

信物第三次作业答案

2025 年 10 月 14 日

1013 日作业:

2-10

两个质量同为 m 的小孩，站在质量为 m_0 的平板车上，开始时平板车静止于光滑的直轨道上。他们以相对于车的速度 u 向后跳离平板车。

- (1) 若两人同时跳离，则平板车的速度是多少？
- (2) 若两人一个一个地跳离，则平板车的速度是多少？
- (3) 以上两种情形中哪一种的速度大些？

解：

1. 设平板车的速度为 v ，则由动量守恒定律可得：

$$0 = m_0 v + 2m(v - u) \implies v = \frac{2mu}{m_0 + 2m}$$

2. 设第一次跳离后平板车和剩下一个小孩组成的系统质量为 $m_0 + m$ ，速度为 v_1 。由动量守恒定律：

$$0 = (m_0 + m)v_1 + m(v_1 - u) \implies v_1 = \frac{mu}{m_0 + 2m}$$

第二次跳离时，系统质量为 m_0 ，设最终平板车速度为 v_2 。再次应用动量守恒：

$$(m_0 + m)v_1 = m_0 v_2 + m(v_2 - u)$$

$$v_2 = \frac{mu}{m_0 + m} + \frac{mu}{m_0 + 2m}$$

将 v_1 代入得：

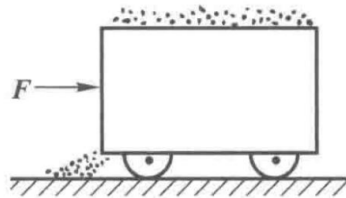
$$v_2 = \frac{mu}{m_0 + 2m} + \frac{mu}{m_0 + m}$$

3. 实际上，分开跳离时平板车的最终速度更大。因为

$$\frac{2m_0 + 3m}{m_0 + m} > 2 \implies \frac{mu(2m_0 + 3m)}{(m_0 + 2m)(m_0 + m)} > \frac{2mu}{m_0 + 2m}$$

2-11

2-11. 如习题 2-11 图所示,一工人以水平恒力 F 推一煤车,由于煤车底部有一小洞,出现漏煤粉的现象,其漏煤速率为 $\frac{dm}{dt} = q$ 。设煤车原来静止,质量为 m_0 。自 $t=0$ 开始推车,试求 t 时刻煤车的速度。



解: 不难计算得:

$$m = m_0 - qt$$

我们有:

$$Fdt = (m - dm)(v + dv) + vdm - mv$$

带入 $\frac{dm}{dt} = q, m = m_0 - qt$ 可得:

$$F = (m_0 - qt) \frac{dv}{dt}$$

$$dv = \frac{F}{m_0 - qt} dt$$

$$v = \int_0^t \frac{F}{m_0 - qt} dt = -\frac{F}{q} \ln \frac{m_0 - qt}{m_0} \quad (t < \frac{m_0}{q})$$

2-44. 当地球处于远日点时,到太阳的距离为 $1.52 \times 10^{11} \text{ m}$,轨道速度为 $2.93 \times 10^4 \text{ m/s}$ 。半年后,地球处于近日点,到太阳的距离为 $1.47 \times 10^{11} \text{ m}$ 。求:
(1) 地球在近日点时的轨道速度;(2) 两种情况下,地球的角速度。

解:

1. 设 $v_0 = 2.93 \times 10^4 \text{ m/s}, r_0 = 1.52 \times 10^{11} \text{ m}$ 为远日状态, 设 $v, r = 1.47 \times 10^{11} \text{ m}$ 为近日状态, 根据角动量守恒

$$mv_0 r_0 = mvr \implies v = \frac{r_0}{r} v_0 = 3.03 \times 10^4 \text{ m/s}$$

其中 v_0 与 v 速度方向相反。

2. 计算得

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{3.03 * 10^4 \text{ m/s}}{1.47 * 10^{11} \text{ m}} = 2.06 * 10^{-7} \text{ rad/s}$$
$$\omega_0 = \frac{v_0}{r_0} = \frac{2.93 * 10^4 \text{ m/s}}{1.52 * 10^{11} \text{ m}} = 1.93 * 10^{-7} \text{ rad/s}$$