Fonctions : Généralités

I - Définitions, notations, représentation

Définition : Soit $D \subset \mathbb{R}$. On appelle fonction f sur l'ensemble D le processus qui à tout nombre $x \in D$ associe un unique réel noté $f(x)$. On note $f : \begin{array}{ccc} D & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & f(x) \end{array}$. On dit alors que :

— $f(x)$ est l'image de x

— x est un antécédent de $f(x)$

— D est l'ensemble (ou domaine) de définition de f

Exemple : On définit la fonction $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & x^2 - x \end{array}$.

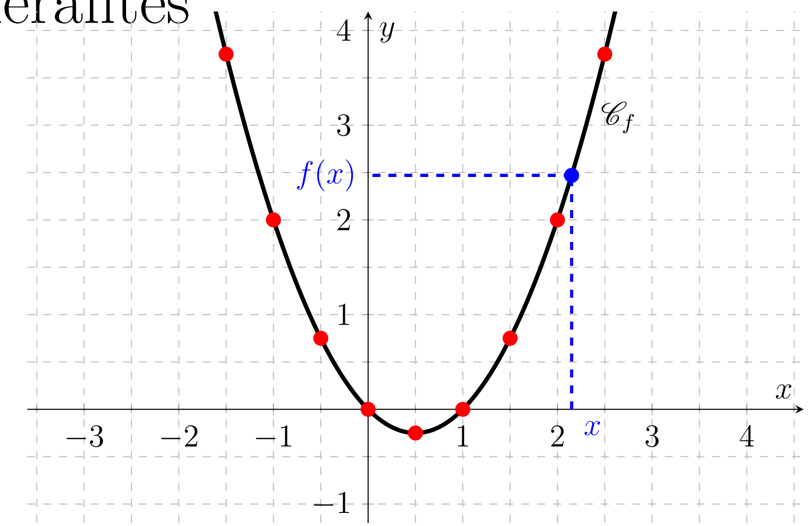
— L'image de 2 par la fonction f est 2 : $f(2) = 2^2 - 2 = 2$.

— 2 est un antécédent de 2 par la fonction f. -1 en est aussi un car $f(-1) = (-1)^2 + 1 = 2$.

Remarque : Chaque nombre dans D possède une unique image, mais plusieurs antécédents d'un même nombre peuvent exister.

Définition : Dans un repère du plan, l'ensemble des points $(x,f(x))$ pour $x \in D$ constitue la courbe de f. L'équation de la courbe de f est $y = f(x)$ pour $x \in D$.

Dans la pratique, il faut placer plusieurs points pour tracer la courbe d'une fonction le plus précisément possible. On peut s'aider d'une table de valeurs.



II - Résolution graphique d'équations et d'in

Voir fiche dédiée

III - Etudes de fonctions

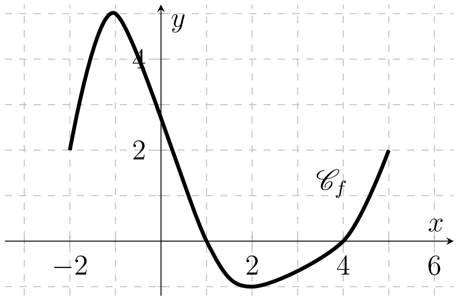
1) Etude des variations

Soit f définie sur un intervalle I.

— On dit que f est croissante sur I si lorsque la variable augmente dans I, les images augmentent aussi : Pour $x,y \in I$, si $x \leq y$ alors $f(x) \leq f(y)$. :

— On dit que f est décroissante sur I si lorsque la variable augmente dans I, les images diminuent : Pour $x,y \in I$, si $x \leq y$ alors $f(x) \geq f(y)$.

Méthode : Dresser le tableau de variations d'une fonction f, c'est indiquer sur quels intervalles la fonction f est croissante, décroissante ou constante.



x	-2		-1		2		5
$f(x)$	2	$\nearrow$	5	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2

2) Etude du signe

Méthode : Dresser le tableau de signes d'une fonction f, c'est indiquer sur quels intervalles la fonction est négative, positive ou nulle.

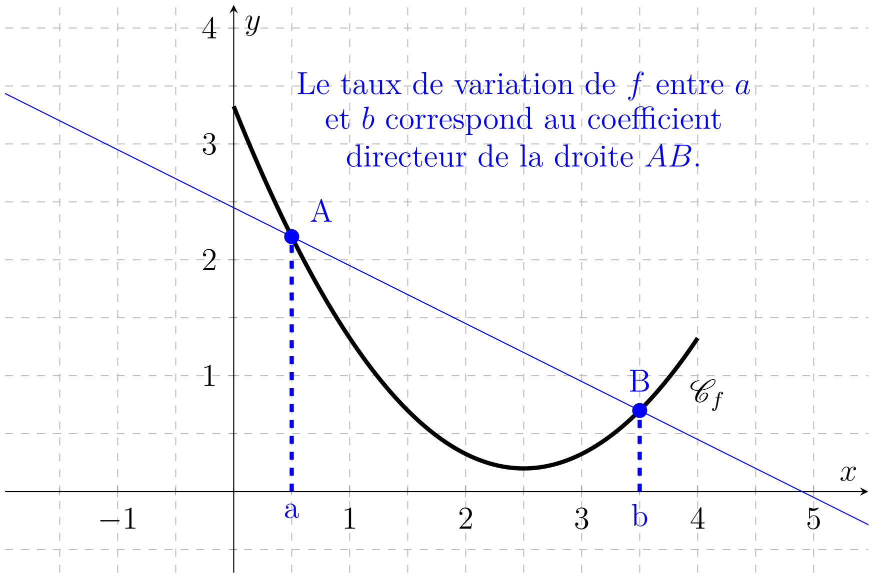
Avec la même fonction que précédemment, on obtient :

x	-2		-1		2		5
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

IV - Taux de variation d'une fonction

Définition : Le taux de variation entre a et b d'une fonction f définie sur un intervalle I est le quotient $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$ pour a et b distincts et appartenant à I.

Ce taux correspond au coefficient directeur de la droite passant par les points de la courbe de f d'abscisses respectives a et b.



Exemple : Le taux de variation entre -1 et 3 de la fonction $f:\begin{array}{ccc}\mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R}\\ x & \longmapsto & x^2-x\end{array}$ est $\dfrac{f(3)-f(-1)}{3-(-1)}=\dfrac{6-2}{4}=1$.

Proposition : Soit f une fonction définie sur un intervalle I. f est monotone (c'est-à-dire croissante ou bien décroissante sur I) si et seulement si le signe du taux de variation entre deux nombres quelconques de I est constant.

En pratique :

— Un taux de variation toujours positif sur I équivaut à f croissante sur I.

— Un taux de variation toujours négatif sur I équivaut à f décroissante sur I.

— Un taux de variation toujours nul sur I équivaut à f constante sur I.