

信物 0915 第一次作业答案

VioletHan

2025 年 9 月 15 日

例题 1-1 补充问题：求从时刻 $t_1 = 1\text{s}$ 到时刻 $t_2 = 2\text{s}$ 之间的路程 Δs 。（只需写出积分形式，不需要最终的数值结果）

解：

$$x(t) = 2t$$

$$y(t) = 6 - 2t^2$$

$$\begin{aligned}\Delta s &= \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt \\ &= \int_1^2 \sqrt{4 + (-4t)^2} dt\end{aligned}$$

例题 1-2 补充问题：一只狗（TG）距离一个人（NS）6 m，在 $t = 0\text{ s}$ 时刻以 5 m/s 的初速度 v_0 以及 1 m/s² 的恒定加速度 a_1 向人追去，人的初速度为 0，以 a_2 的恒定加速度逃离狗。求人避免被狗追上的 a_2 最小值。

解： 设狗和人的位置分别为 x_1 和 x_2 ，则有

$$x_1(t) = 5t + \frac{1}{2}a_1t^2$$

$$x_2(t) = 6 + \frac{1}{2}a_2t^2$$

要避免被追上，需满足 $x_2(t) > x_1(t)$ ，即

$$6 + \frac{1}{2}a_2t^2 > 5t + \frac{1}{2}a_1t^2$$

$$(a_2 - a_1)t^2 - 10t + 12 > 0$$

令 $f(t) = (a_2 - a_1)t^2 - 10t + 12$ ，则 $f(t)$ 为二次函数，开口向上。要使 $f(t) > 0$ 对任意 $t > 0$ 成立，只需有 $\Delta < 0$ ，即

$$\Delta = (-10)^2 - 4(a_2 - a_1) \cdot 12 < 0$$

解得

$$a_2 > \frac{25}{12} + a_1 = \frac{37}{12} \text{ m/s}^2$$