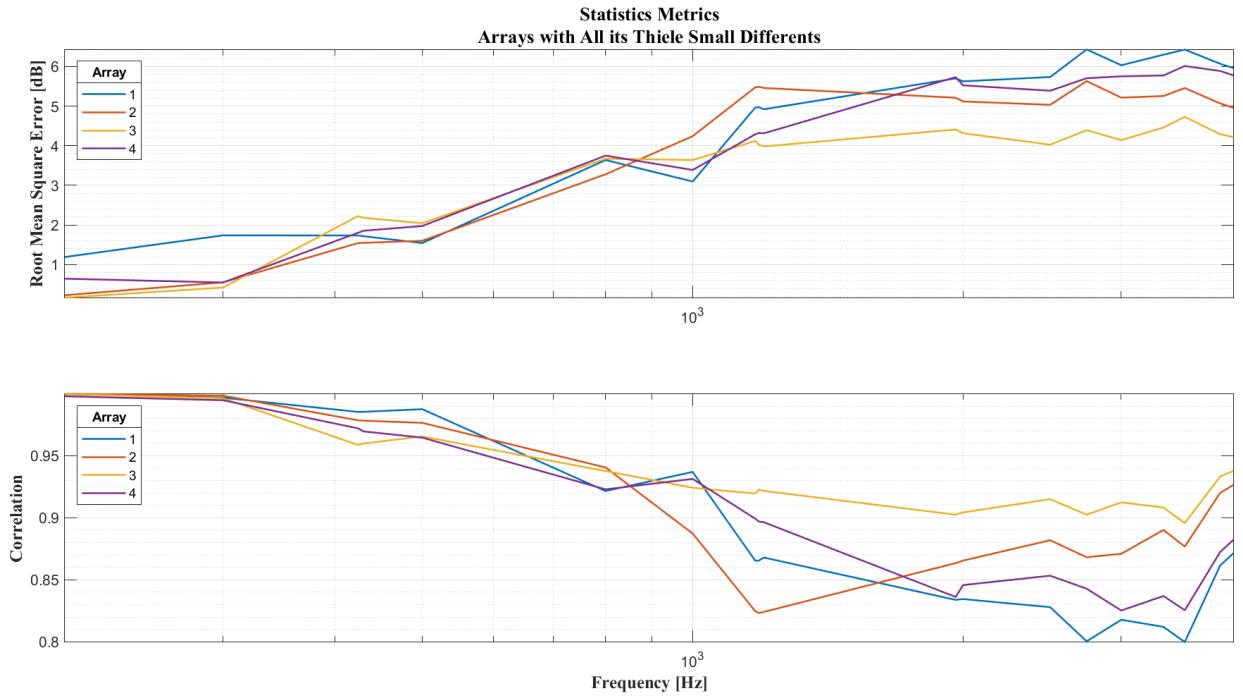
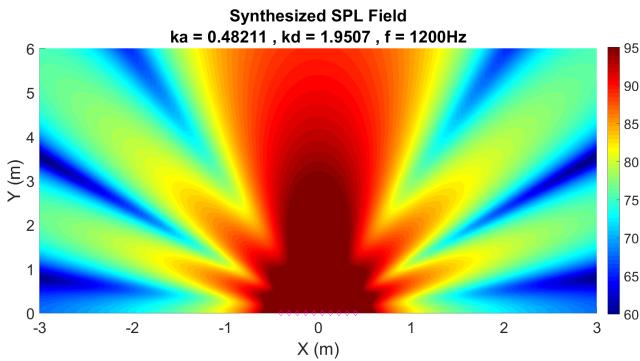
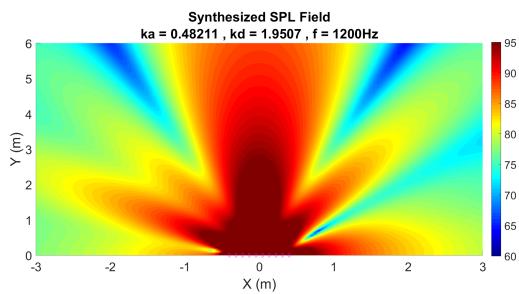


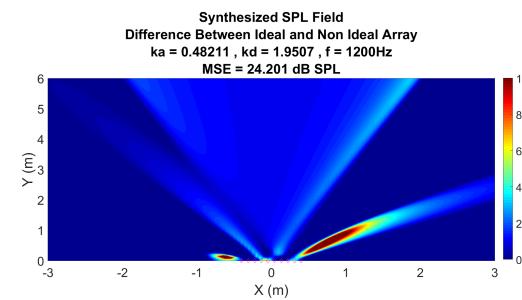
Fig. 90. Error cuadrático medio e índice de correlación del campo sintetizado entre varios arreglos lineales y el arreglo lineal de referencia.



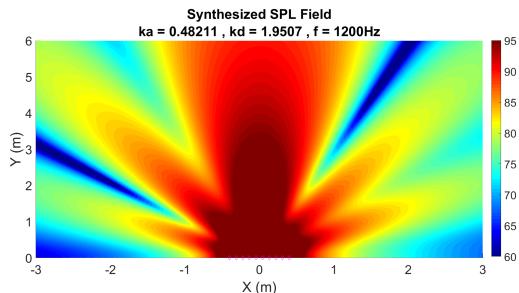
(a) Campo acústico sintetizado para el arreglo de referencia radiando una frecuencia de 1200 Hz.



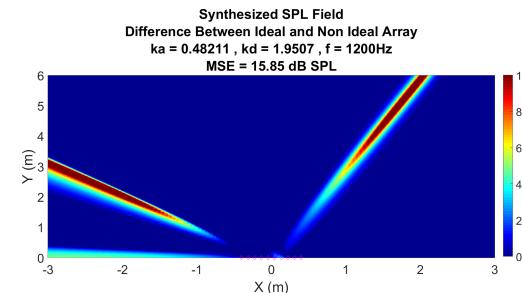
(b) Campo acústico sintetizado para el arreglo 1 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 1200 de referencia Hz.



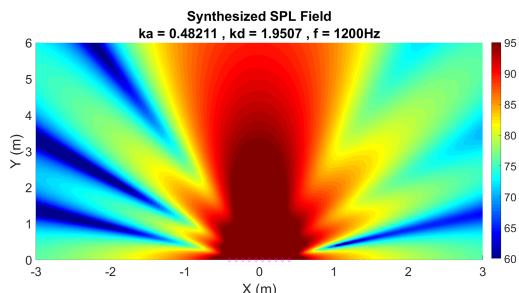
(c) Diferencia de Campo acústico sintetizado entre arreglo de referencia y el arreglo 1 con variaciones radiando una frecuencia de 1200 Hz.



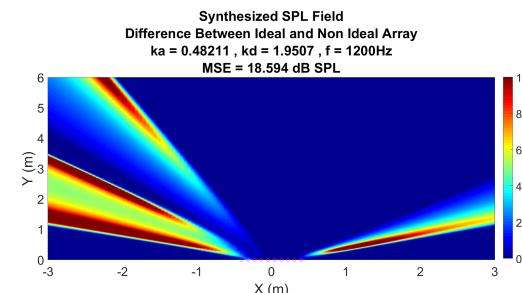
(d) Campo acústico sintetizado para el arreglo 3 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 1200 de referencia Hz.



(e) Diferencia de Campo acústico sintetizado entre arreglo de referencia y el arreglo 3 con variaciones radiando una frecuencia de 1200 Hz.

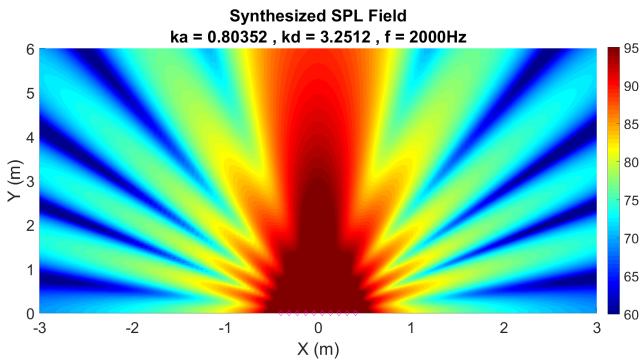


(f) Campo acústico sintetizado para el arreglo 4 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 1200 de referencia Hz.

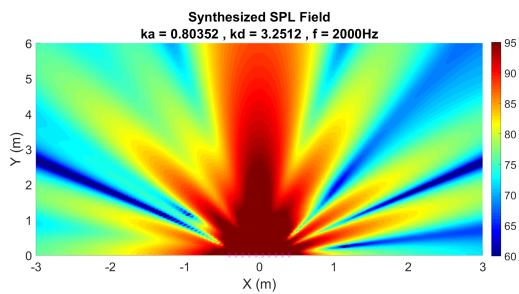


(g) Diferencia de Campo acústico sintetizado entre arreglo de referencia y el arreglo 4 con variaciones radiando una frecuencia de 1200 Hz.

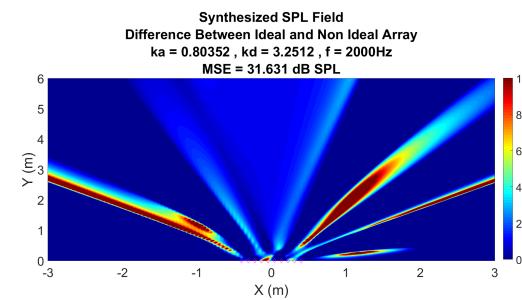
Fig. 91. Campo acústico sintetizado de varios arreglos lineales y sus diferencias con el arreglo lineal de referencia radiando a 1200Hz.



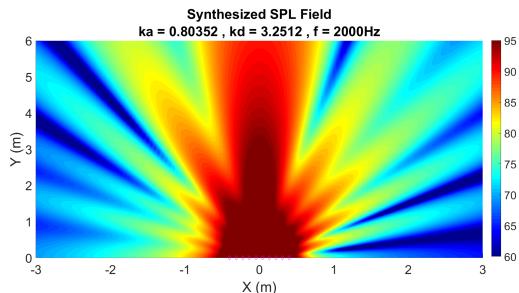
(a) Campo acústico sintetizado para el arreglo de referencia radiando una frecuencia de 2000 Hz.



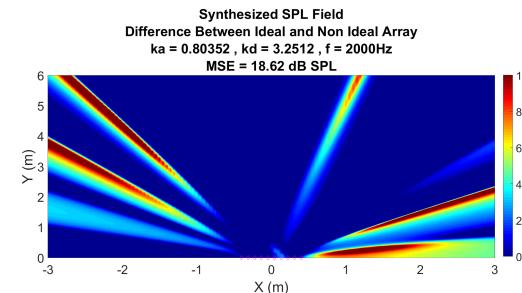
(b) Campo acústico sintetizado para el arreglo 1 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 2000 de referencia Hz.



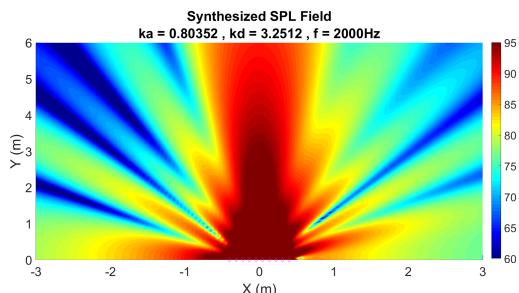
(c) Diferencia de Campo acústico sintetizado entre arreglo de referencia y el arreglo 1 con variaciones radiando una frecuencia de 2000 Hz.



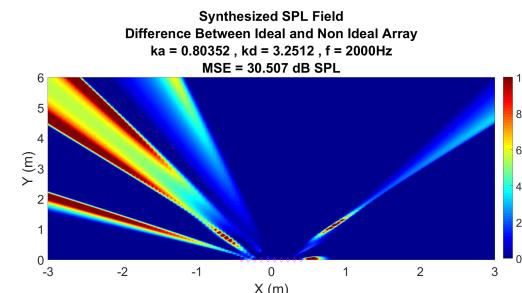
(d) Campo acústico sintetizado para el arreglo 3 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 2000 de referencia Hz.



(e) Diferencia de Campo acústico sintetizado entre arreglo de referencia y el arreglo 3 con variaciones radiando una frecuencia de 2000 Hz.

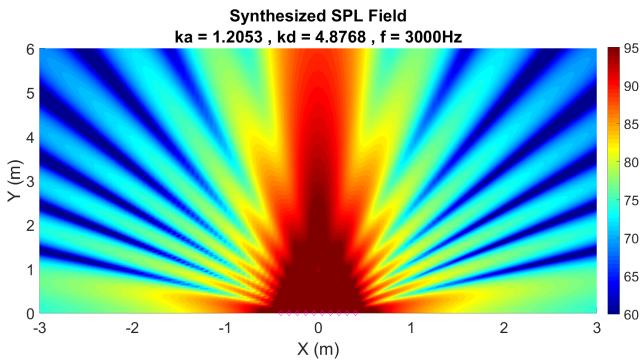


(f) Campo acústico sintetizado para el arreglo 4 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 2000 de referencia Hz.

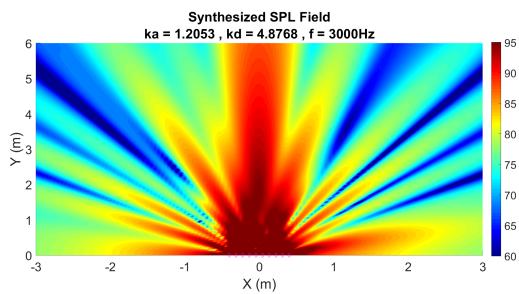


(g) Diferencia de Campo acústico sintetizado entre arreglo de referencia y el arreglo 4 con variaciones radiando una frecuencia de 2000 Hz.

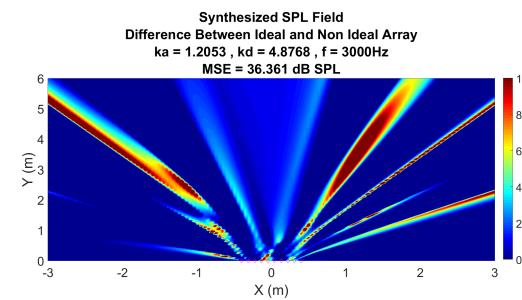
Fig. 92. Campo acústico sintetizado de varios arreglos lineales y sus diferencias con el arreglo lineal de referencia radiando a 2000Hz.



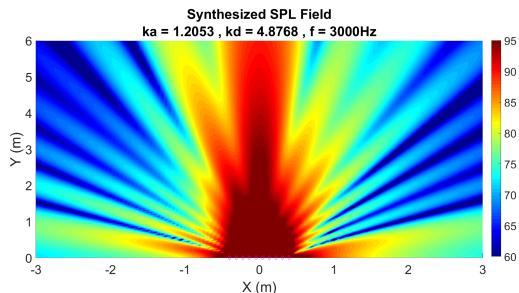
(a) Campo acústico sintetizado para el arreglo de referencia radiando una frecuencia de 3000 Hz.



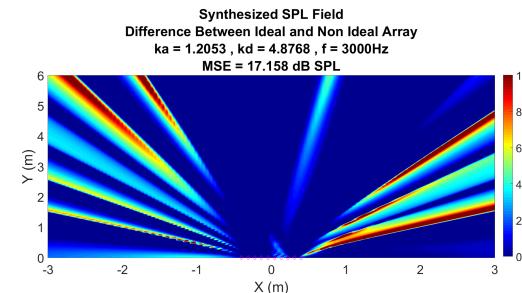
(b) Campo acústico sintetizado para el arreglo 1 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 3000 de referencia Hz.



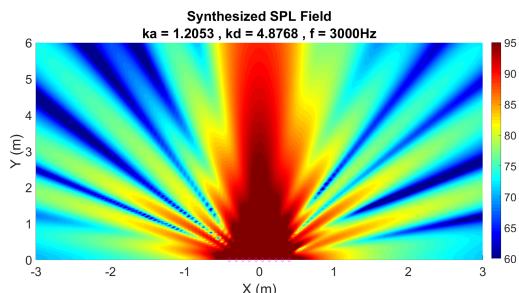
(c) Diferencia de Campo acústico sintetizado entre arreglo de referencia y el arreglo 1 con variaciones radiando una frecuencia de 3000 Hz.



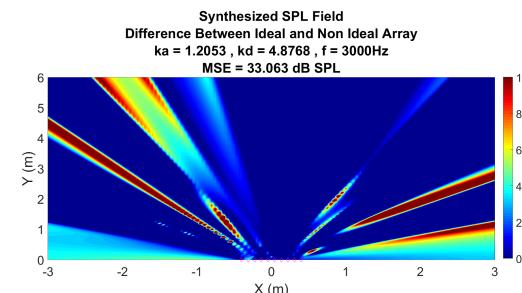
(d) Campo acústico sintetizado para el arreglo 3 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 3000 de referencia Hz.



(e) Diferencia de Campo acústico sintetizado entre arreglo de referencia y el arreglo 3 con variaciones radiando una frecuencia de 3000 Hz.



(f) Campo acústico sintetizado para el arreglo 4 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 3000 de referencia Hz.



(g) Diferencia de Campo acústico sintetizado entre arreglo de referencia y el arreglo 4 con variaciones radiando una frecuencia de 3000 Hz.

Fig. 93. Campo acústico sintetizado de varios arreglos lineales y sus diferencias con el arreglo lineal de referencia radiando a 3000Hz.

Como se observa en las figuras 91, 92 y 93 la variabilidad de los parámetros Thiele Small afecta considerablemente la directividad del arreglo lineal, causando tanto interferencia destructiva como constructiva en zonas no deseadas y focalizando así su energía de forma ineficiente. Las diferencias entre los campos de los arreglos lineales con variaciones en todos sus parámetros y el arreglo lineal de referencia mostradas en las figuras 91, 92 y 93 dan cuenta de manera clara de los inconvenientes de construir un arreglo lineal en el cual sus fuentes no cuenten con los mismos Thiele Small, mostrando casos en los cuales las diferencias son de hasta  $10dB(SPL)$  o incluso superiores.

#### B. Arreglo de fuentes con Línea de transmisión acoplada

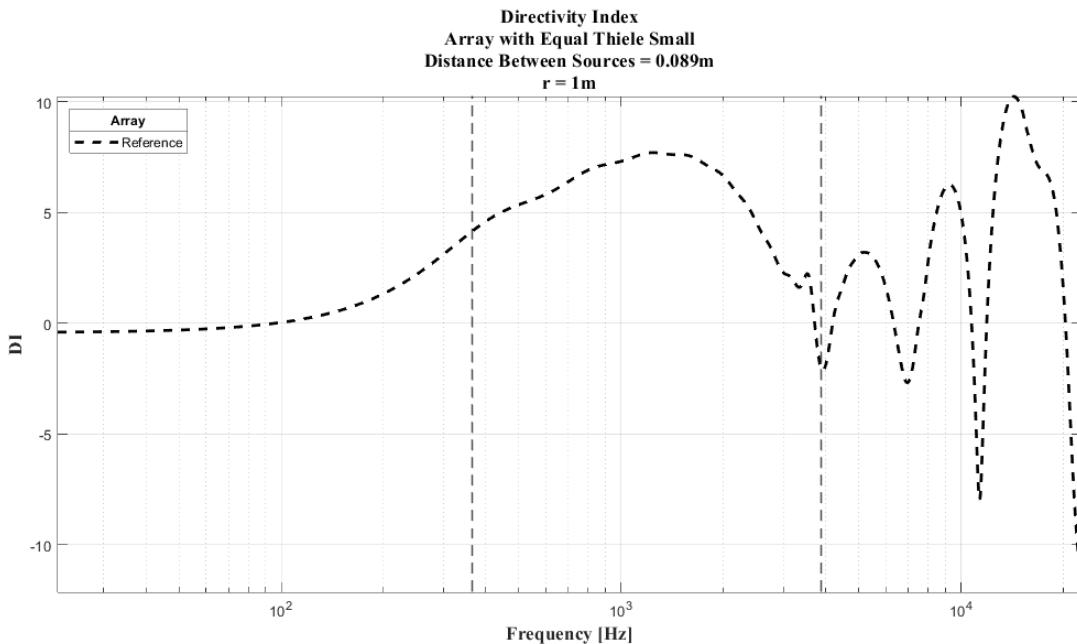


Fig. 94. Índice de directividad del arreglo de referencia con linea de transmisión acoplada.

El índice de directividad ( $DI$ ) que se presenta en la figura 95 representa un indicador de vital importancia para un arreglo lineal, sin embargo, el añadir líneas de transmisión de  $0,207m$  a las fuentes que componen el arreglo lineal no representó ningún cambio respecto al arreglo lineal de referencia sin línea de transmisión que se presentó en la figura 35. Esto es debido a que la condición de frontera, es decir, la impedancia de radiación descrita por la ecuación 102 la cual describe la radiación de un pistón es la misma en ambas ocasiones. Por lo que en ambos casos se modela el mismo tipo de radiador de manera idéntica espacialmente. Esto indica que la línea de transmisión únicamente modificará la magnitud y fase de cada una de las frecuencias, por lo tanto, el índice de directividad al ser un indicador que se encuentra normalizado respecto a la energía en  $0^\circ$  no presentará diferencia alguna en el caso de tener una línea de transmisión acoplada, debido a que la energía se distribuirá exactamente de la misma forma.

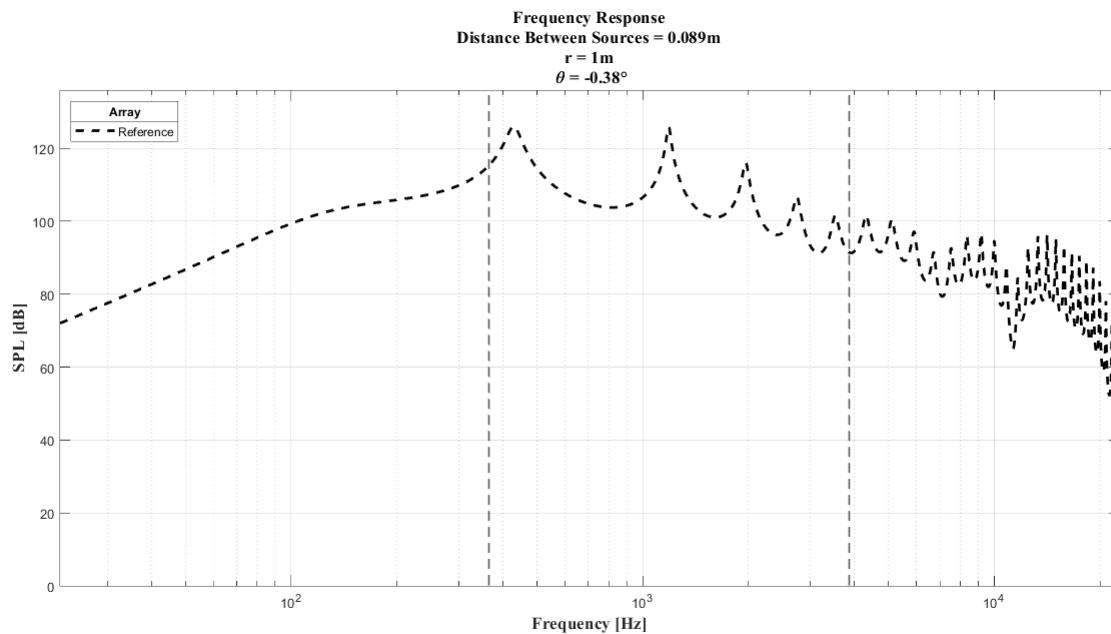


Fig. 95. Respuesta en frecuencia del arreglo de referencia con linea de transmisión acoplada.

En este caso se seleccionaran algunas frecuencias de interés respecto a la respuesta en frecuencia del arreglo lineal con líneas de transmisión acopladas que se presenta en la figura 95. Esto es debido a que la línea de transmisión es una cavidad resonante para la cual sus frecuencias de resonancia se encuentran descritas por la ecuación 75 . En este caso se seleccionan algunas frecuencias dentro del rango de interés establecido para profundizar en el análisis de estas resonancias y sus efectos en la directividad en todos los casos de variación de los parámetros Thiele Small. Las frecuencias son las siguientes:

	Frecuencias de Interés																		
Frecuencia [Hz]	200	300	424	<b>430</b>	500	800	1000	1174	1185	1200	<b>1962</b>	2000	2500	<b>2745</b>	3000	3342	<b>3530</b>	3865	4000
Distancia Crítica [m]	-0.4297	-0.2862	-0.2022	<b>-0.1994</b>	-0.1713	-0.1064	-0.0846	-0.0716	<b>-0.0709</b>	-0.0700	<b>-0.0411</b>	-0.0402	-0.0309	<b>-0.0275</b>	-0.0244	-0.0210	<b>-0.0194</b>	-0.0168	-0.0159

TABLA. XVII. Frecuencias de interés.

En la tabla XVII se presentan tanto las frecuencia de interés para este análisis como sus distancias críticas estimadas a partir de la ecuación 43 siendo esta la distancia a partir de la cual la ecuación ecuación 49 presenta convergencia tal y como se describió en el análisis sin línea de transmisión. En este caso se indican en negrita las frecuencias en que se observan resonancias en la respuesta en frecuencia del arreglo lineal de referencia como se observa en figura 95 dentro del rango de interés, las cuales no se encuentran exactamente en las frecuencias descritas por la ecuación anteriormente mencionada debido a la interacción entre las fuentes que componen el arreglo lineal.

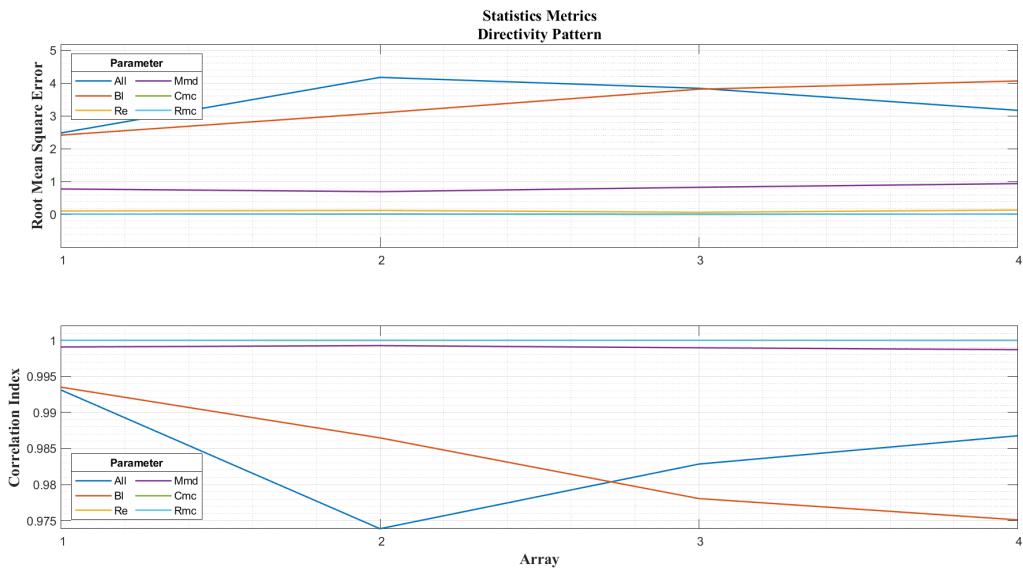


Fig. 96. Error cuadrático medio e índice de correlación de matrices de respuesta en frecuencia y patrón de directividad.

Con el fin de determinar que parámetro es aquel que induce mayor variabilidad, se presenta en la figura 96 el RMSE e índice de correlación del patrón de directividad de  $22Hz$  hasta  $22627Hz$  estimado a  $1m$  con una resolución espacial de  $1^\circ$ , donde  $22Hz$  corresponden al límite inferior de la banda de octava de  $31,5Hz$  y  $22627Hz$  el límite superior de la banda de octava de  $16000Hz$ . Se determina en base a esto que  $Bl$  es aquel parámetro en el cual su cambio causa una mayor variabilidad en la directividad. También se puede intuir que al realizar una variación de todos los parámetros al tiempo,  $Bl$  es aquel que mayor incidencia tiene en los RMSE elevados y en los bajos índices de correlación ya que este es el parámetro con mayor desviación estándar como se muestra en 31 y además se encuentra directamente relacionado con la magnitud de la velocidad volumétrica y presión de cada fuente. Debido a que parámetros como  $R_E$ ,  $C_{CM}$  y  $R_{CM}$  no afectan el desempeño de los arreglos lineales de forma significativa tal y como se describió en el análisis sin linea de transmisión se ha optado por únicamente enseñar sus resultados en el anexo B.

### 1) Variación de $Bl$ :

a) *Análisis de un solo arreglo lineal y sus fuentes:* El arreglo lineal 4 es aquel que según la tabla VII, tiene la mayor desviación estándar en los valores de  $Bl$  de sus fuentes y además se evidencia en la figura 96 que presenta el menor índice de correlación, por lo que se seleccionó para ser analizado de forma individual con sus fuentes. Los valores de  $Bl$  para cada fuente del arreglo lineal 4 son:

Array 4		
Source Index	Bl	Qes
1	1.93	1.13
2	0.99	4.31
3	0.48	18.26
4	1.81	1.29
5	1.35	2.32
6	2.83	0.53
7	2.74	0.56
8	1.57	1.72
9	1.36	2.29
10	1.80	1.30
Std	<b>0.72</b>	<b>5.35</b>
Mean	<b>1.69</b>	<b>3.37</b>

TABLA. XVIII. Valores de  $Bl$ , variación estándar y media para el arreglo lineal 4

## Impedancia eléctrica

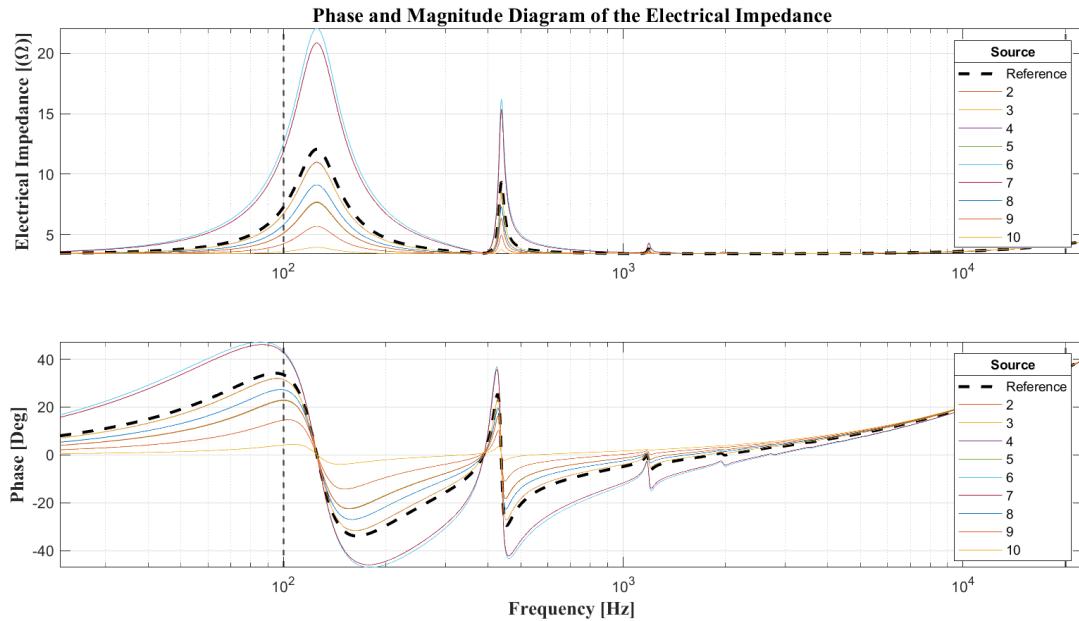


Fig. 97. Magnitud y fase de la impedancia eléctrica de las fuentes de un arreglo lineal con linea de transmisión acoplada

Como se puede observar en la figura 97, el efecto del acople de una línea de transmisión en la curva de impedancia de las fuentes es una nueva resonancia en la frecuencia de resonancia de la línea de transmisión por lo que dada la aparición de nuevas resonancias la fase presenta una mayor de cantidad de cruces por cero. La variabilidad del parámetro  $Bl$  se refleja directamente en la impedancia eléctrica de la fuente y su fase como un parámetro de fuerza, el cual amplifica o atenúa su magnitud. Esto se puede notar en el caso de las fuentes 6 y 7 en las cuales se dan las mayores magnitudes y cambios de fase debido a que

tienen los mayores valores de  $Bl$ . Como se muestra en la tabla XVIII, Para la fuente 2 se presenta el menor  $Bl$ , por lo que muestra la menor magnitud entre todas la fuentes.

## Desplazamiento del diafragma

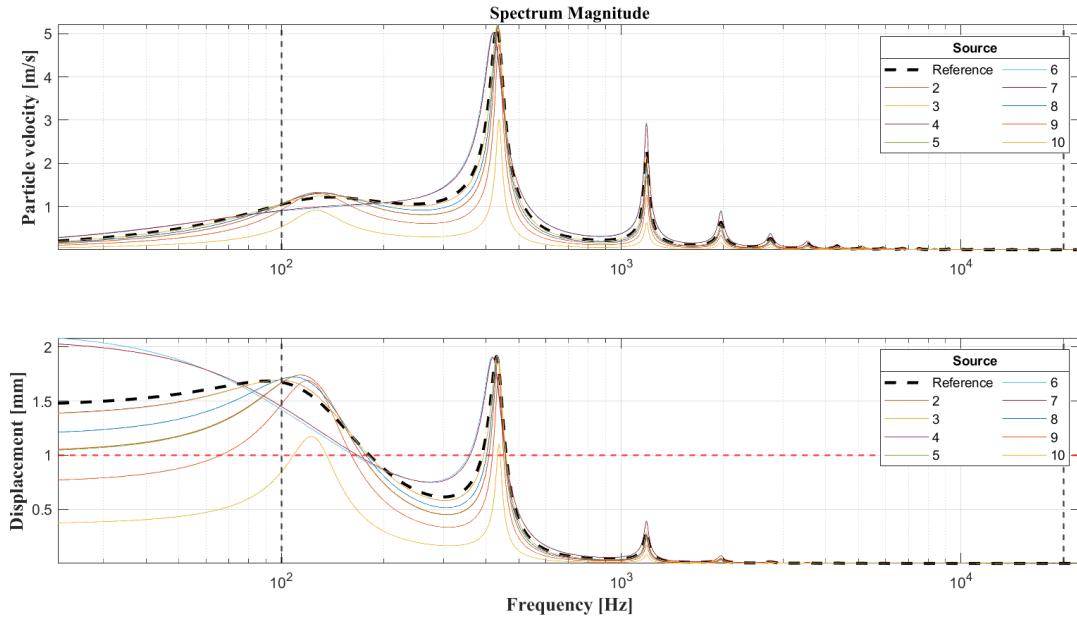


Fig. 98. Velocidad de partícula y desplazamiento del diafragma de las fuentes de un arreglo lineal con linea de transmisión acoplada

Para la velocidad de partícula mostrada en la figura 98, se evidencia el comportamiento descrito anteriormente en el análisis a fuentes sin línea de transmisión acoplada en la frecuencia de resonancia de la fuente. En este se menciona que para valores de  $Bl$  mayores la velocidad del diafragma es menor pero con un ancho de banda más amplio como es el caso de las fuentes 6 y 7, que al ser las que mayor  $Bl$  presentan en la tabla XVIII, son las que menor velocidad de partícula tienen en la frecuencia de resonancia. Para las resonancias del tubo se denota un aumento mucho mayor para todas las fuentes, no obstante además de esto se muestra también un corrimiento para la frecuencia de resonancia fundamental de la línea de transmisión dependiente del valor de  $Bl$ . Se percibe que la velocidad de partícula de las fuentes 6 y 7 son aquellas que menos corrimiento tienen, por lo que se intuye que a un menor  $Bl$  se da un mayor corrimiento en la respectiva resonancia. En cuanto a las demás resonancias de la guía de onda, no se evidencia corrimiento de la frecuencia para ninguna de las fuentes, pero si un aumento en la velocidad directamente proporcional a  $Bl$ , caso contrario a al comportamiento que se exhibe en la frecuencia de resonancia del altavoz. Esto se intuye al evidenciar que la fuente 6 tienen la mayor velocidad para estas resonancias de la línea de transmisión, seguido por la fuente 7, la cual es la fuente con el segundo mayor valor de  $Bl$ .

Se observa que en el caso de las fuentes 6 y 7 las cuales tienen los mayores valores de  $Bl$  estas presentan un mayor desplazamiento en bajas frecuencias, sin embargo, este decae mucho más rápido con el aumento

de la frecuencia haciendo énfasis en el caso de la fuente 6 la cual tiene el mayor valor de  $Bl$  y es aquella que tiene un decaimiento más pronunciado. Debido a la resonancia fundamental de la línea de transmisión hay un aumento en el desplazamiento que lleva a todas las fuentes a una zona de sobre excusión, esto se da ya que la linea de transmisión puede ser modelada como una masa acústica, la cual se encuentra en paralelo a la impedancia de radiación, por lo que al estar dicho sistema en resonancia la impedancia va a ser máxima, por ende, la transferencia de energía entre los componentes activos del circuito resonante en paralelo generara un máximo de presión sonora a esta frecuencia en particular, la cual es directamente proporcional a la velocidad volumétrica como se expresa en la ecuación 153, por lo que a su vez se observa un valor máximo en la velocidad de partícula del diafragma de acuerdo a la ecuación 154. Al obtener un valor máximo de velocidad de partícula en la frecuencia de resonancia de la guía de onda también se va a presentar un movimiento máximo del diafragma que se obtiene a partir de la integral de velocidad de partícula, resultando esto en una sobre excusión en este punto del espectro.

## Eficiencia

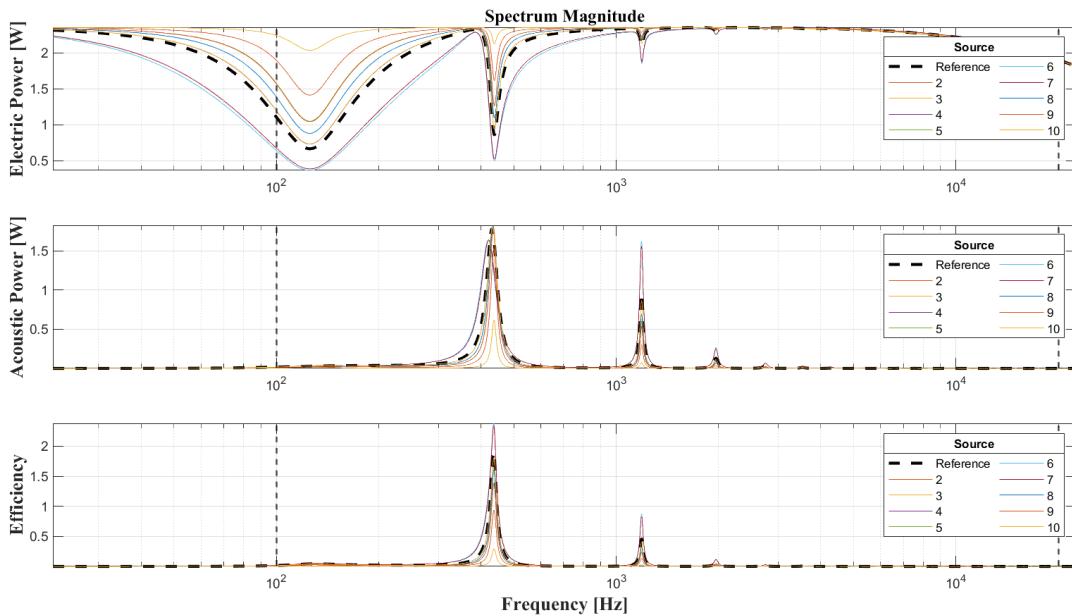


Fig. 99. Potencia eléctrica, acústica y eficiencia de las fuentes de un arreglo lineal con linea de transmisión acoplada

La potencia eléctrica de las fuentes con línea de transmisión acoplada presenta un comportamiento inversamente proporcional a la impedancia eléctrica, por lo tanto la fuente con menor potencia eléctrica genera en su frecuencia de resonancia y las resonancias de la línea de transmisión, es la fuente 7 como se evidencia en 99.

La potencia acústica al ser directamente proporcional a la velocidad volumétrica, presenta un comportamiento en el cual se da un gran aumento de esta para las resonancias de la línea de transmisión. Se puede observar que la potencia acústica de las 2 fuentes con mayor  $Bl$ , la 6 y 7, no presentan un corrimiento

en la fundamental de la línea de transmisión a diferencia del resto de fuentes, además para este punto no son las que mayor potencia generan. Para el resto de resonancias no existe este corrimiento para ninguna de las fuentes y las que mayor valor de  $Bl$  presentan son las que corresponden a los mayores valores de potencia acústica.

La eficiencia al ser la relación entre la potencia acústica y eléctrica presenta un comportamiento en el cual sus máximos se presentan en las resonancias generadas por la línea de transmisión. Las fuentes de mayor  $Bl$  son aquellas presentan un mayor valor de eficiencia en concordancia a la potencia acústica y eléctrica. Al comparar esta eficiencia con la de una fuente sin línea de transmisión se puede ver observar la diferencia. Esto es debido a que la línea de transmisión funciona como un acople de impedancias entre el diafragma de la fuente y el medio, lo cual genera una mejor transferencia de potencia.

## Respuesta en frecuencia

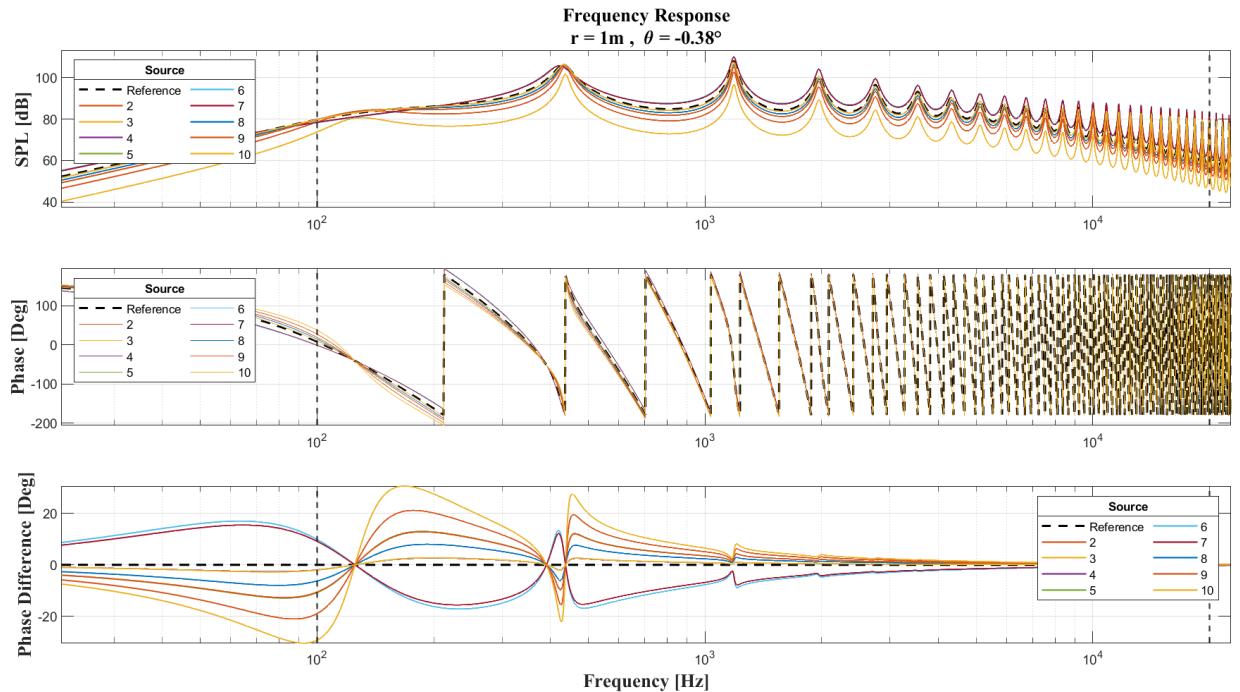


Fig. 100. Magnitud y fase de la respuesta en frecuencia de las fuentes de un arreglo lineal con linea de transmisión acoplada a  $r = 1m$

Como se observa en el comportamiento de la fuente 6 y 7 las cual presenta el mayor valor de  $Bl$  el cambio de este influye directamente en el nivel de presión sonora, esto es coherente con el análisis realizado, en el cual la ecuación 122 muestra que  $Bl$  es proporcional a la fuerza. En el circuito de la figura 2 se observa que al llevar el dominio mecánico al eléctrico haciendo uso de la relación de transformación entre estos,  $Bl$  es una factor que es directamente proporcional a  $M_{MD}$ ,  $C_{MC}$  y  $R_{MC}$ . Por lo cual como se observa en las fuentes 6 y 7 estas presentan un corrimiento de su frecuencia de resonancia dado a que presentan los mayores valores de  $Bl$  como se muestra en la tabla XX y la relación directa entre  $M_{MD}$  y  $C_{MC}$  con la

frecuencia de resonancia dada por la ecuación 17. A su vez la línea de transmisión representa una masa adicional en la fuente, la cual también es proporcional al cambio en  $Bl$ .

En cuanto a la fase ya que  $Bl$  causa un cambio tanto de  $M_{MD}$  como de  $C_{MC}$  los cuales se relacionan directamente con las cantidades imaginarias, esta también presenta cambios significativos. Esto es debido a la impedancia de cada uno de estos elementos, las cuales se describen en la introducción de la sección C, por lo cual en baja frecuencia los efectos de  $M_{MD}$  no son significativos, sin embargo, los de  $C_{MC}$  muestran predominancia en el comportamiento de la fase. Con el aumento de la frecuencia la influencia de  $M_{MD}$  sobre la fase toma más relevancia mientras que los de  $C_{MC}$  disminuyen por lo cual en este rango los cambios se atribuyen a  $M_{MD}$ .

b) *Análisis de diversos arreglos lineales:* Los valores de  $Bl$  para los diversos arreglos lineales son

Values Of Bl				
Sources	Array 1	Array 2	Array 3	Array 4
<b>1</b>	1.93	1.93	1.93	1.93
<b>2</b>	2.89	1.61	1.78	0.99
<b>3</b>	2.66	1.32	0.93	0.48
<b>4</b>	2.26	2.52	1.59	1.81
<b>5</b>	2.35	1.91	2.07	1.35
<b>6</b>	2.20	1.54	2.08	2.83
<b>7</b>	2.33	2.33	2.29	2.74
<b>8</b>	2.08	1.63	3.24	1.57
<b>9</b>	1.82	2.19	0.95	1.36
<b>10</b>	2.23	2.83	2.33	1.80
<b>Std</b>	<b>0.32</b>	<b>0.48</b>	<b>0.68</b>	<b>0.72</b>
<b>Mean</b>	<b>2.28</b>	<b>1.98</b>	<b>1.92</b>	<b>1.69</b>

TABLA. XIX. Valores de  $Bl$  para las fuentes de los arreglos lineales.

## Índice de directividad arreglos lineales

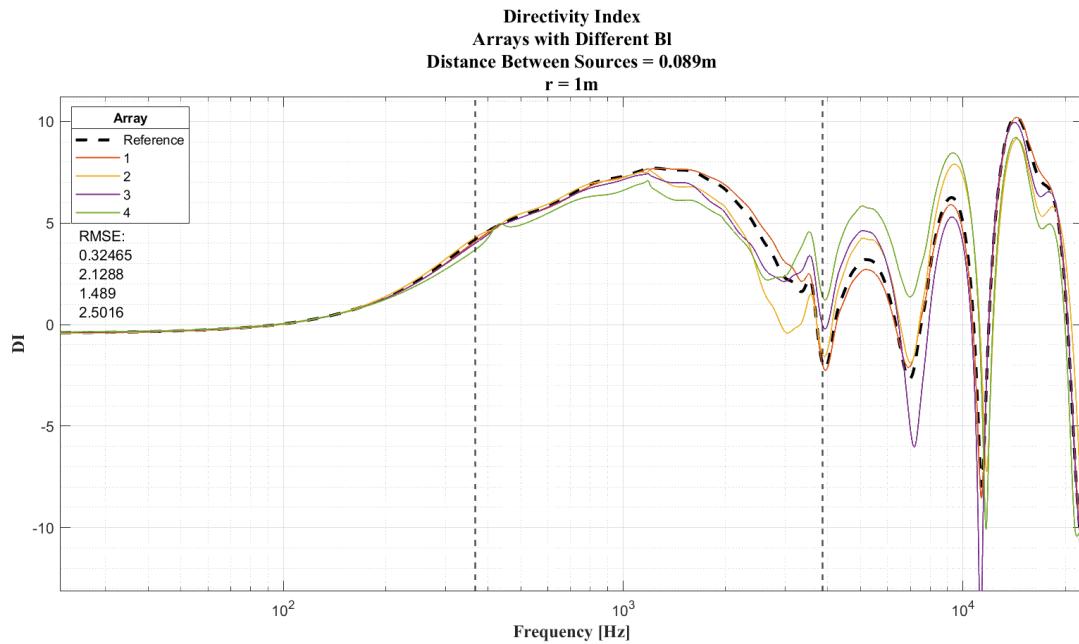
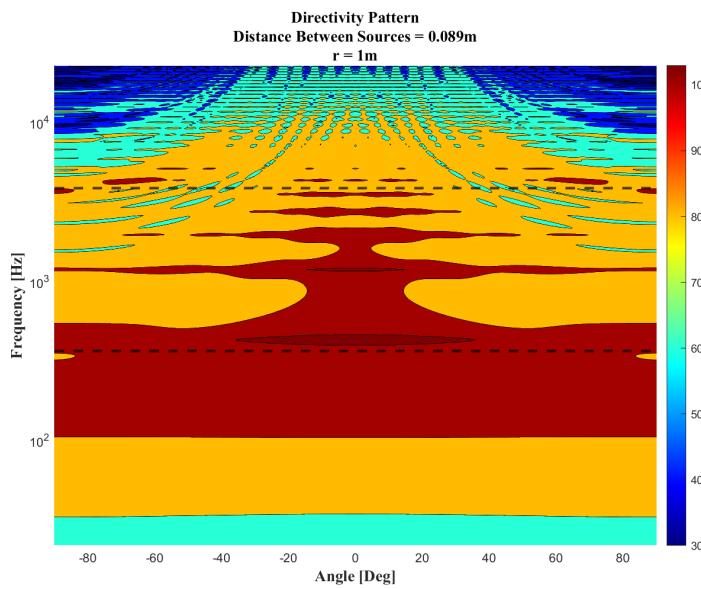
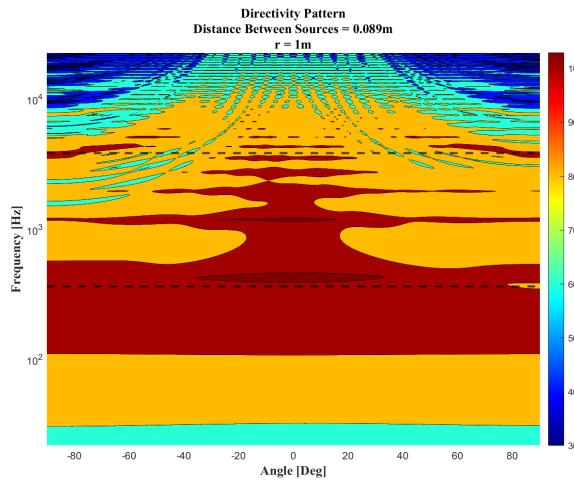
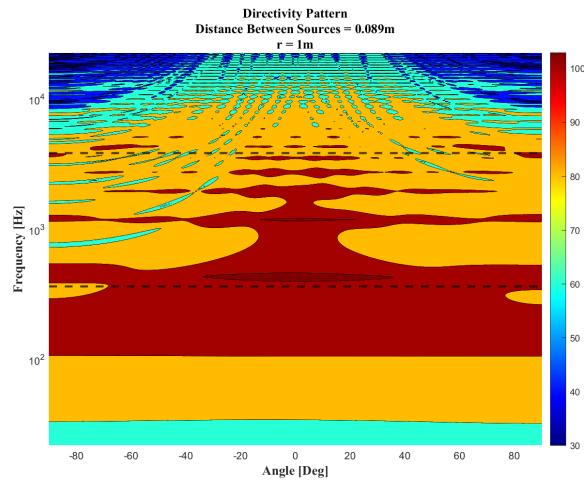
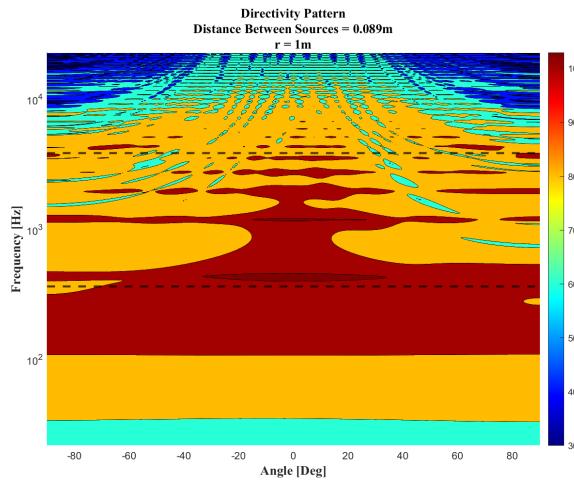
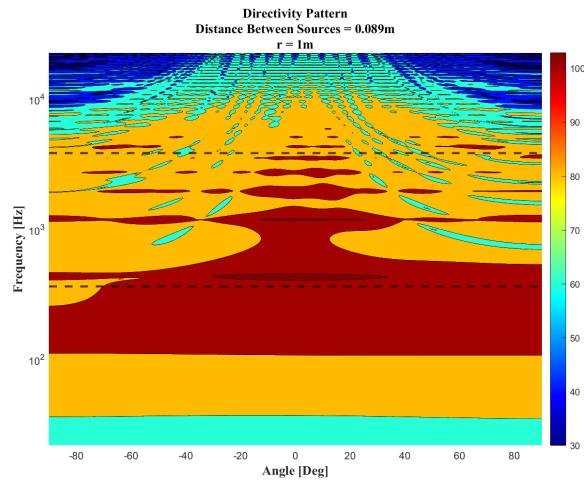


Fig. 101. Índice de directividad de los arreglos lineales con linea de transmisión acoplada



(a) Patrón de directividad de arreglo lineal de referencia.

(b) Patrón de directividad de arreglo lineal 1 con diferente  $Bl$ .(c) Patrón de directividad de arreglo lineal 2 con diferentes  $Bl$ .(d) Patrón de directividad de arreglo lineal 3 con diferentes  $Bl$ .(e) Patrón de directividad de arreglo lineal 4 con diferentes  $Bl$ .Fig. 102. Patrón de directividad de arreglos lineales con diferentes  $Bl$  vs arreglo lineal de referencia

Como se presenta en las figuras 35 y 95 la línea de transmisión no genera ningún cambio en el índice de directividad, por lo que las alteraciones que se identifican en los diferentes arreglos lineales de la figura 101 se atribuyen a el cambio de  $Bl$  en las diferentes fuentes que los componen. La Variación de  $Bl$  afecta de manera significativa el índice de directividad del arreglo lineal en el rango de interés, tal y como se observa en el caso del arreglo lineal 4 el cual tuvo la mayor desviación estándar, sin embargo, se evidencia el caso contrario para el arreglo lineal 1 el cual presento la menor desviación. El índice de directividad es un indicador de que tan directivo es el arreglo lineal, sin embargo, la figura 102 nos indica como es de directivo cada uno de los arreglos, para el cual el arreglo lineal 1 presenta el menor RMSE y mayor índice de correlación tal y como se indica en la figura 96.

### Respuesta en frecuencia arreglos lineales

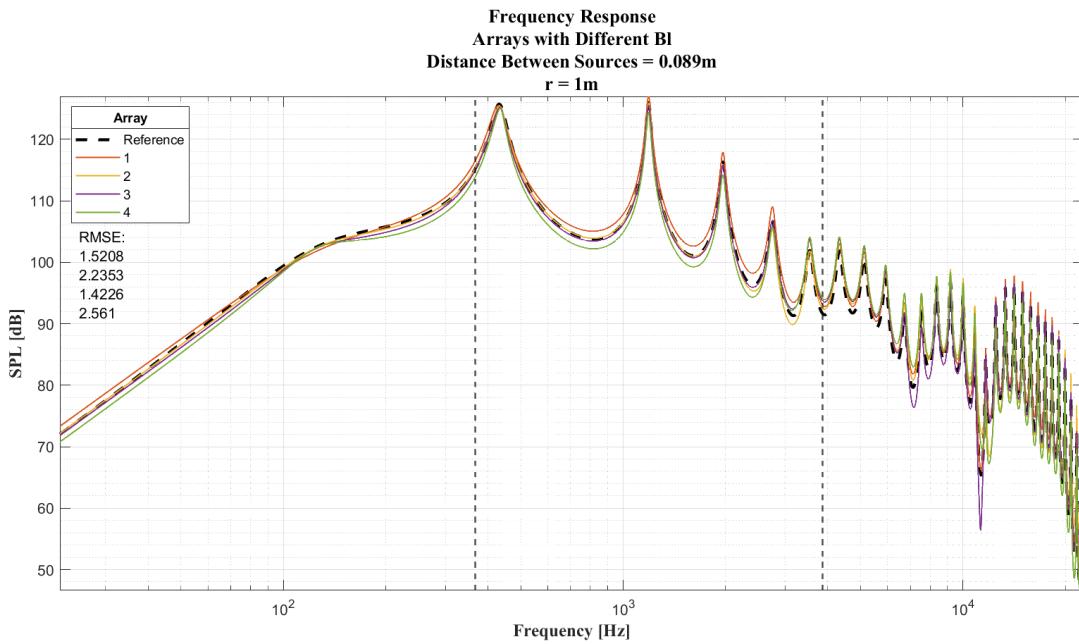


Fig. 103. Respuesta en frecuencia a  $r = 1m$  de los arreglos lineales con linea de transmisión acoplada

En la figura 103 se evidencia el comportamiento resonante de la respuesta en frecuencia debido a las líneas de transmisión acopladas. Estas resonancias se dan gracias a la diferencia de impedancia que ocurre entre la boca de la línea de transmisión y el medio dado el cambio de área seccional. Esto a su vez causa que para estas frecuencias en específico se genere suma constructiva entre la onda incidente y reflejada debido al cambio de impedancia y por ende se obtenga un mayor nivel de presión sonora. En cuanto a la variación de  $Bl$  se denota que afecta de manera directa la presión sonora generada por los arreglos lineales de forma coherente con el índice de directividad. El comportamiento en baja frecuencia presenta ligeras variaciones, Sin embargo, en el rango de interés la variabilidad genera diferencias significativas respecto a al arreglo de referencia y estos cambios en  $Bl$  perjudican o benefician el desempeño del arreglo lineal. Por encima del rango de interés se presenta un comportamiento similar al del índice de directividad, mostrando que por arriba de este rango las diferencias son mucho más notorias debido tanto a la variación de  $Bl$  como a los efectos del aliasing espacial. Este comportamiento generado por los cambios de  $Bl$  es

esperado, ya que al ser una razón de transformación entre el dominio eléctrico y mecánico, este afecta directamente en la cantidad de voltaje y corriente que posteriormente se traducirán a fuerza y velocidad de partícula del diafragma del altavoz, lo que finalmente también se reflejara en el dominio acústico como un aumento o decremento del nivel de presión sonora.

### Error cuadrático medio e índice de correlación del patrón de directividad de los arreglos lineales en frecuencias de interés

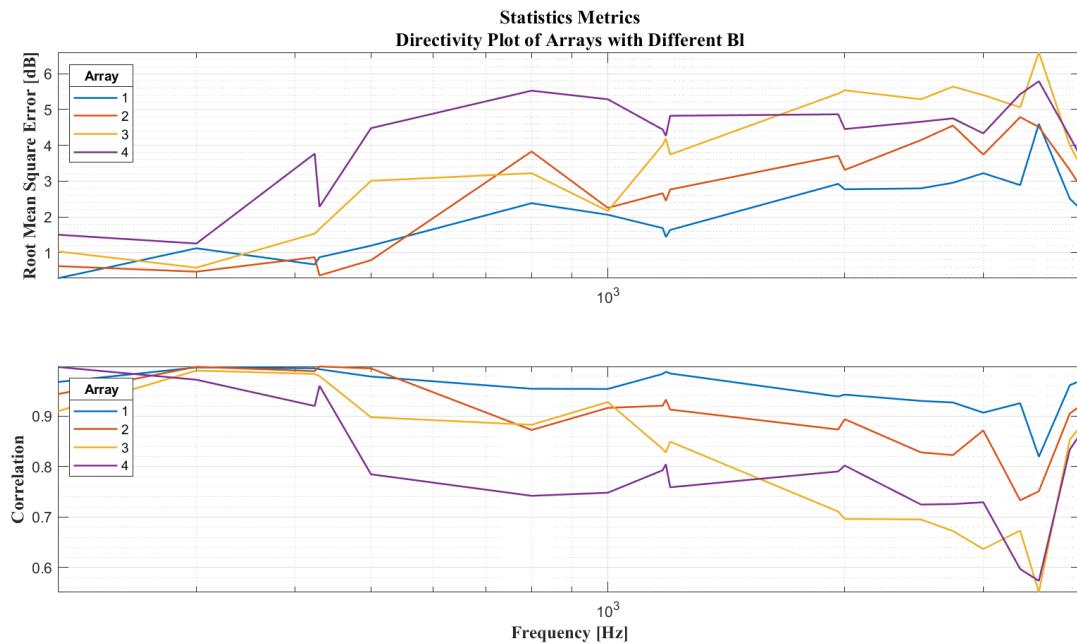
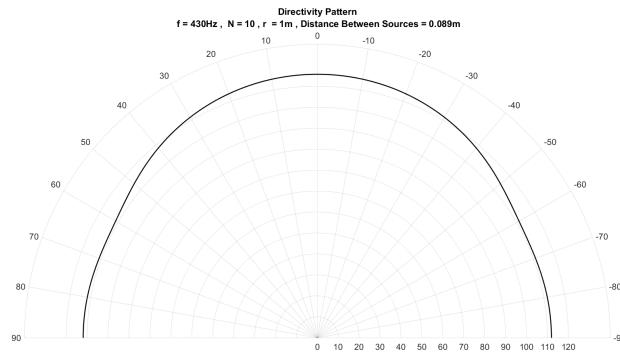
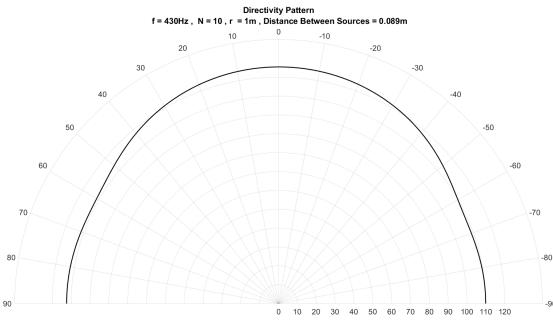


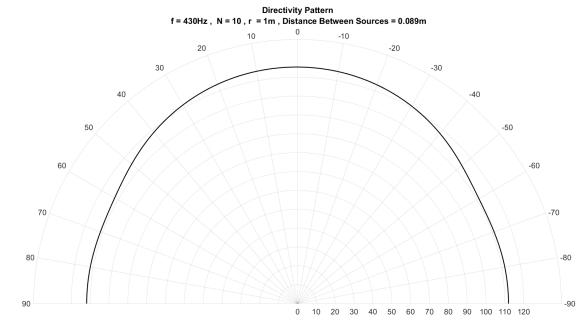
Fig. 104. Raíz del error cuadrático medio e índice de correlación de los patrones de directividad para arreglos lineales con linea de transmisión acoplada.



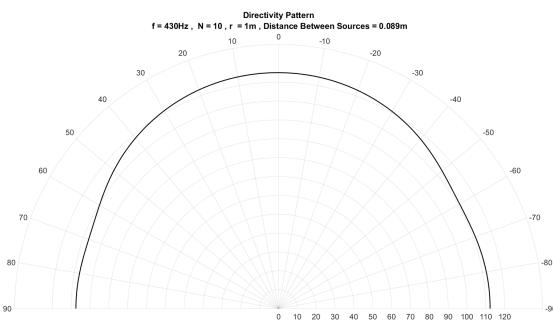
(a) Patrón de directividad del arreglo de referencia radiando una frecuencia de 430 Hz a una distancia  $r = 1m$ .



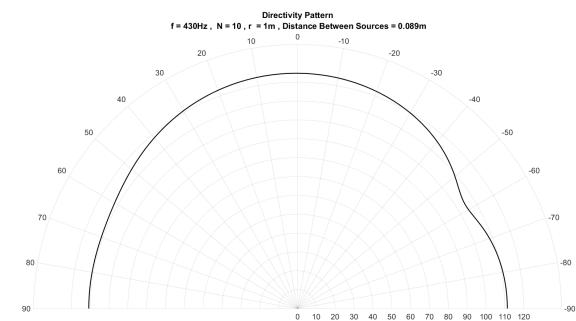
(b) Patrón de directividad del arreglo 1 con variaciones en  $B_l$  radiando una frecuencia de 430 Hz a una distancia  $r = 1m$ .



(c) Patrón de directividad del arreglo 2 con variaciones en  $B_l$  radiando una frecuencia de 1430 Hz a una distancia  $r = 1m$ .

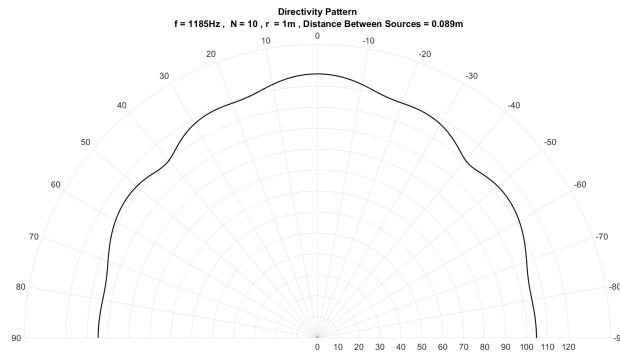


(d) Patrón de directividad del arreglo 3 con variaciones en  $B_l$  radiando una frecuencia de 430 Hz a una distancia  $r = 1m$ .

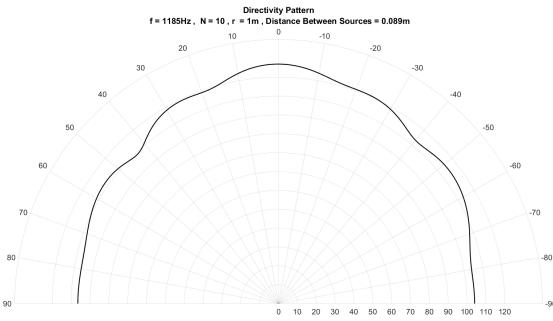


(e) Patrón de directividad del arreglo 4 con variaciones en  $B_l$  radiando una frecuencia de 430 Hz a una distancia  $r = 1m$ .

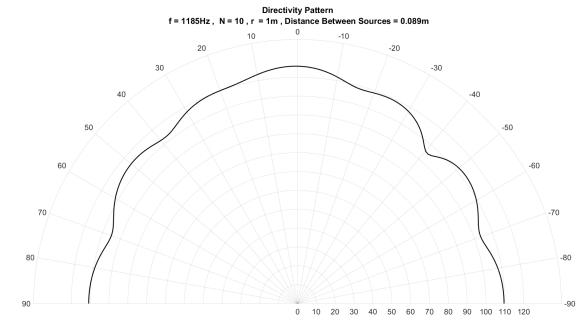
Fig. 105. Patrón de directividad de varios arreglos lineales radiando una frecuencia de 430 Hz a una distancia  $r = 1m$



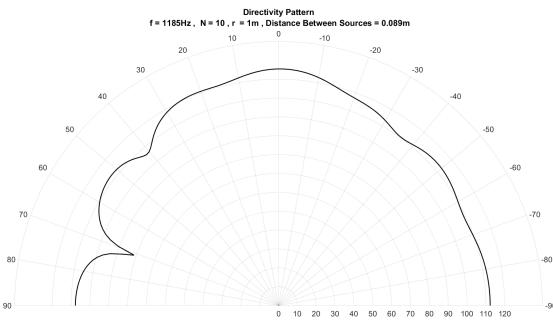
(a) Patrón de directividad del arreglo de referencia radiando una frecuencia de 1185 Hz a una distancia  $r = 1m$ .



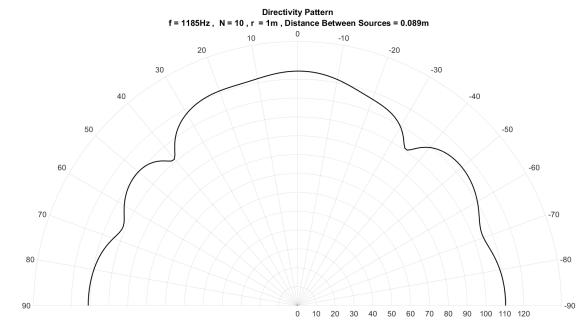
(b) Patrón de directividad del arreglo 1 con variaciones en  $B_l$  radiando una frecuencia de 1185 Hz a una distancia  $r = 1m$ .



(c) Patrón de directividad del arreglo 2 con variaciones en  $B_l$  radiando una frecuencia de 1185 Hz a una distancia  $r = 1m$ .

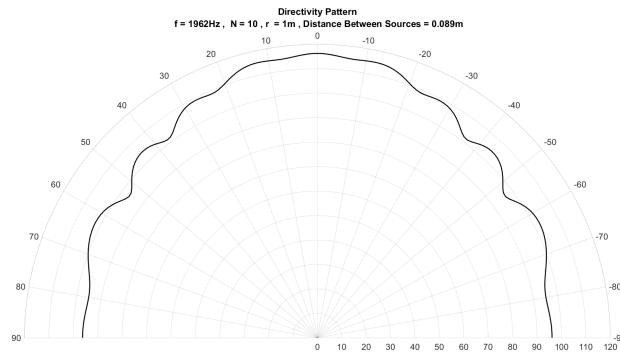


(d) Patrón de directividad del arreglo 3 con variaciones en  $B_l$  radiando una frecuencia de 1185 Hz a una distancia  $r = 1m$ .

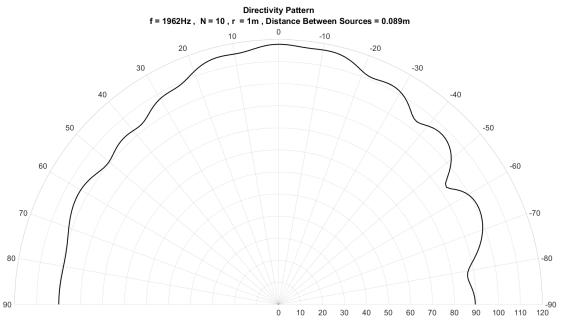


(e) Patrón de directividad del arreglo 4 con variaciones en  $B_l$  radiando una frecuencia de 1185 Hz a una distancia  $r = 1m$ .

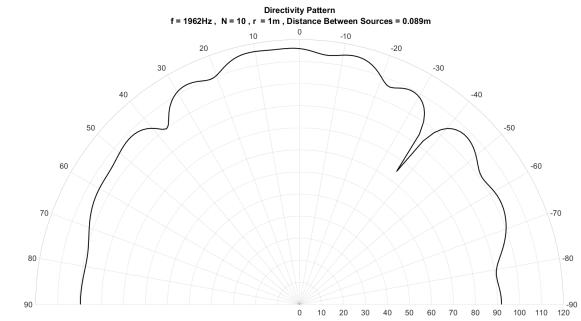
Fig. 106. Patrón de directividad de varios arreglos lineales radiando una frecuencia de 1185 Hz a una distancia  $r = 1m$



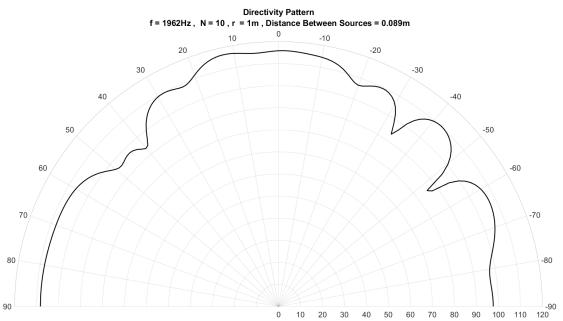
(a) Patrón de directividad del arreglo de referencia radiando una frecuencia de 1962 Hz a una distancia  $r = 1m$ .



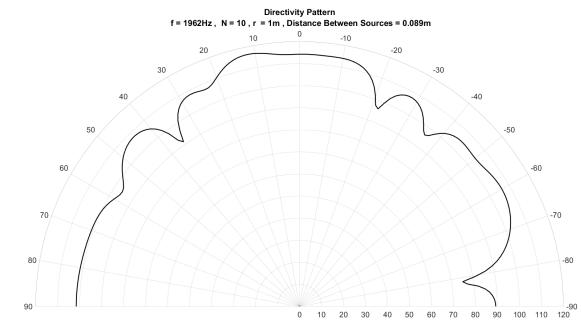
(b) Patrón de directividad del arreglo 1 con variaciones en  $Bl$  radiando una frecuencia de 1962 Hz a una distancia  $r = 1m$ .



(c) Patrón de directividad del arreglo 2 con variaciones en  $Bl$  radiando una frecuencia de 11962 Hz a una distancia  $r = 1m$ .



(d) Patrón de directividad del arreglo 3 con variaciones en  $Bl$  radiando una frecuencia de 1962 Hz a una distancia  $r = 1m$ .



(e) Patrón de directividad del arreglo 4 con variaciones en  $Bl$  radiando una frecuencia de 1962 Hz a una distancia  $r = 1m$ .

Fig. 107. Patrón de directividad de varios arreglos lineales radiando una frecuencia de 1962 Hz a una distancia  $r = 1m$

Los patrones de directividad mostrados en las figuras 105, 106 y 107 permiten realizar una comparación entre el campo radiado a 1m generado por el arreglo lineal de referencia y los campos radiados a 1m de los arreglos lineales que presentaron variaciones en  $Bl$ . Se puede observar que la alteración del valor de  $Bl$  en las diferentes fuentes que componen un arreglo lineal causa diferencias notorias en su patrón de directividad generando lóbulos no deseados en el comportamiento direccional de un arreglo lineal. Esto es debido a que el valor de  $Bl$  afecta el nivel de presión sonora generada por cada una de las fuentes como indica la ecuación 122, lo que significa que la interacción entre ellas incumple la condición de radiar a

la misma amplitud dada en la sección N, consiguiendo así que un arreglo lineal de fuentes direccione su energía de forma ideal. Finalmente como se indica en la figura 104 estas alteraciones se hacen más evidentes con el aumento de la frecuencia.

### Error cuadrático medio e índice de directividad del campo sintetizado por varios arreglos lineales en frecuencias de interés

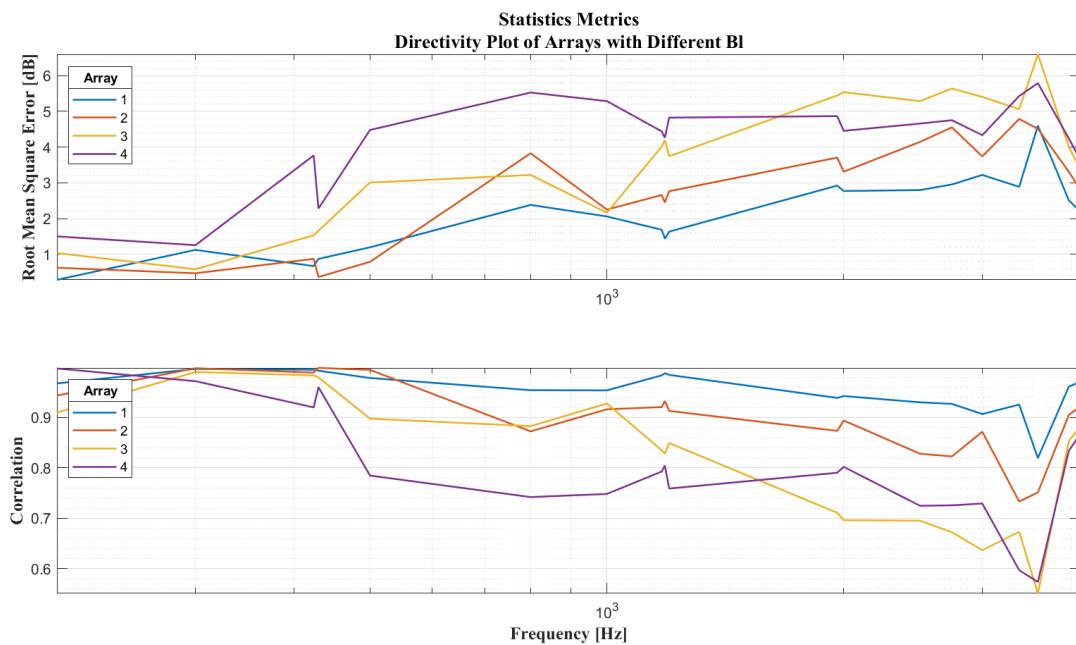
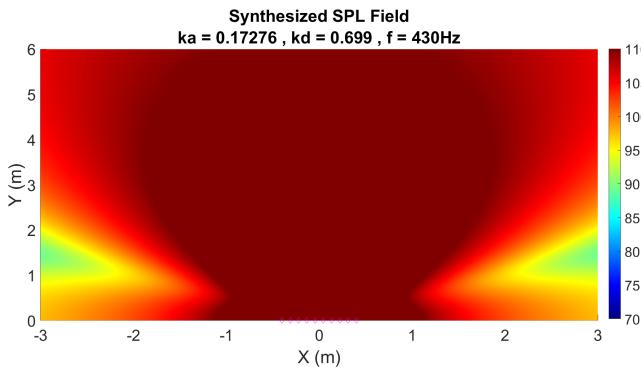
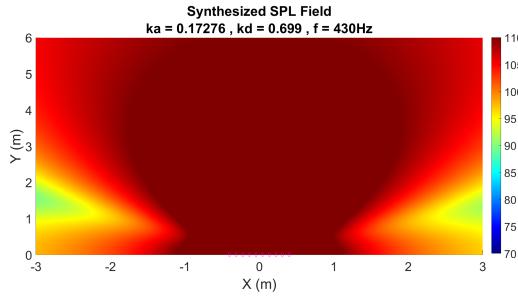


Fig. 108. Raíz del error cuadrático medio e índice de correlación del campo sintetizado para arreglos lineales con linea de transmisión acoplada.

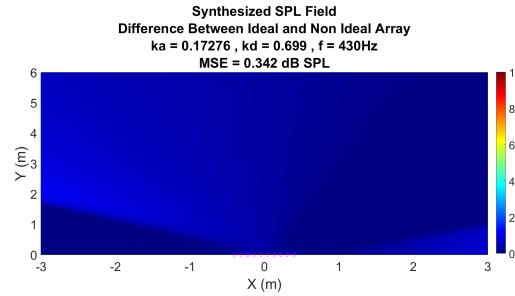
En la figura 108 se evidencia una tendencia creciente en el Error medio cuadrático y decreciente en la correlación a causa del aumento de la frecuencia. Esto es debido al comportamiento omnidireccional que se presente en baja frecuencia a causa del tamaño de su longitud de onda y la interacción de la fuente. A medida que se presenta un aumento en la frecuencia la longitud de onda decrece, lo que genera un aumento en la directividad. Esto indica que el campo radiado por el arreglo lineal presenta mayor susceptibilidad ante la variabilidad del parámetro  $Bl$  y esto repercute en el aumento en el error medio cuadrático, indicando que el campo radiado por los arreglos lineales que presentan variaciones en  $Bl$  muestra mayor diferencia respecto al arreglo lineal de referencia, mientras que la correlación nos indica que la similitud de los campos radiados por los arreglos lineales que presentan variaciones y el de referencia decrece. A partir de este criterio se determinan algunas frecuencias de interés en las que se mostrara la síntesis de su campo radiado con la finalidad de validar lo descrito anteriormente.



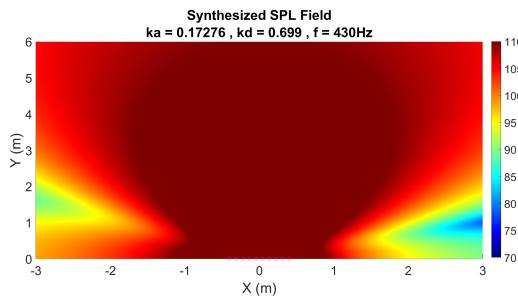
(a) Campo acústico sintetizado para el arreglo de referencia radiando una frecuencia de 430 Hz.



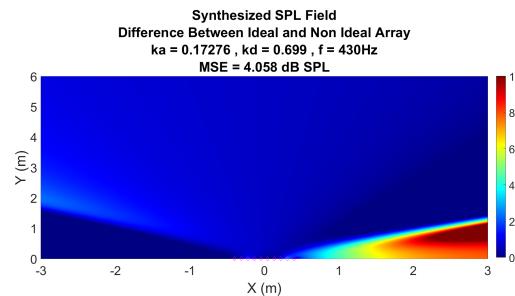
(b) Campo acústico sintetizado para el arreglo 2 con variaciones en  $Bl$  radiando una frecuencia de 430 Hz.



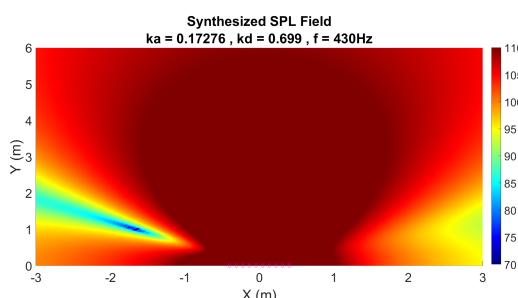
(c) Diferencia de Campo acústico sintetizado entre arreglo de referencia y el arreglo 2 con variaciones radiando una frecuencia de 430 Hz.



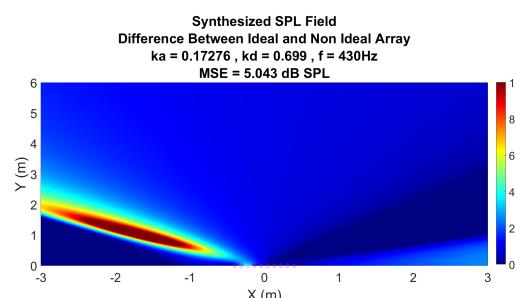
(d) Campo acústico sintetizado para el arreglo 3 con variaciones en  $Bl$  radiando una frecuencia de 430 Hz.



(e) Diferencia de Campo acústico sintetizado entre arreglo de referencia y el arreglo 3 con variaciones radiando una frecuencia de 430 Hz.



(f) Campo acústico sintetizado para el arreglo 4 con variaciones en  $Bl$  radiando una frecuencia de 430 Hz.



(g) Diferencia de Campo acústico sintetizado entre arreglo de referencia y el arreglo 4 con variaciones radiando una frecuencia de 430 Hz.

Fig. 109. Campo acústico sintetizado de varios arreglos lineales y sus diferencias con el arreglo lineal de referencia radiando a 430Hz.

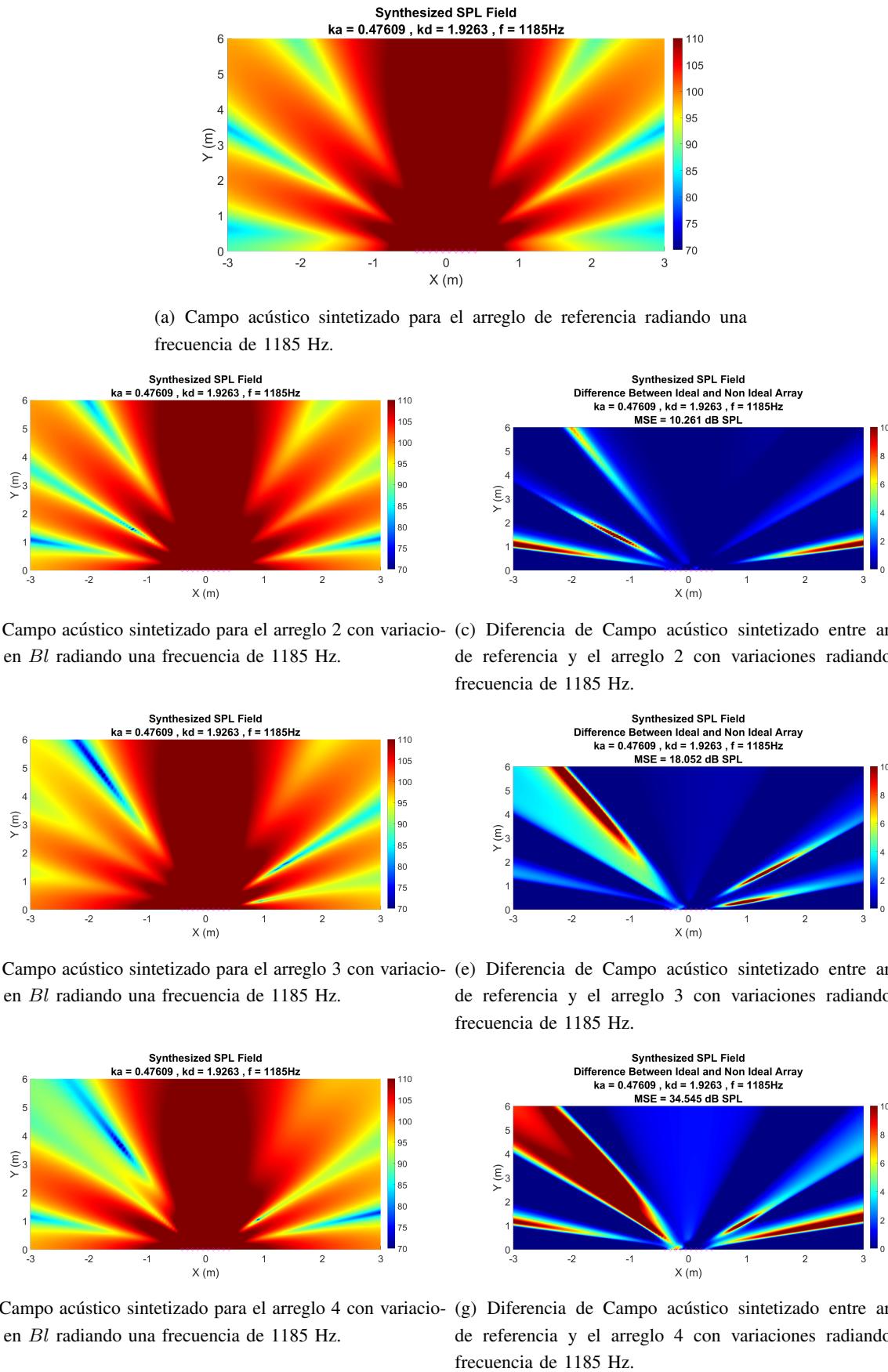


Fig. 110. Campo acústico sintetizado de varios arreglos lineales y sus diferencias con el arreglo lineal de referencia radiando a 1185Hz.

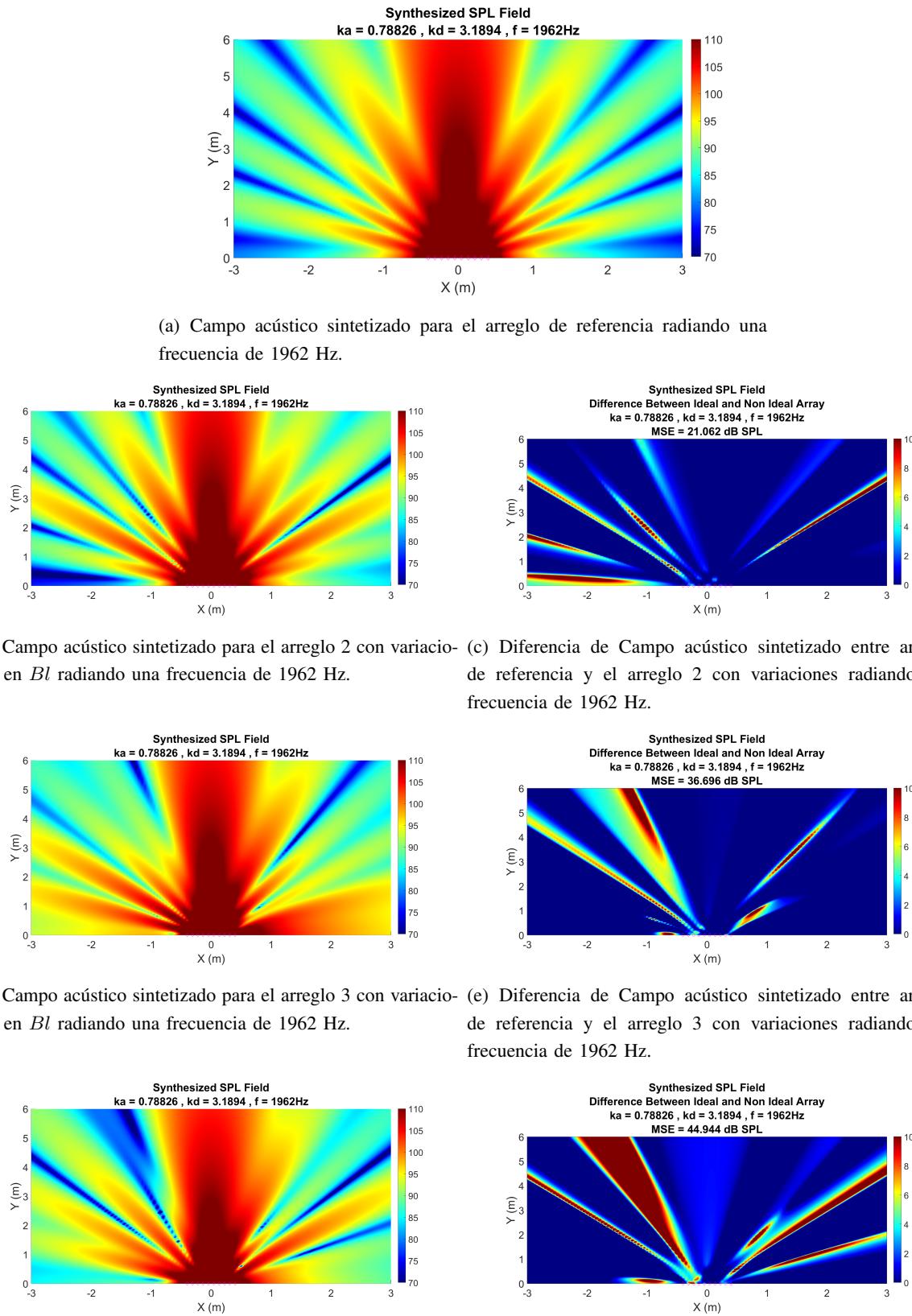


Fig. 111. Campo acústico sintetizado de varios arreglos lineales y sus diferencias con el arreglo lineal de referencia radiando a 1962Hz.

Al observar las figuras 109, 110 y 111 se evidencian las diferencias en el campo sintetizado de los arreglos lineales con variaciones en su valor de  $Bl$ . La interacción entre las fuentes muestra que aunque se mantiene el lóbulo de presión frontal, para el resto de direcciones se dan interferencias constructivas y destructivas con grandes diferencias con respecto a la referencia. Por lo cual las variaciones tanto de fase como de nivel de presión sonora que genera  $Bl$  en las fuentes puede llegar a generar diferencias de hasta más de  $10dB$  en el campo del arreglo lineal, lo que lleva a resaltar que para un desempeño adecuado de un arreglo lineal este parámetro es fundamental.

2) **Variación de  $M_{MD}$ :** En este segmento se pasa a analizar el segundo parámetro que de acuerdo a la figura 96 genera un mayor REMC y un índice de correlación menos aproximado a 1 al variar con respecto al arreglo lineal de referencia,  $M_{MD}$ . Se presentara una sección **a)** en la cual se realizara el análisis de las fuentes que componen un arreglo lineal con linea de transmisión acoplada, con un voltaje de entrada de  $2,83V$ , donde la fuente de referencia es aquella en la cual sus parámetros Thiele Small corresponden a los del datasheet indicado en el anexo A. Presentando los resultados obtenidos para la impedancia eléctrica, la cual se estima a partir de la ecuación 155 y se presenta como punto de partida ya que representa el comportamiento del transductor en el dominio eléctrico. Luego se exponen los resultados de velocidad de partícula y desplazamiento del diafragma estimados a partir de la presión en este. Posteriormente se enseña la Potencia eléctrica, potencia acústica y eficiencia mostrando así la relación existente entre el dominio eléctrico y acústico. Por último se muestra la respuesta en frecuencia como el final de la cadena de transducción del altavoz. Esta respuesta en frecuencia se estima partiendo de la presión en el diafragma dada por la ecuación 151, para luego calcular la velocidad de partícula con la ecuación 154 y finalmente propagara  $1m$  en el eje axial la presión acústica mediante la ecuación de pistón en campo lejano dada por 49.

Adicionalmente en el capítulo se presentara una sección **b)** en la cual se expone el comportamiento de diversos arreglos lineales. Mostrando inicialmente su índice de directividad y respuesta en frecuencia como principales indicadores de su funcionamiento. Luego se enseñan métricas estadísticas calculadas para los patrones de directividad estimados a  $1m$  con una resolución de  $1^\circ$  y algunos de estos en frecuencias de interés seleccionadas a partir de las resonancias de la línea de transmisión. Finalmente se exhiben resultados para las métricas estadísticas de la síntesis del campo del arreglo lineal estimado en un dominio de  $6m$  de ancho y alto con una resolución espacial de  $0,05m$  y algunos de estos campos seleccionados nuevamente en frecuencias de interés.

**a) Análisis de un arreglo lineal y sus fuentes:** A partir de la tabla VII y la figura 96 se observa que el arreglo lineal 4 es aquel que más variabilidad en el parámetro  $M_{MD}$  y más diferencias presenta al ser comparado con el arreglo lineal de referencia. Por esto fue seleccionado para ser analizado con sus fuentes de manera individual, el valor que dé  $M_{MD}$  que presentan las fuentes del arreglo 4 son:

Values of Mmd					
Source Index	Array 4	Fs	Qms	Qes	Qts
1	0.001400	141.2	2.90	1.13	0.82
2	0.001421	140.1	2.92	1.14	0.82
3	0.001243	149.8	2.73	1.07	0.77
4	0.001316	145.6	2.81	1.10	0.79
5	0.001288	147.2	2.78	1.09	0.78
6	0.001376	142.4	2.88	1.12	0.81
7	0.001435	139.5	2.94	1.15	0.83
8	0.001570	133.3	3.07	1.20	0.86
9	0.001400	141.2	2.90	1.13	0.81
10	0.001323	145.2	2.82	1.10	0.79
Std	<b>0.000092</b>	<b>4.7</b>	<b>0.10</b>	<b>0.04</b>	<b>0.03</b>
Mean	<b>0.001377</b>	<b>142.6</b>	<b>2.88</b>	<b>1.12</b>	<b>0.81</b>

TABLA. XX. Valores de  $M_{MD}$ , desviación estándar, media y frecuencia de resonancia para el arreglo lineal 4

## Impedancia Eléctrica

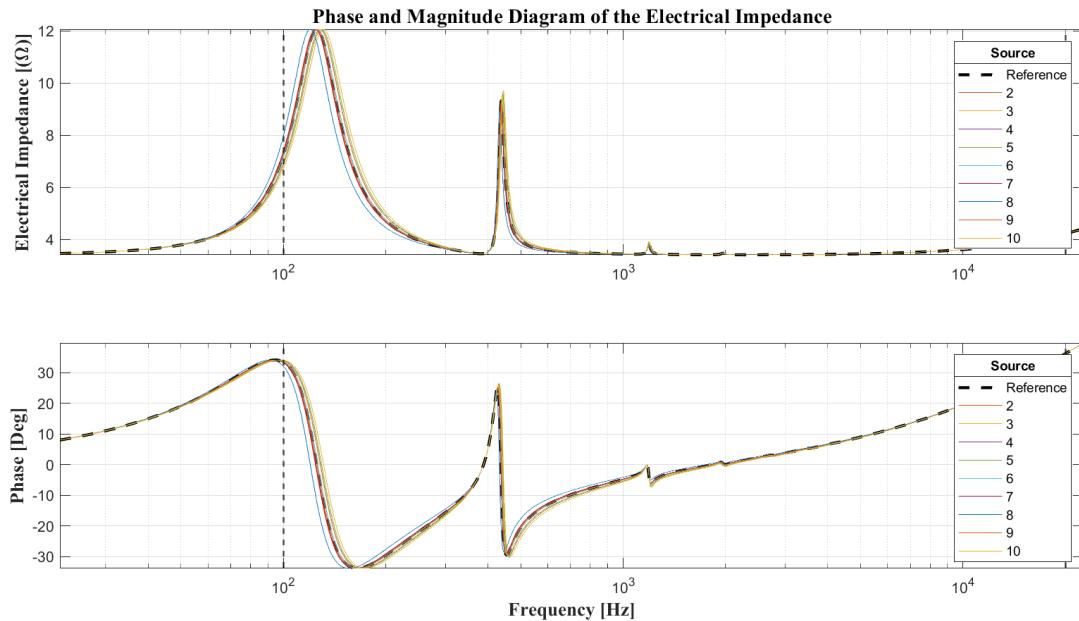


Fig. 112. Magnitud y fase de la impedancia eléctrica para fuentes del arreglo lineal 4 con variaciones en  $M_{MD}$

Como se observa en la figura 112 en el caso de la fuente 8 la cual presenta el mayor valor de  $M_{MD}$  esta presenta un corrimiento significativo de su frecuencia de resonancia dado a la relación de  $M_{MD}$  con esta por la ecuación 17, sin embargo, en la resonancia fundamental de la línea de transmisión se evidencia que la fuente 3 tiene mayor magnitud, esto es debido a que es la fuente con menor  $M_{MD}$ . En cuanto a la fase esta presenta cambios dependiendo del rango frecuencial, esto al cambio de la impedancia de  $C_{MC}$

y  $M_{MD}$  respecto a la frecuencia descritos por las ecuaciones que se presentan en la introducción de la sección C.

### Desplazamiento del diafragma

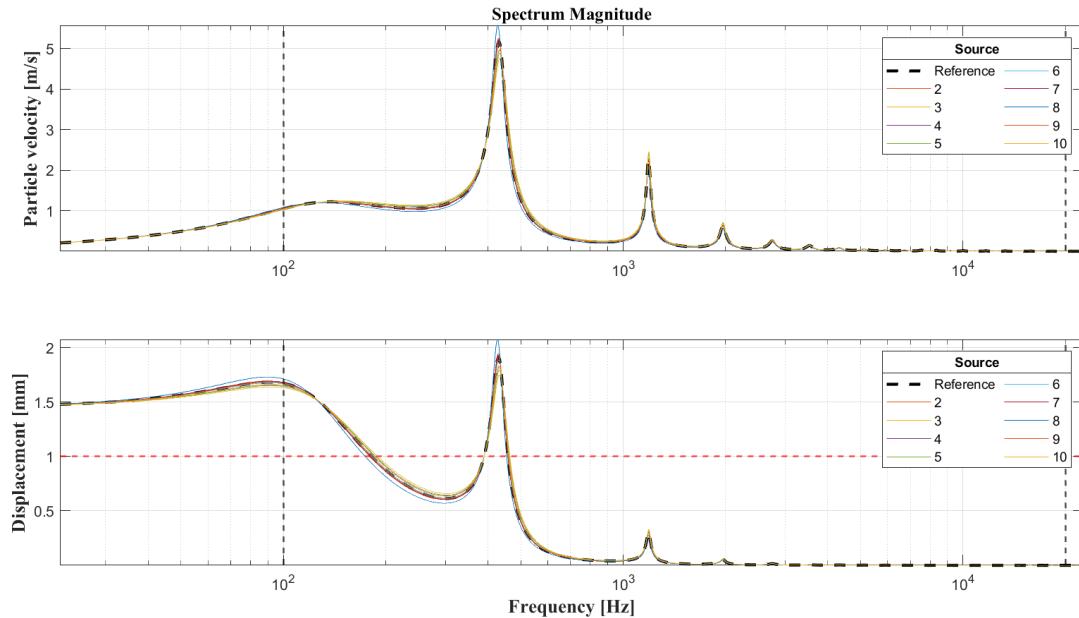


Fig. 113. Velocidad de partícula y desplazamiento del diafragma para las fuentes del arreglo lineal 4 con variaciones en  $M_{MD}$ .

Como se observa en la tabla XX la fuente 8 es aquella que tiene el valor de  $M_{MD}$  más elevado, por lo que presenta un desplazamiento de su frecuencia de resonancia como se observa en la figura 113 y nuevamente en la tabla XX, sin embargo, se observa que en la resonancia fundamental de la línea de transmisión la fuente 8 presenta una magnitud mayor a las demás, se intuye que esto es debido a que es la fuente que presenta un mayor  $Q_{TS}$ , el cual es un parámetro que describe el control que tiene la fuente sobre la resonancia y que valores altos de este indican que la fuente vibrará más en esta frecuencia, lo cual causa afecciones en la respuesta en frecuencia y calidad sonora. Es importante que indicar que este parámetro puede tener valores superiores a los de la tabla XX ya que esta no considera la masa adicional que añade de la línea de transmisión, lo cual causaría un aumento en  $Q_{MS}$  y por tanto en  $Q_{TS}$  explicando así el aumento de la magnitud en la fuente con mayor  $M_{MD}$  tanto en su velocidad de partícula como en su desplazamiento, llevando así a la fuente a una zona de sobre excursión.

## Eficiencia

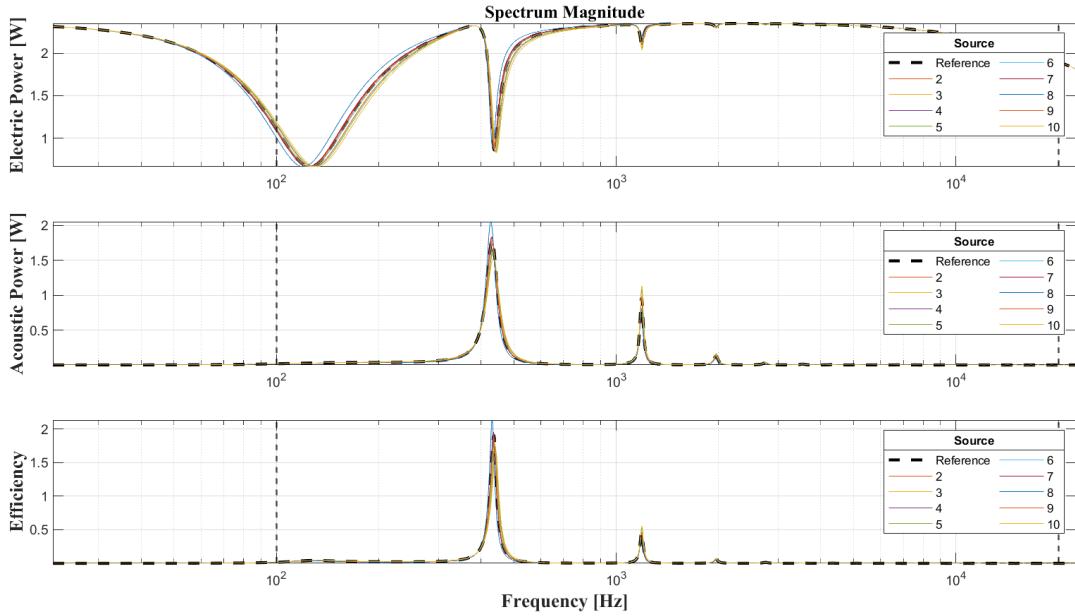


Fig. 114. Potencia eléctrica, potencia acústica y eficiencia para las fuentes del arreglo lineal 4 con variaciones en  $M_{MD}$ .

Como se describió en el análisis para velocidad de partícula y desplazamiento la fuente 8 presentó el mayor  $Q_{TS}$  indicando así que esta es la fuente que menor control tiene sobre su resonancia. Esto se ve reflejado como un aumento de la potencia acústica y eficiencia, sin embargo, es importante resaltar que esta fuente se encuentra operando en una zona de sobre excusión un poco superior a las demás fuentes. Por lo que estos aumentos que se presentan en la figura 114 no indican que la fuente 8 esté operando mejor que las demás.

## Repuesta en frecuencia

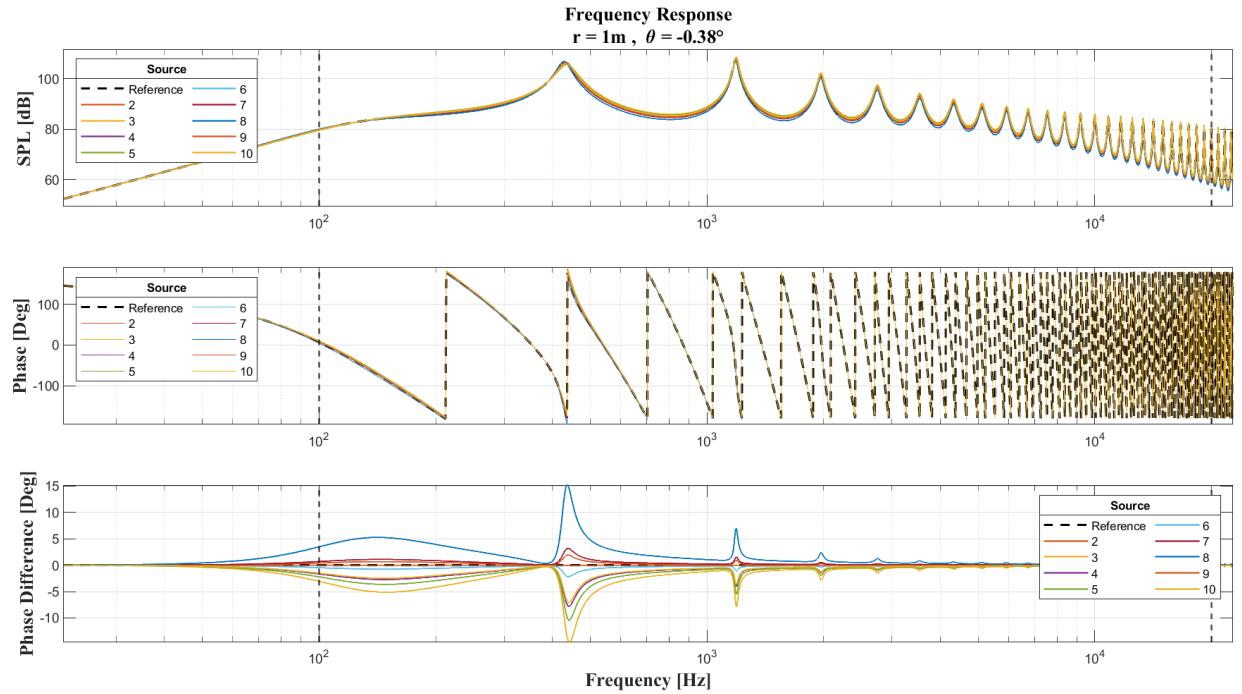


Fig. 115. Magnitud y fase de la respuesta en frecuencia para las fuentes del arreglo lineal 4 con variaciones en  $M_{MD}$  a una distancia  $r = 1m$ .

Como se ha indicado con anterioridad la variación de  $M_{MD}$  está directamente relacionada con el corrimiento de la frecuencia de resonancia y aumento o decremento de la eficiencia. Esta es un indicador que relaciona el dominio eléctrico y acústico indicando que tanta potencia eléctrica es convertida en potencia acústica, sin embargo, al acoplar a la fuente una línea de transmisión se observó que el aumento de  $M_{MD}$  causa que esta pierda el control que tiene sobre la resonancia fundamental de la línea de transmisión aumentando así su magnitud en esta.

En la figura 115 se observa como la fuente 3 es aquella que tienen menor  $M_{MD}$  y por ende presentan mayor nivel de presión sonora, a su vez al presentar menos oposición al movimiento causa un desfase menor, sin embargo, al  $M_{MD}$  estar directamente relacionado a la frecuencia de resonancia por la ecuación 17 los mayores cambios de fase respecto a la referencia se perciben tanto en la frecuencia de resonancia de la fuente como las de la linea de transmisión.

*b) Análisis de diversos arreglos lineales:* Para varios arreglos lineales se presentan los siguientes valores de  $M_{MD}$

Values Of Mmd				
Sources	Array 1	Array 2	Array 3	Array 4
<b>1</b>	0.001400	0.001400	0.001400	0.001400
<b>2</b>	0.001522	0.001389	0.001385	0.001421
<b>3</b>	0.001398	0.001474	0.001386	0.001243
<b>4</b>	0.001415	0.001424	0.001509	0.001316
<b>5</b>	0.001325	0.001434	0.001276	0.001288
<b>6</b>	0.001347	0.001250	0.001480	0.001376
<b>7</b>	0.001303	0.001388	0.001348	0.001435
<b>8</b>	0.001452	0.001401	0.001380	0.001570
<b>9</b>	0.001444	0.001338	0.001449	0.001400
<b>10</b>	0.001341	0.001398	0.001333	0.001323
<b>Std</b>	<b>0.000067</b>	<b>0.000060</b>	<b>0.000070</b>	<b>0.000092</b>
<b>Mean</b>	<b>0.001395</b>	<b>0.001390</b>	<b>0.001395</b>	<b>0.001377</b>

TABLA. XXI. Valores de  $M_{MD}$ , desviación estándar y media para todos los arreglos lineales con variaciones en  $M_{MD}$

### Índice de directividad de arreglos lineales

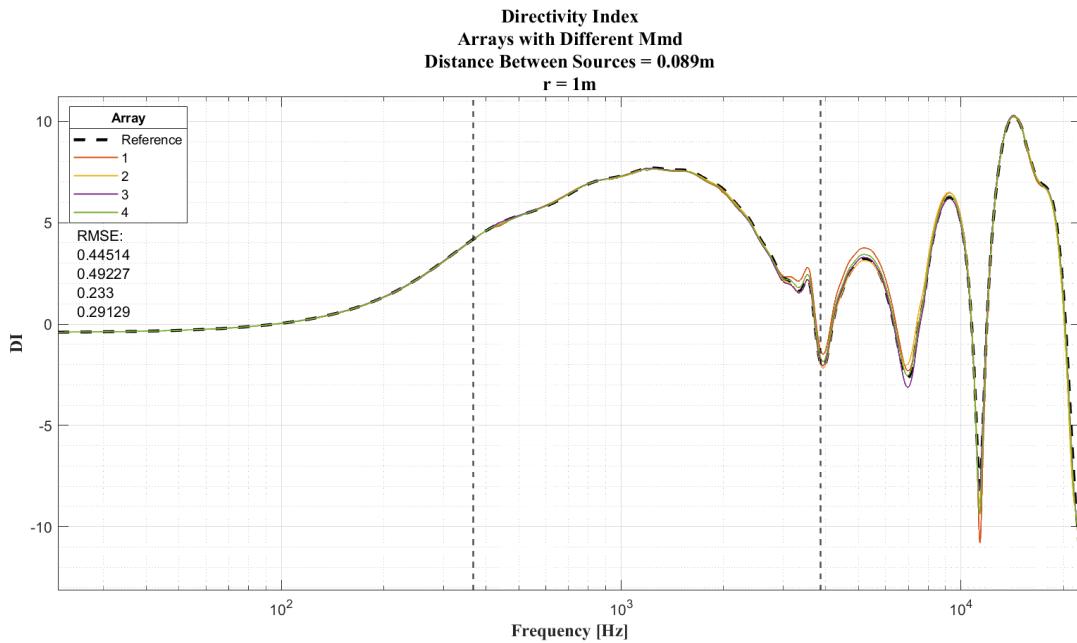


Fig. 116. Índice de directividad de los arreglos lineales con variaciones en  $M_{MD}$ .

Como se presenta en las figuras 35 y 95 la linea de transmisión no genera ningún cambio en el índice de directividad, por lo que las alteraciones que se identifican en los diferentes arreglos lineales de la figura 116 se atribuyen a el cambio de  $M_{MD}$  en las diferentes fuentes que los componen. La Variación de  $M_{MD}$  no afecta significativamente el índice de directividad, claramente se observa que las mayores desviaciones respecto a la referencia comienzan a presentarse con el aumento de la frecuencia, esto es debido a la impedancia de  $M_{MD}$  la cual se encuentra descrita en la introducción de la sección C.

## Repuesta en frecuencia de arreglos lineales

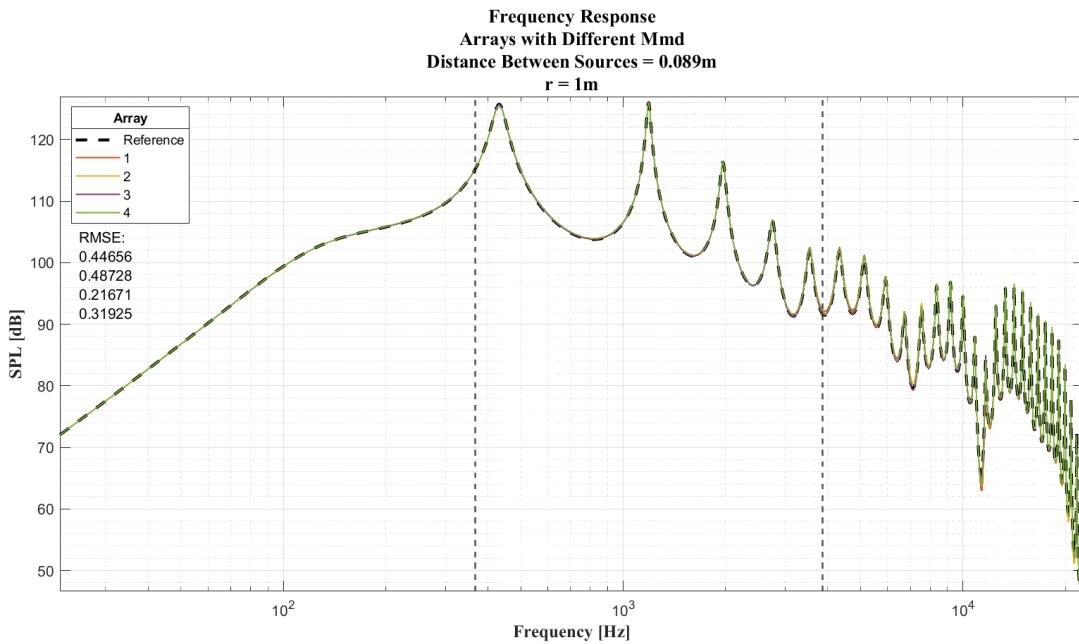


Fig. 117. Respuesta en frecuencia de los arreglos lineales con variaciones en  $M_{MD}$ .

En la figura 117 se evidencia el comportamiento resonante de la respuesta en frecuencia debido a las líneas de transmisión acopladas. Estas resonancias se dan gracias a la diferencia de impedancia que ocurre entre la boca de la linea de transmisión y el medio dado el cambio de área seccional. Esto a su vez causa que para estas frecuencias en específico se genere suma constructiva entre la onda incidente y reflejada debido al cambio de impedancia y por ende se obtenga un mayor nivel de presión sonora. Como se observa el cambio de  $M_{MD}$  no causa un cambio significativo en la respuesta en frecuencia de los arreglos lineales que presentan variación en este parámetro respecto al de referencia, las mayores desviaciones se aprecian con el aumento de la frecuencia, esto es debido al comportamiento de la impedancia de  $M_{MD}$  descrito en la introducción de la sección C.

**Error cuadrático medio e índice de correlación de los patrones de directividad de los arreglos lineales por frecuencias de interés**

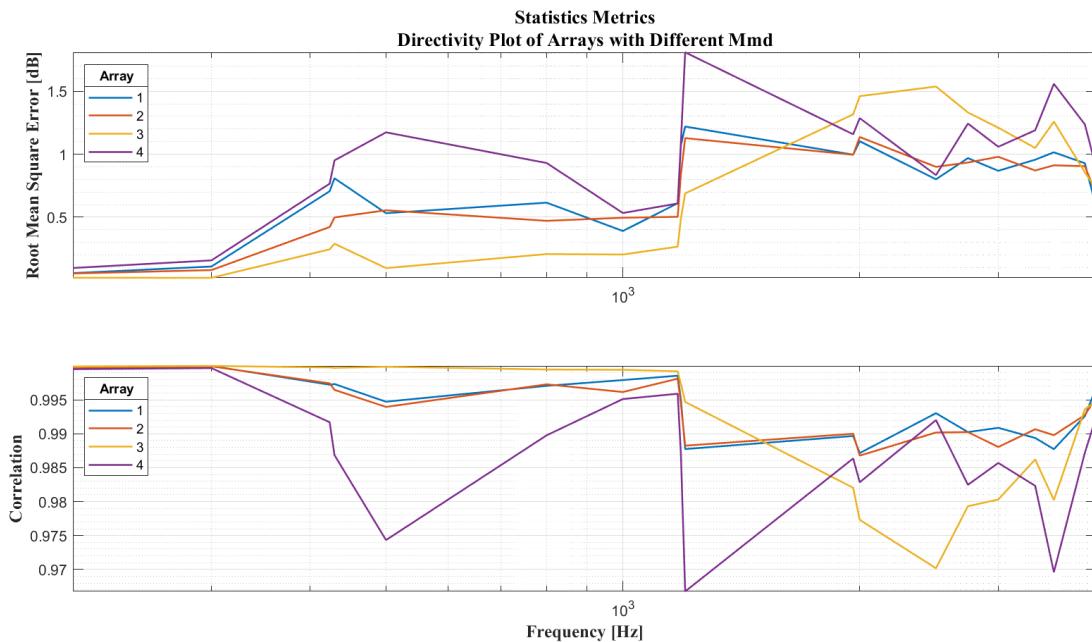
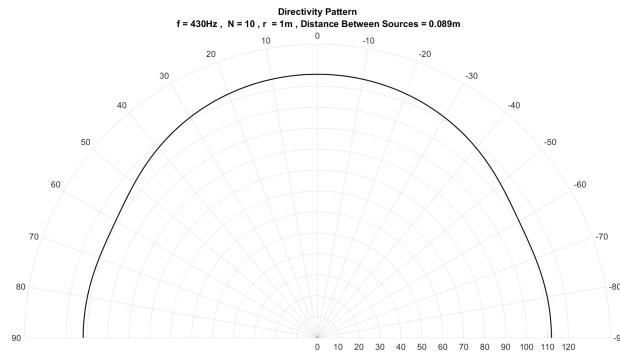
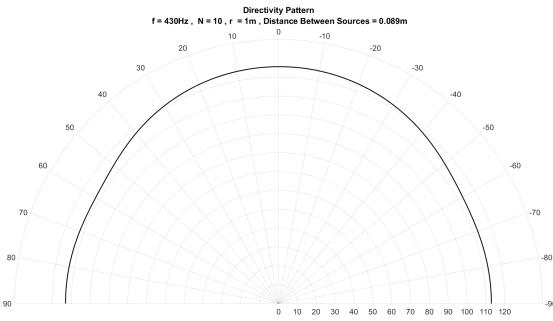


Fig. 118. Error cuadrático medio e índice de correlación del patrón de directividad para arreglos lineales con variaciones en  $M_{MD}$  en frecuencias de interés.

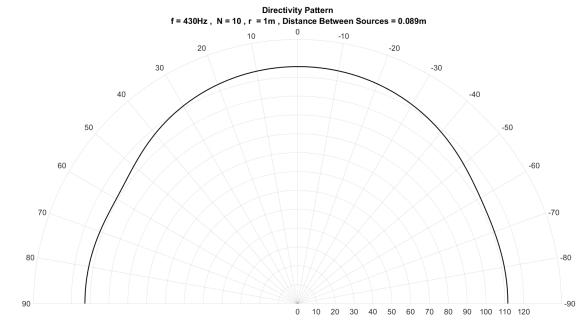
En la figura 118 se observa un comportamiento en el cual el aumento de la frecuencia hace que los efectos que genera la variación de  $M_{MD}$  sean más notorios. Al realizar la comparación de los patrones de directividad radiados por los arreglos lineales con variaciones en este parámetro respecto al arreglo de referencia, se encuentra que el valor más bajo de índice de correlación para el peor caso es de aproximadamente 0,965, este valor indica que la similitud entre la directividad del arreglo lineal de referencia y los arreglos lineales con variaciones es excelente, lo cual se puede apreciar con mayor claridad en las figuras 119, 120 y 121.



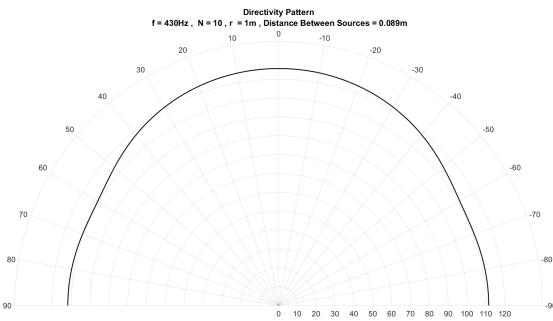
(a) Patrón de directividad del arreglo de referencia radiando una frecuencia de 430 Hz a una distancia  $r = 1m$ .



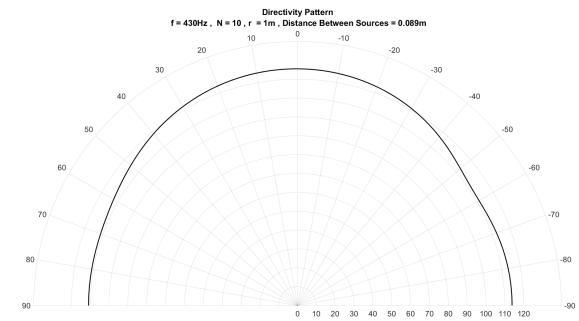
(b) Patrón de directividad del arreglo 1 con variaciones en  $M_{MD}$  radiando una frecuencia de 430 Hz a una distancia  $r = 1m$ .



(c) Patrón de directividad del arreglo 2 con variaciones en  $M_{MD}$  radiando una frecuencia de 1430 Hz a una distancia  $r = 1m$ .

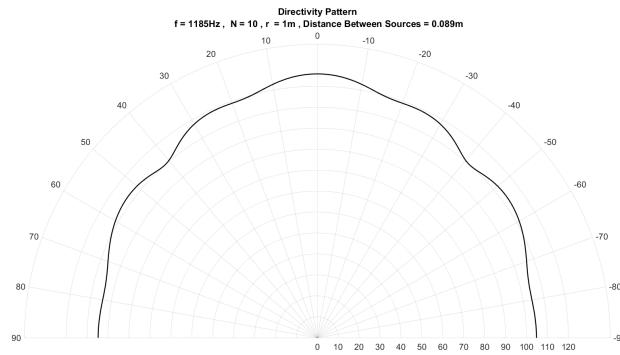


(d) Patrón de directividad del arreglo 3 con variaciones en  $M_{MD}$  radiando una frecuencia de 430 Hz a una distancia  $r = 1m$ .

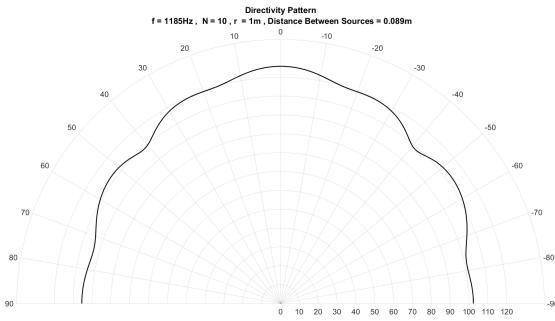


(e) Patrón de directividad del arreglo 4 con variaciones en  $M_{MD}$  radiando una frecuencia de 430 Hz a una distancia  $r = 1m$ .

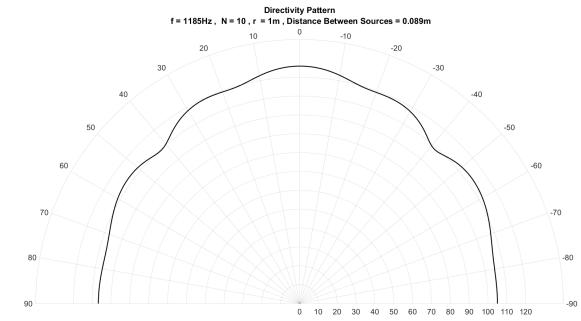
Fig. 119. Patrón de directividad de varios arreglos lineales con variaciones en  $M_{MD}$  radiando una frecuencia de 430 Hz a una distancia  $r = 1m$



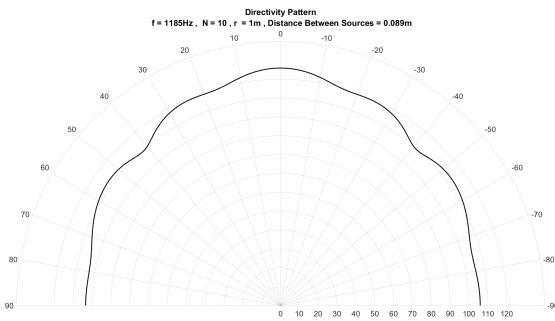
(a) Patrón de directividad del arreglo de referencia radiando una frecuencia de 1185 Hz a una distancia  $r = 1m$ .



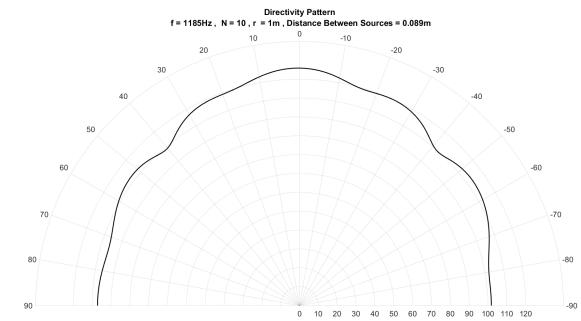
(b) Patrón de directividad del arreglo 1 con variaciones en  $M_{MD}$  radiando una frecuencia de 1185 Hz a una distancia  $r = 1m$ .



(c) Patrón de directividad del arreglo 2 con variaciones en  $M_{MD}$  radiando una frecuencia de 11185 Hz a una distancia  $r = 1m$ .

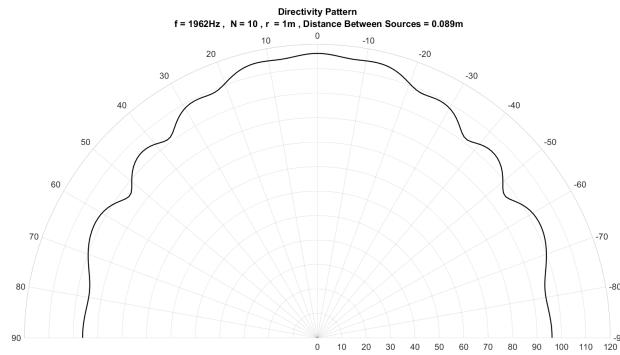


(d) Patrón de directividad del arreglo 3 con variaciones en  $M_{MD}$  radiando una frecuencia de 1185 Hz a una distancia  $r = 1m$ .

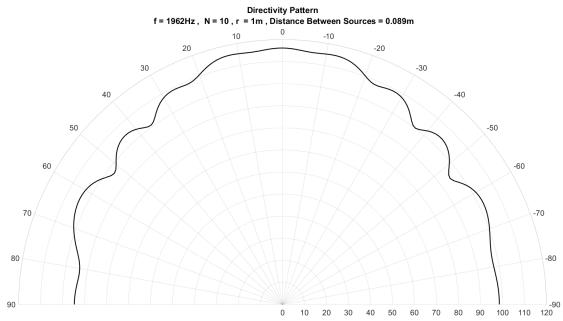


(e) Patrón de directividad del arreglo 4 con variaciones en  $M_{MD}$  radiando una frecuencia de 1185 Hz a una distancia  $r = 1m$ .

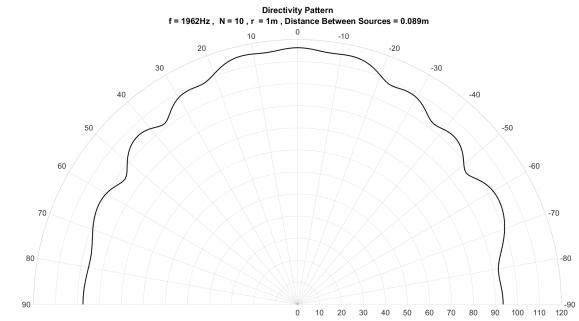
Fig. 120. Patrón de directividad de varios arreglos lineales con variaciones en  $M_{MD}$  radiando una frecuencia de 1185 Hz a una distancia  $r = 1m$



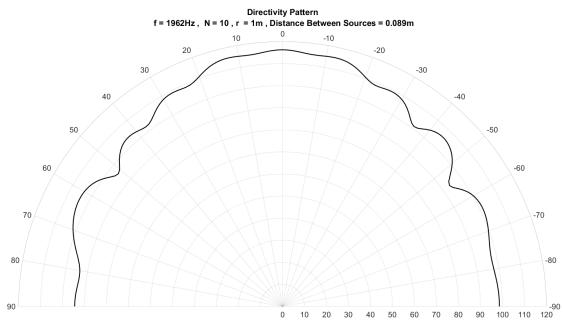
(a) Patrón de directividad del arreglo de referencia radiando una frecuencia de 1962 Hz a una distancia  $r = 1m$ .



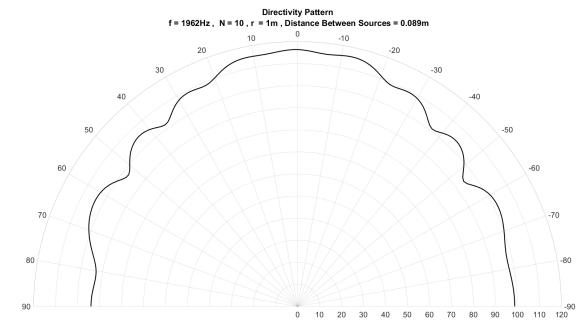
(b) Patrón de directividad del arreglo 1 con variaciones en  $M_{MD}$  radiando una frecuencia de 1962 Hz a una distancia  $r = 1m$ .



(c) Patrón de directividad del arreglo 2 con variaciones en  $M_{MD}$  radiando una frecuencia de 11962 Hz a una distancia  $r = 1m$ .



(d) Patrón de directividad del arreglo 3 con variaciones en  $M_{MD}$  radiando una frecuencia de 1962 Hz a una distancia  $r = 1m$ .



(e) Patrón de directividad del arreglo 4 con variaciones en  $M_{MD}$  radiando una frecuencia de 1962 Hz a una distancia  $r = 1m$ .

Fig. 121. Patrón de directividad de varios arreglos lineales con variaciones en  $M_{MD}$  radiando una frecuencia de 1962 Hz a una distancia  $r = 1m$

**Error cuadrático medio e índice de directividad del campo radiado de los arreglos lineales por frecuencias de interés**

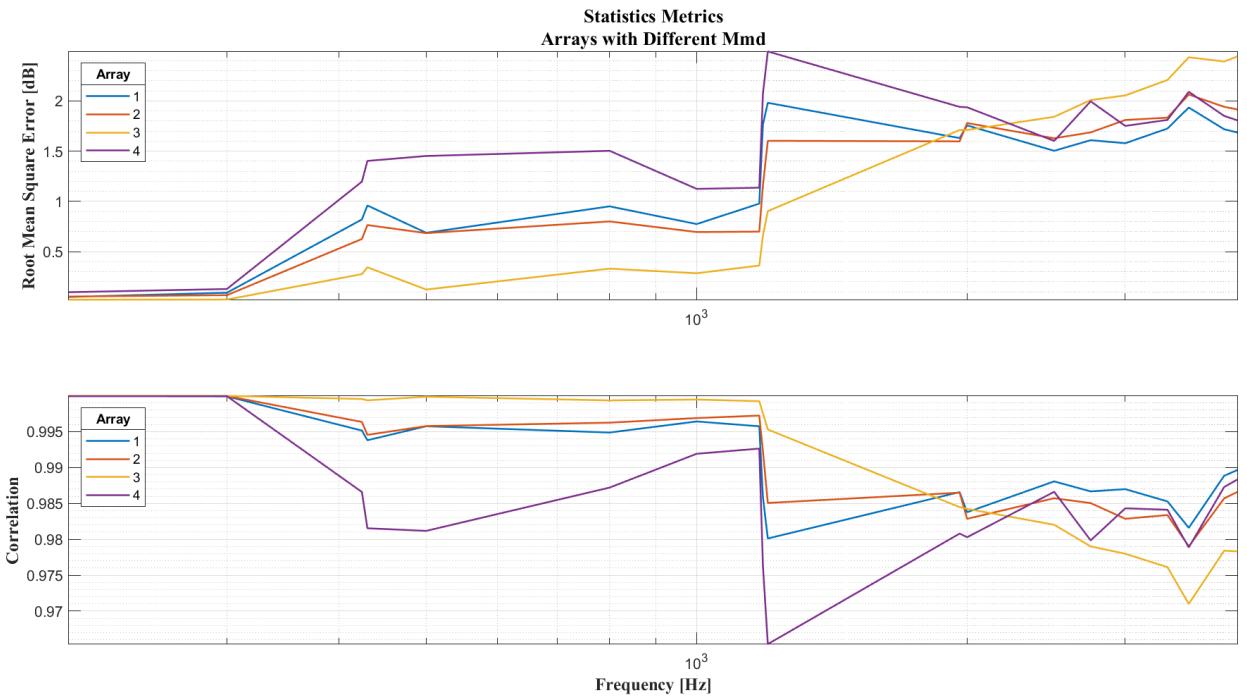


Fig. 122. Error cuadrático medio e índice de correlación del campo sintetizado para arreglos lineales con variaciones en  $M_{MD}$  en frecuencias de interés.

Como se observa en la figura 122 se confirma una tendencia creciente en el error medio cuadrático y una decreciente en la correlación, indicando que la síntesis del campo radiado por los arreglos lineales que presentan variaciones en  $M_{MD}$  muestran diferencias cada vez mayores respecto al arreglo lineal de referencia dado el aumento de la frecuencia como se ha descrito a lo largo de la sección. A pesar de que existen estas diferencias, estas no significan un gran efecto en el campo radiado por los arreglos lineales llegando a tener en el peor de los casos simulados un índice de correlación de aproximadamente 0,965 con respecto al arreglo de referencia, por lo que no se presentan grandes cambios en el campo radiado como se puede evidenciar en las figuras 123, 124 y 125.

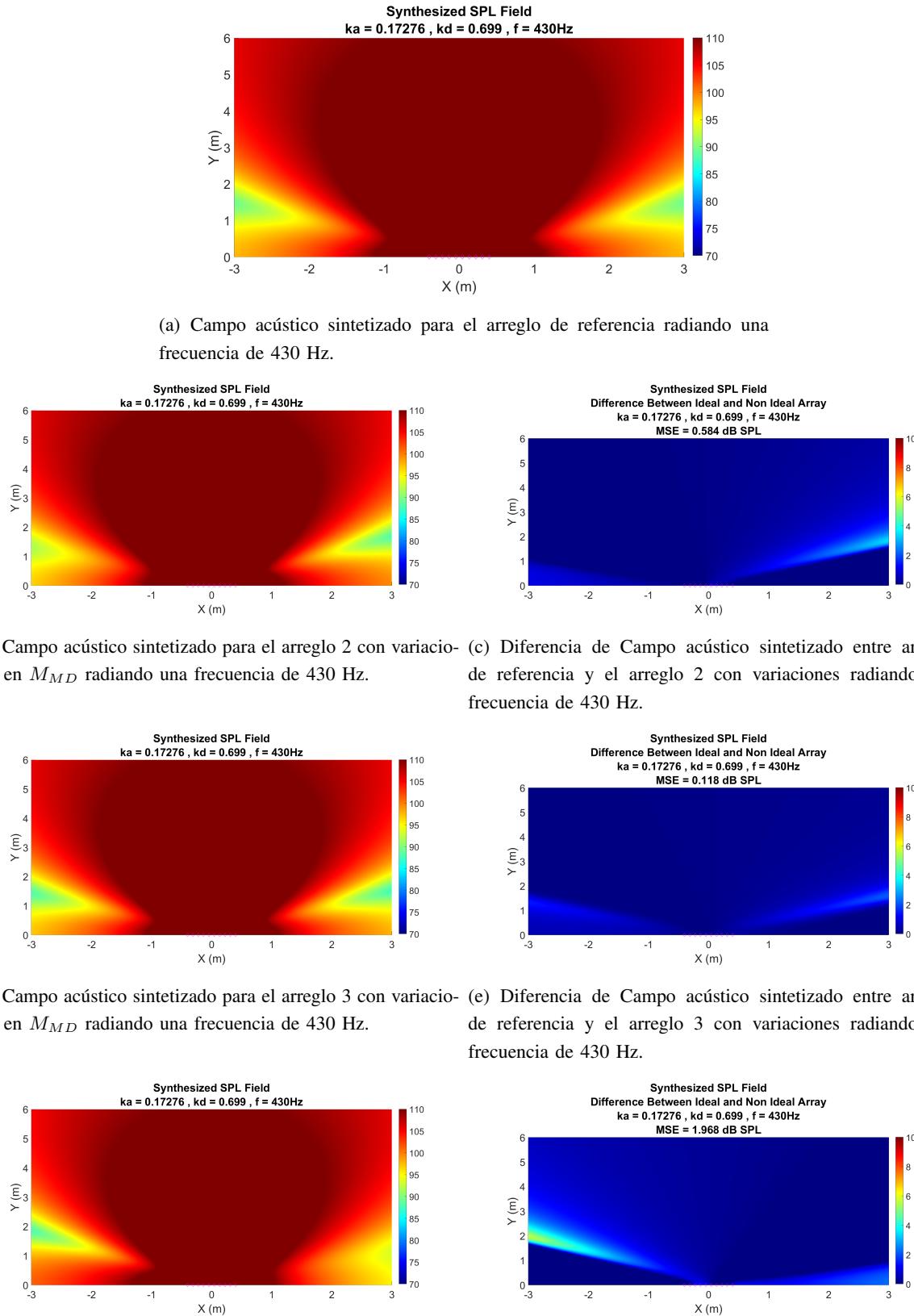


Fig. 123. Campo acústico sintetizado de varios arreglos lineales y sus diferencias con el arreglo lineal de referencia radiando a 430Hz.

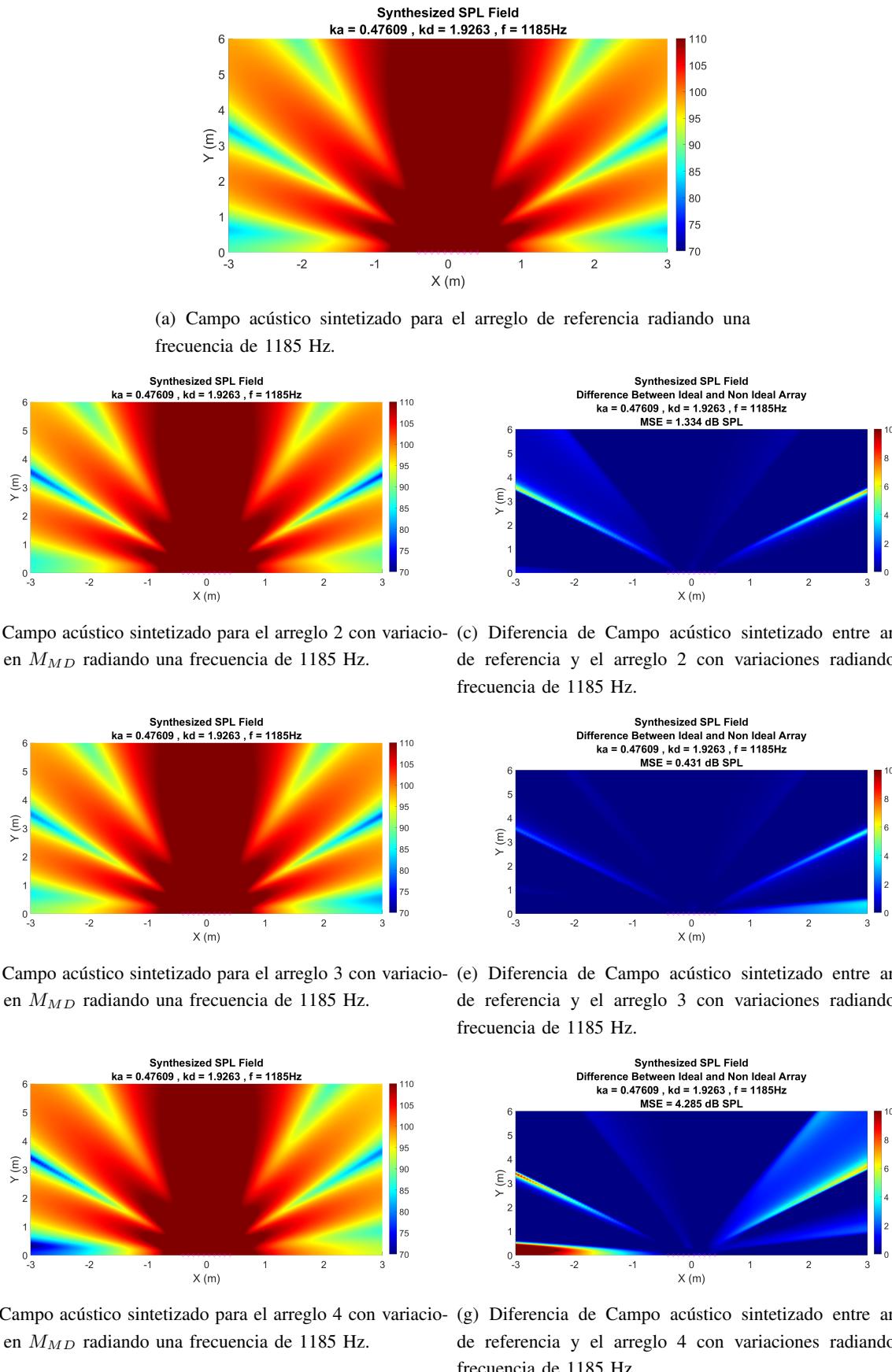


Fig. 124. Campo acústico sintetizado de varios arreglos lineales y sus diferencias con el arreglo lineal de referencia radiando a 1185Hz.

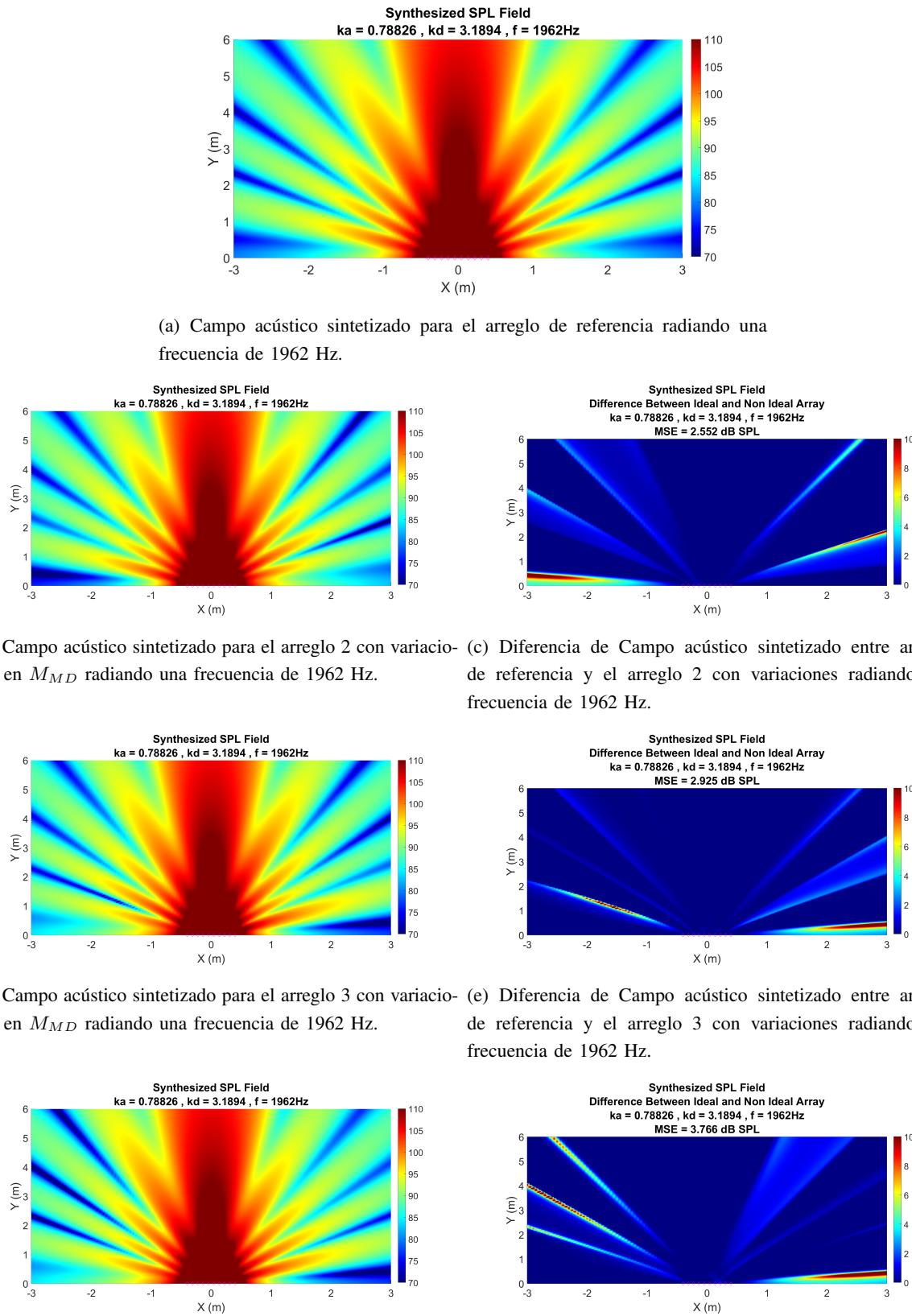


Fig. 125. Campo acústico sintetizado de varios arreglos lineales y sus diferencias con el arreglo lineal de referencia radiando a 1962Hz.

3) *Variación de todos los parámetros:*

a) *Análisis de un solo arreglo lineal y sus fuentes:* Al observar la figura 96, el arreglo lineal 2 para el caso de la variación de todos los parámetros Thiele Small en simultaneo, presenta el menor índice de correlación con respecto al arreglo lineal de referencia, por lo que es de mayor interés su análisis. Las variaciones en los parámetros Thiele Small del arreglo lineal 2 son las siguientes:

Source Index	Bl	Re	Mmd	Cmc	Fs	Rmc	Qms	Qes	Qts
1	1.93	3.400	0.001400	0.000908	141.2	0.428	2.90	1.13	0.82
2	3.03	3.417	0.001319	0.000762	158.8	0.456	2.88	0.49	0.42
3	0.66	3.399	0.001402	0.000905	141.4	0.446	2.79	9.69	2.17
4	0.96	3.405	0.001475	0.000841	142.9	0.440	3.01	4.85	1.86
5	2.65	3.384	0.001488	0.000875	139.4	0.419	3.11	0.63	0.52
6	2.12	3.379	0.001440	0.001027	130.9	0.439	2.70	0.89	0.67
7	1.68	3.390	0.001378	0.000854	146.7	0.419	3.03	1.53	1.02
8	1.94	3.426	0.001374	0.000792	152.6	0.434	3.03	1.20	0.86
9	2.36	3.394	0.001426	0.000920	139.0	0.447	2.79	0.76	0.60
10	1.42	3.389	0.001467	0.000899	138.6	0.439	2.91	2.15	1.24
Std	0.73	<b>0.015</b>	<b>0.000053</b>	<b>0.000074</b>	<b>7.9</b>	<b>0.012</b>	<b>0.13</b>	<b>2.88</b>	<b>0.58</b>
Mean	<b>1.88</b>	<b>3.398</b>	<b>0.001417</b>	<b>0.000878</b>	<b>143.1</b>	<b>0.437</b>	<b>2.91</b>	<b>2.33</b>	<b>1.02</b>

TABLA. XXII. Valores de parámetros Thiele Small, desviación estándar y media para las fuentes del arreglo lineal 2.

### Impedancia eléctrica

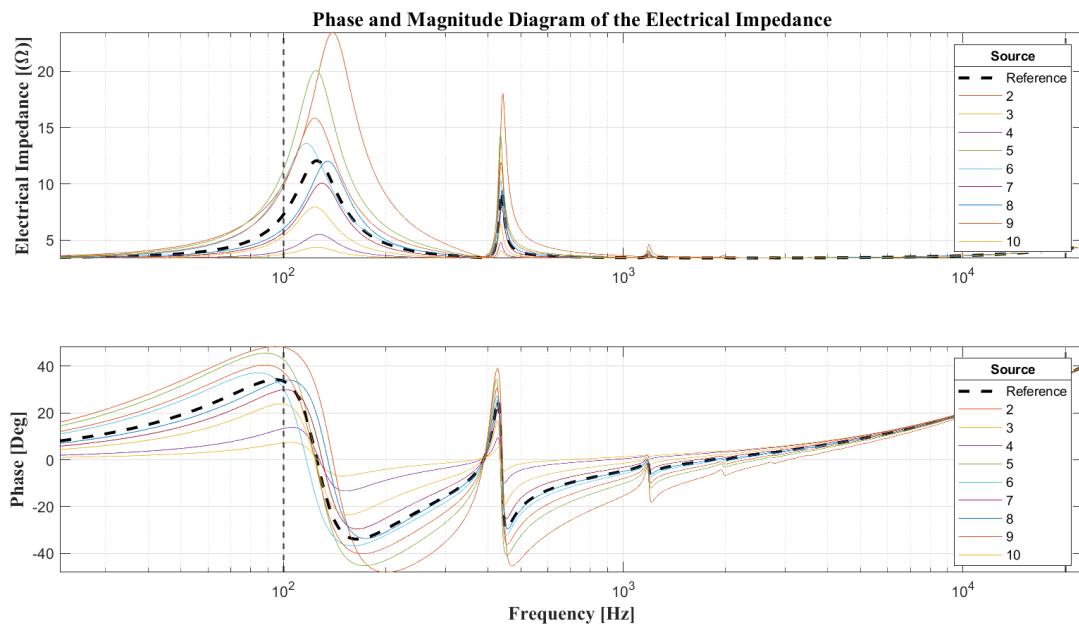


Fig. 126. Magnitud y fase de la impedancia eléctrica de las fuentes de un arreglo lineal con todos sus parámetros Thiele Small diferentes.

Como se observa en la tabla XXII la fuente 2 es aquella que presenta un mayor valor de  $Bl$  y menor  $M_{MD}$ , por lo cual sobresale en la curva de impedancia de la figura 126 como la de mayor magnitud y mayor desfase tanto en la resonancia de la fuente como en la resonancia fundamental de la linea de transmisión. También presenta un corrimiento de su frecuencia de resonancia dada la ecuación 17 la cual relaciona directamente  $M_{MD}$  con esta.

## Desplazamiento del diafragma

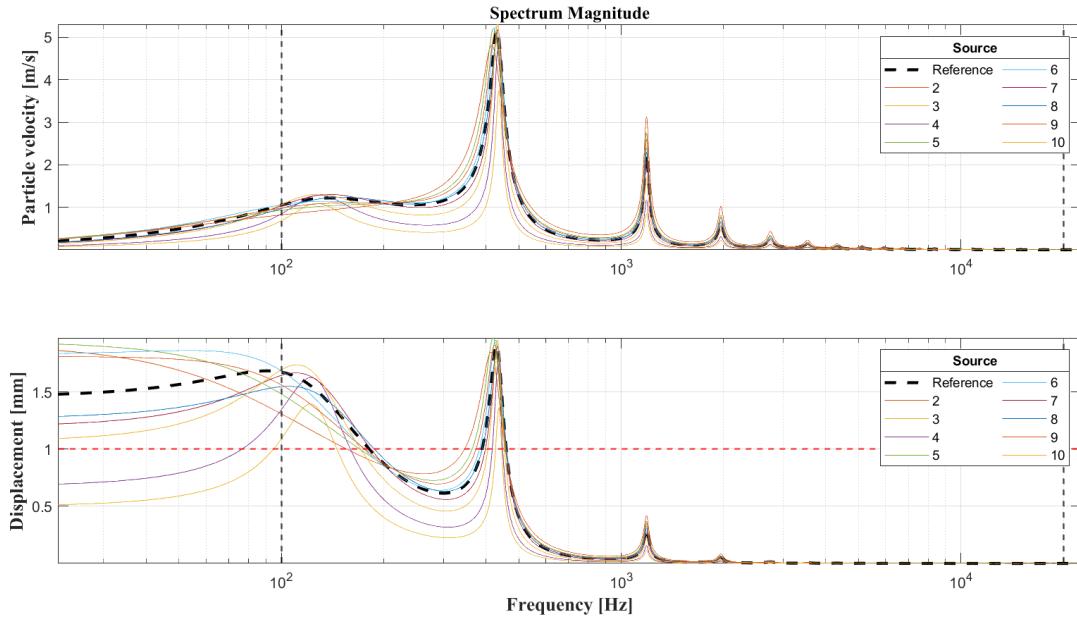


Fig. 127. Velocidad de partícula y desplazamiento del diafragma de las fuentes de un arreglo lineal con todos sus parámetros Thiele Small diferentes.

Se observa que en el caso de la velocidad de partícula mostrada en la figura 127 es posible evidenciar el comportamiento descrito en el análisis a fuentes sin linea de transmisión acoplada en la frecuencia de resonancia de la fuente. En este se menciona que para valores de  $Bl$  mayores la velocidad del diafragma es menor, con un ancho de banda más amplio como es el caso de la fuente 2 al ser la que mayor  $Bl$  presenta en la tabla XVIII, sin embargo, este muestra la mayor magnitud en la resonancia fundamental de la linea de transmisión. En este caso se observa que  $Q_{TS}$  no es suficiente para determinar el porqué de un aumento significativo en la resonancia de la linea, esto es debido a que en el caso de las fuentes 3 y 4 estas presentan los mayores valores de  $Q_{TS}$ , a pesar de ello, es debido a que su  $Q_{ES}$  es elevado a causa de un  $Bl < 1$ .

En cuestión de desplazamiento la fuente 2 la cual presenta el mayor  $Bl$  y a demás valores pertinentes tanto en su  $Q_{MS}$  como en su  $Q_{ES}$  muestra sobre excusión en el rango de frecuencias bajas, sin embargo, expone un decaimiento más pronunciado sin efectos de resonancia. Caso contrario se evidencia en las fuentes 3 y 4 las cuales debido a su bajo  $Bl$  presentan valores altos en su  $Q_{ES}$ . Finalmente es evidente

que todas las fuentes entran en zona de sobre excusión debido a la resonancia fundamental de la línea de transmisión.

## Eficiencia

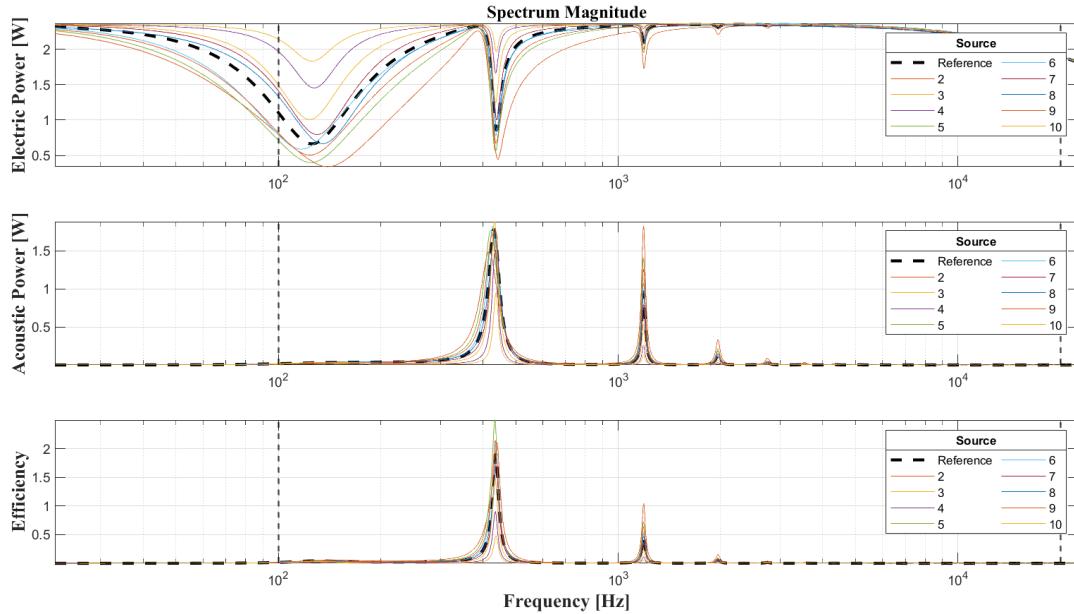


Fig. 128. Potencia acústica, potencia eléctrica y eficiencia de las fuentes de un arreglo lineal con todos sus parámetros Thiele Small diferentes.

Como se observa en la figura 128 el mayor aumento de eficiencia se da en la resonancia fundamental de la linea de transmisión, indicando que tanta potencia eléctrica se transforma en potencia acústica, llama la atención el caso de la fuente 5 la cual sobresale indicando que es la fuente con más eficiencia, esto es debido a que muestra los valores más óptimos de  $Q_{MS}$  y  $Q_{ES}$  tal y como se indica en la tabla XVIII, por lo cual no se desperdicia energía en la suspensión del diafragma y el dominio eléctrico muestra control sobre  $M_{MD}$ .

## Respuesta en frecuencia

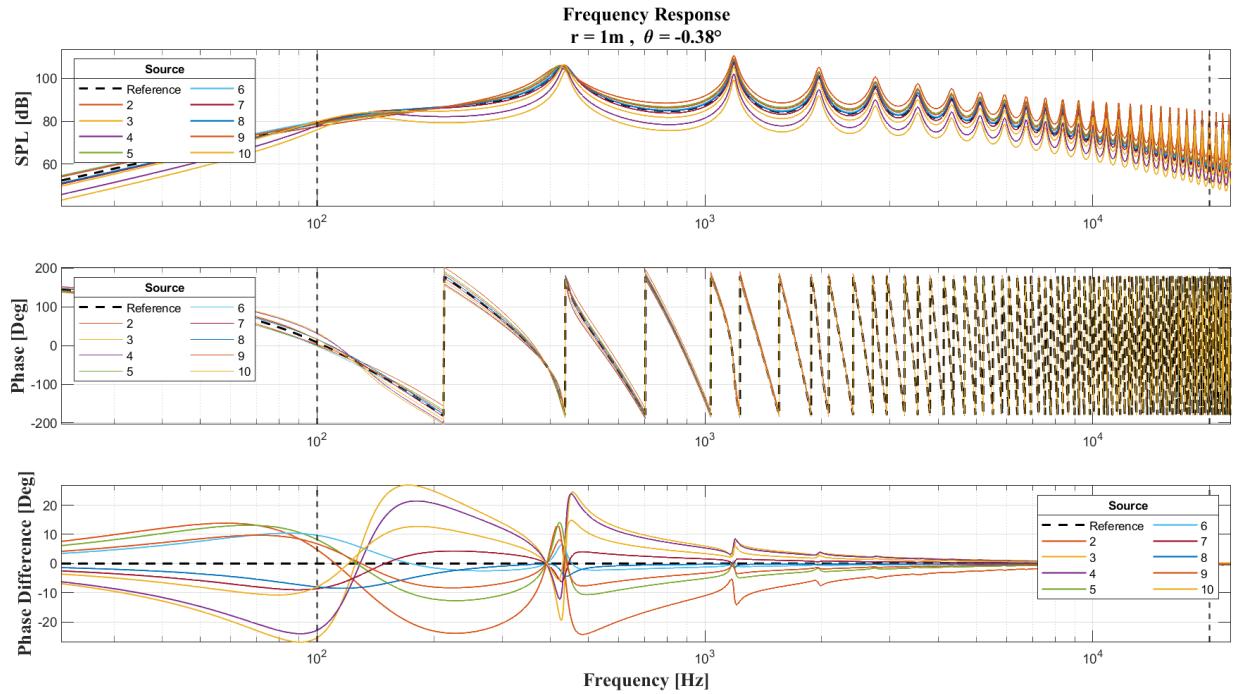


Fig. 129. Respuesta en frecuencia de las fuentes de un arreglo lineal con todos sus parámetros Thiele Small diferentes.

Como se ha descrito en secciones anteriores el cambio de  $Bl$  influye directamente en el nivel de presión sonora, siendo esto coherente con el análisis realizado, en el cual la ecuación 122 muestra que  $Bl$  es proporcional a la fuerza. En este caso al ser la fuente 2 aquella que presenta mayor valor de  $Bl$  tal y como se indica en la tabla XVIII esta exhibe un mayor nivel de presión. Sin embargo, En la resonancia fundamental de la linea se observa un comportamiento atípico, esto es debido a que al llevar el circuito de la figura 2 completamente al dominio eléctrico por medio de las relaciones de transformación es posible evidenciar que  $M_{MD}$ ,  $C_{MC}$  y  $R_{MC}$  son directamente proporcionales a  $Bl$ , incluyendo la masa adicional aportada por la linea de transmisión.

En cuanto a la fase ya que  $Bl$  causa un cambio tanto de  $M_{MD}$  como de  $C_{MC}$  los cuales se relacionan directamente con las cantidades imaginarias, esta también presenta cambios significativos. Esto es debido a la impedancia de cada uno de estos elementos, las cuales se describen en la introducción de la sección C, por lo cual en baja frecuencia los efectos de  $M_{MD}$  no son significativos, sin embargo, los de  $C_{MC}$  muestran predominancia en el comportamiento de la fase. Con el aumento de la frecuencia la influencia de  $M_{MD}$  sobre la fase toma más relevancia mientas que los de  $C_{MC}$  disminuyen por lo cual en este rango los cambios se atribuyen a  $M_{MD}$ .

### b) Análisis de diversos arreglos lineales:

Line Array Index	Stadistic Metric	Thiele Small Parameter							
		$Bl$	$R_E$	$M_{MD}$	$C_{MC}$	$R_{MS}$	$Q_{MS}$	$Q_{ES}$	$Q_{TS}$
1	Std	0.37	0.028	0.000056	0.000058	0.037	0.31	0.37	0.22
	Mean	2.28	3.406	0.001432	0.000931	0.432	2.90	0.89	0.67
2	Std	0.73	0.015	0.000053	0.000074	0.012	0.13	2.88	0.58
	Mean	1.88	3.398	0.001417	0.000878	0.437	2.91	2.33	1.02
3	Std	0.62	0.028	0.000085	0.000085	0.029	0.28	0.96	0.41
	Mean	2.25	3.401	0.001395	0.000860	0.434	2.96	1.17	0.76
4	Std	0.55	0.030	0.000074	0.000027	0.025	0.21	1.03	0.39
	Mean	2.02	3.393	0.001333	0.000907	0.419	2.90	1.33	0.83

TABLA. XXIII. Desviación estándar y media para los arreglos lineales con variaciones en todos sus parámetros Thiele Small.

### Índice de directividad arreglos lineales

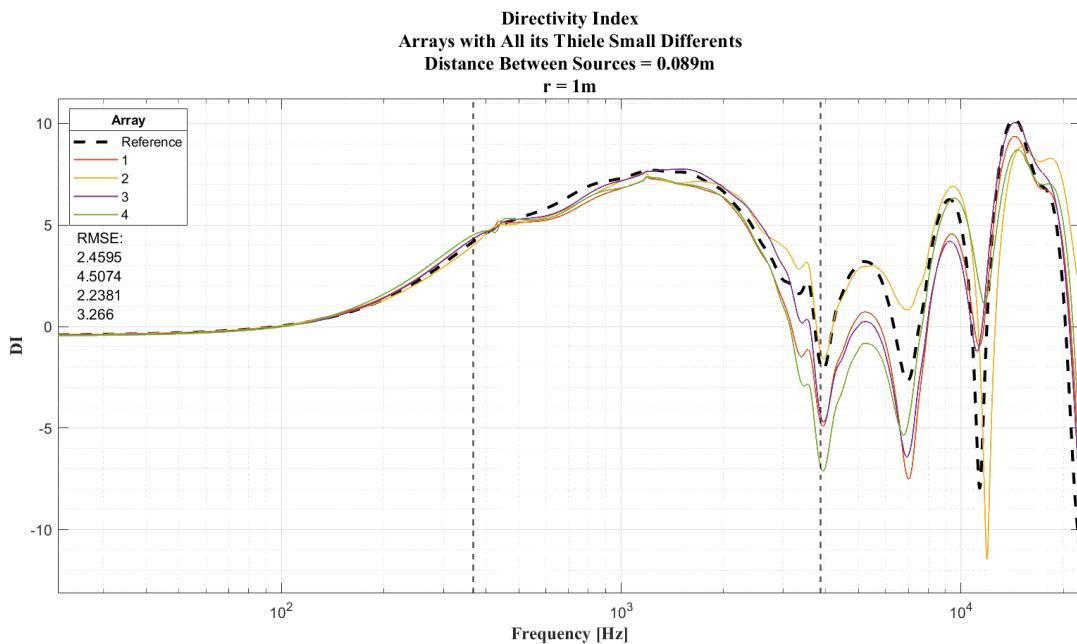
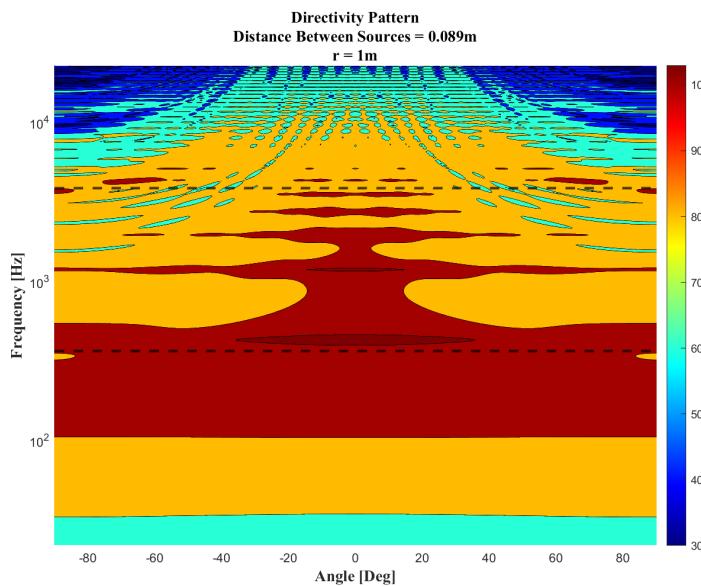
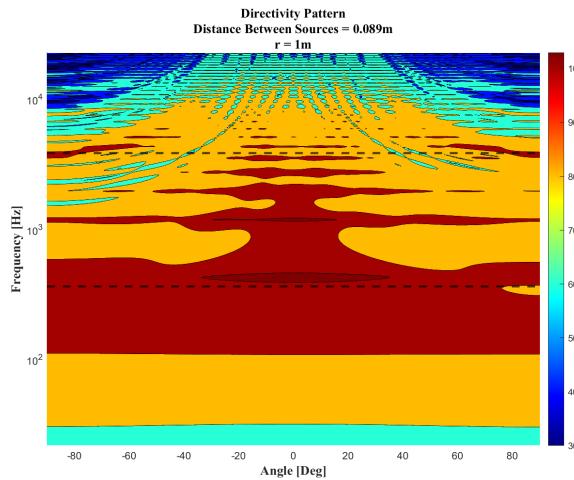


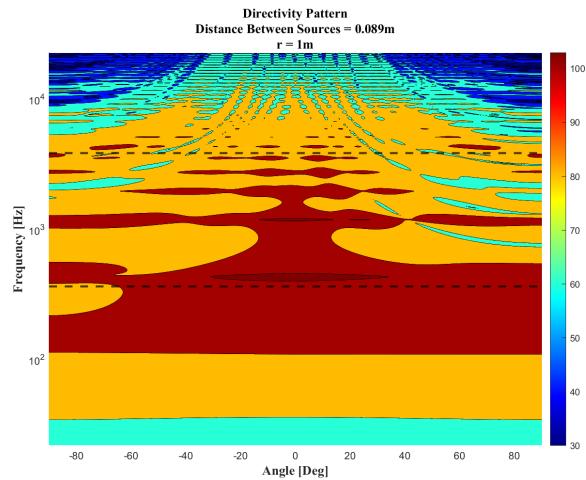
Fig. 130. Índice de directividad de varios arreglos lineales con todos sus parámetros Thiele Small diferentes.



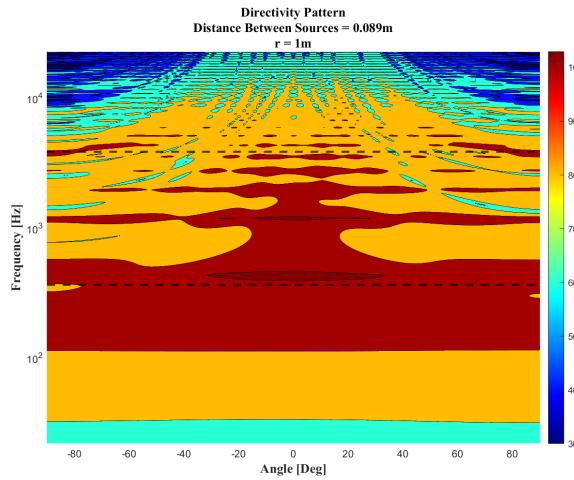
(a) Patrón de directividad de arreglos lineales de referencia.



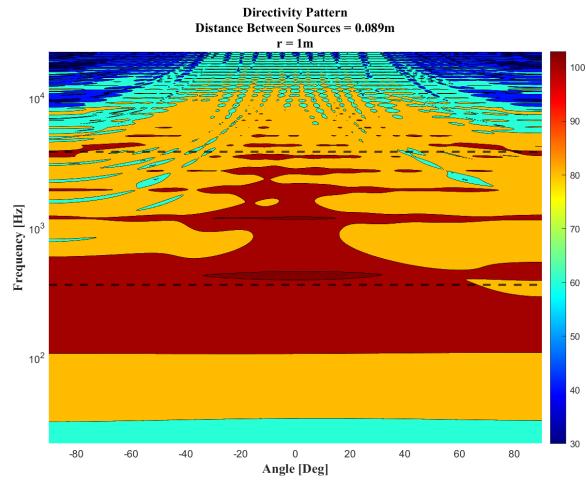
(b) Patrón de directividad de arreglos lineales 1 con todos sus parámetros diferentes.



(c) Patrón de directividad de arreglos lineales 2 con todos sus parámetros diferentes.



(d) Patrón de directividad de arreglos lineales 3 con todos sus parámetros diferentes.



(e) Patrón de directividad de arreglos lineales 4 con todos sus parámetros diferentes.

Fig. 131. Patrón de directividad de arreglos lineales con diferentes parámetros Thiele Small vs arreglos lineales de referencia

Como se presenta en las figuras 35 y 95 la linea de transmisión no genera ningún cambio en el índice de directividad, por lo que las alteraciones que se identifican en los diferentes arreglos lineales de la figura 130 se atribuyen casi en su totalidad al cambio de  $Bl$  debido a que es el parámetro que demuestran afectar más significativamente el desempeño de un arreglo lineal. Esto se observa en el caso del arreglo lineal 2 el cual tuvo la mayor desviación estándar para este parámetro y un mayor RMSE. En cuanto a  $M_{MD}$  y  $C_{MC}$  estos no afectan significativamente el desempeño del arreglo lineal, sin embargo, es posible notar algunos de sus efectos principalmente en baja frecuencia debido al comportamiento de sus impedancias respecto a la frecuencia, las cuales se indican en la introducción de la sección C. El índice de directividad es un indicador de que tan directivo es el arreglo lineal, sin embargo, la figura 131 nos indica como es de directivo cada uno de los arreglos, para el cual el arreglo lineal 1 presenta el menor RMSE y mayor índice de correlación tal y como se indica en la figura 96.

## Respuesta en frecuencia

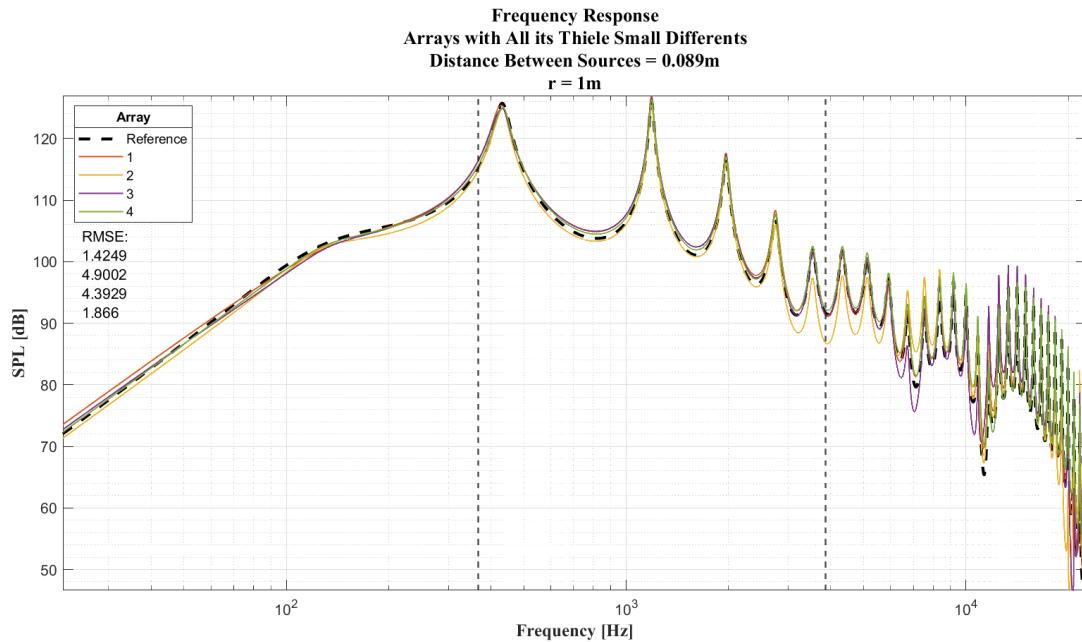


Fig. 132. Respuesta en frecuencia de varios arreglos lineales con todos sus parámetros Thiele Small diferentes.

Como se observa en la figura 132 nuevamente el array 4 es aquel que presenta el más alto RMSE, se intuye que esto es debido a la alta desviación estándar que presenta este arreglo para  $Bl$  el cual es el parámetro que ha demostrado inducir cambios más significativos en el desempeño de un arreglo lineal.

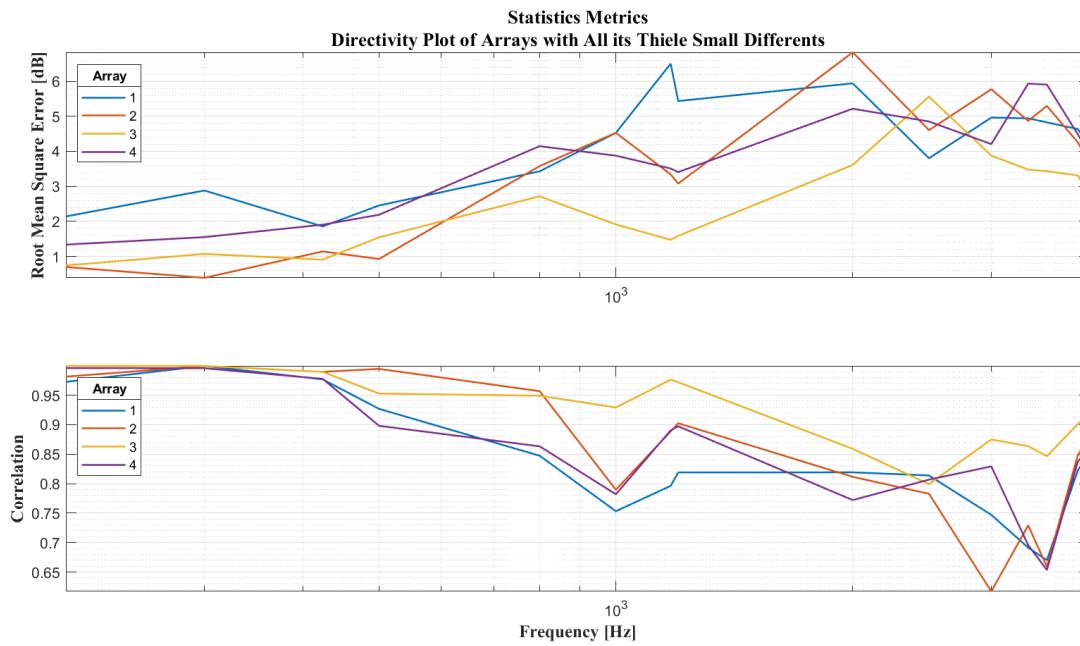
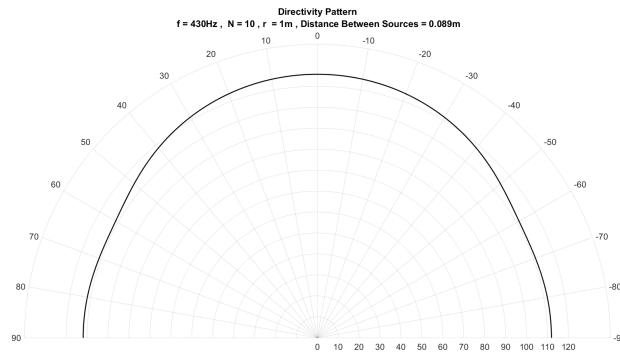
**Error cuadrático medio e índice de correlación del patrón de directividad de los arreglos lineales en frecuencias de interés**

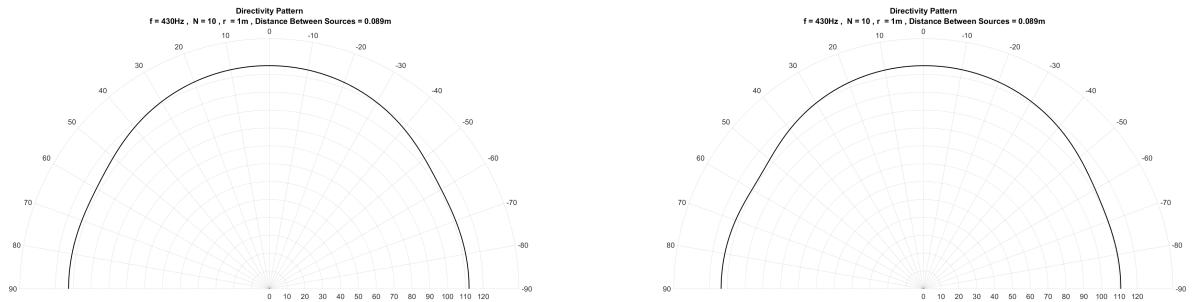
Fig. 133. Error cuadrático medio e índice de correlación del patrón de directividad entre varios arreglos lineales y el arreglo lineal de referencia.



(a) Patrón de directividad del arreglo de referencia radiando una frecuencia de 430 Hz a una distancia  $r = 1m$ .

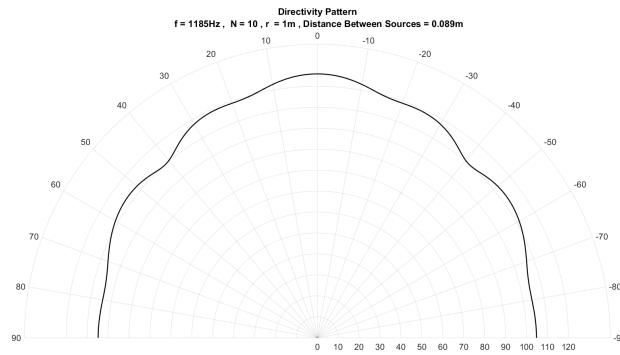


(b) Patrón de directividad del arreglo 1 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 430 Hz a una distancia  $r = 1m$ . (c) Patrón de directividad del arreglo 2 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 430 Hz a una distancia  $r = 1m$ .

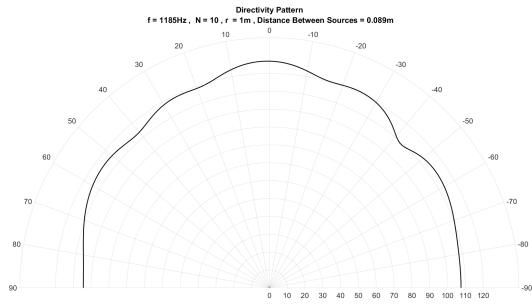


(d) Patrón de directividad del arreglo 3 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 430 Hz a una distancia  $r = 1m$ . (e) Patrón de directividad del arreglo 4 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 430 Hz a una distancia  $r = 1m$ .

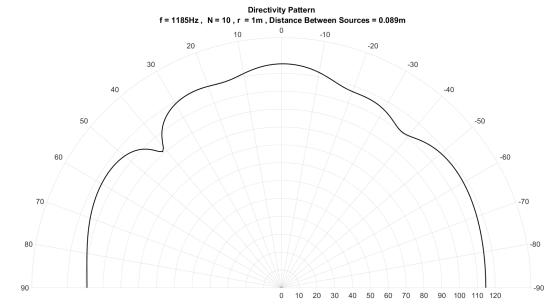
Fig. 134. Patrón de directividad de varios arreglos lineales radiando una frecuencia de 430 Hz a una distancia  $r = 1m$



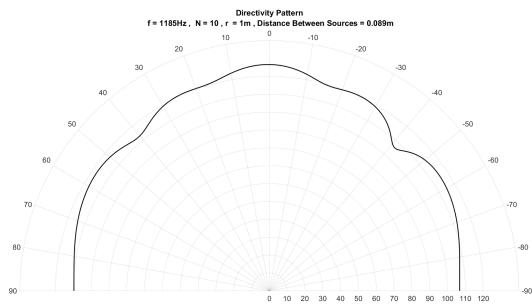
(a) Patrón de directividad del arreglo de referencia radiando una frecuencia de 1185 Hz a una distancia  $r = 1\text{m}$ .



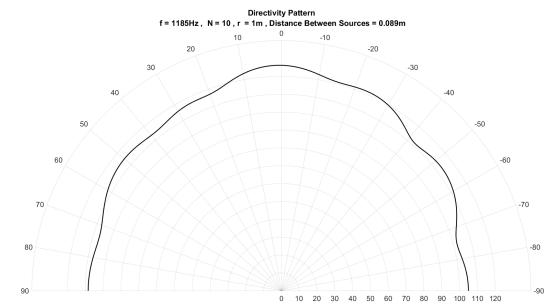
(b) Patrón de directividad del arreglo 1 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 1185 Hz a una distancia  $r = 1\text{m}$ .



(c) Patrón de directividad del arreglo 2 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 1185 Hz a una distancia  $r = 1\text{m}$ .

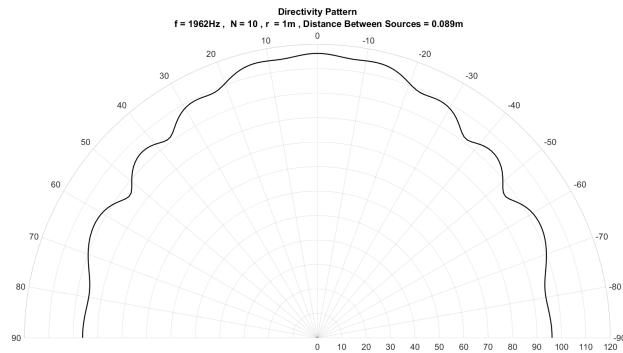


(d) Patrón de directividad del arreglo 3 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 1185 Hz a una distancia  $r = 1\text{m}$ .

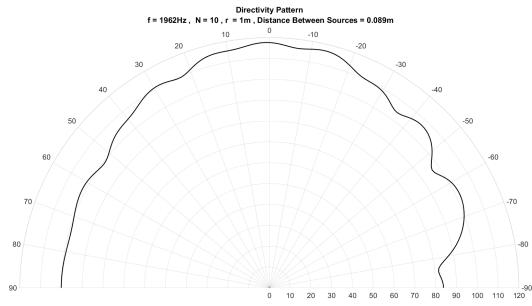


(e) Patrón de directividad del arreglo 4 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 1185 Hz a una distancia  $r = 1\text{m}$ .

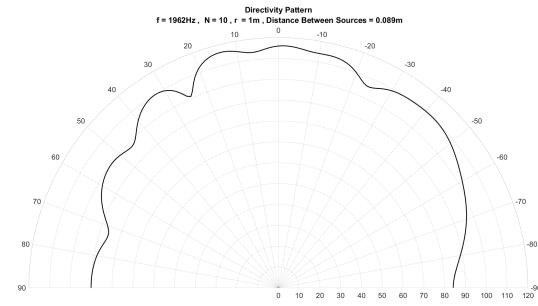
Fig. 135. Patrón de directividad de varios arreglos lineales radiando una frecuencia de 1185 Hz a una distancia  $r = 1\text{m}$



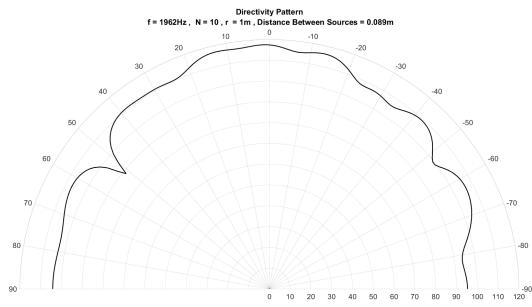
(a) Patrón de directividad del arreglo de referencia radiando una frecuencia de 1962 Hz a una distancia  $r = 1m$ .



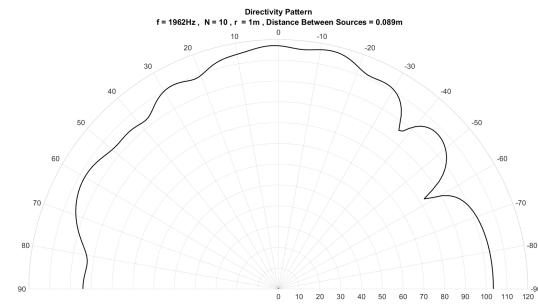
(b) Patrón de directividad del arreglo 1 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 1962 Hz a una distancia  $r = 1m$ .



(c) Patrón de directividad del arreglo 2 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 1962 Hz a una distancia  $r = 1m$ .



(d) Patrón de directividad del arreglo 3 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 1962 Hz a una distancia  $r = 1m$ .



(e) Patrón de directividad del arreglo 4 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 1962 Hz a una distancia  $r = 1m$ .

Fig. 136. Patrón de directividad de varios arreglos lineales radiando una frecuencia de 1962 Hz a una distancia  $r = 1m$

Los patrones de directividad mostrados en las figuras 134, 135 y 136 permiten realizar una comparación entre el campo radiado a  $1m$  generado por el arreglo lineal de referencia y los campos radiados a  $1m$  de los arreglos lineales que presentaron variaciones en todos sus parámetros. Se puede observar que la alteración del valor de  $Bl$  y  $M_{MD}$  en las diferentes fuentes que componen un arreglo lineal causa diferencias notorias en su patrón de directividad generando lóbulos no deseados en el comportamiento direccional de un arreglo lineal. Esto es debido a que el valor de  $Bl$  afecta el nivel de presión sonora generada por cada una de las fuentes como indica la ecuación 122, lo que significa que la interacción entre

ellas incumple la condición de radiar a la misma amplitud dada en la sección N, consiguiendo así que un arreglo lineal de fuentes direccione su energía de forma ideal y a los corrimientos de la frecuencia de resonancia atribuidos principalmente a la variación de  $M_{MD}$  dados por la ecuación 17. Finalmente como se indica en la figura 133 estas alteraciones se hacen más evidentes con el aumento de la frecuencia.

### Error cuadrático medio e índice de directividad del campo sintetizado por varios arrays

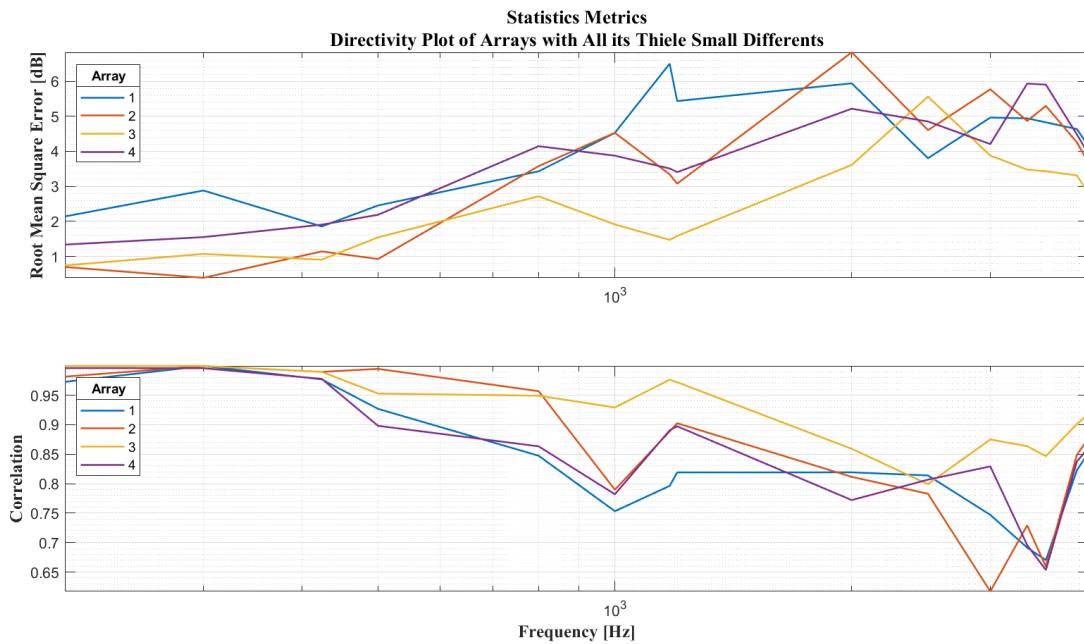
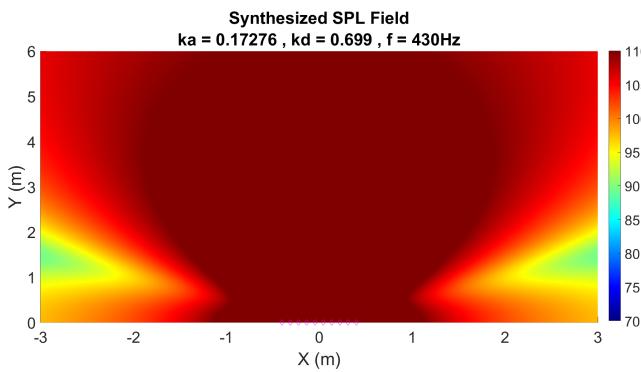
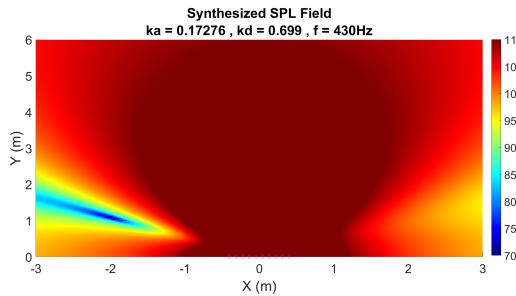


Fig. 137. Raíz del error cuadrático medio e índice de correlación del campo sintetizado para arreglos lineales con linea de transmisión acoplada.

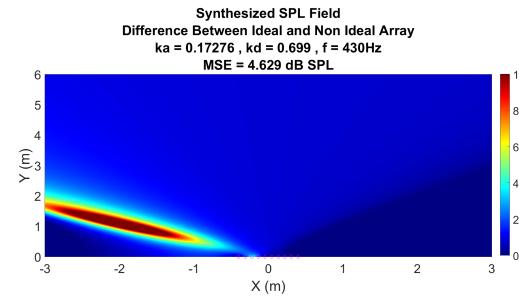
En la figura 137 se evidencia una tendencia creciente en el Error medio cuadrático y decreciente en la correlación a causa del aumento de la frecuencia. Esto es debido al comportamiento omnidireccional que se presente en baja frecuencia a causa del tamaño de su longitud de onda y la interacción de la fuente. A medida que se presenta un aumento en la frecuencia la longitud de onda decrece, lo que genera un aumento en la directividad. Esto indica que el campo radiado por el arreglo lineal presenta mayor susceptibilidad ante la variabilidad de parámetros como  $Bl$  y  $M_{MD}$  generando una mayor desviación respecto a la referencia y por ende aumentando el error medio cuadrático y disminuyendo la correlación, indicando que el campo radiado por los arreglos lineales que presentan variaciones en todos sus parámetros muestra mayor diferencia respecto al arreglo lineal de referencia y en consecuencia una menor similitud. A partir de este criterio se determinan algunas frecuencias de interés en las que se mostrara la síntesis de su campo radiado con la finalidad de validar lo descrito anteriormente.



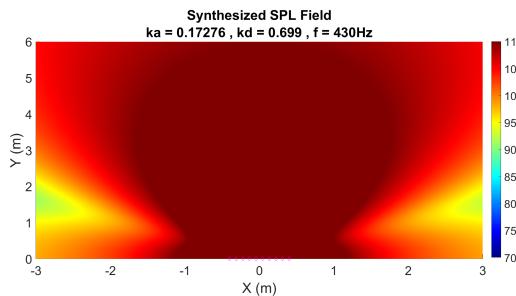
(a) Campo acústico sintetizado para el arreglo de referencia radiando una frecuencia de 430 Hz.



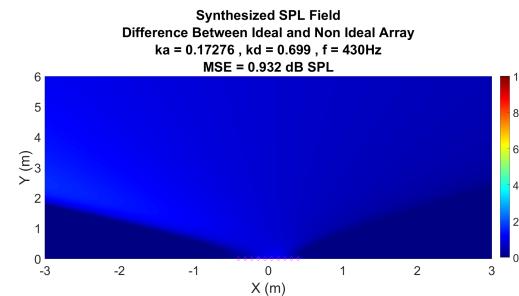
(b) Campo acústico sintetizado para el arreglo 2 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 430 de referencia Hz.



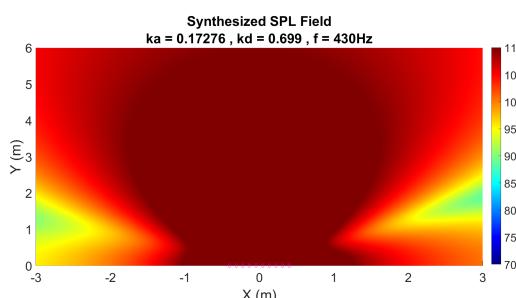
(c) Diferencia de Campo acústico sintetizado entre arreglo 2 con variaciones radiando una frecuencia de 430 Hz.



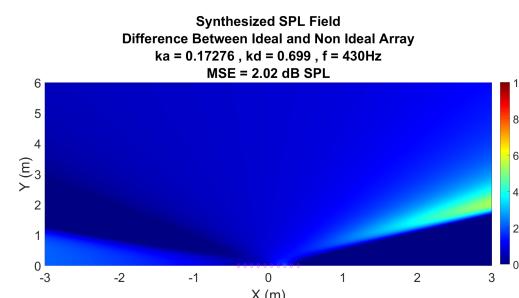
(d) Campo acústico sintetizado para el arreglo 3 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 430 de referencia Hz.



(e) Diferencia de Campo acústico sintetizado entre arreglo 3 con variaciones radiando una frecuencia de 430 Hz.



(f) Campo acústico sintetizado para el arreglo 4 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 430 de referencia Hz.



(g) Diferencia de Campo acústico sintetizado entre arreglo 4 con variaciones radiando una frecuencia de 430 Hz.

Fig. 138. Campo acústico sintetizado de varios arreglos lineales y sus diferencias con el arreglo lineal de referencia radiando a 430Hz.

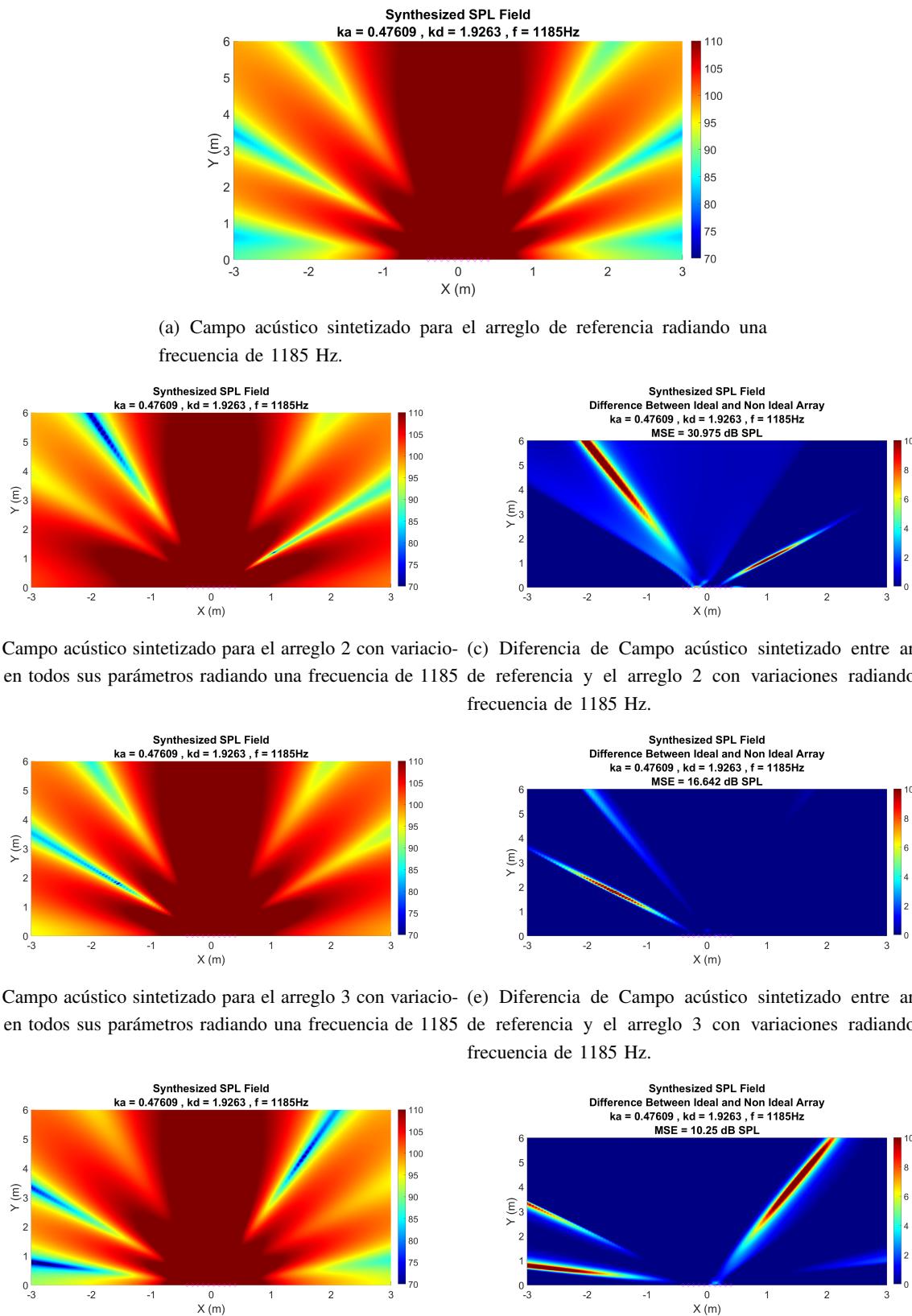
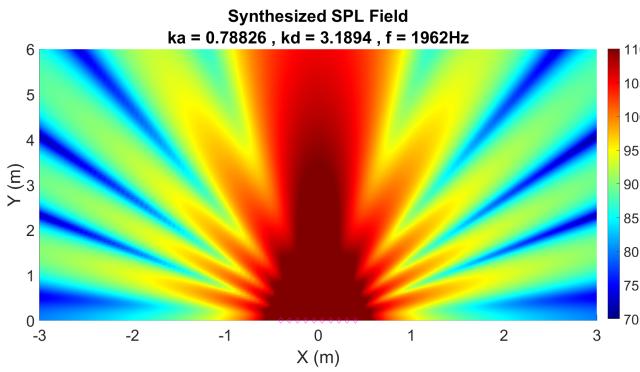
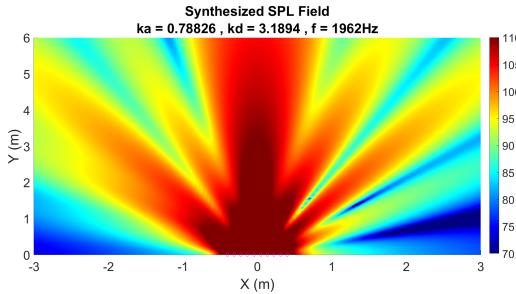


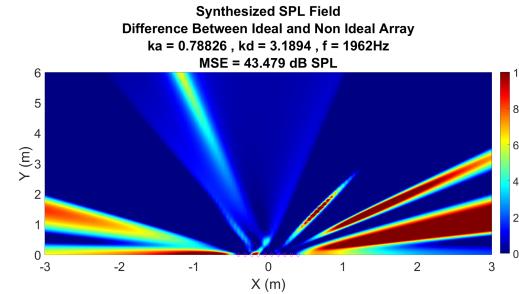
Fig. 139. Campo acústico sintetizado de varios arreglos lineales y sus diferencias con el arreglo lineal de referencia radiando a 1185Hz.



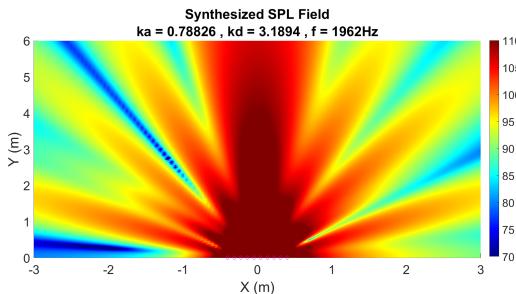
(a) Campo acústico sintetizado para el arreglo de referencia radiando una frecuencia de 1962 Hz.



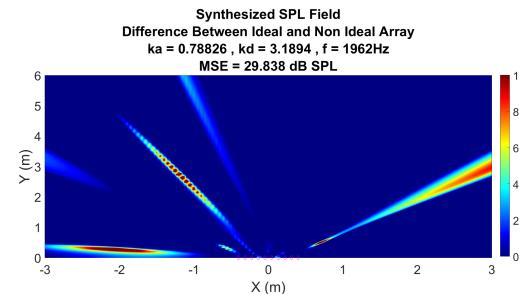
(b) Campo acústico sintetizado para el arreglo 2 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 1962 de referencia y el arreglo 2 con variaciones radiando una frecuencia de 1962 Hz.



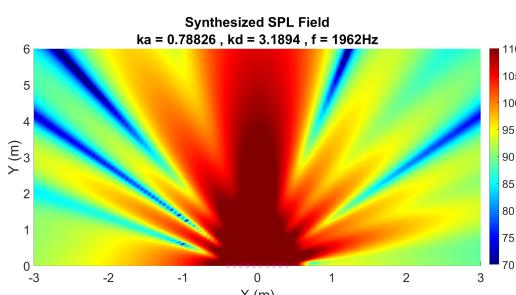
(c) Diferencia de Campo acústico sintetizado entre arreglo ideal y arreglo 2 con variaciones radiando una frecuencia de 1962 Hz.



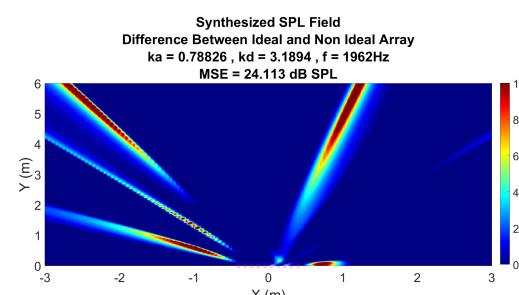
(d) Campo acústico sintetizado para el arreglo 3 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 1962 de referencia y el arreglo 3 con variaciones radiando una frecuencia de 1962 Hz.



(e) Diferencia de Campo acústico sintetizado entre arreglo ideal y arreglo 3 con variaciones radiando una frecuencia de 1962 Hz.



(f) Campo acústico sintetizado para el arreglo 4 con variaciones en todos sus parámetros radiando una frecuencia de 1962 de referencia y el arreglo 4 con variaciones radiando una frecuencia de 1962 Hz.



(g) Diferencia de Campo acústico sintetizado entre arreglo ideal y arreglo 4 con variaciones radiando una frecuencia de 1962 Hz.

Fig. 140. Campo acústico sintetizado de varios arreglos lineales y sus diferencias con el arreglo lineal de referencia radiando a 1962Hz.

## IX. TRABAJOS FUTUROS

Inicialmente se considera indispensable el realizar una verificación experimental del comportamiento de un arreglo lineal respecto al modelo desarrollado y evaluar su precisión. Debido a la importancia de  $B_l$  para el adecuado desempeño de un arreglo lineal es vital mantener los efectos de su variabilidad bajo control, tanto este parámetro como el acoplamiento de una línea de transmisión demuestran que fácilmente se puede llevar las fuentes a una zona de sobre excusión, por lo cual se hace necesario ecualizar el voltaje de entrada en cada una de las frecuencias con metodologías tales como la implementación de un filtro inverso.

El compensar los efectos de la variabilidad de los parámetros Thiele Small que más predominio tiene en el desempeño de un arreglo lineal tal y como se describió a lo largo de este proyecto será entonces indispensable para el apropiado desarrollo de técnicas como el beamforming, debido a que si por medio de medidas correctivas como el filtro inverso es posible garantizar un correcto desempeño del arreglo lineal esto implicaría una alternativa bastante viable para garantizar la efectividad de estas técnicas. Sin embargo, también se considera de importancia el análisis de líneas de transmisión con diferentes dimensiones dado el potencial que estas tienen en la simplificación del análisis del rendimiento de los arreglos lineales dado a que para valores de  $ka \ll 1$  la radiación que exhiben se corresponde con el de una fuente puntual caso para el cual su solución analítica se encuentra determinada.

Finalmente se propone realizar una verificación experimental más rigurosa del modelo analítico planteado, ya que se intuye que para valores de  $L_E$  más bajos este presentara mayor convergencia respecto a la validación experimental, asimismo, se propone añadir a este elementos que permitan modelar con mayor precisión las no linealidades que presenta  $L_E$  debido a que el campo magnético en el que se encuentra inmerso no es completamente homogéneo ocasionando dependencia de la posición del inductor ya que la fuerza electromotriz no será igual en los diferentes puntos en que este se encuentre y también debidas al estrés térmico que este presenta.

## X. CONCLUSIONES

Se ha formulado un modelo analítico capaz de determinar tanto la curva de impedancia eléctrica como la presión acústica de un altavoz de bobina móvil acoplado o no a una línea de transmisión a través de la formulación de una matriz de propagación, determinando como condición de frontera la solución analítica para la impedancia de radiación de un pistón y cuyos parámetros de entrada corresponden a los parámetros Thiele Small. Una gran ventaja que presenta el modelo analítico planteado es su versatilidad para modelar todo tipo de radiadores directos de bobina móvil debido a que los parámetros Thiele Small describen las características intrínsecas de estos sistemas y además su cuantificación puede realizarse de manera sencilla por medio diferentes tipos de mediciones u obtenerse directo de la hoja de datos suministrada por el fabricante. Los resultados obtenidos por el modelo analítico son aceptables en un rango frecuencial de 22Hz a 3kHz, como es el caso del Dayton Audio PC68-4 que se presenta en la metodología , sin embargo, se presentan desviaciones por encima de este rango debido a que este modelo asume un comportamiento lineal del sistema, a pesar de ello, los parámetros de salida del modelo analítico permiten estimar las variables necesarias para propagar la presión radiada por la fuente acoplada o no a una línea de transmisión en un dominio definido.

Se desarrolló una metodología para inducir variabilidad en parámetros Thiele Small como  $Bl$ ,  $M_{MD}$ ,  $R_E$ ,  $C_{MC}$  y  $R_{MC}$  con las respectivas medias y desviaciones estándar de acuerdo a lo reportado por la literatura y se verificó que para esta metodología los resultados muestran convergencia a la media y desviación estándar esperados para una población estadística de alrededor de 400 fuentes siendo esto coherente con el hecho de que esta sea una distribución gaussiana.

Se determina que el factor de fuerza  $Bl$  al ser la relación de transformación entre el dominio eléctrico y mecánico de un transductor electroacústico y que además presenta la mayor desviación relativa la cual es del 40% según la literatura, es de gran importancia para la garantía del correcto desempeño de un arreglo lineal, ya que puede llegar a generar diferencias significativas en la radiación de las fuentes que lo componen. Esto es debido a que la variación de  $Bl$  induce cambios en la magnitud y fase de la impedancia eléctrica como se puede ver en la figura 38, lo que afecta a su vez la velocidad y el desplazamiento del diafragma en el dominio mecánico lo cual se evidencia en la figura 39 y por ende influencia la magnitud y fase de la presión acústica como se observa en la figura 41. Por otro lado, la variabilidad de los parámetros  $R_E$ ,  $C_{MC}$  y  $R_{MC}$  no representa consecuencias relevantes en el desempeño de un arreglo lineal, sin embargo, parámetros como  $M_{MD}$  muestran un efecto más significativo en el funcionamiento de estos sistemas pues de acuerdo a la literatura es el segundo parámetro con mayor orden de magnitud que afecta directamente la frecuencia de resonancia de la fuente, el desplazamiento y la eficiencia como se profundiza en el segmento 2 del capítulo de resultados, Sin embargo, la variación de este no induce cambios tan significativos como  $Bl$ .

Se concluye que el acople de una línea de transmisión a una fuente puede llevarla fuera de su zona de

operación en la frecuencia de resonancia fundamental de esta al generar desplazamientos del diafragma que llevan a la fuente a una zona de sobre excusión esto es debido a que como se observa en la figura 2 la linea de transmisión se encuentra en paralelo a la impedancia de radiación, por lo que al llevar esta al dominio mecánico haciendo uso de las relaciones de transformación esta ocasionara que la resistividad disminuya causando un aumento en la velocidad.

Se establece que realizar únicamente el análisis de la respuesta en frecuencia axial no permite caracterizar completamente el desempeño de un arreglo lineal. Esto es debido a que la radiación sonora de un arreglo lineal no ocurre únicamente en este punto por lo que es importante analizar el campo sonoro en su totalidad para garantizar que se genere la directividad deseada en un arreglo lineal de altavoces. Un claro ejemplo de los cambios que puede presentar el campo sonoro de un arreglo lineal dependiendo de la frecuencia se evidencian en las figuras 91 y 92 por lo que un mejor análisis del desempeño de un arreglo lineal se puede lograr a partir de las gráficas de patrón de directividad que se muestran en las figura 84, que contienen información del nivel de presión sonora para todas las frecuencias y direcciones a un metro de distancia.

## REFERENCIAS

- [1] C. W. Rice y E. W. Kellogg, «Notes on the Development of a New Type of Hornless Loudspeaker», *J. Audio Eng. Soc*, vol. 30, n.<sup>o</sup> 7/8, págs. 512-521, 1982. dirección: <http://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=3828>.
- [2] N. Thiele, «Loudspeakers in Vented Boxes: Part 1», *J. Audio Eng. Soc*, vol. 19, n.<sup>o</sup> 5, págs. 382-392, 1971. dirección: <http://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=2173>.
- [3] R. H. Small, «Direct Radiator Loudspeaker System Analysis», *J. Audio Eng. Soc*, vol. 20, n.<sup>o</sup> 5, págs. 383-395, 1972. dirección: <http://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=2066>.
- [4] L. L. Beranek y T. J. Mellow, «Electrodynamic loudspeakers», en *Acoustics: Sound Fields and Transducers*, 2012, págs. 241-288, ISBN: 9780123914217. DOI: 10.1016/b978-0-12-391421-7.00006-3.
- [5] H. F. Olson, *Dynamical Analogies*, 1.<sup>a</sup> ed. New York: D. Van Nostrand Company, Inc., 1943, pág. 191. dirección: <https://archive.org/details/DynamicalAnalogies/page/n47>.
- [6] D. B. Keele Jr., «Low-Frequency Loudspeaker Assessment by Nearfield Sound-Pressure Measurement», *J. Audio Eng. Soc*, vol. 22, n.<sup>o</sup> 3, págs. 154-162, 1974. dirección: <http://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=2774>.
- [7] H. Suzuki, «Sound Radiation from a Concave or a Convex Dome in a Semi-Infinite Tube», *J. Audio Eng. Soc*, vol. 33, n.<sup>o</sup> 12, págs. 956-962, 1985. dirección: <http://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=4410>.
- [8] W. M. Leach Jr., «Loudspeaker Voice-Coil Inductance Losses: Circuit Models, Parameter Estimation, and Effect on Frequency Response», *J. Audio Eng. Soc*, vol. 50, n.<sup>o</sup> 6, págs. 442-450, 2002. dirección: <http://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=11074>.
- [9] M. H. Knudsen y J. G. Jensen, «Low-Frequency Loudspeaker Models That Include Suspension Creep», *J. Audio Eng. Soc*, vol. 41, n.<sup>o</sup> 1/2, págs. 3-18, 1993. dirección: <http://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=7015>.
- [10] A.-M. Bruneau y M. Bruneau, «Electrodynamic Loudspeaker with Baffle: Motional Impedance and Radiation», *J. Audio Eng. Soc*, vol. 34, n.<sup>o</sup> 12, págs. 970-980, 1986. dirección: <http://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=5232>.
- [11] H. F. Olson y R. A. Hackley, «Technical Papers: Combination Horn And Direct Radiator Loud-Speaker», *Proceedings of the Institute of Radio Engineers*, vol. 24, n.<sup>o</sup> 12, págs. 1557-1566, 1936, ISSN: 07315996. DOI: 10.1109/JRPROC.1936.228038.
- [12] L. Beranek y T. Mellow, «Horn loudspeakers», en *Acoustics: Sound Fields, Transducers and Vibration*, 2019, págs. 463-510, ISBN: 9780123914217. DOI: 10.1016/b978-0-12-815227-0.00009-1.
- [13] T. F. Johansen, «On the Directivity of Horn Loudspeakers», *J. Audio Eng. Soc*, vol. 42, n.<sup>o</sup> 12, págs. 1008-1019, 1994. dirección: <http://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=6913>.
- [14] J. Kergomard, «General Equivalent Electric Circuits for Acoustic Horns», *J. Audio Eng. Soc*, vol. 36, n.<sup>o</sup> 12, págs. 948-955, 1988. dirección: <http://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=5120>.

- [15] G. K. Behler y M. Makarski, «Two-Port Representation of the Junction Between Horn-driver and Horn», en *Audio Engineering Society Convention 111*, nov. de 2001. dirección: <http://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=9817>.
- [16] M. Makarski, «Determining Two-Port Parameters of Horn Drivers using only Electrical Measurements», en *Audio Engineering Society Convention 116*, mayo de 2004. dirección: <http://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=12764>.
- [17] D. J. Plach, «Design Factors in Horn-Type Speakers», *J. Audio Eng. Soc*, vol. 1, n.<sup>o</sup> 4, págs. 276-281, 1953. dirección: <http://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=89>.
- [18] D. B. ( Keele, Jr., *Low-Frequency Horn Design Using Thiele/Small Driver Parameters*, mayo de 1977.
- [19] C. Heil y M. Urban, *Sound Fields Radiated by Multiple Sound Sources Arrays*, mar. de 1992.
- [20] L. Kinsler, A. R. Frey, A. B. Coppens y J. V. Sanders, *Fundamental of Acoustics*, 4.<sup>a</sup> ed., S. Johnson, ed. John Wiley & Sons, Inc., 2000, pág. 543, ISBN: 0471847895.
- [21] M. S. Ureda, «Analysis of Loudspeaker Line Arrays», *Journal of the Audio Engineering Society*, vol. 52, n.<sup>o</sup> 5, págs. 467-495, mayo de 2004.
- [22] ———, «Directivity Response of Horn Arrays», en *Audio Engineering Society Convention 98*, feb. de 1995. dirección: <http://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=7803>.
- [23] U. Sayin y O. Guasch, «Directivity control and efficiency of parametric loudspeakers with horns», *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 134, n.<sup>o</sup> 2, EL153-EL157, ago. de 2013, ISSN: 0001-4966. DOI: 10.1121/1.4812446.
- [24] M. S. Ureda, *Directivity Response of Horn Arrays*, feb. de 1995.
- [25] X. Feng, Y. Shen, S. Chen e Y. Zhao, *Analysis of Sound Field Generated by Line Arrays with Waveguides*, oct. de 2014.
- [26] M. S. Ureda, *Wave Field Synthesis with Horn Arrays*, mayo de 1996.
- [27] H. Levine y J. Schwinger, «On the Radiation of Sound from an Unflanged Circular Pipe», *Physical Review*, vol. 73, n.<sup>o</sup> 4, págs. 383-406, 1948, ISSN: 0031-899X. DOI: 10.1103/PhysRev.73.383. dirección: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.73.383>.
- [28] D. H. Keefe, «Acoustical wave propagation in cylindrical ducts: Transmission line parameter approximations for isothermal and nonisothermal boundary conditions», *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 75, n.<sup>o</sup> 1, págs. 58-62, 1984, ISSN: 0001-4966. DOI: 10.1121/1.390300. dirección: <http://asa.scitation.org/doi/10.1121/1.390300>.
- [29] D. Mapes-Riordan, «Horn Modeling with Conical and Cylindrical Transmission-Line Elements», *Journal of the Audio Engineering Society*, vol. 41, n.<sup>o</sup> 6, págs. 471-484, 1993. dirección: <http://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=6996>.
- [30] J.-D. Polack, L. S. Christensen y P. M. Juhl, «An Innovative Design for Omnidirectional Sound Sources», *Acta Acustica united with Acustica*, vol. 87, n.<sup>o</sup> 4, págs. 505-512, 2001, ISSN: 00017884. dirección: <http://www.ingentaconnect.com/content/dav/aaua/2001/00000087/00000004/art00010>.
- [31] S. Ortiz, B. Kolbrek, P. Cobo, L. M. González y C. De La Colina, «Point source loudspeaker design: Advances on the inverse horn approach», *AES: Journal of the Audio Engineering Society*, vol. 62, n.<sup>o</sup> 5, págs. 345-354, 2014, ISSN: 15494950.

- [32] S.-H. Jang y J.-G. Ih, «Refined multiload method for measuring acoustical source characteristics of an intake or exhaust system», *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 107, n.º 6, págs. 3217-3225, 2000, ISSN: 00014966. DOI: 10.1121/1.429349. dirección: <http://dx.doi.org/10.1121/1.429349%7B%5C%7D25%7B%5C%7D5C%202013-11-06%2014:57:00>.
- [33] H. Bodén, «On multi-load methods for determination of the source data of acoustic one-port sources», *Journal of Sound and Vibration*, vol. 180, n.º 5, págs. 725-743, 1995, ISSN: 10958568. DOI: 10.1006/jsvi.1995.0111.
- [34] H. Rämmal y M. Abom, «Characterization of air terminal device noise using acoustic 1-port source models», *Journal of Sound and Vibration*, vol. 300, n.º 3-5, págs. 727-743, 2007, ISSN: 10958568. DOI: 10.1016/j.jsv.2006.08.035.
- [35] S.-H. Jang y J.-G. Ih, «On the multiple microphone method for measuring in-duct acoustic properties in the presence of mean flow», *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 103, n.º 3, pág. 1520, 1998, ISSN: 00014966. DOI: 10.1121/1.421289.
- [36] M. G. Prasad, «A four load method for evaluation of acoustical source impedance in a duct», *Journal of Sound and Vibration*, vol. 114, n.º 2, págs. 347-356, 1987, ISSN: 10958568. DOI: 10.1016/S0022-460X(87)80159-1.
- [37] G. Lemaitre, B. Letinturier y B. Gazengel, «Model and estimation method for predicting the sound radiated by a horn loudspeaker - With application to a car horn», *Applied Acoustics*, vol. 69, n.º 1, págs. 47-59, 2008, ISSN: 0003682X. DOI: 10.1016/j.apacoust.2006.10.005.
- [38] M. R. Romero y B. Ortega Pueo, *Electroacústica*, 1.<sup>a</sup> ed., I. Capella y M. Caicoya, eds. Madrid: PEARSON EDUCACIÓN. S.A, 2013, pág. 380, ISBN: 8420539066.
- [39] M. R. Spiegel, S. Lipschutz, J. J. Schiller y D. Spellman, *Schaum's Outline of Complex Variables*, 2<sup>ed</sup>, ép. Schaum's Outline Series. McGraw-Hill Education, 2009, ISBN: 9780071615709. dirección: <https://books.google.com.co/books?id=EjT3fE2SgGwC>.
- [40] J. R. Ashley y M. D. Swan, «Experimental Determination of Low-Frequency Loudspeaker Parameters», *J. Audio Eng. Soc*, vol. 17, n.º 5, págs. 525-531, 1969. dirección: <http://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=1558>.
- [41] C. J. Struck, «Determination of the Thiele-Small Parameters Using Two-Channel FFT Analysis», en *Audio Engineering Society Convention 82*, mar. de 1987. dirección: <http://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=4983>.
- [42] H. D. Young, R. A. Freedman y A. L. Ford, *Sears and Zemansky's university physics: with modern physics; 13th ed.* Boston, MA: Addison-Wesley, 2012. dirección: <https://cds.cern.ch/record/1441953>.
- [43] M. S. Ureda, *Line Arrays: Theory and Applications*, Amsterdam, mayo de 2001.
- [44] G. Ballou, *Handbook for Sound Engineers*, ép. Audio Engineering Society Presents Series. Focal, 2008, ISBN: 9780240809694. dirección: <https://books.google.com.co/books?id=zsEBavFYZuEC>.
- [45] R. Rabenstein y S. Spors, «Spatial Aliasing Artifacts Produced by Linear and Circular Loudspeaker Arrays used for Wave Field Synthesis», en *Audio Engineering Society Convention 120*, mayo de 2006. dirección: <http://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=13515>.

- [46] M. Dodd, W. Klippel y J. Oclee-Brown, «Voice Coil Impedance as a Function of Frequency and Displacement», en *Audio Engineering Society Convention 117*, oct. de 2004. dirección: <http://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=12835>.
- [47] W. M. Leach Jr., «Loudspeaker Voice-Coil Inductance Losses: Circuit Models, Parameter Estimation, and Effect on Frequency Response», *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 50, n.º 6, págs. 442-450, 2002. dirección: <http://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=11074>.
- [48] W. Klippel, «Prediction of Speaker Performance at High Amplitudes», en *Audio Engineering Society Convention 111*, nov. de 2001. dirección: <http://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=9834>.
- [49] J. R. Wright, «An Empirical Model for Loudspeaker Motor Impedance», en *Audio Engineering Society Convention 86*, mar. de 1989. dirección: <http://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=5918>.
- [50] D. Bard y G. Sandberg, «Modeling of Nonlinearities in Electrodynamic Loudspeakers», en *Audio Engineering Society Convention 123*, oct. de 2007. dirección: <http://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=14244>.
- [51] F. Agerkvist, «Modelling Loudspeaker Non-Linearities», en *Audio Engineering Society Conference: 32nd International Conference: DSP For Loudspeakers*, sep. de 2007. dirección: <http://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=14203>.
- [52] D. Button, R. Lambert, P. Brunet y J. Bunning, «Characterization of Nonlinear Port Parameters in Loudspeaker Modeling», en *Audio Engineering Society Convention 145*, oct. de 2018. dirección: <http://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=19788>.
- [53] S. Laurin y K. Reichard, «Determining Manufacture Variation in Loudspeakers Through Measurement of Thiele/Small Parameters», en *Audio Engineering Society Convention 125*, oct. de 2008. dirección: <http://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=14741>.

## XI. ANEXOS

## A. Datasheet altavoz Peerless TA6FD00-04

**Driver Specification Sheet**

**Peerless®**  
by TYPHANY

Model No: TA6FD00-04  
Product Line: Tympany

Rev: 1  
Last Update: 2017-04-21 12:39:42

**Product Description**

This 2 inch 4 ohm member of the new TA family sets a high standard for compact full range drivers. Intended for applications such as television soundbars and other compact applications in mind. Design features in this family include a stiff steel basket with venting under the spider to aid cooling of the motor, a ferrite magnet motor with copper cap to lower coil inductance, providing low distortion at low frequencies and extended high frequency response. A black anodized aluminium cone and a black anodized aluminium dust cap are employed on the driver, coupled directly to the voice coil.

**Mechanical Drawing**

**Specifications**

DC Resistance	Revc	Ohms	3.47	5.0%	Energy Bandwidth Product	EBP	(1/Qes)*fs
Minimum Impedance	Zmin	Ohms	3.99	7.5%	Moving Mass	Mms	g
Voice Coil Inductance	Le	mH	0.02		Suspension Compliance	Cms	um/N
Resonant Frequency	Fs	Hz	146.6	15%	Effective Cone diameter	D	cm
Mechanical Q Factor	Qms		3.78		Effective Piston Area	Sd	cm^2
Electrical Q Factor	Qes		1.24		Effective Volume	Vas	L
Total Q Factor	Qts		0.93		Motor Freq. Factor	BL	0.27
Ratio Fs/Qts	F	Fs/Qts	157.3		Motor Efficiency Factor	B	Tm
Half Space Sensitivity @ 2.83V	db@ 2.83V/1M	dB	84.08	+/- 1.0db	Voice coil former Material	Vcfm	(T^*M^2)/Ohms
Half Space Sensitivity @ 1W/1M	db@ 1W/1M	dB	81.1	+/- 1.0db	Voice coil inner diameter	Vcd	ASV
Gap Height	Gh	mm	3		Rated Noise Power	P	mm
Maximum Linear Excursion	Xmax	mm	1		Test Spectrum Bandwidth	100Hz-20KHz	19.32
Ferrofluid Type	FF				Driver Size	Inch	W
Driver Mass	Kg		0.17			2 in	

**Frequency and Impedance Response**

Legend: On Axis Response, 30Deg Response, 60Deg Response, Impedance Response

Highcharts.com

*B. Variación de  $R_E$ ,  $R_{MC}$  y  $C_{MC}$  para arreglos lineales con linea de transmisión acoplada*

1) **Variación de  $R_E$ :** Como se indica en la figura 96 y 31  $R_E$  es un parámetro que no presenta mucha variabilidad y que a su vez esta no induce cambios representativos en El desempeño del arreglo lineal. Por lo que esta sección se enfocara en presentar únicamente el análisis de diversos arreglos lineales, mostrando su respuesta en frecuencia axial estimada a 1m, Índice de directividad y métricas estadísticas para cuantificar sus efectos en estos. Esto es debido a que  $R_E$  es un parámetro puramente resistivo que no afecta la fase y es independiente de la frecuencia, por lo que únicamente se evidenciará en el dominio eléctrico como un ligero aumento en la parte real de la impedancia eléctrica tal y como se indica en la tabla XII y en la ecuación de impedancia eléctrica que se presenta en la introducción de la sección C.

a) **Análisis de diversos arreglos lineales:** Para el análisis de diversos arreglos lineales se presentan las siguientes variaciones de  $R_E$

Values Of Re				
Sources	Array 1	Array 2	Array 3	Array 4
<b>1</b>	3.400	3.400	3.400	3.400
<b>2</b>	3.380	3.370	3.378	3.366
<b>3</b>	3.423	3.386	3.387	3.393
<b>4</b>	3.366	3.426	3.381	3.440
<b>5</b>	3.420	3.421	3.411	3.390
<b>6</b>	3.415	3.388	3.425	3.405
<b>7</b>	3.427	3.395	3.394	3.385
<b>8</b>	3.365	3.396	3.414	3.349
<b>9</b>	3.395	3.393	3.419	3.400
<b>10</b>	3.400	3.339	3.403	3.442
<b>Std</b>	<b>0.023</b>	<b>0.024</b>	<b>0.016</b>	<b>0.029</b>
<b>Mean</b>	<b>3.399</b>	<b>3.391</b>	<b>3.401</b>	<b>3.397</b>

TABLA. XXIV. Valores de  $R_E$ , desviación estándar e índice de correlación para las fuentes de todos los arreglos lineales.

## Índice de directividad arreglos

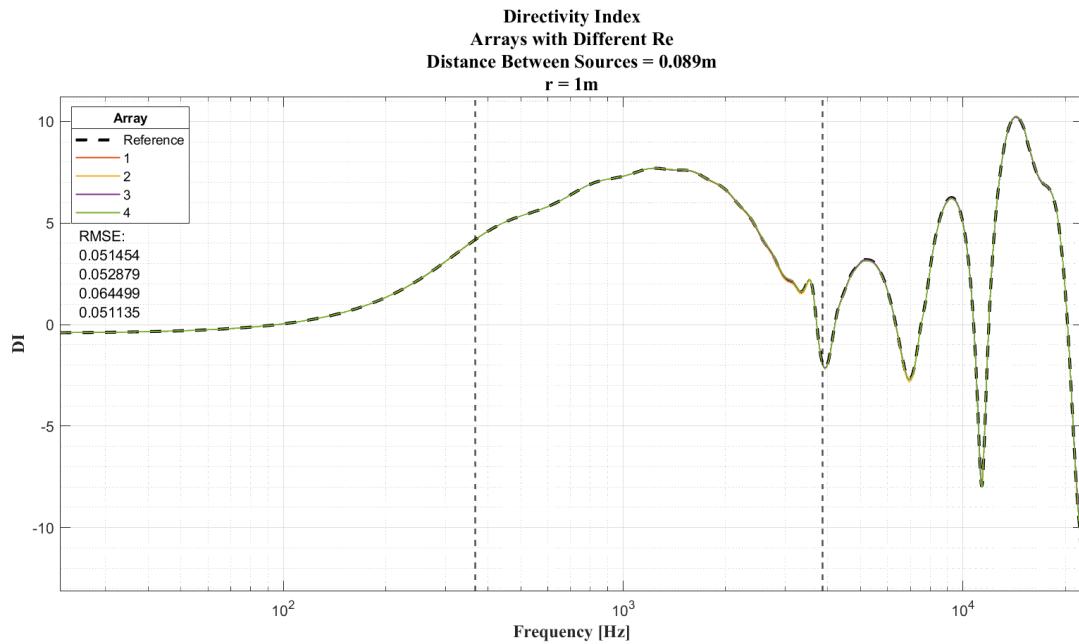


Fig. 141. Índice de directividad para varios arreglos lineales con diferentes  $R_E$

Como se describió en la subsección 3 la variación de  $R_E$  no afecta significativamente la respuesta en frecuencia de un arreglo lineal.

## Repuesta en frecuencia arreglos

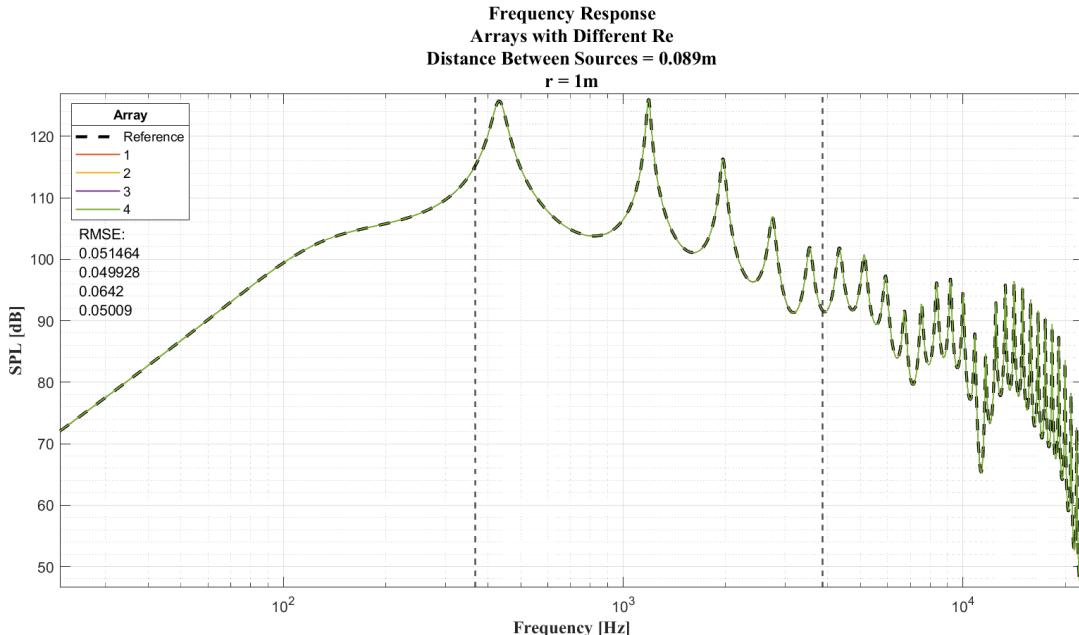


Fig. 142. Respuesta en frecuencia para varios arreglos lineales con diferente  $R_E$

Como se describió en la subsección 3 la variación de  $R_E$  no afecta significativamente el índice de directividad el cual no presenta cambios respecto al caso sin línea de transmisión debido a que son exactamente el mismo tipo de radiador.

### Error cuadrático medio e índice de correlación del patrón de directividad y campo sintetizado de los arreglos lineales por frecuencias de interés

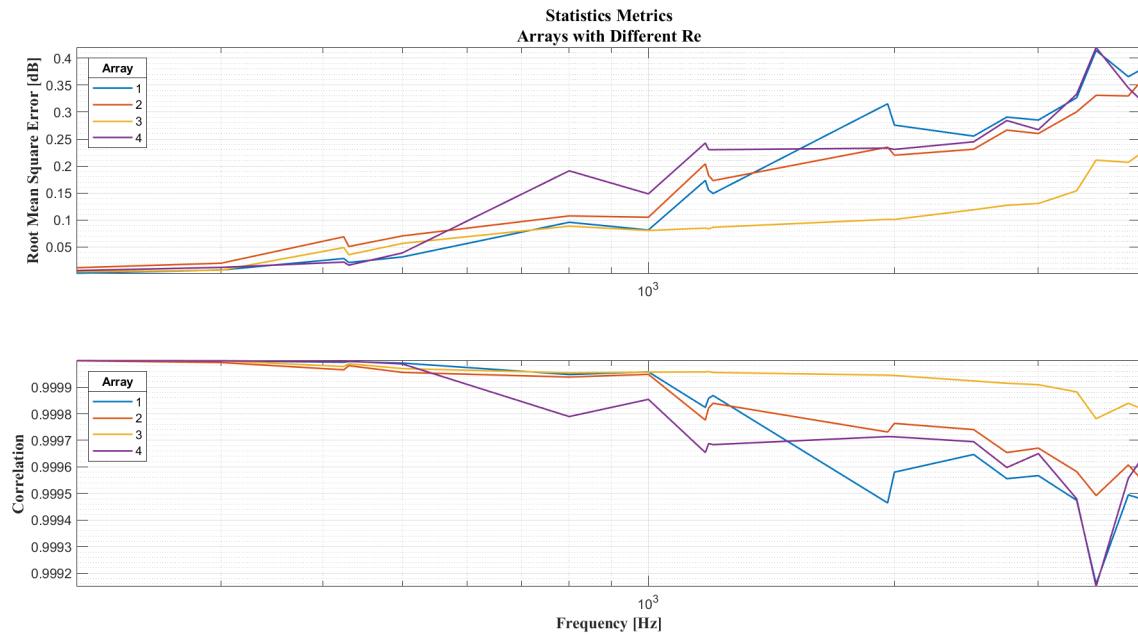


Fig. 143. Error cuadrático medio e índice de correlación del campo sintetizado de arreglos lineales con diferente  $R_E$  y el arreglo lineal de referencia

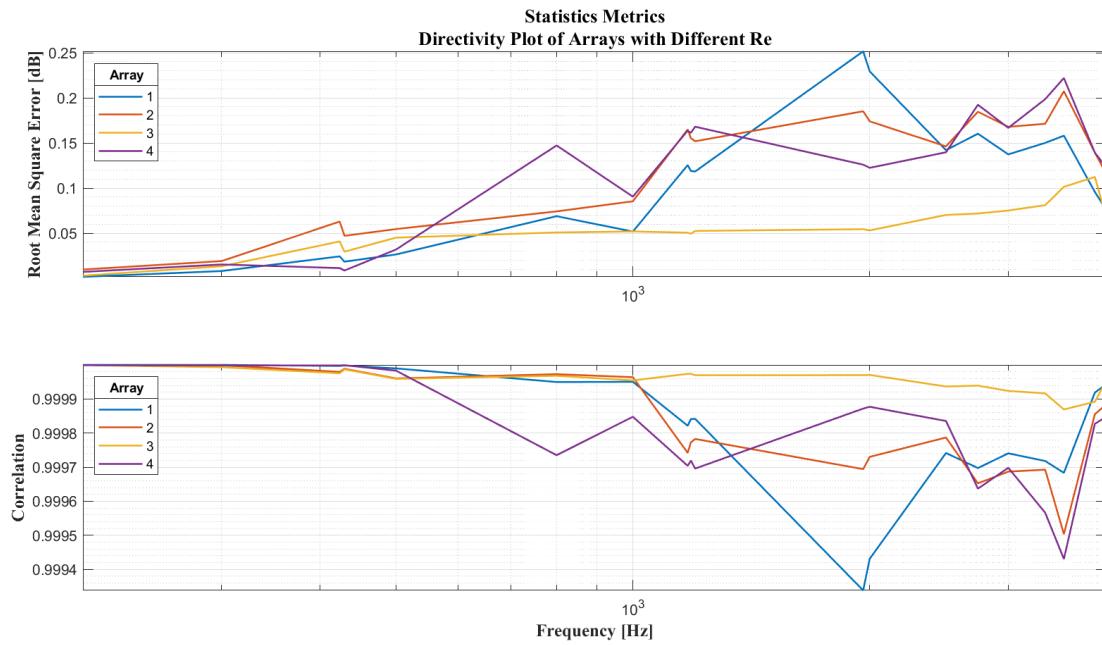


Fig. 144. Error cuadrático medio e índice de correlación de los patrones de directividad de arreglos lineales con diferente  $R_E$  y el arreglo lineal de referencia.

Como se describió en la subsección 3 la variación de  $R_E$  no afecta significativamente el patrón de directividad y síntesis del campo radiado por el arreglo lineal tal y como se observa en las figuras 144 y 143.

2) **Variación de  $C_{MC}$ :**  $C_{MC}$  es un parámetro que se encuentra directamente relacionado con la frecuencia de resonancia por la ecuación 17, sin embargo, Como se indica en la figura 96 y 31  $C_{MC}$  no presenta mucha variabilidad y debido a esto no induce cambios representativos en El desempeño del arreglo lineal. Por lo que esta sección se enfocara en presentar únicamente el análisis de diversos arreglos lineales, mostrando su respuesta en frecuencia axial estimada a 1m, Índice de directividad y métricas estadísticas para cuantificar sus efectos en estos.

a) **Análisis de diversos arreglos lineales:** Para el análisis de diversos arreglos lineales se presentan las siguientes variaciones de  $C_{MS}$ :

Values Of Cmc				
Sources	Array 1	Array 2	Array 3	Array 4
<b>1</b>	0.000908	0.000908	0.000908	0.000908
<b>2</b>	0.000853	0.000912	0.000868	0.000847
<b>3</b>	0.000873	0.000866	0.000895	0.000778
<b>4</b>	0.000806	0.000948	0.000948	0.000831
<b>5</b>	0.000872	0.000825	0.000906	0.000947
<b>6</b>	0.000860	0.000945	0.000902	0.000936
<b>7</b>	0.000947	0.000925	0.000850	0.000977
<b>8</b>	0.001008	0.000881	0.000975	0.000941
<b>9</b>	0.000979	0.000865	0.000924	0.000994
<b>10</b>	0.000980	0.000826	0.000947	0.000770
<b>Std</b>	<b>0.000067</b>	<b>0.000045</b>	<b>0.000038</b>	<b>0.000081</b>
<b>Mean</b>	<b>0.000908</b>	<b>0.000890</b>	<b>0.000912</b>	<b>0.000893</b>

TABLA. XXV. Valores de  $C_{MC}$ , desviación estándar e índice de correlación para todos los arreglos lineales.

### Índice de directividad arreglos

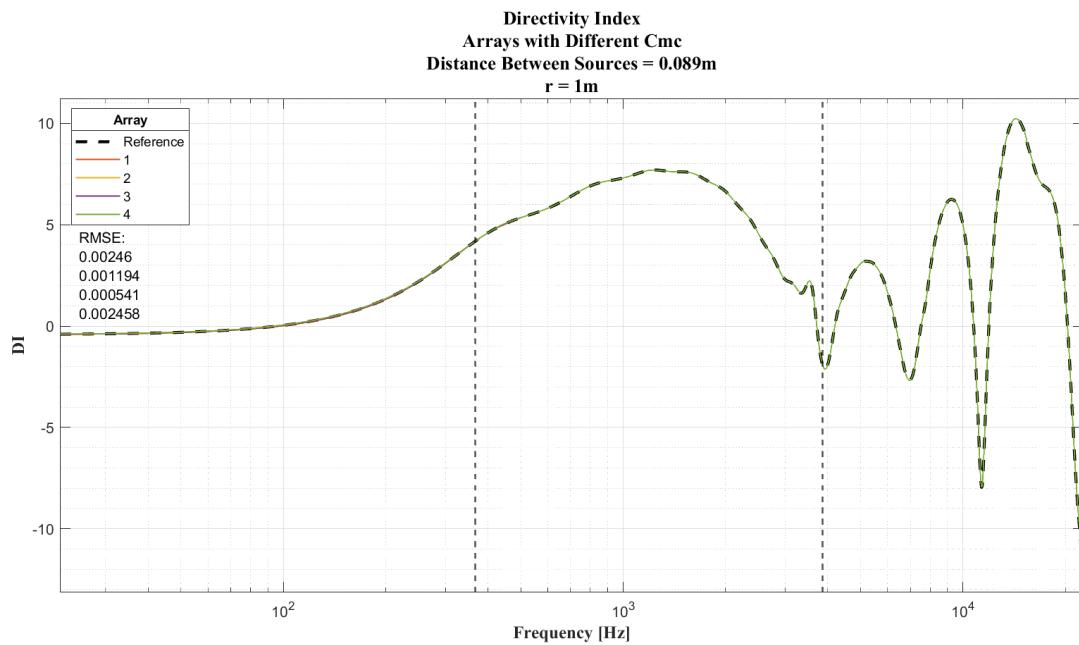


Fig. 145. Índice de directividad para varios arreglos lineales con variaciones en  $C_{MC}$

Como se describió en la subsección 4 la variación de  $C_{MC}$  no afecta significativamente el índice de directividad el cual no presenta cambios respecto al caso sin línea de transmisión debido a que son exactamente el mismo tipo de radiador.

## Repuesta en frecuencia arreglos

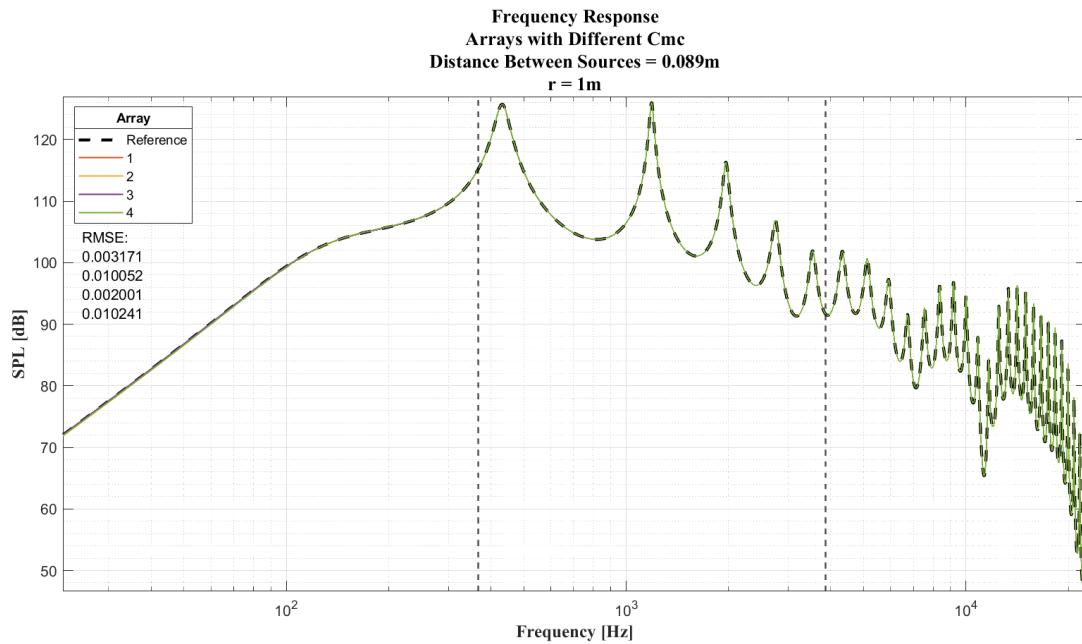


Fig. 146. Respuesta en frecuencia para varios arreglos lineales con variaciones en  $C_{MC}$  medido a una distancia  $r = 1\text{m}$

Como se describió en la subsección 4 la variación de  $C_{MC}$  es poca, por lo cual no afecta significativamente la respuesta en frecuencia de un arreglo lineal.

**Error cuadrático medio e índice de correlación del patrón de directividad y campo sintetizado de los arreglos lineales por frecuencias de interés**

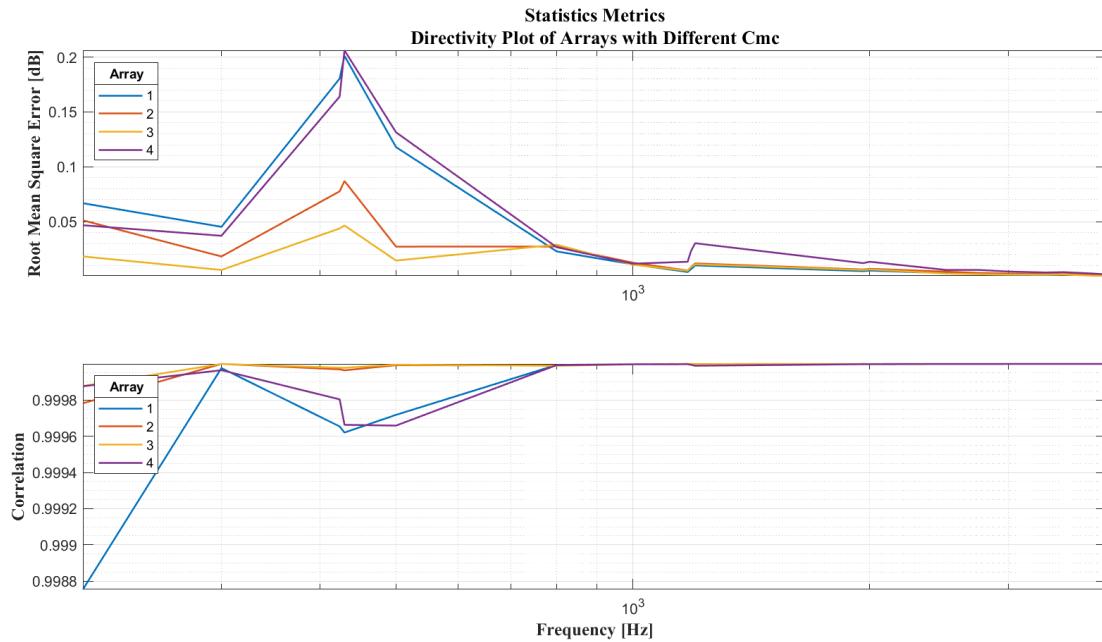


Fig. 147. Error cuadrático medio e índice de correlación del patrón de directividad entre varios arreglos lineales con variaciones en  $C_{MC}$  y el arreglo lineal de referencia.

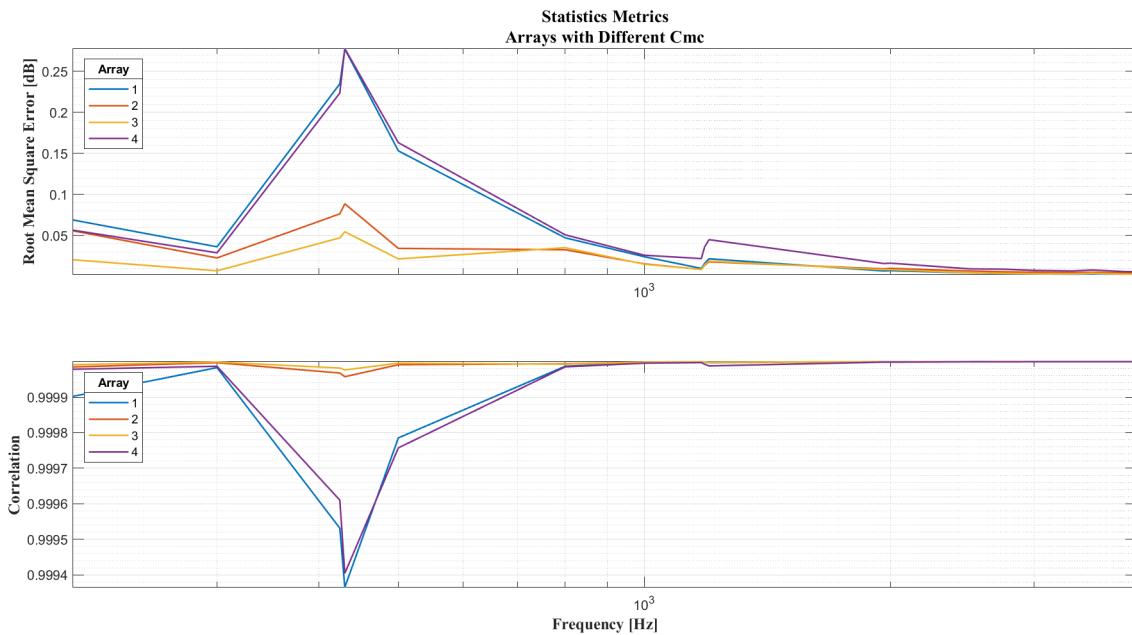


Fig. 148. Error cuadrático medio e índice de correlación del campo sintetizado entre varios arreglos lineales con variaciones en  $C_{MC}$  y el arreglo lineal de referencia.

Como se describió en la subsección 4 la variación de  $C_{MC}$  no afecta significativamente el patrón de directividad y síntesis del campo radiado por el arreglo lineal debido a que es un parámetro que presenta

poca variación tal y como se observa en las figuras 147 y 148.

3) **Variación de  $R_{MS}$ :** Este es un parámetro que representa las pérdidas generadas por la suspensión del diafragma, se encuentra directamente relacionado con  $M_{MD}$ ,  $C_{MC}$  y  $Q_{MS}$  por la ecuación 14, por lo cual tiene relación con la fuerza del diafragma dada por la ecuación 129 la cual se puede interpretar como una reducción en la fuerza a mayor valor de  $R_{MS}$ . Esto significaría a su vez una menor presión acústica generada de acuerdo a la ecuación 137, sin embargo, Como se indica en la figura 37 y 31  $C_{MC}$  no presenta mucha variabilidad y debido a esto no induce cambios representativos en el desempeño del arreglo lineal. Por esto la sección se enfocara en presentar únicamente el análisis de diversos arreglos lineales, mostrando su respuesta en frecuencia axial estimada a 1m, Índice de directividad y métricas estadísticas para cuantificar sus efectos en estos.

a) **Análisis de diversos arreglos lineales:** Para los diferentes arreglos lineales se recogieron los siguientes resultados:

Values Of Rms				
Sources	Array 1	Array 2	Array 3	Array 4
<b>1</b>	0.428	0.428	0.428	0.428
<b>2</b>	0.409	0.399	0.449	0.409
<b>3</b>	0.471	0.464	0.370	0.430
<b>4</b>	0.422	0.411	0.461	0.480
<b>5</b>	0.410	0.437	0.455	0.422
<b>6</b>	0.404	0.435	0.421	0.405
<b>7</b>	0.432	0.358	0.397	0.472
<b>8</b>	0.380	0.468	0.404	0.456
<b>9</b>	0.376	0.493	0.389	0.411
<b>10</b>	0.434	0.427	0.427	0.405
<b>Std</b>	<b>0.028</b>	<b>0.038</b>	<b>0.030</b>	<b>0.028</b>
<b>Mean</b>	<b>0.417</b>	<b>0.432</b>	<b>0.420</b>	<b>0.432</b>

TABLA. XXVI. Valores de  $R_{MS}$ , desviación estándar e índice de correlación para arreglos lineales.

## Índice de directividad arreglos

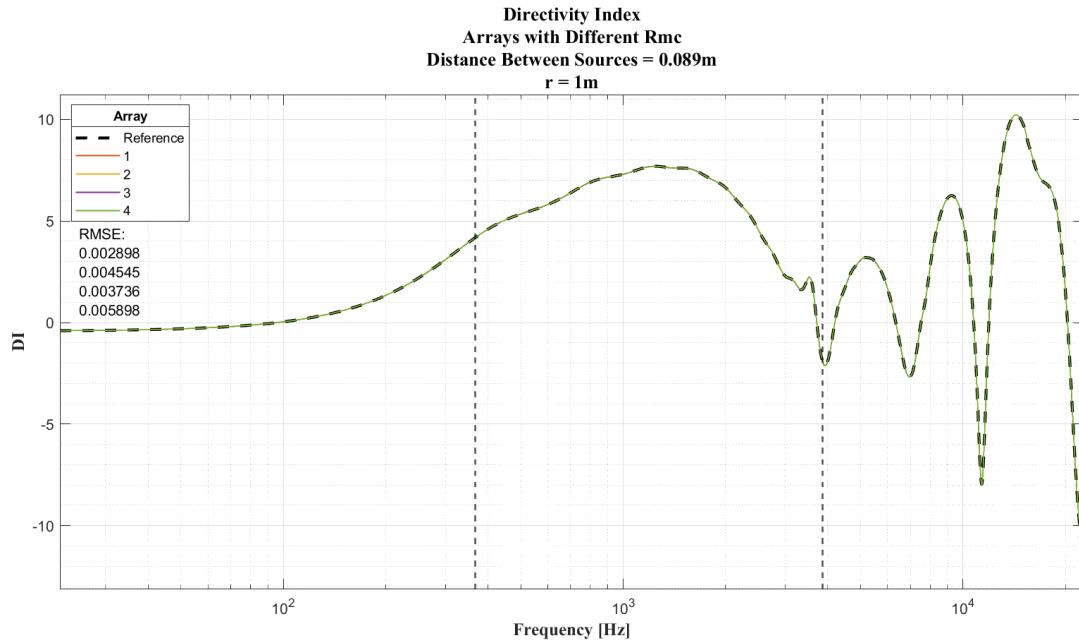


Fig. 149. Índice de directividad para varios arreglos lineales con diferente  $R_{MS}$

Como se describió en la subsección 5 la variación de  $R_{MC}$  no afecta significativamente el índice de directividad el cual no presenta cambios respecto al caso sin línea de transmisión debido a que son exactamente el mismo tipo de radiador.

## Repuesta en frecuencia arreglos

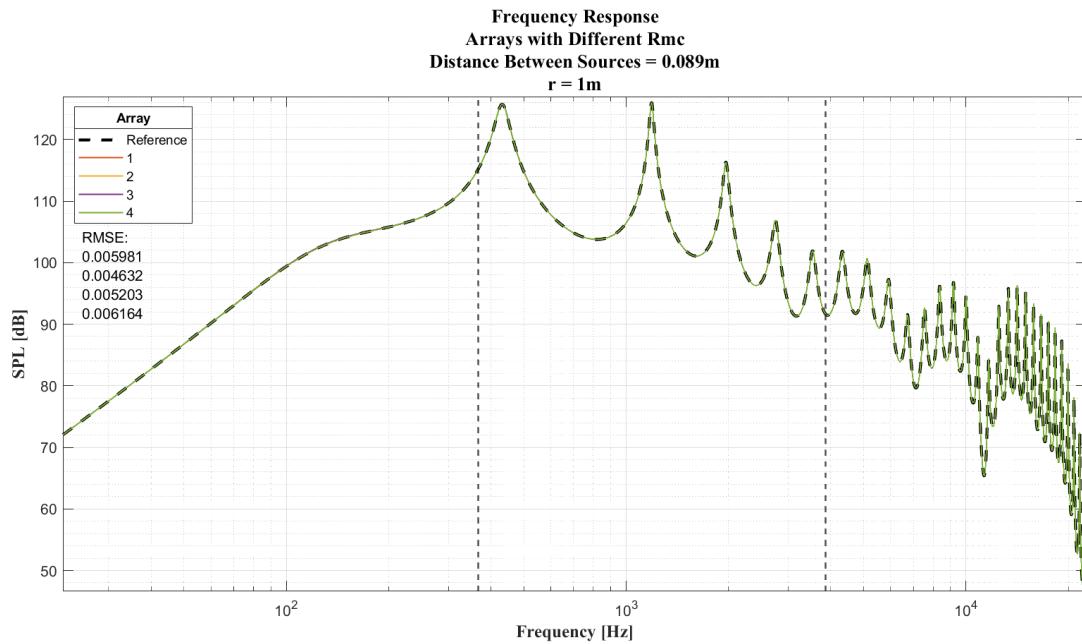


Fig. 150. Respuesta en frecuencia para varios arreglos lineales con diferente  $R_{MS}$

Como se describió en la subsección 5 la variación de  $R_{MC}$  no afecta significativamente la respuesta en frecuencia de un arreglo lineal.

**Error cuadrático medio e índice de correlación del patrón de directividad y campo sintetizado de los arreglos lineales por frecuencias de interés**

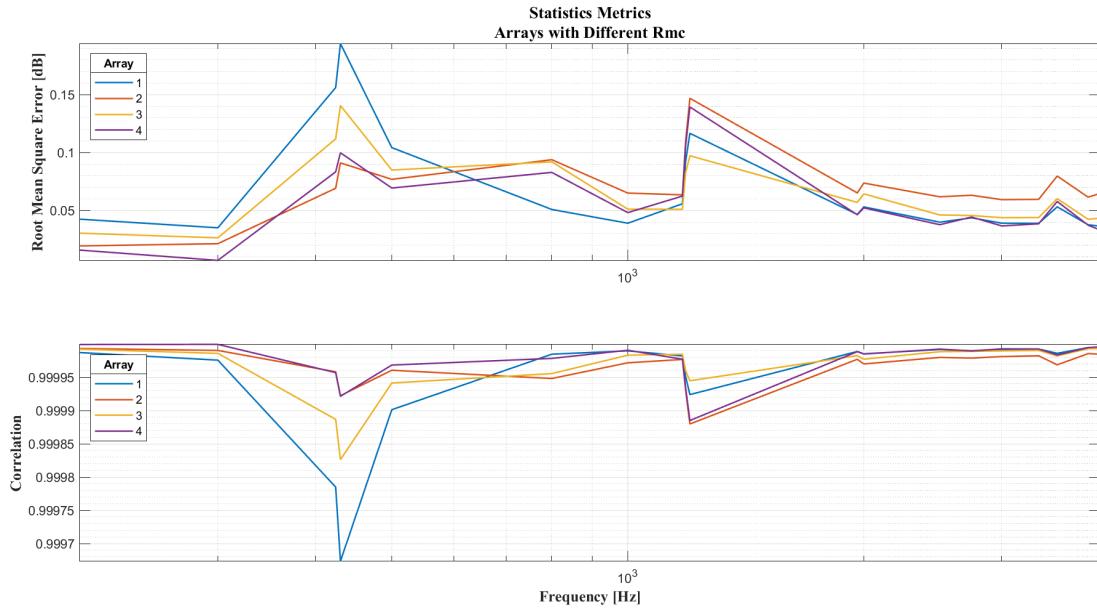


Fig. 151. Error cuadrático medio e índice de correlación del campo sintetizado y el patrón de directividad entre varios arreglos lineales con diferente  $R_{MS}$  y el arreglo lineal de referencia.

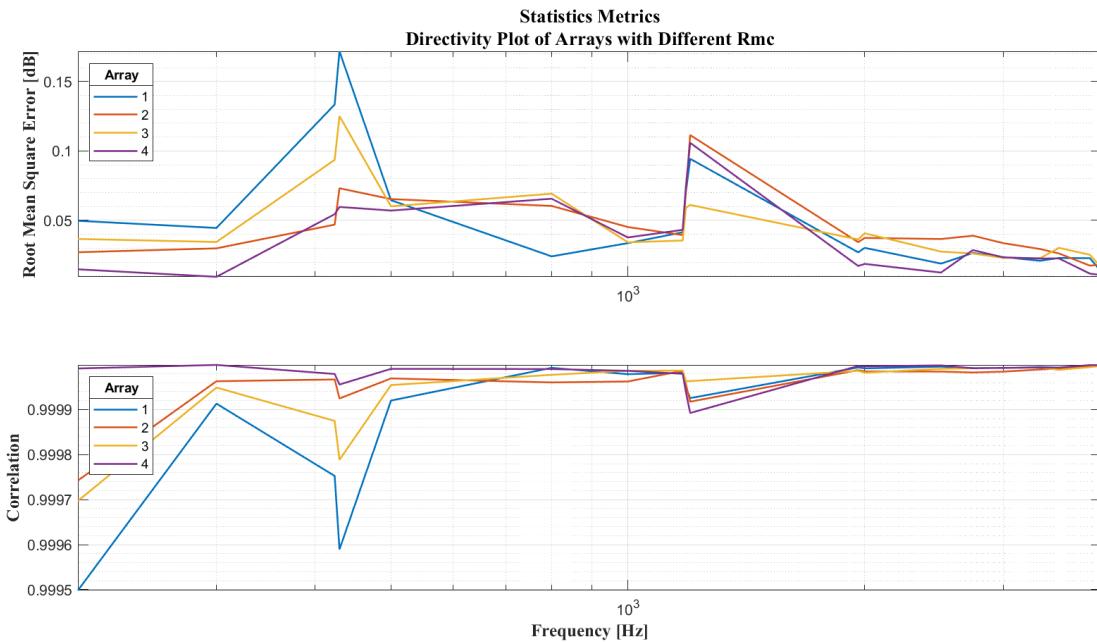


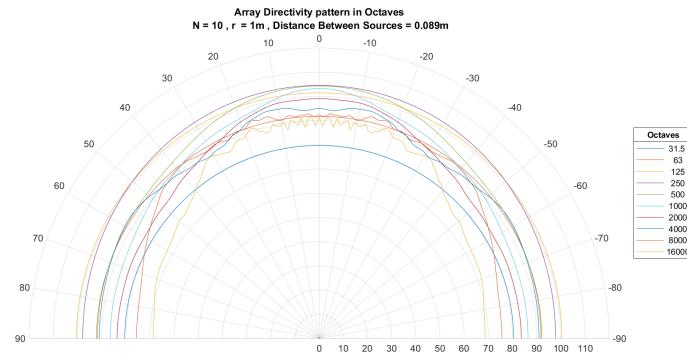
Fig. 152. Error cuadrático medio e índice de directividad del patrón de directividad entre varios arreglos lineales con diferente  $R_{MS}$  y el arreglo lineal de referencia.

Como se describió en la subsección 5 la variación de  $R_{MC}$  no afecta significativamente el patrón de directividad y síntesis del campo radiado por el arreglo lineal tal y como se observa en las figuras 151 y 152.

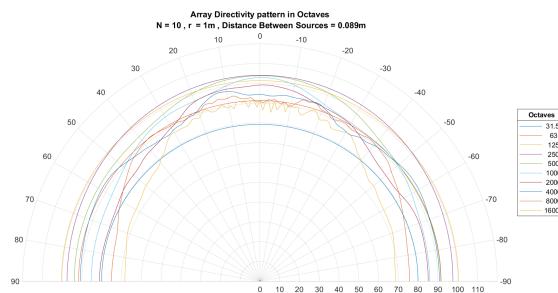
### C. Resultados adicionales

1) Arreglos lineales sin linea de transmisión acoplada a sus fuentes: .

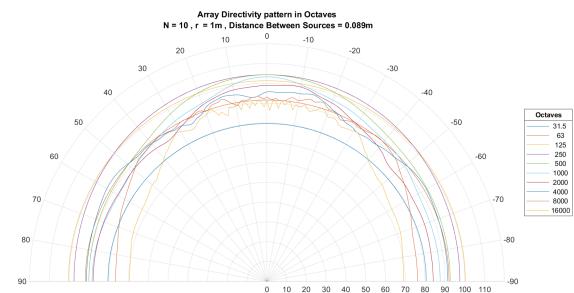
#### Variación Bl



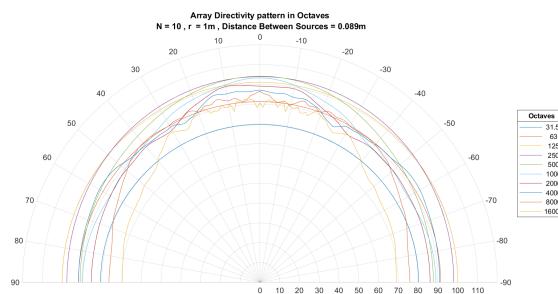
(a) Patrón de directividad por bandas de octava de arreglo lineal de referencia.



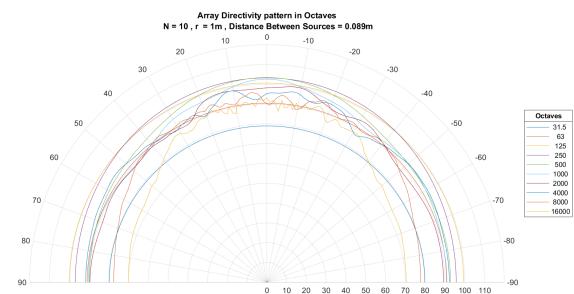
(b) Patrón de directividad por bandas de octava de arreglo lineal 1 con  $Bl$  variando.



(c) Patrón de directividad por bandas de octava de arreglo lineal 2 con  $Bl$  variando.



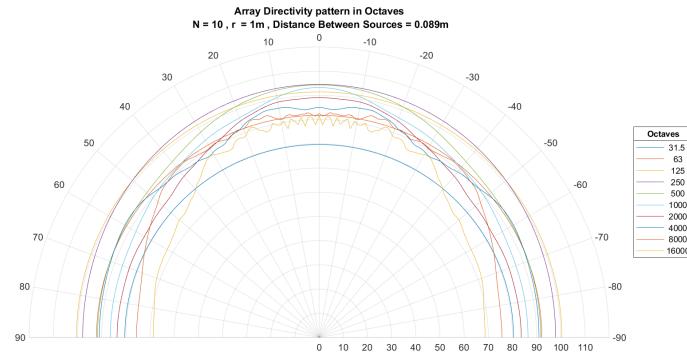
(d) Patrón de directividad por bandas de octava de arreglo lineal 3 con  $Bl$  variando.



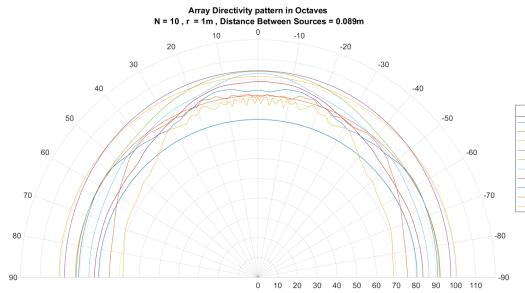
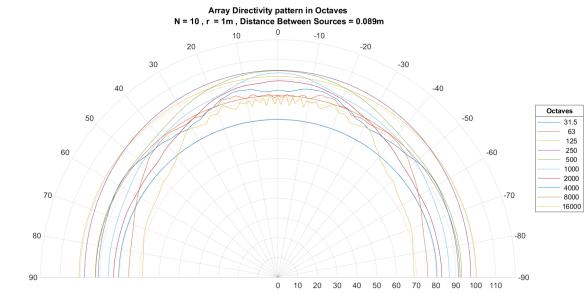
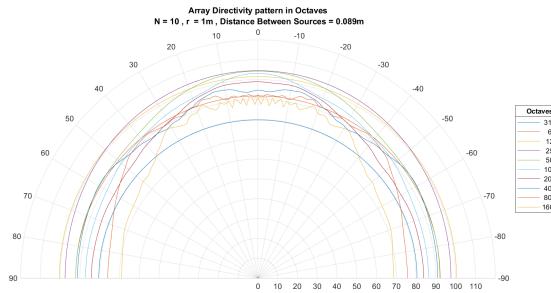
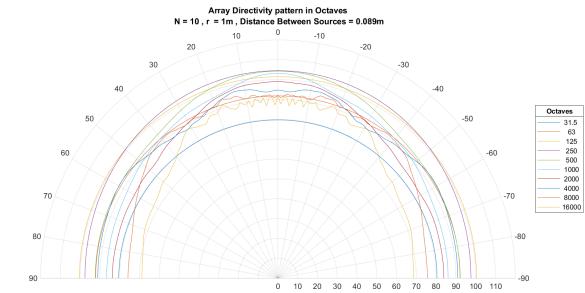
(e) Patrón de directividad por bandas de octava de arreglo lineal 4 con  $Bl$  variando.

Fig. 153. Patrón de directividad por bandas de octava de arreglos lineales con diferentes  $Bl$  vs arreglo lineal de referencia

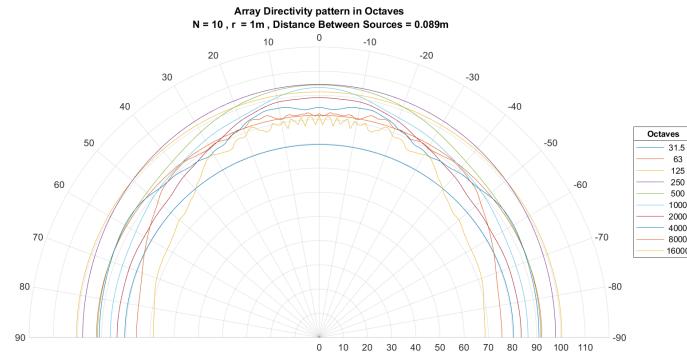
#### Variación de $M_{MD}$



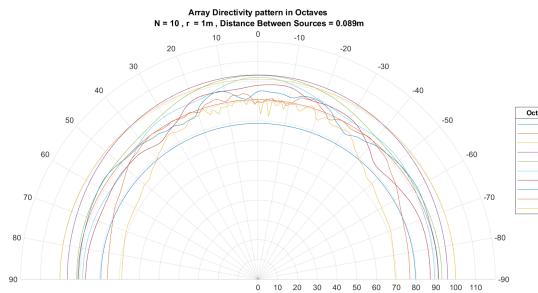
(a) Patrón de directividad por bandas de octava de arreglo lineal de referencia.

(b) Patrón de directividad por bandas de octava de arreglo lineal 1 con  $M_{MD}$  variando.(c) Patrón de directividad por bandas de octava de arreglo lineal 2 con  $M_{MD}$  variando.(d) Patrón de directividad por bandas de octava de arreglo lineal 3 con  $M_{MD}$  variando.(e) Patrón de directividad por bandas de octava de arreglo lineal 4 con  $M_{MD}$  variando.Fig. 154. Patrón de directividad por bandas de octava de arreglos lineales con diferentes  $M_{MD}$  vs arreglo lineal de referencia

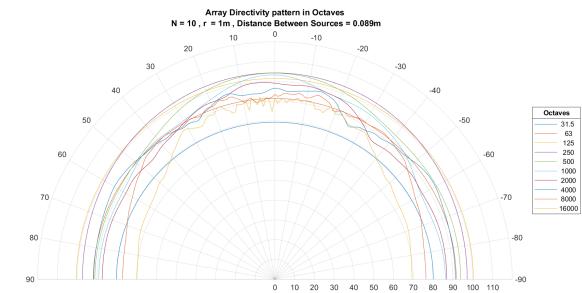
## Todos los parámetros variando



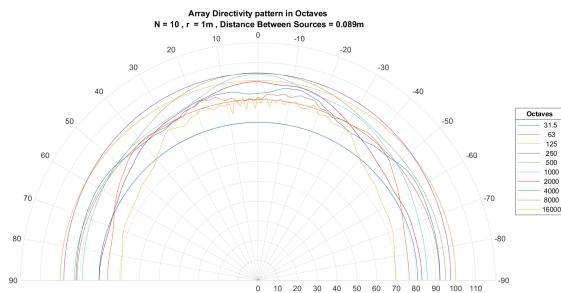
(a) Patrón de directividad por bandas de octava de arreglo lineal de referencia.



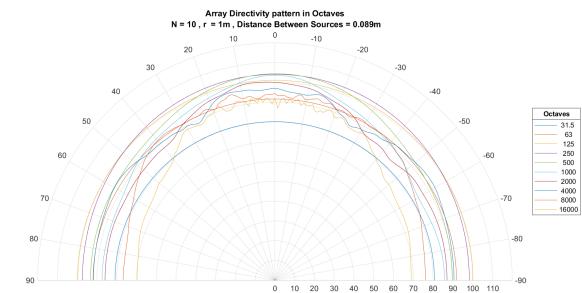
(b) Patrón de directividad por bandas de octava de arreglo lineal 1 con todos sus parámetros variando.



(c) Patrón de directividad por bandas de octava de arreglo lineal 2 con todos sus parámetros variando.



(d) Patrón de directividad por bandas de octava de arreglo lineal 3 con todos sus parámetros variando.

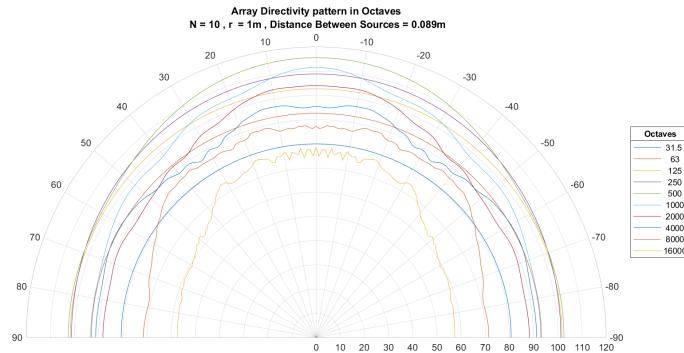


(e) Patrón de directividad por bandas de octava de arreglo lineal 4 con todos sus parámetros variando.

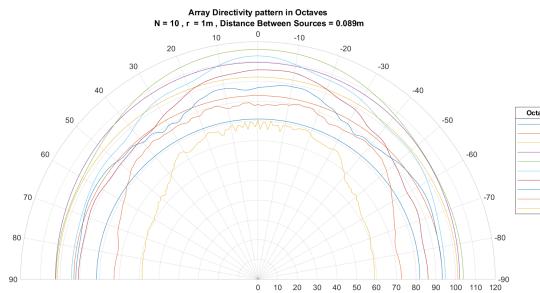
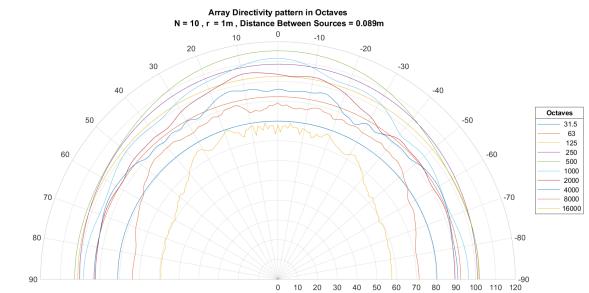
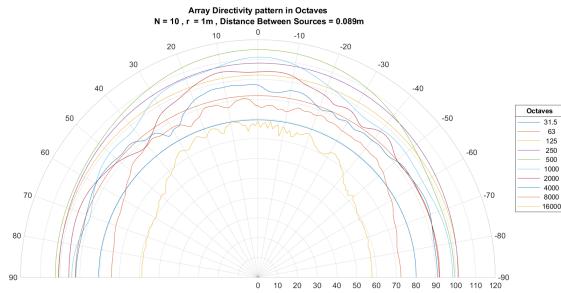
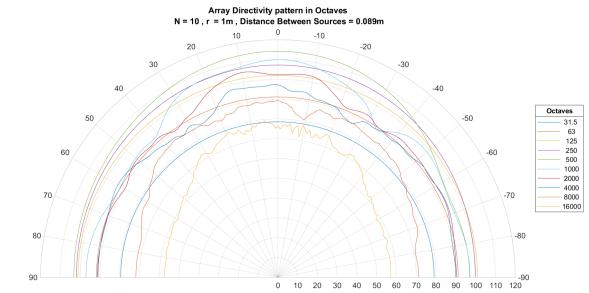
Fig. 155. Patrón de directividad por bandas de octava de arreglos lineales con todos sus parámetros diferentes vs arreglo lineal de referencia

2) Arreglos lineales con linea de transmisión acoplada a sus fuentes: .

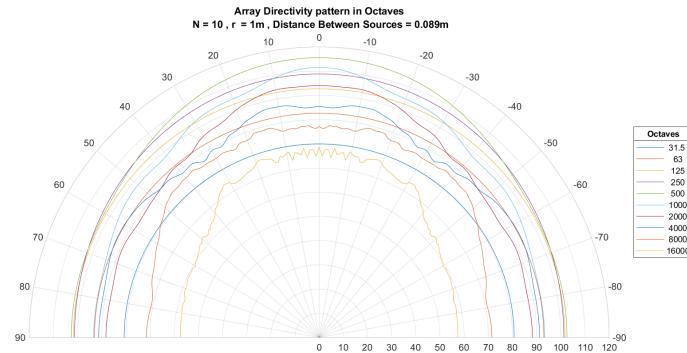
## Variación Bl



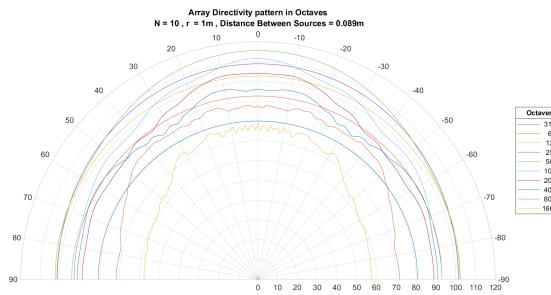
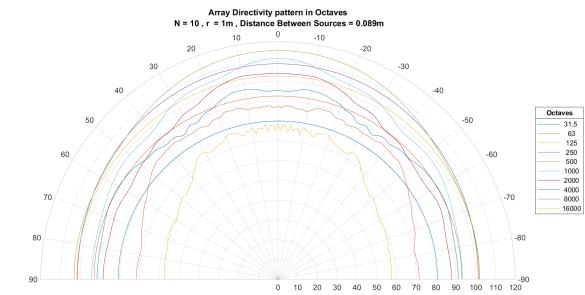
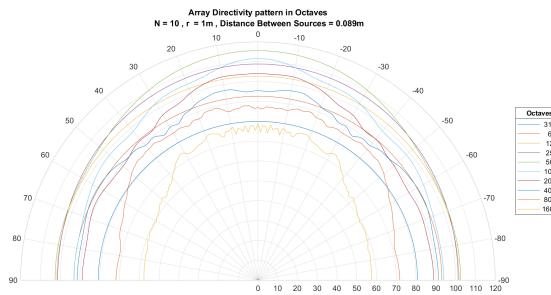
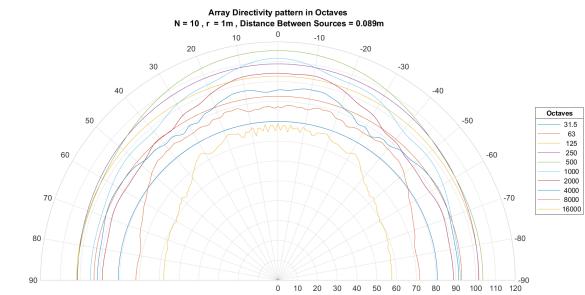
(a) Patrón de directividad por bandas de octava de arreglo lineal de referencia.

(b) Patrón de directividad por bandas de octava de arreglo lineal 1 con  $Bl$  variando.(c) Patrón de directividad por bandas de octava de arreglo lineal 2 con  $Bl$  variando. diferentes.(d) Patrón de directividad por bandas de octava de arreglo lineal 3 con  $Bl$  variando. diferentes.(e) Patrón de directividad por bandas de octava de arreglo lineal 4 con  $Bl$  variando. diferentes.Fig. 156. Patrón de directividad por bandas de octava de arreglos lineales con diferentes  $Bl$  vs arreglo lineal de referencia

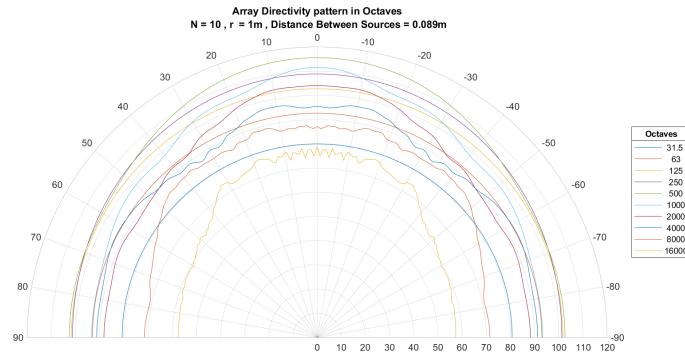
## Variación de $M_{MD}$



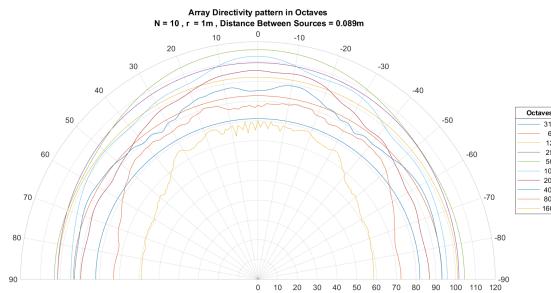
(a) Patrón de directividad por bandas de octava de arreglo lineal de referencia.

(b) Patrón de directividad por bandas de octava de arreglo lineal 1 con  $M_{MD}$  variando.(c) Patrón de directividad por bandas de octava de arreglo lineal 2 con  $M_{MD}$  variando.(d) Patrón de directividad por bandas de octava de arreglo lineal 3 con  $M_{MD}$  variando.(e) Patrón de directividad por bandas de octava de arreglo lineal 4 con  $M_{MD}$  variando.Fig. 157. Patrón de directividad por bandas de octava de arreglos lineales con diferentes  $M_{MD}$  vs arreglo lineal de referencia

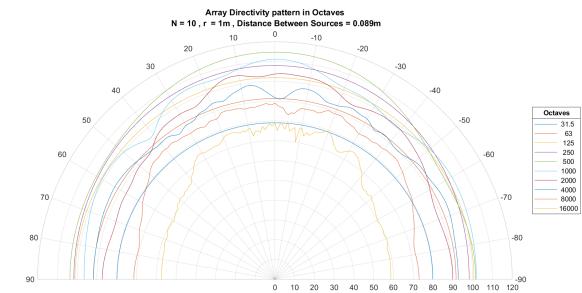
## Todos los parámetros variando



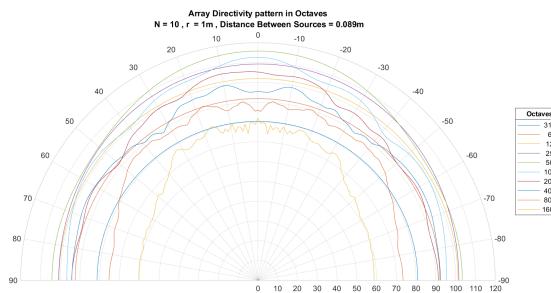
(a) Patrón de directividad por bandas de octava de arreglo lineal de referencia.



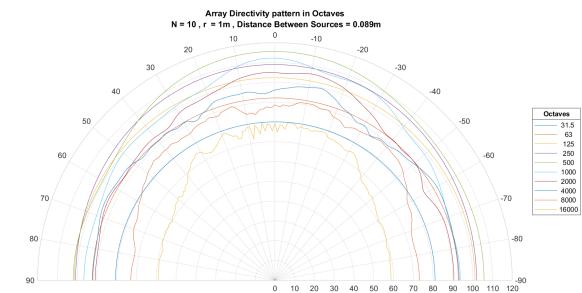
(b) Patrón de directividad por bandas de octava de arreglo lineal 1 con todos sus parámetros variando.



(c) Patrón de directividad por bandas de octava de arreglo lineal 2 con todos sus parámetros variando. diferentes.



(d) Patrón de directividad por bandas de octava de arreglo lineal 3 con todos sus parámetros variando. diferentes.



(e) Patrón de directividad por bandas de octava de arreglo lineal 4 con todos sus parámetros variando. diferentes.

Fig. 158. Patrón de directividad por bandas de octava de arreglos lineales con todos sus parámetros diferentes vs arreglo lineal de referencia