Variations de fonctions

I - Etude des variations

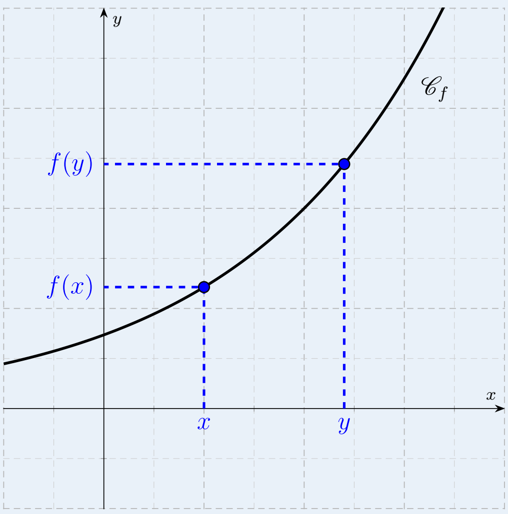
On se donne dans cette partie f une fonction définie sur un intervalle I.

DÉFINITIONS

On dit que f est croissante sur I si lorsque la variable augmente dans I, les images augmentent aussi. L'ordre est conservé :

Pour $x,y \in I$, si $x \leq y$ alors $f(x) \leq f(y)$.

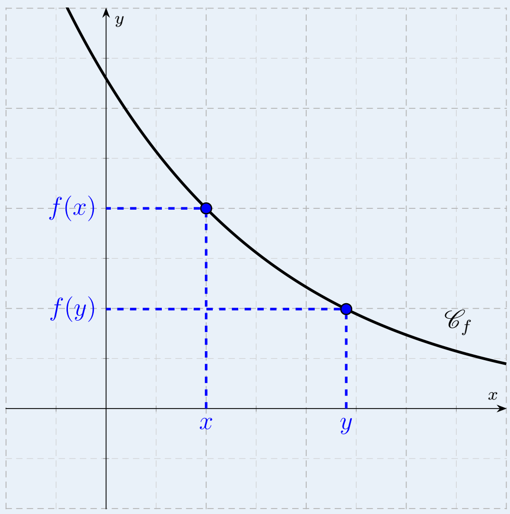
Graphiquement, la courbe de f "monte" : $\nearrow$



On dit que f est décroissante sur I si lorsque la variable augmente dans I, les images diminuent. L'ordre n'est pas conservé :

Pour $x,y \in I$, si $x \leq y$ alors $f(x) \geq f(y)$

Graphiquement,la courbe de f "descend" : $\searrow$



DÉFINITIONS

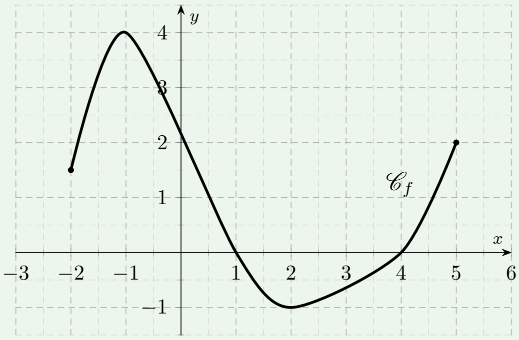
— On dit que f est constante sur I si elle prend toujours la même valeur : Pour $x,y \in I$, on a $f(x) = f(y)$.

— On dit que f est monotone sur I si elle est soit croissante, soit décroissante sur I (son sens de variation ne change pas).

MÉTHODE

Dresser le tableau de variations de f, c'est indiquer sur quels intervalles la fonction f est croissante, décroissante ou constante.

EXEMPLE



On se donne la fonction f, définie sur $[-2; 5]$ et représentée ci-contre. On "résume" la courbe représentative de f sous forme du tableau de variations suivant :

x	-2		-1		2		5
$f(x)$	1.5	$\nearrow$	5	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2

II - Extrémas d'une fonction sur un intervalle

DÉFINITIONS

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

— On dit que f admet un maximum M en a sur I si pour tout $x \in I, f(x) \leq M = f(a)$.

— On dit que f admet un minimum m en b sur I si pour tout $x \in I, f(x) \geq m = f(b)$.

REMARQUE

Le maximum d'une fonction correspond au point le plut "haut" de sa courbe représentative, et le minimum au point le plus "bas".

EXEMPLE

On reprend la fonction f de l'exemple précédent.

Son maximum sur I est 4, atteint en -1.
Son minimum sur I est -1, atteint en 2.