

# FONCTIONS AFFINES

## I - Généralités

### DÉFINITION

Une fonction affine est une fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = ax + b$  où  $a$  et  $b$  désignent deux nombres réels donnés.

### EXEMPLES

$f : x \mapsto 3x + 1$ ,  $g : x \mapsto \frac{x}{3} - 2$  et  $h : x \mapsto 0,1x - 7,2$  sont des fonctions affines.

### CAS PARTICULIERS

- $x \mapsto ax$  (ici,  $b = 0$ ) est une fonction affine particulière appelée fonction linéaire.
- $x \mapsto b$  (ici,  $a = 0$ ) est une fonction affine particulière appelée fonction constante.

## II - Représentation graphique

### PROPRIÉTÉ

Dans un repère, la représentation graphique d'une fonction affine est une droite qui coupe l'axe des ordonnées.

### VOCABULAIRE

Dans un repère, soit  $d$  la droite représentant une fonction affine  $f : x \mapsto ax + b$ . On dit que :

- $a$  est le **coefficient directeur** de  $d$ .
- $b$  est l'**ordonnée à l'origine** de  $d$ .
- $y = ax + b$  est l'équation réduite de  $d$ .

### PROPOSITION

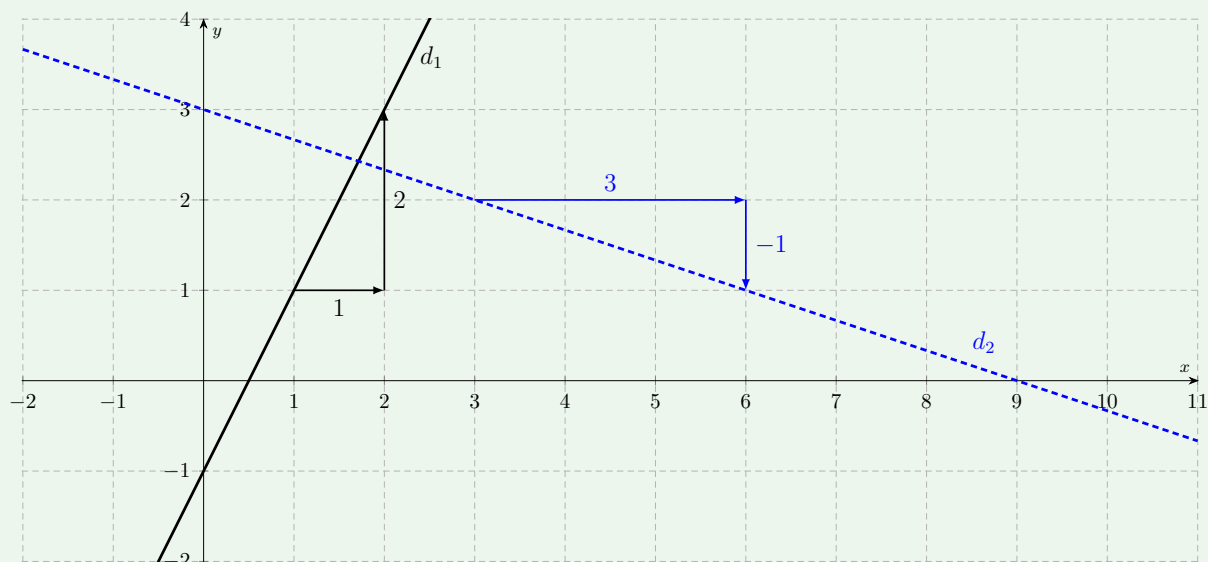
Lorsque  $a$  s'exprime sous forme d'une fraction, on a en fait :

$$a = \frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}}$$

### EXEMPLES

Construisons les droites  $d_1$  et  $d_2$  d'équations réduites respectives  $y = 2x - 1$  et  $y = -\frac{1}{3}x + 3$ .

- Pour  $d_1$  : L'ordonnée à l'origine de  $d_1$  est  $-1$ , et lorsque j'avance d'un vers la droite, je monte de deux (unités).
- Pour  $d_2$  : L'ordonnée à l'origine de  $d_2$  est  $3$ , et lorsque j'avance de trois vers la droite, je descends d'un.



### III - Recherche algébrique de $a$ et $b$

#### PROPOSITION

Soit  $f : x \mapsto ax + b$  une fonction affine et  $x_1$  et  $x_2 \in \mathbb{R}$ , avec  $x_1 \neq x_2$ . Alors

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

#### EXEMPLE

On suppose que  $f(1) = 1$  et  $f(3) = 5$ .

Alors  $a = \frac{5 - 1}{3 - 1} = \frac{4}{2} = 2$ .

On a alors  $f : x \mapsto 2x + b$ . On sait de plus que  $f(3) = 2 \times 3 + b$  et  $f(3) = 5$  donc :

$$5 = 2 \times 3 + b$$

$$\text{soit donc } 5 = 6 + b$$

$$\text{et alors } 5 - 6 = b$$

$$\text{puis } b = -1$$

Cela donne alors  $f : x \mapsto 2x - 1$ .

