信物 0915 第一次作业答案

2025 年 9 月 15 日

例题 1-1 补充问题：求从时刻 $t_1 = \mathbf{1s}$ 到时刻 $t_2 = \mathbf{2s}$ 之间的路程 Δs。（只需写出积分形式，不需要最终的数值结果）

解：

$$
\begin{aligned}
x(t) &= 2t \\
y(t) &= 6 - 2t^2 \\
\Delta s &= \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt \\
&= \int_1^2 \sqrt{4 + (-4t)^2} dt
\end{aligned}
$$

例题 1-2 补充问题：一只狗（TG）距离一个人（NS）6 m，在 t = 0 s 时刻以 5 m/s 的初速度 v0 以及 1 m/s2 的恒定加速度 a_1 向人追去，人的初速度为 0，以 a_2 的恒定加速度逃离狗。求人避免被狗追上的 a_2 最小值。

解： 设狗和人的位置分别为 x_1 和 x_2，则有

$$
\begin{aligned}
x_1(t) &= 5t + \frac{1}{2}a_1 t^2 \\
x_2(t) &= 6 + \frac{1}{2}a_2 t^2
\end{aligned}
$$

要避免被追上，需满足 $x_2(t) > x_1(t)$，即

$$
6 + \frac{1}{2}a_2 t^2 > 5t + \frac{1}{2}a_1 t^2
$$

$$
(a_2 - a_1)t^2 - 10t + 12 > 0
$$

令 $f(t)=(a_2-a_1)t^2-10t+12$，则 $f(t)$ 为二次函数，开口向上。要使 $f(t)>0$ 对任意 $t>0$ 成立，只需有 $\Delta<0$，即

$$\Delta=(-10)^2-4(a_2-a_1)\cdot 12<0$$

解得

$$a_2>\frac{25}{12}+a_1=\frac{37}{12}\ \mathrm{m/s^2}$$