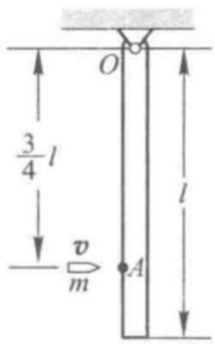
信物第五次作业答案

2025 年 10 月 28 日

10.27 日作业:

习题 3-22

3-22. 一长 $l=0.40$ m 的均匀木棒，质量 $m'=1.00$ kg，可绕水平轴 O 在竖直平面内转动，开始时棒自然竖直地悬垂。现有质量 $m=8$ g 的子弹以 $v=200$ m/s 的速率从 A 点射入棒中，假定 A 点与 O 点的距离为 $3l/4$，如习题 3-22 图所示。求：(1) 棒开始运动时的角速度；(2) 棒的最大偏转角。



习题 3-22 图

分析：子弹与棒的运动由两个过程组成：1. 子弹射入瞬间，为完全非弹性的碰撞过程，由子弹和棒构成的系统所受外力对轴的力矩为零，系统对轴的角动量守恒。需注意的是在这个过程中轴对棒有作用力，不满足动量守恒条件。2. 子弹和棒一起

解:

(1) 整体转动惯量为

$$I=\frac{1}{3}m'l^2+m(\frac{3l}{4})^2$$

角动量守恒：

$$m\frac{3l}{4}v=I\omega_0$$

解得

$$\omega_0=\frac{mv}{\frac{1}{3}m'l^2+m(\frac{3l}{4})^2}=8.88rad/s$$

(2) 能量守恒得：

$$\frac{1}{2}I\omega_0^2=m'g\frac{l}{2}(1-\cos\theta)+mg\frac{3l}{4}(1-\cos\theta)$$

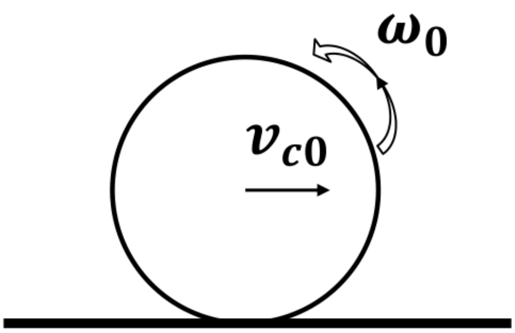
解得

$$\cos\theta = -0.074 \quad \theta = 94.26^\circ$$

2.

2.

半径为R，质量为m的乒乓球，以质心初速度v_{c0}，初始角速度ω_0运动，方向如图所示。球与桌面的摩擦系数为μ。
求（1）乒乓球开始做纯滚动（即接触点相对桌面速度为0）所需的时间以及（2）此时质心的速度。



解： 乒乓球为空心球，转动惯量为

$$I = \frac{2}{3}mR^2$$

设球心速度为 v，角速度为 ω，则有

$$mvR = I\omega$$

且有

$$\begin{cases} \dot{v} = -f/m \\ \dot{\omega} = fR/I \end{cases}$$

摩擦力 $f = \mu mg$，解得

$$\begin{cases} v = v_{c_0} - \mu g t \\ \omega = \dfrac{3\mu g t}{2R} - \omega_0 \end{cases}$$

球达到滚动状态，解得

$$t = \frac{2v_{c_0} - 2\omega_0 R}{5\mu g}$$

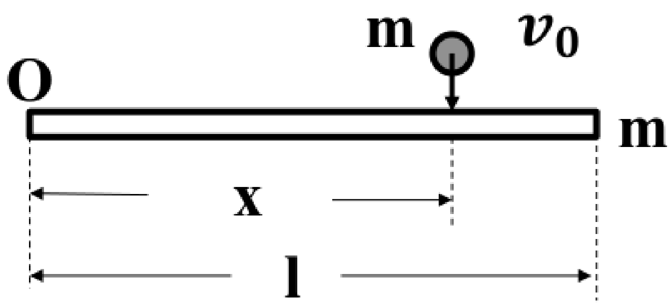
此时质心速度为

$$v = \frac{3v_{c_0} + 2\omega_0 R}{5}$$

3.

一质量为m的小球与一质量同为m，长度为l的均匀细杆发生完全弹性的正碰撞。小球初速度大小为v_0，细杆初始静止。碰撞后的瞬间细杆端点O的速度恰好为0。

求（1）撞击点距离O点的长度x。（2）碰撞后小球的速度。



3.

解： 关于碰撞点角动量守恒：

$$mv(x - \frac{l}{2}) = I\omega$$

动量守恒：

$$mv_0 = mv' + mv$$

能量守恒：

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mv'^2$$

端点速度为 0：

$$\omega\frac{l}{2} = v$$

解得

$$\begin{cases} x = \dfrac{2l}{3} \\ v = \dfrac{v_0}{7} \end{cases}$$