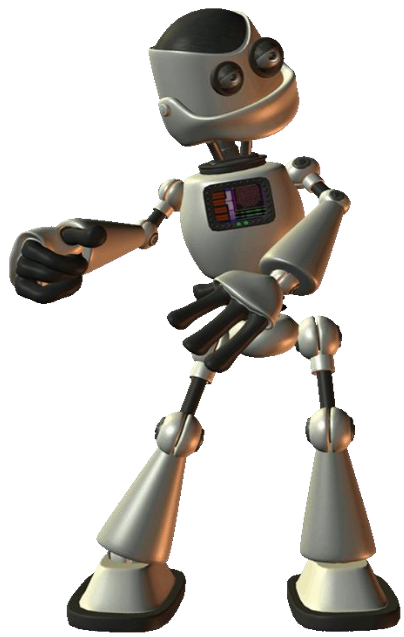
UNIVERSIDAD POLITECNICA DE LA ZONA METROPOLITANA DE GUADALAJARA

CINEMATICA DE ROBOTS



INGENIERIA MECATRONICA 8°B

TAREA #6

MAESTRO:

CARLOS ENRIQUE MORAN GARABITO

ALUMNO:

ALEXIS ISRAEL VIORATO ARAMBULA

CINEMATICA INVERSA

El objetivo del problema cinemático inverso consiste en encontrar los valores que deben adoptar las coordenadas articulares del robot q = [,71, (12, ,qn] para que su extremo se posicione y oriente según una determinada localización espacial.

Así cómo es posible abordar el problema cinemático directo de una manera sistemática a partir de la utilización de matrices de transformación homogéneas, e independientemente de la configuración del robot, no ocurre lo mismo con el problema cinemático inverso, siendo el procedimiento de obtención de las ecuaciones fuertemente dependiente de la configuración del robot.

Se han desarrollado algunos procedimientos genéricos susceptibles de ser programados [GOLDENBERG85), de modo que un computador pueda, a partir del conocimiento de la cinemática del robot (con sus parámetros de Denavit-Hartenberg, por ejemplo) obtener la n-upla de valores articulares que posicionan y orientan su extremo. El inconveniente de estos procedimientos es que se trata de métodos numéricos iterativos, cuya velocidad de convergencia e incluso su convergencia en sí no está siempre garantizada.

A la hora de resolver el problema cinemático inverso es mucho más adecuado encontrar una solución cerrada. Esto es, encontrar una relación matemática explícita de la fon•na:

$$q_k = f_k(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$$

Este tipo de solución presenta, entre otras, las siguientes ventajas:

l. En muchas aplicaciones, el problema cinemático inverso ha de resolverse en tiempo real (por ejemplo, en el seguimiento de una determinada trayectoria). Una solución de tipo iterativo no garantiza tener la solución en el momento adecuado.

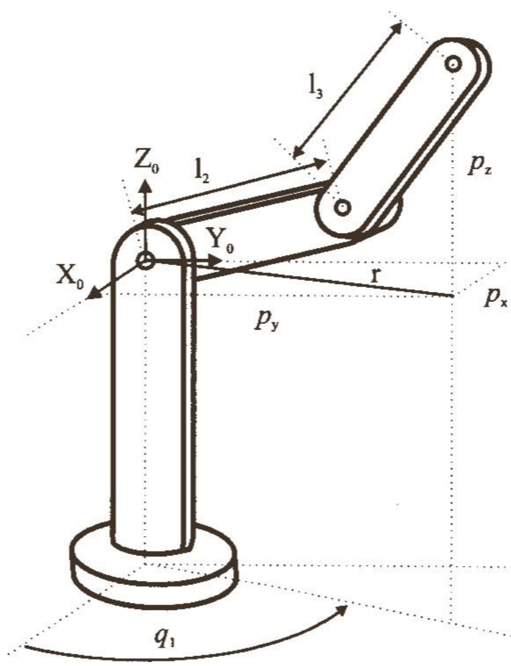
2. Al contrario de lo que ocurría en el problema cinemático directo, con cierta frecuencia la solución del problema cinemático inverso no es única; existiendo diferentes n-uplas [qi, ..., qn

posicionan y orientan el extremo del robot del mismo modo. En estos casos una solución cerrada permite incluir determinadas reglas o restricciones que aseguren que la solución obtenida sea la más adecuada de entre las posibles (por ejemplo, límites en los recorridos articulares).

No obstante, a pesar de las dificultades comentadas, la mayor parte de los robots poseen cinemáticas relativamente simples que facilitan en cierta medida la resolución de su problema cinemático inverso. Por ejemplo, si se consideran sólo los tres primeros grados de libertad de muchos robots, éstos tienen una structura planar, esto es, los tres primeros elementos quedan contenidos en un plano. Esta circunstancia facilita la resolución del problema. Asimismo, en muchos robots se da la circunstancia de que los tres grados de libertad últimos, dedicados fundamentalmente a orientar el extremo del robot, corresponden a giros sobre ejes que se cortan en un punto. De nuevo esta situación facilita el cálculo de la n-upla , qn] T correspondiente a la posición y orientación deseadas. Por lo tanto, para los casos citados y otros, es posible establecer ciertas pautas generales que permitan plantear y resolver el problema cinemático inverso de una manera sistemática.

Los métodos geométricos permiten obtener normalmente los valores de las primeras variables articulares, que son las que consiguen posicionar el robot (prescindiendo de la orientación de su extremo), Para ello utilizan relaciones trigonométricas y geométricas sobre los elementos del robot. Se suele recurrir a la resolución de triángulos formados por los elementos y articulaciones del robot.

Como alternativa para resolver el mismo problema se puede recurrir a manipular directamente las ecuaciones correspondientes al problema cinemático directo. Es decir, puesto que éste establece la relación:



Resolución del problema cinemático inverso por métodos geométricos

Como se ha indicado, este procedimiento es adecuado para robots de pocos grados de libertad o para el caso de que se consideren sólo los primeros grados de libertad, dedicados a posicionar el extremo.

El procedimiento en sí se basa en encontrar suficiente número de relaciones geométricas en las que intervendrán las coordenadas del extremo del robot, sus coordenadas articulares y las dimensiones físicas de sus elementos.

Para mostrar el procedimiento a seguir se va a aplicar el método a la resolución del problema cinemático inverso de un robot con 3 GDL de rotación (estructura típica articular). La Figura 4.7 muestra la configuración del robot. El dato de partida son la coordenadas (px, py, pz) referidas a {So} en las que se quiere posicionar su extremo.

Como se ve, este robot posee una estructura planar, quedando este plano definido por el ángulo de la primera variable articular q).

El valor de q! se obtiene inmediatamente como:

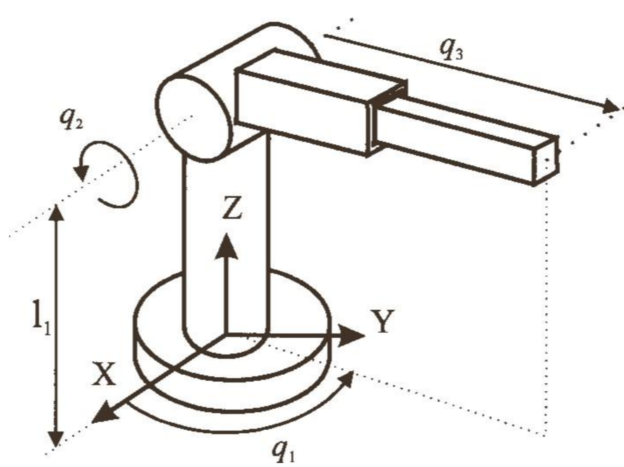
= arctg

Resolución del problema cinemático inverso a partir de la matriz de transformación homogénea

En principio es posible tratar de obtener el modelo cinemático inverso de un robot a partir del conocimiento de su modelo directo. Es decir, suponiendo conocidas las relaciones que expresan el valor de la posición y orientación del extremo del robot en función de sus coordenadas articulares, obtener por manipulación de aquéllas las relaciones inversas.

Sin embargo, en la práctica esta tarea no es trivial siendo en muchas ocasiones tan compleja que obliga a desecharla. Además, puesto que el problema cinemático directo, resuelto a través de la expreSión [4.26] contiene en el caso de un robot de 6 GDL 12 ecuaciones, y se buscan sólo 6 relaciones (una por cada grado de libertad), existirán necesariamente ciertas dependencias entre las 12 expresiones de partida (resultado de la condición de ortonormalidad de los vectores n, o y a) con lo cual la elección de qué ecuaciones de [4.26] escoger debe hacerse con sumo cuidado.

Se va a aplicar este procedimiento al robot de 3 GDL de configuración esférica (2 giros y un desplazamiento) mostrado en la Figura 4.9. El robot queda siempre contenido en un plano determinado por el ángulo q.



MATRIZ JACOBIANA

El modelado cinemático de un robot busca las relaciones entre las variables articulares y la posición (expresada normalmente en forma de coordenadas cartesianas) y orientación del extremo del robot. En esta relación no se tienen en cuenta las fuerzas o pares que actúan sobre el robot (actuadores, cargas, fricciones, etc.) y que pueden originar el movimiento del mismo. Sin embargo, sí que debe permitir conocer, además de la relación entre las coordenadas articulares y del extremo, la relación entre sus respectivas derivadas. Así, el sistema de control del robot debe establecer qué velocidades debe imprimir a cada articulación (a través de sus respectivos actuadores) para conseguir que el extremo desarrolle una trayectoria temporal concreta, por ejemplo, una línea recta a velocidad constante.

Para este y otros fines, es de gran utilidad disponer de la relación entre las velocidades de las coordenadas articulares y las de la posición y orientación del extremo del robot. La relación entre ambos vectores de velocidad se obtiene a través de la denominada matriz jacobiana (Figura 4.12).

La matriz Jacobiana directa permite conocer las velocidades del extremo del robot a partir de los valores de las velocidades de cada articulación. Por su parte, la matriz Jacobiana inversa permitirá conocer las velocidades articulares necesarias para obtener unas velocidades determinadas en el extremo del robot.

Jacobiana inversa

Del mismo modo que se ha obtenido la relación directa que permite obtener las velocidades del extremo a partir de las velocidades articulares, puede obtenerse la relación inversa que permite calcular las velocidades articulares partiendo de las del extremo. En la obtención de la relación inversa pueden emplearse diferentes procedimientos.

la relación inversa invirtiendo simbólicamente la matriz

Esta alternativa, de planteamiento sencillo, es en la práctica de difícil realización. Suponiendo que la matriz J sea cuadrada, la inversión simbólica de una matriz 6 x 6, cuyos elementos son funciones trigonométricas, es de gran complejidad, siendo este procedimiento inviable.

Como segunda alternativa puede plantearse la evaluación numérica de la matriz J para una configuración (q) concreta del robot, e invirtiendo numéricamente esta matriz encontrar la relación inversa válida para esa configuración. En este caso hay que considerar, en primer lugar, que el valor numérico de la Jacobiana va cambiando a medida que el robot se mueve y, por lo tanto, la Jacobiana inversa ha de ser recalculada constantemente. Además, pueden existir n-uplas para las cuales la matriz Jacobiana J no sea invertible por ser su determinante, denominado Jacobiano, nulo. Estas configuraciones del robot en las que el Jacobiano se anula se denominan configuraciones singulares y serán tratadas más adelante. Una tercera dificultad que puede surgir con este y otros procedimientos de computo de la matriz Jacobiana inversa, se deriva de la circunstancia de que la matriz J no sea cuadrada, Esto ocurre cuando el número de grados de libertad del robot no coincide con la dimensión del espacio de la tarea (normalmente seis). En el caso de que el número de grados de libertad sea inferior, la matriz Jacobiana tendrá más filas que columnas. Esto quiere decir que el movimiento del robot está sometido a ciertas restricciones (por ejemplo, no se puede alcanzar cualquier orientación). Típicamente esto ocurre en los casos en los que esta restricción no tiene importancia, como en robots dedicados a tareas como soldadura por arco o desbarbado, en las que la orientación de la herramienta en cuanto a su giro en torno al vector a es indiferente, por lo que puede ser eliminado este grado de libertad del espacio de la tarea, quedando una nueva matriz Jacobiana cuadrada.

En los casos en que el robot sea redundante (más de 6 GDL o más columnas que filas en la matriz Jacobiana) existirán grados de libertad articulares innecesarios, es decir, que no será preciso mover para alcanzar las nuevas posiciones y velocidades del extremo requeridas. Por ello, la correspondiente velocidad articular podrá ser tomada como cero, o si fuera útil, como un valor constante.

En general, en el caso de que la Jacobiana no sea cuadrada podrá ser usado algún tipo de matriz pseudoinversa, como por ejemplo (J JT) I

La tercera alternativa para obtener la matriz Jacobiana inversa es repetir el procedimiento seguido para la obtención de la Jacobiana directa, pero ahora partiendo del modelo cinemático inverso. Esto es, conocida la relación:

$$
\begin{aligned}
q_1 &= \mathrm{f}_1(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma) \\
&\vdots \\
q_n &= \mathrm{f}_n(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)
\end{aligned}
$$

Alexis Israel Viorato Arambula 19/Febrero/2019

Cinematica inversa:

El objetivo del problema cinematico inverso consiste en encontrar los valores que deben adoptar las coordenadas articulares del robot $q=[q_1, q_2, ..., q_n]^T$ Para que su extremo se posicione y oriente segun una determinada localizacion espacial (p.[n,o,a] Asi es como es posible abordar el problema cinematico directo de una manera sistematica a partir de la utilizacion de matrices de transformacion homogeneas, e independiente de la configuracion del robot, no ocurre lo mismo con el problema cinematico inverso, siendo el procedimiento de obtencion de las ecuaciones fuertemente dependiente de la configuracion del robot. Se han desarrollado algunos procedimientos genericos susceptibles de ser programados [GOL-DENBERG: 85], de modo que un computador pueda, a partir del conocimiento de la cinematica del robot con sus parametros de Denavit - Hartenberg, por ejemplo) obtener la n-upla de los valores articulares que posicionan y orientan su extremo. El inconveniente de estos procedimientos es que se trata de metodos numericos iterativos cuya velocidad de convergencia e incluso su convergencia en si no esta siempre garantizada A la hora de resolver el problema cinematico Inverso es mucho mas adecuado encontrar una solucion cerrada. Esto es, encontrar una relacion matematica explicita de la forma:

$$q_k = f_k(x, y, z, \phi, \theta, \psi)$$

$$k = 1 .. n \quad (GDL)$$

Este tipo de solucion presenta, entre otros las siguientes ventajas:

1.- En muchas aplicaciones, el problema cinematico inverso ha de resolverse en tiempo real (por ejemplo, en el seguimiento de una