

REPÈRES DU PLAN ET COORDONNÉES

I - Généralités sur les repères

DÉFINITION

Soient O, I, J trois points du plan non alignés. On pose $\vec{i} = \overrightarrow{OI}$ et $\vec{j} = \overrightarrow{OJ}$. Un repère du plan est un triplet $(O; \vec{i}; \vec{j})$. On dit alors que :

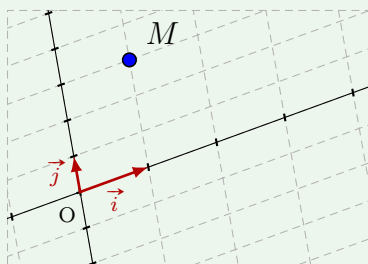
- O est l'origine du repère
- (OI) est l'axe des abscisses
- (OJ) est l'axe des ordonnées

On se donne maintenant un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ pour la suite du cours.

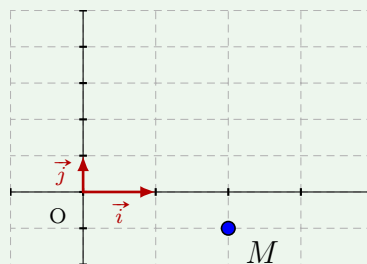
PROPRIÉTÉ

Tout point M du plan est repéré par un unique couple de coordonnées $(x; y)$. x est l'abscisse de M et y est l'ordonnée de M .

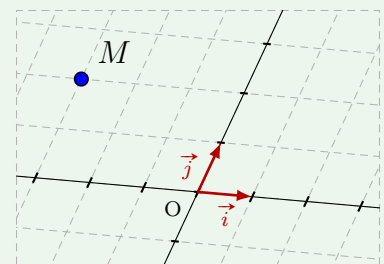
EXEMPLES



$M(1; 3)$



$M(2; -1)$



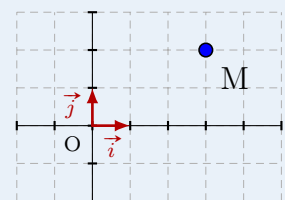
$M(-3; 2)$

► On écrit $M(1; 3)$ et pas $M = (1; 3)$!

DÉFINITION

On dit que le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ est orthonormé si :

- Ses axes sont perpendiculaires : $(OI) \perp (OJ)$
- Les vecteurs unité \vec{i} et \vec{j} sont de même longueur : $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\|$

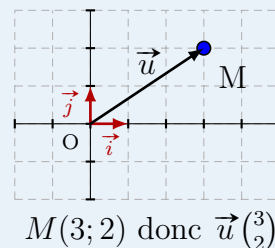


$M(3; 2)$

II - Coordonnées d'un vecteur

DÉFINITION

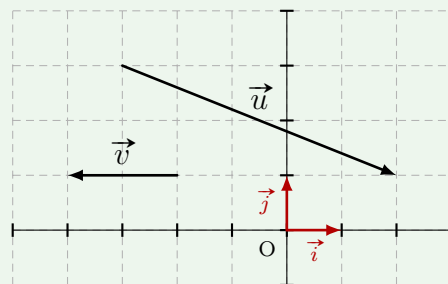
Soit \vec{u} un vecteur du plan. On se donne le point $M(x; y)$ tel que $\overrightarrow{OM} = \vec{u}$. Les coordonnées de \vec{u} sont celles de M , et l'on note $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.



► On écrit $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et pas $\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$!

EXEMPLE

On a représenté ci-contre deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} .
On a $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$, et $\vec{v} \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}$.



PROPOSITION

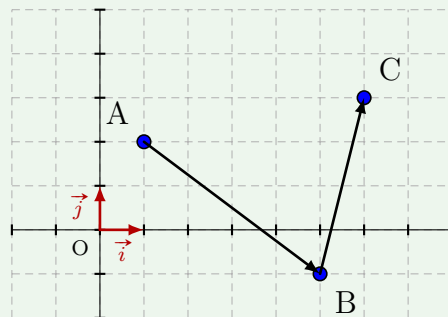
Soient $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ deux points du plan. Alors on a $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$.

EXEMPLE

On se donne $A(1; 2)$, $B(5; -1)$ et $C(6; 3)$.

Alors on a $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 5 - 1 \\ -1 - 2 \end{pmatrix}$ d'où $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$.

De même, on a $\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 6 - 5 \\ 3 - (-1) \end{pmatrix}$ d'où $\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$.



PROPRIÉTÉS

Soient $\vec{u} \begin{pmatrix} x_{\vec{u}} \\ y_{\vec{u}} \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x_{\vec{v}} \\ y_{\vec{v}} \end{pmatrix}$ deux vecteurs du plan, et $\lambda \in \mathbb{R}$. Alors :

- Les coordonnées de $\vec{u} + \vec{v}$ sont $\begin{pmatrix} x_{\vec{u}} + x_{\vec{v}} \\ y_{\vec{u}} + y_{\vec{v}} \end{pmatrix}$.
- Les coordonnées de $\lambda \vec{u}$ sont $\begin{pmatrix} \lambda x_{\vec{u}} \\ \lambda y_{\vec{u}} \end{pmatrix}$.

EXEMPLE

Soient $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$. Alors on a :

- $(\vec{u} + \vec{v}) \begin{pmatrix} 1+2 \\ 3+(-1) \end{pmatrix}$ d'où $(\vec{u} + \vec{v}) \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.
- $3\vec{v} \begin{pmatrix} 3 \times 2 \\ 3 \times (-1) \end{pmatrix}$ d'où $3\vec{v} \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix}$.
- $(2\vec{u} - 5\vec{v}) \begin{pmatrix} 2 \times 1 - 5 \times 2 \\ 2 \times 3 - 5 \times (-1) \end{pmatrix}$ d'où $(2\vec{u} - 5\vec{v}) \begin{pmatrix} -8 \\ 11 \end{pmatrix}$.

III - Calculs de distances et de milieux

1. Milieu d'un segment

PROPOSITION

Soient $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ deux points du plan. On se donne de plus I le milieu de $[AB]$. Alors les coordonnées de I sont $\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2} \right)$.

REMARQUE

On fait en fait la moyenne des coordonnées des deux points.

EXEMPLE

Soient $A(1; 7)$, $B(6; -5)$ et I le milieu de $[AB]$. Alors on a $I \left(\frac{1+6}{2}; \frac{7-5}{2} \right)$ d'où $I \left(\frac{7}{2}; \frac{2}{2} \right)$, et enfin $I(3,5; 1)$.