Suites arithmétiques et géométriques

I - Suites arithmétiques

1. Généralités

DÉFINITION

Un premier terme, un nombre r appelé raison et la relation $a_{n+1} = a_n + r$.

REMARQUE

On passe d'un terme au suivant en ajoutant toujours le même nombre. La différence entre deux termes successifs vaut toujours r : $a_{n+1} - a_n = r$.

$$a_0 \xrightarrow{+r} a_1 \xrightarrow{+r} a_2 \xrightarrow{+r} \dots$$

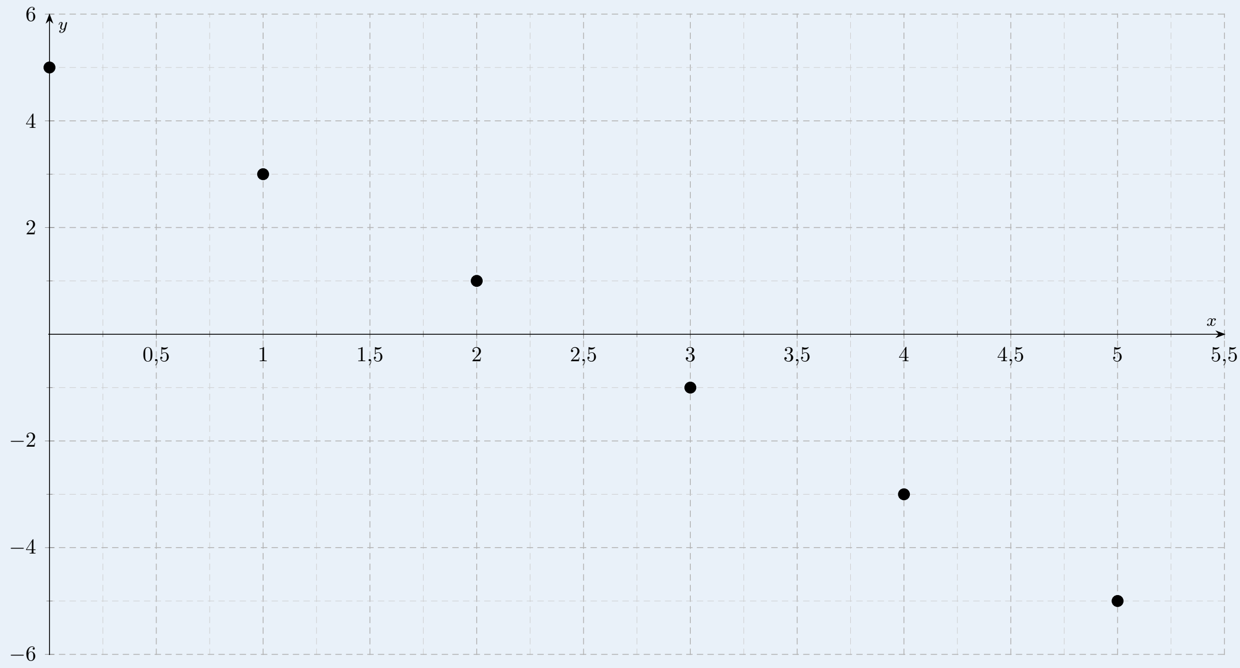
EXEMPLE

Soit u la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison $r = -2$. Alors :

$$\begin{aligned} u_1 &= u_0 - 2 = 3 \\ u_2 &= u_1 - 2 = 1 \\ u_3 &= u_2 - 2 = -1 \\ u_4 &= \dots \end{aligned}$$

PROPRIÉTÉ

Lorsqu'on représente graphiquement une suite arithmétique, les points obtenus sont alignés.



MÉTHODE

Pour s'assurer qu'une suite **semble** arithmétique, on calcule la différence entre deux termes successifs, et l'on doit toujours trouver le même nombre (la raison).

EXEMPLE

On se donne deux suites u et v, dont quelques valeurs sont décrites dans le tableau ci-dessous :

n	0	1	2	3
u_n	5	9	13	17
v_n	3	12	20	29

2. Variations des suites arithmétiques

PROPOSITION

- Si $r > 0$, alors la suite a est croissante.
- Si $r < 0$, alors la suite a est décroissante.
- Si $r = 0$, alors la suite a est constante.

EXEMPLE

Soit a la suite arithmétique définie par $a_0 = 13$ et pour tout $n \in \mathbb{N}, a_{n+1} = a_n - 5$. La raison de cette suite est $r = -5 < 0$ donc a est décroissante.

II - Suites géométriques, cas positif

1. Généralités

DÉFINITION

Un premier terme, un nombre q appelé raison et la relation de récurrence $g_{n+1} = q \times g_n$.

$$g_0 \xrightarrow{\times q} g_1 \xrightarrow{\times q} g_2 \overset{\times q}{\dashrightarrow} \cdots$$

REMARQUE

On passe d'un terme au suivant en multipliant toujours par le même nombre. Le quotient de deux termes successifs vaut toujours q : $\frac{g_{n+1}}{g_n} = q$.

EXEMPLE

ex

2. Variations des suites géométriques

PROPOSITION

— Si $q > 1$, alors la suite g est croissante.

— Si $0 < q < 1$, alors la suite g est décroissante.

— Si $q = 1$, alors la suite g est constante.

EXEMPLE