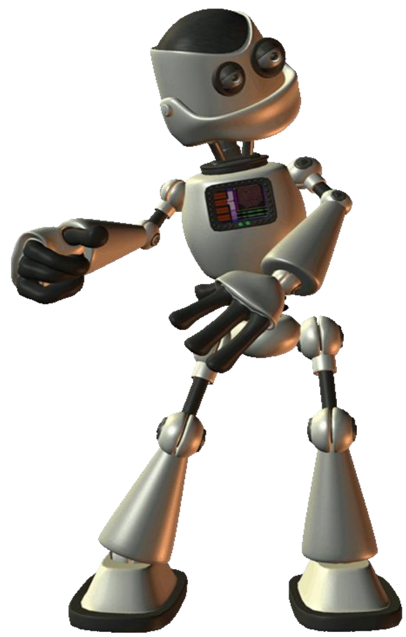
UNIVERSIDAD POLITECNICA DE LA ZONA METROPOLITANA DE GUADALAJARA

CINEMATICA DE ROBOTS



INGENIERIA MECATRONICA 8°B

TAREA #2

MAESTRO:

CARLOS ENRIQUE MORAN GARABITO

ALUMNO:

ALEXIS ISRAEL VIORATO ARAMBULA

RESUMEN CAPITULO 3

HERRAMIENTAS MATEMATICAS PARA LA LOCALIZACION ESPACIAL

Para que el robot pueda realizar las tareas de manipulación que le son encomendadas es necesario que conozca la posición y orientación de los elementos a manipular con respecto a la base del robot.

Estas herramientas han de ser lo suficientemente potentes como para permitir obtener de forma sencilla relaciones espaciales entre distintos objetos y en especial entre éstos y el manipulador. Los siguientes epígrafes introducen de forma progresiva estas herramientas, de especial importancia para la adecuada comprensión de desarrollos que aparecerán en capítulos posteriores. Sin embargo, es necesario resaltar que éstas son de aplicación general para el tratamiento de problemas de localización espacial y que, por tanto, no son de aplicación exclusiva en el campo de la robótica.

Sistema cartesiano de referencia.

Normalmente los sistemas de referencia se definen mediante ejes perpendiculares entre sí con un origen definido. Éstos se denominan sistemas cartesianos, y en el caso de trabajar en el plano (2 dimensiones), el sistema de referencia OXY correspondiente queda definido por dos vectores coordenados OX y OY perpendiculares entre sí con un punto de intersección común O.

Coordenadas polares y cilíndricas.

Para un plano, es posible también caracterizar la localización de un punto o vector p respecto a un sistema de ejes cartesianos de referencia OXY utilizando las denominadas coordenadas polares p (r, θ).

En el caso de trabajar en tres dimensiones, un vector p podrá expresarse con respecto a un sistema de referencia OXYZ, mediante las coordenadas cilíndricas p (r, θ, z).

Representación de la orientación.

Un punto queda totalmente definido en el espacio a través de los datos de su posición. Sin embargo, para el caso de un sólido rígido, es necesario además definir cuál es su orientación con respecto a un sistema de referencia.

Una orientación en el espacio tridimensional viene definida por tres grados de libertad o tres componentes linealmente independientes. Para poder describir de forma sencilla la orientación de un objeto respecto a un sistema de referencia, es habitual asignar solidariamente al objeto un nuevo sistema, y después estudiar la relación espacial existente entre los dos sistemas.

Matrices de rotación.

Las matrices de rotación son el método más extendido para la descripción de orientaciones, debido principalmente a la comodidad que proporciona el uso del álgebra matricial. Supóngase que se tiene en el plano dos sistemas de referencia OXY y OUV con un mismo origen O, siendo el sistema OXY el de referencia fijo y el sistema OUV el móvil, solidario al objeto.

es la llamada matriz de rotación, que define la orientación del sistema OUV con respecto al sistema OXY, y que sirve para transformar las coordenadas de un vector en un sistema a las del otro.

En el caso de dos dimensiones, la orientación viene definida por un único parámetro independiente. Si se considera la posición relativa del sistema OUV girado un ángulo α sobre el OXY,tras realizar los correspondientes productos escalares, la matriz Rserá de la forma:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\operatorname{sen}\alpha \\ \operatorname{sen}\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

tarios del sistema OXYZ serán ix, jy, kz, mientras que los del OUVW serán iu, jv, kw. Un vector p del espacio podrá ser referido a cualquiera de los sistemas de la siguiente manera:

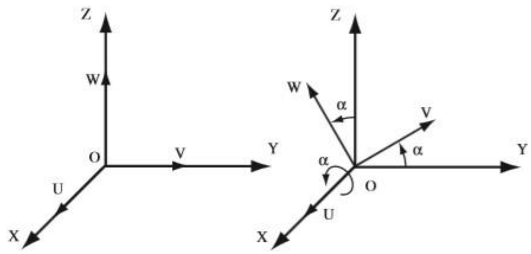
$$\mathbf{p}_{uvw} = [p_u, p_v, p_w]^T = p_u \cdot \mathbf{i}_u + p_v \cdot \mathbf{j}_v + p_w \cdot \mathbf{k}_w$$
$$\mathbf{p}_{xyw} = [p_x, p_y, p_z]^T = p_x \cdot \mathbf{i}_x + p_y \cdot \mathbf{j}_y + p_z \cdot \mathbf{k}_z$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_x\mathbf{i}_u & \mathbf{i}_x\mathbf{j}_v & \mathbf{i}_x\mathbf{k}_w \\ \mathbf{j}_y\mathbf{i}_u & \mathbf{j}_y\mathbf{j}_v & \mathbf{j}_y\mathbf{k}_w \\ \mathbf{k}_z\mathbf{i}_u & \mathbf{k}_z\mathbf{j}_v & \mathbf{k}_z\mathbf{k}_w \end{bmatrix}$$

es la matriz de rotación que define la orientación del sistema OUVW con respecto al sistema OXYZ. Al igual que en dos dimensiones, también recibe el nombre de matriz de cosenos directores y se trata de un matriz ortonormal, tal que la inversa de la matriz R es igual a su traspuesta: R1 RT.

la orientación del sistema OUVW, con el eje OU coincidente con el eje OX, vendrá representada mediante la matriz:

$$\mathrm{Rot}\,x(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\mathrm{sen}\,\alpha \\ 0 & \mathrm{sen}\,\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$



Ángulos Euler.

Para la representación de orientación en un espacio tridimensional mediante un matriz de rotación es necesario definir nueve elementos.

Todo sistema OUVW solidario al cuerpo cuya orientación se quiere describir, puede definirse con respecto al sistema OXYZ mediante tres ángulos: φ , θ , ψ , denominados ángulos de Euler que representan los valores de los giros a realizar sobre tres ejes ortogonales entre sí, de modo que girando sucesivamente el sistema OXYZ.

Ángulos Euler WUW.

Es una de las representaciones más habituales entre las que realizan los giros sobre ejes previamente girados.

Se le suele asociar con los movimientos básicos de un giróscopo.

Si se parte de los sistemas OXYZ y OUVW, inicialmente coincidentes, se puede colocar al sistema OUVW en cualquier orientación siguiendo los siguientes pasos

Ángulos Euler WWW.

Es otra de las representaciones más habituales entre las que realizan los giros sobre ejes previamente girados. Sólo se diferencia del anterior en la elección del eje sobre el que se realiza el segundo giro. Si se parte de los sistemas OXYZ y OUVW

Par de rotación.

La representación de la orientación de un sistema OUVW con respecto al sistema de referencia OXYZ también puede realizarse mediante la definición de un vector k (kx, ky, kz) y un ángulo de giro θ.