Modélisation de l'atténuation gamma-gamma des émissions de haute énergie

Virginie Slagmolen

5 juillet 2017

Table des matières

1	Paramètres influents de la section efficace			
	1.1	Énergie seuil du photon incident pour un photon cible donné	2	
	1.2	Énergie dans le centre de masse	2	
	1.3	Angle entre les deux moments impulsionnels des photons	3	
2	Mo	délisation de l'atténuation gamma-gamma dans le cas isotrope	5	
	2.1	Transmittance pour le CMB	6	
	2.2	Transmittance pour un rayonnement infrarouge isotrope	6	
3	Modélisation de l'atténuation gamma-gamma dans le cas anistrope			
	3.1	Transmittance pour une source ponctuelle hors ligne de visée	9	
	3.2	Transmittance pour une source sphérique hors ligne de visée	12	
		3.2.1 Transmittance selon la température et le paramètre d'impact	13	
		3.2.2 Profondeur optique en fonction de la position	14	
4	Modélisation de l'atténuation gamma-gamma dans le cas d'un système			
		étoiles	16	

Introduction

Dans ce stage, nous allons nous concentrer sur l'atténuation des photons gamma produits par le choc lors d'une nova dans le système binaire dont la naine blanche est issue.

Le processus d'atténuation qui va être étudier est celui de la création de paires $(e^+ e^-)$ pour des photons gamma qui interagissent avec des photons issus de la naine blanche et de son compagnon, une géante rouge.

Le stage se décompose en plusieurs étapes :

- Étape 1 : À partir de l'article de *Gould et al.* et des expressions de la section efficace d'interaction et de la conservation de l'énergie, voir l'énergie seuil du photon gamma incident pour différentes énergies du photon cible mais aussi voir la dépendance de la section efficace en l'énergie de la centre de masse et en l'angle pour ces mêemes énergies de photons cibles.
- Étape 2 : À partir de l'article de *Moskalenko et al.*, reproduire l'atténuation gammagamma pour deux cas précis, le CMB et un rayonnement infrarouge. Dans ces deux cas, la densité de photons cibles est constante le long de la ligne de visée.
- Étape 3 : Reprendre l'étape 2 pour une source de photons ponctuelle hors de la ligne de visée.
- Étape 4 : Reprendre l'étape 2 pour une source de photons sphérique de rayon R, hors de la ligne de visée.
- Étape 5 : Ajouter de la géométrie au problème précédent en mettant la naine blanche et la géante rouge hors de la ligne de visée.

1 Paramètres influents de la section efficace

1.1 Énergie seuil du photon incident pour un photon cible donné

Nous allons voir le seuil énergétique d'un photon incident sur un photon cible d'énergie connue. Cela nous permettra de voir si l'interaction avec ce photon est possible (cf figure 1). Pour des photons cibles de grandes longueurs d'onde et donc de petites énergies, la condition de seuil implique que les photons incidents doivent avoir une plus grande énergie minimale contrairement aux photons cible de plus petites longueurs d'onde et donc de plus grande énergie.

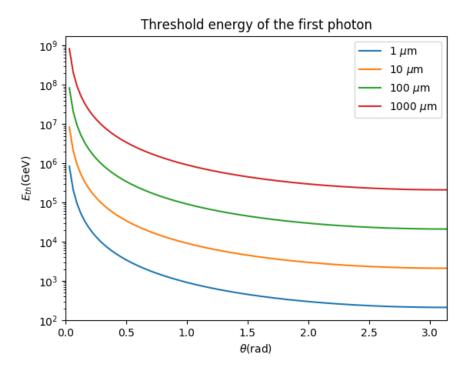


FIGURE 1 – Courbe des différentes énergies seuils pour des photons cibles de longueurs d'onde $\lambda = 1 \, \mu m$, $10 \, \mu m$, $100 \, \mu m$, $1000 \, \mu m$ et pour des angles d'incidence du photon cible par rapport au photon de haute énergie ($\theta \in [0, \pi]$)

1.2 Énergie dans le centre de masse

Ici nous nous intéressons danss un premier temps à la dépendance en l'énergie dans le centre de masse de la section efficace de l'interaction gamma-gamma (équation 1 de Gould et al. (1967), cf figure 2). Cette dépendance présente un maximum très piqué aux alentours de 1 MeV, c'est autour de cette valeur que l'interaction $\gamma - \gamma$ sera efficace pour la création de paire $e^+ - e^-$.

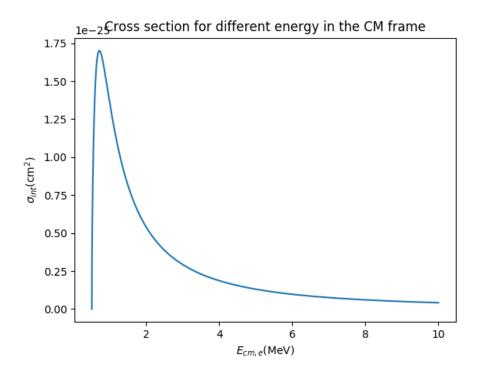


FIGURE 2 – Dépendance en l'énergie dans le centre de masse de la section efficace d'interaction

1.3 Angle entre les deux moments impulsionnels des photons

Ensuite, nous regarderons la dépendance en l'angle θ , angle entre le photon incident et le photon cible, de la section efficace. Nous regarderons aussi les couples d'énergie (photon cible - photon incident) qui permet la création de paires, les différentes énergies sont récapitulées au tableau 1

Energie du photon incident	Longueur d'onde du photon cible
1 GeV	1 μm
$100\mathrm{GeV}$	$10\mathrm{\mu m}$
1 TeV	$100\mathrm{\mu m}$
$10\mathrm{TeV}$	$1000\mathrm{\mu m}$

Table 1 – Récapitulatif des différentes énergies pour le photon incident et le photon cible

Certains couples photon incident - photon cible ne permet pas d'atteindre la condition seuil quelque soit l'angle θ et il n'y a pas création de paires. Pour d'autres couples, deux caractères se dégagent : soit la section efficace est très piquée soit elle possède un plateau. Ces deux comportements s'explique par la figure 2, la géométrie du problème permet dans certains cas d'etre dans la condition de seuil sur une gamme d'angle plus étendue alors que pour d'autres géométrie la gamme est plus piquée. Deux exemples sont visibles aux figures 3 et 4.

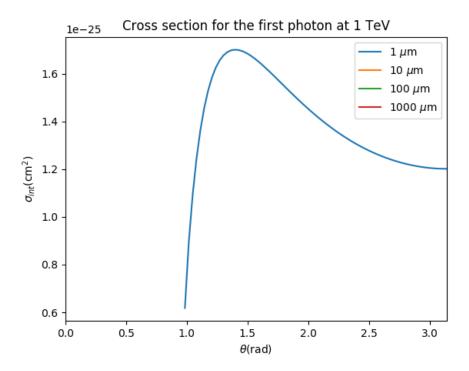


FIGURE 3 – Courbe de la section efficace en fonction de l'angle θ pour une énergie du photon incident de 1 TeV et quatre énergies différentes du photon cible (1 µm, 10 µm, 100 µm et 1000 µm)

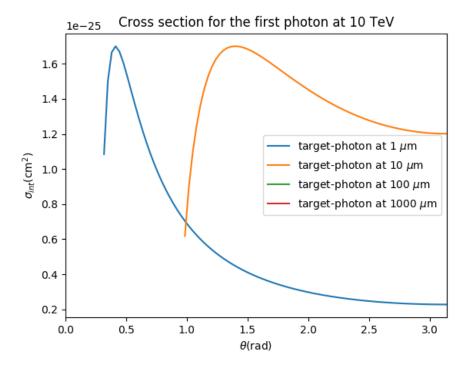


FIGURE 4 – Courbe de la section efficace en fonction de l'angle θ pour une énergie du photon incident de 10 TeV et quatre énergies différentes du photon cible (1 µm, 10 µm, 100 µm et 1000 µm)

Les autres couples photon incident - photon cible ne remplissent pas la condition de seuil et il n'y a pas de création de paires.

2 Modélisation de l'atténuation gamma-gamma dans le cas isotrope

La profondeur optique ($optical\ depth$) de l'intéraction gamma-gamma peut s'écrire de manière générale comme l'intégration le long de la ligne de visée, sur une certaine gamme d'énergie et sur l'angle solide contenant les photons cibles d'une certaine quantité pour une énergie E du photon gamma incident définie par

$$\frac{dn(\epsilon,\omega,z)}{d\epsilon d\omega}\sigma_{\gamma\gamma}(\epsilon_c)(1-\cos\theta) \tag{1}$$

où $\frac{dn(\epsilon,\Omega,\mathbf{x})}{d\epsilon d\Omega}$ est la densité de photons cibles par énergie (photons/cm³/sr/keV) et angle solide à une certaine position z, ϵ est l'énergie des photons cibles, ω est un angle solide, $\sigma_{\gamma\gamma}$ est la section efficace de la création de paires, $\epsilon_c = [\frac{1}{2}\epsilon E(1-\cos\theta)]$ est l'énergie du photon cible dans le référentiel du centre de masse, θ est l'angle formé des deux quantités de mouvement dans le référentiel de l'observateur et z est la coordonnée le long de la ligne de visée.

Pour résoudre cette intégrale il est nécessaire de définir un système de coordonnées simples.

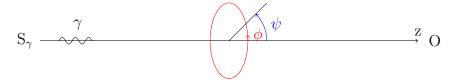


FIGURE 5 – Coordonnées choisis pour le calcul de l'intégrale, z est le long de la ligne de visée, ψ est l'angle azimutal (si ψ est nul, la collision est frontale et si ψ vaut π les deux photons sont dans le même sens et la même direction) et ϕ est l'angle polar autour de la ligne de visée. S est la source et O l'observateur.

Une fois le choix des coordonnées nous pouvons intégrer la quantité (1), ce qui nous donne la profondeur optique, comme suit

$$\tau_{\gamma\gamma}(E) = \int_{L} dz \int d\epsilon \int d\Omega \frac{dn(\epsilon, \omega, z)}{d\epsilon d\omega} \sigma_{\gamma\gamma}(\epsilon_{c}) (1 - \cos \theta)$$
 (2)

où $d\Omega = d\cos\psi d\phi$. L'est la distance parcourue par le photon gamma depuis la source d'émission à l'observateur.

Dans ce système de coordonnées, l'angle θ se calcule simplement, $\theta = \pi - \psi$.

Maintenant que le système de coordonnées est défini, nous pouvons intégrer numériquement l'intégrale (2). Nous définissons la transmittance par $\exp(-\tau_{\gamma\gamma})$.

Dans les deux cas que nous allons traiter le cas où la source de gamma se trouve aux coordonnées galactiques suivants $(R, \alpha, z) = (0 \text{ kpc}, 0^{\circ}, 0 \text{ kpc})$. La distance L parcourue par le photon gamma depuis la source jusqu'à nous est donnée par

$$\rho^2 = R^2 + R_s^2 - 2RR_s \cos \alpha$$
$$L^2 = z^2 + \rho^2$$

où R est le rayon galactique dans le plan galactique de la source, z est la hauteur de la source au-dessus du plan galactique et R_s est le rayon galactique du Soleil.

2.1 Transmittance pour le CMB

Si les photons cibles sont ceux du CMB, la densité de photon est isotrope et l'intégrale (2) se simplifie. Les quantités sont constantes le long de la ligne de visée et la densité ne dépend plus que de l'énergie des photons cibles et est donnée par la distribution de Planck.

$$\frac{dn(\epsilon,\omega,z)}{d\epsilon d\omega} = \frac{2\epsilon^2}{(hc)^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{\epsilon}{kT}\right) - 1}$$
 (3)

En injectant cette expression dans celle de l'intégrale (2) et en simplifiant, l'intégrale devient

$$\tau_{\gamma\gamma}^{CMB}(E) = -\frac{4kT}{(\hbar c)^3 \pi^2 E^2} L \int_{m_e c^2}^{\infty} d\epsilon_c \epsilon_c^3 \sigma_{\gamma\gamma}(\epsilon_c) \ln(1 - e^{-\epsilon_c^2/EkT})$$
 (4)

où kT est la température du CMB et $m_e c^2$ est la masse au repos de l'électron (positron).

Les figures suivantes (6a) et (6b) nous montrent la transmittance de photons gamma incidents d'une énergie comprise entre 10^{-1} et 10^{5} TeV. Nous pouvons remarquer que la transmittance a un minimum aux alentours de 10^{-3} TeV et vaut l'unité, tout est transmis, rien n'est atténué par ce procédé, pour les autres énergies. La figure (6c) nous montrent la cohérence entre les deux méthodes, celle basée sur la formule générale de la profondeur optique (cf eq.(2) et celle dans le cas particulier d'un corps noir (cf eq.(4), du calcul de $\tau_{\gamma\gamma}$.

2.2 Transmittance pour un rayonnement infrarouge isotrope

Nous allons nous concentrer sur un cas de corps gris, la densité de photon de ce corps est diluée d'un facteur $\frac{u}{aT^4}$ où u est la densité d'énergie du corps, a est la constante de radiation et T est la température du corps.

En reprenant la densité du corps noir (3) multipliée par le facteur de dilution et l'expression de la profondeur optique, nous obtenons l'atténuation suivante (cf fig.(7) pour un corps gris infrarouge à une température de $25\,\mathrm{K}$ et une densité d'énergie de $1\,\mathrm{eV/cm^3}$.

La figure (8) nous montre la comparaison entre l'atténuation due aux photons du CMB et celle due aux photons infrarouges. La transmittance due aux premiers photons débute sa décroissance aux alentours de 200 TeV et a un minimum aux alentours de 2000 TeV alors aue celle due aux seconds photons débute aux alentours de 10 TeV et a un minimum aux alentours de 100 TeV.

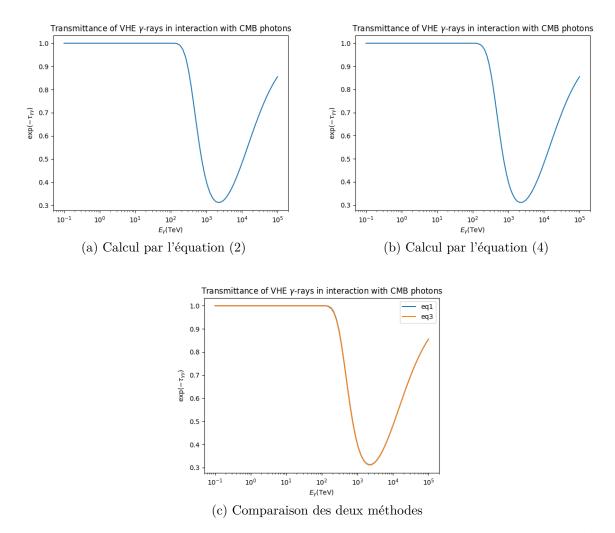


FIGURE 6 – Transmittance de photons gamma à des énergies entre 10^{-1} et 10^{5} TeV traversant un champ de photons CMB. Le calcul de cette transmittance a été fait pour la figure (a) sur base de l'équation (2), pour la figure (b) sur base de l'équation (4) avec une densité de corps noir (3) à la température de $2.7 \, \text{K}$. La figure (c) permet de comparer les deux méthodes (équation 1 en bleu et équation 3 en orange du papier de Moskalenko et al.).

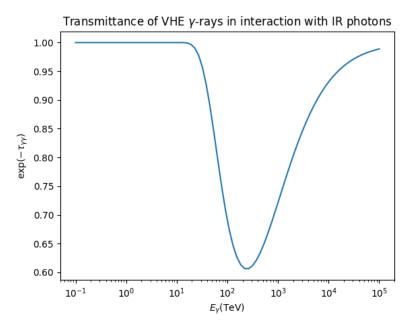


FIGURE 7 – Transmittance de photons gamma à des énergies entre 10^{-1} et 10^5 TeV traversant un champ de photons IR à une température de $25\,\mathrm{K}$ et une densité d'énergie de $1\,\mathrm{eV/cm^3}$.

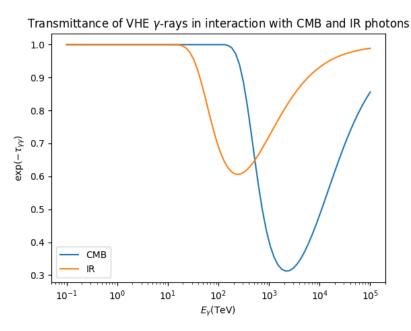


FIGURE 8 – Comparaison des transmittances de photons gamma à des énergies entre 10^{-1} et 10^{5} TeV traversant un champ de photons IR à une température de $25\,\mathrm{K}$ et une densité d'énergie de $1\,\mathrm{eV/cm^3}$ et un champ de photon CMB.

3 Modélisation de l'atténuation gamma-gamma dans le cas anistrope

3.1 Transmittance pour une source ponctuelle hors ligne de visée

La figure suivante (9) nous présente la géométrie du système.

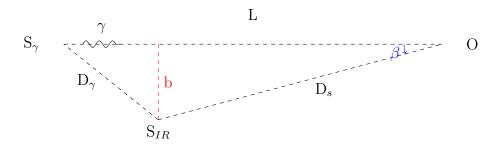


FIGURE 9 – Géométrie du système étudié : S_{γ} est la source de photons gamma observée, O est l'observateur et S_{IR} est la source (ponctuelle) de photons à plus faible énergie, ici IR. Le paramètre d'impact est b, plus petite distance entre la ligne de visée, de longueur L et la source ponctuelle.

Grâce à la figure précédente (9), nous pouvons, en connaissant la distance entre la source de photons gamma et la source de photons IR mais aussi en connaissant la distance entre nous et la source de photons IR, connaître la distance à la source de photons gamma mais aussi le paramètre d'impact.

$$D_{\gamma}^{2} = L^{2} + D_{s}^{2} - 2D_{s}L\cos\beta$$
$$b = D_{s}\sin\beta$$

où β est l'ouverture angulaire depuis l'observateur soutendue par la source gamma et la source IR.

En connaissant la dépendance en la distance du flux d'énergie mais aussi en fixant au'au lieu le plus proche de la source IR sur la ligne de visée la densité d'énergie vaut $1 \, \mathrm{eV/cm^3}$ nous pouvons trouver la distribution non isotrope de densité de photons.

$$\frac{dn}{d\epsilon} = 4\pi \frac{2\epsilon^2}{(hc)^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{\epsilon}{kT}\right) - 1} \frac{u}{aT^4}$$
 (5)

Le facteur 4π vient de l'intégration angulaire de l'intégrale (2), par contre, il reste l'intégration sur la gamme d'énergie ϵ et le long de la ligne de visée et le facteur $u/(aT^4)$ vient de la considération que la source IR est un corps gris.

Prenons le cas deux sources, une à 25 K et une à 20 K située à différentes distances de l'observateur, 8.5 kpc et 12 kpc. Les figures (10) et (11) ci-dessous nous montrent l'atténuation due à cette source pour différentes distances entre la source gamma et la source IR. Nous pouvons remarquer que l'atténuation dépend de plusieurs facteurs, la distance entre les deux sources et l'angle entre les deux moments impulsionnels. Dans la

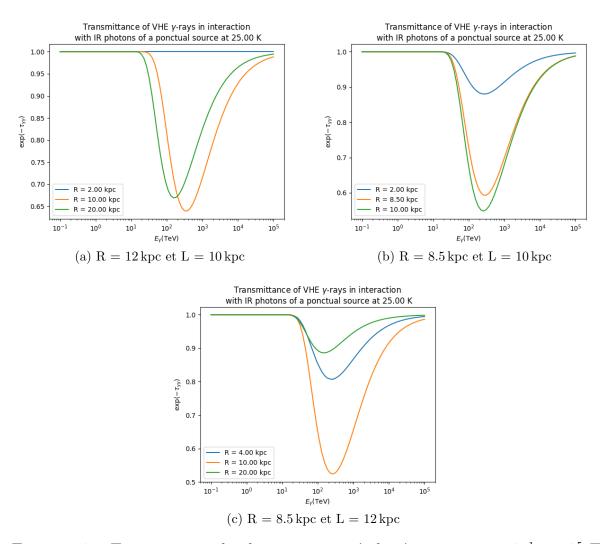


FIGURE 10 – Transmittance de photons gamma à des énergies entre 10^{-1} et 10^{5} TeV traversant un champ de photons anistrope de photons IR issus d'une source hors ligne de visée à une température de $25\,\mathrm{K}$, différentes distances R et une densité d'énergie de $1\,\mathrm{eV/cm^3}$ au lieu de la ligne de visée la plus proche de la source.

figure (10a) et (11a) dans le cas où la source IR se trouve derrière la source gamma, il n'y a pas d'atténuation. Pour les autres sources, nous pouvons constater qu'il existe une distance R où l'atténuation est maximale. Enfin, le minimum d'atténuation se passe à des énergies différentes et ceci est dû à l'angle soutendu par la source IR et la ligne de visée.

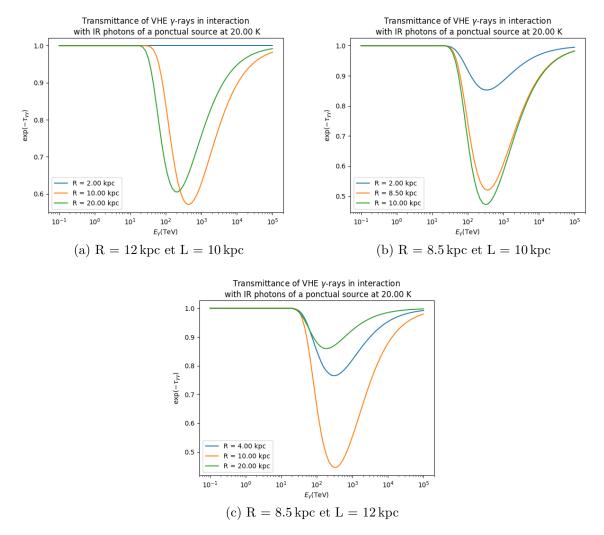


FIGURE 11 – Transmittance de photons gamma à des énergies entre 10^{-1} et 10^5 TeV traversant un champ de photons anistrope de photons IR issus d'une source hors ligne de visée à une température de $20\,\mathrm{K}$, différentes distances R et une densité d'énergie de $1\,\mathrm{eV/cm^3}$ au lieu de la ligne de visée la plus proche de la source.

3.2 Transmittance pour une source sphérique hors ligne de visée

Considérons une source sphérique de rayon R hors de la ligne de visée, à une distance b, paramètre d'impact, de cette dernière. La géométrie du système est décrite dans la figure suivante (12) où nous avons choisi pour paramètres indépendants : la distance à la source de photons gamma (la longueur de la ligne de visée, L), la distance à la source sphérique d'auutres photons (la distance D_{star}), le paramètre d'impact (b) et la position sur la ligne de visée la plus proche de l'étoile hors axe (z_b).

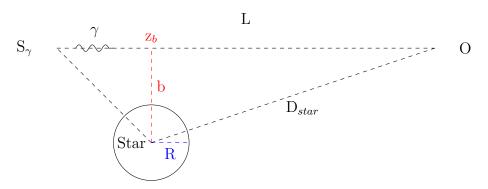


FIGURE 12 – Géométrie du système étudié : S_{γ} est la source de photons gamma observée, O est l'observateur et Star est la source (sphérique de rayon R) de photons à plus faible énergie. Le paramètre d'impact est b et L est la longueur de la ligne de visée.

Il est nécessaire de connaître la distance du centre de l'étoile et l'angle solide sous-tendu par l'étoile en toute position le long de la ligne de visée. La distance à la source est

$$D^2 = (z - z_b)^2 + b^2$$

Pour l'angle solide sous-tendu, nous avons

$$\phi \in [0, 2\pi]$$

$$\theta \in [0, \theta_{max}] \text{ où } \sin \theta_{max} = R/D$$

où ϕ est l'angle de rotation autour de l'axe reliant le centre de l'étoile à θ est l'angle formé par le rai provenant de la source à une certaine position le long de la ligne de visée et la droite reliant cette position au centre de l'étoile. Puisque la source est finie, la densité différentielle de photon en considérant que la source est à sa surface un corps noir à la température T est

$$\frac{dn(z,\epsilon,\theta)}{d\epsilon d\Omega} = \frac{B_{\nu}\cos\theta}{ch^2\nu} \tag{6}$$

où B_{ν} est la densité spectrale d'un corps noir à la température T.

En injectant l'expression de la densité (6) et l'angle solide $d\Omega = d\phi d\cos\theta$ dans l'expression de $\tau_{\gamma\gamma}$ (2) nous obtenons

$$\tau_{\gamma\gamma}(E) = \int_{L} dz \int_{m_{e}c^{2}/E}^{\infty} d\epsilon \int_{0}^{\theta_{max}} \sin\theta d\theta \int_{0}^{2\pi} \frac{B_{\nu}\cos\theta}{ch^{2}\nu} \sigma_{\gamma\gamma}(\epsilon_{c})(1-\cos\alpha)d\phi \tag{7}$$

où α est l'angle entre les deux moments des deux photons et $\epsilon_c = \left[\frac{\epsilon E}{2}(1-\cos\alpha)\right]^{1/2}$.

Dans le cas qui nous intéresse, l'étoile est assez proche de la ligne de visée et assez éloignée de l'observateur. Puisque la section efficace d'interaction dépend fortement de l'angle

entre les deux photons et que plus cet angle sera grand, plus elle sera faible, il est inutile d'intégrer sur toute la ligne de visée car au-delà d'une certaine distance, l'interaction sera négligeable. De plus, la densité de photons issu de la source diminue avec la distance. Voilà pourquoi dans notre code, nous allons intégrer sur une distance de 20 ua pour un certain paramètre d'impact. Le rayon de la source sera également fixé à 0.5 ua. de plus, si la distance projetée sur la ligne de visée (z_b) à la source gamma n'est pas précisée dans les simulations, elle est prise à 10 ua.

3.2.1 Transmittance selon la température et le paramètre d'impact

Pour bien comprendre ce qui se passe physiquement, nous avons simuler plusieurs atténuations pour plusieurs cas possibles.

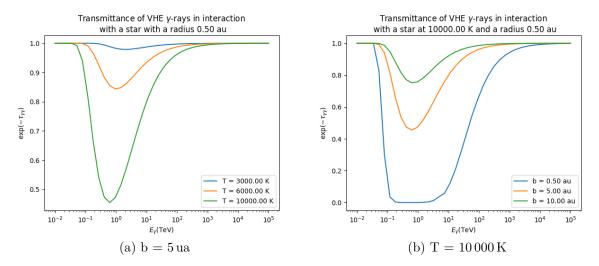


FIGURE 13 – Comparaison de la transmittance de photons gamma à des énergies entre 10^{-1} et 10^{5} TeV traversant un champ de photons anistrope de photons issu d'une source de rayon R à (a) différentes températures et (b) différents paramètres d'impact.

Premier cas : variation de la température de la source

Dans ce cas, nous allons étudier l'influence de la température de la source sur la transmittance des photons gamma. Nous choissisons une source se situant à une distance b fixe de 5 ua et dont sa température de surface varie (3000, 6000 et $10\,000\,\mathrm{K}$) (cf figure 13a).

Pour une même géométrie, même paramètre d'impact et même distance projetée sur la ligne de visée, la température de la source a aussi une influence sur la transmittance des photons gamma tant sur l'énergie du minimum que sur la profondeur du minimum. Par contre, la largeur du minimum reste à peu près constante. Au regard de la figure (13a), au plus la température de la source est élevée, au plus le minimum de transmittance sera faible et déplacer vers de faibles énergies de photons cibles.

Deuxième cas : variation du paramètre d'impact

Dans ce cas, nous allons voir la dépendance en b de la transmittance. Dans cette simulation, la source a une température fixée à $10\,000\,\mathrm{K}$) mais sa distance à la ligne de visée, b, varie $(0.5,\,5$ et $10\,\mathrm{ua})$ (cf figure $13\mathrm{b}$).

Le paramètre d'impact a une influence dans la profondeur du minimum de transmittance. En effet, pour une température et une distance projetée sur la ligne de visée données, le minimum de transmittance sera à une certaine énergie du photon gamma, elle dépend de la géométrie du système et des énergies des photons gamma et cibles. Par contre, la profondeur dépend essentiellement de la densité de photons, au plus grande elle sera, au plus probable seront les interactions gamma-gamma, la transmittance sera plus faible et vice-versa. Cela se voit bien sur la figure (13a) où pour un faible paramètre d'impact la transmittance est d'autant plus faible que pour un paramètre d'impact élevé. Remarquons aussi que la largeur du minimum est d'autant plus grande que le paramètre d'impact est petit.

3.2.2 Profondeur optique en fonction de la position

Il est intéressant de voir l'évolution de la profondeur optique le long de la ligne de visée pour une énergie telle que l'atténuation soit non nulle. La simulation suivante sera pour une configuration géométrique et énergétique choisie : un paramètre d'impact (b) de 5 ua, une distance à parcourir pour le photon gamma de 20 ua et une énergie du photon gamma de 1 TeV et une température de la source variante $(3000, 6000 \text{ et } 10\,000 \text{ K})$ (cf figures (14) et (15)). Plusieurs simulations vont être réalisées suivant différents critères, la variation de la distance projetée sur la ligne de visée à la source gamma pour une densité non uniforme due à notre source sphérique de rayon R mais aussi pour une densité uniforme le long de la ligne de visée et une distance z_b constante afin de voir la dépendance en la géométrie de la profondeur optique.

En vu des figures précédentes (14) et (15), plusieurs constatations sont possibles. La profondeur optique a une valeur non nulle pour z=0 ce qui vient du fait que la source gamma se situe en cette position et que les photons partant de la source sphérique et rencontrant le photon gamma le long de la ligne de visée arrivent avec un angle θ supérieur à $\pi/2$, la section efficace est donc plus grande. La croissance de la profondeur optique jusqu'à une certaine valeur de z s'explique par la section efficace dépendante de l'angle θ entre les deux moments des deux photons et la densité de photons qui augmente en s'approchant de la source. Le pic de la profondeur optique se trouve juste avant la valeur de z_b . En effet, la section efficace pique pour ces énergies un peu avant $\theta = \pi/2$ et la densité de photons est maximale pour $z=z_b$. Pour des z plus grands, la profondeur optique chute avec le même taux quelque soit la valeur de z_b . De plus, comme nous le montre les figures (14a), (14b) et (14c), la hauteur du pic dépend de la température de la source secondaire et de ce fait de l'énergie des photons cibles.

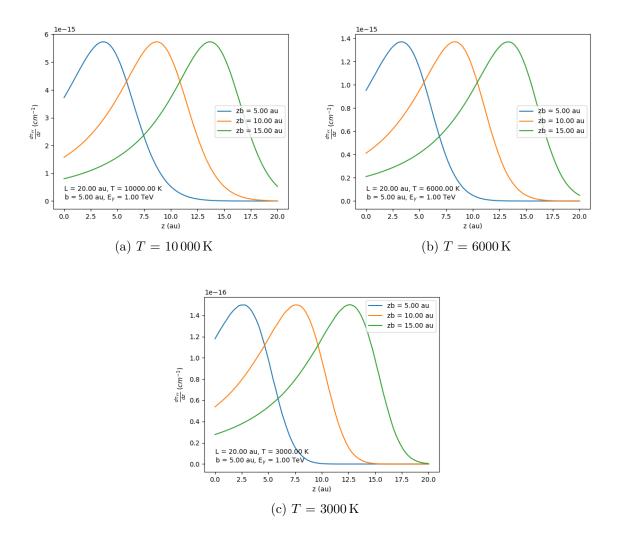


FIGURE 14 – Dépendance en la position le long de la ligne de visée de la profondeur optique pour une énergie de photons gamma donnée (1 TeV) pour une source aux températures (a) $10\,000\,\mathrm{K}$, (b) $6000\,\mathrm{K}$ et (c) $3000\,\mathrm{K}$ située à différentes distances projetées sur la ligne de visée à la source gamma (5, 10 et $15\,\mathrm{ua}$), un paramètre d'impact $5\,\mathrm{ua}$ et une ligne de visée de $20\,\mathrm{ua}$.

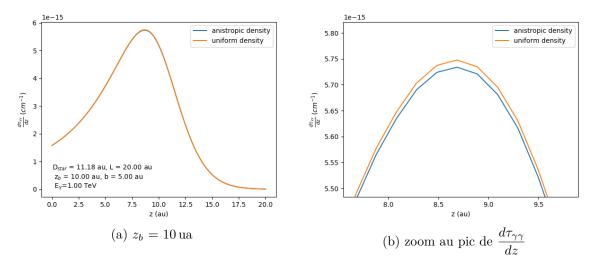


FIGURE 15 – Comparaison de la profondeur optique pour une densité de photons issue d'une source sphérique de rayon R à une température fixée $(10\,000\,\mathrm{K})$ avec celle pour une densité uniforme le long de la ligne de visée. La source gamma se trouve à 20 ua de l'observateur et la source de photons hors axe se trouve à un paramètre d'impact b de 5 ua.

4 Modélisation de l'atténuation gamma-gamma dans le cas d'un système à n étoiles