

Algorithmique - Introduction

1) Variables

Définition : Une variable est un objet possédant plusieurs caractéristiques, dont :

- Un nom
- Un type : Entier, flottant (nombre décimal), chaîne de caractères, booléen (vrai ou faux) ...
- Une valeur

L'instruction $a \leftarrow 0$ signifie que l'on crée une variable appelée a et qu'on lui affecte la valeur 0.

Propriété : Lors de l'exécution d'un programme, les lignes sont traitées **dans l'ordre, une par une**.

Exercice 1. Après exécution de l'algorithme suivant, que vaut la variable a ?

Algorithme :

- 1 $a \leftarrow 0$;
- 2 $b \leftarrow 1$;
- 3 $a \leftarrow 2$;

Exercice 2. Après exécution de l'algorithme suivant, que vaut la variable a ?

Algorithme :

- 1 $a \leftarrow 2$;
- 2 $b \leftarrow 3$;
- 3 $a \leftarrow b + 1$;

Exercice 3. Après exécution de l'algorithme suivant, que vaut la variable a ?

Algorithme :

- 1 $a \leftarrow 2$;
- 2 $a \leftarrow a + 1$;
- 3 $a \leftarrow a * a$;

Exercice 4. Après exécution de l'algorithme suivant, que vaut la variable a ?

Algorithme :

- 1 $a \leftarrow 2$;
- 2 $b \leftarrow 3$;
- 3 $a \leftarrow b + 1$;
- 4 $b \leftarrow 5$;

Exercice 5. Après exécution de l'algorithme suivant, que vaut la variable a ?

Algorithme :

- 1 $a \leftarrow 2$;
- 2 $b \leftarrow 3$;
- 3 $a \leftarrow b$;
- 4 $b \leftarrow a$;

Exercice 6*. On se donne l'algorithme suivant :

Algorithme :

- 1 $a \leftarrow -1$;
- 2 $b \leftarrow 4$;
- 3 $a \leftarrow a + b$;
- 4 $c \leftarrow b + 1$;
- 5 $b \leftarrow c + b - a$;
- 6 $a \leftarrow 2 * a$;
- 7 $c \leftarrow b - a$;

Compléter le tableau suivant, donnant la valeur de chaque variable à la **fin** de chaque ligne :

ligne	1	2	3	4	5	6	7
a	-1						
b							
c							

2) Fonctions

A partir de ce point, on écrira systématiquement des fonctions.

Exercice 7. On se donne l'algorithme suivant :

Algorithme :

- 1 Procédure $f(x)$:
- 2 $y \leftarrow x * x + 2$;
- 3 **retourner** y ;

1. Que retourne-t-il avec $x = 4$? ... $x = 11$? ...

Exercice 8. Ecrire un algorithme permettant d'obtenir l'image d'un nombre par la fonction $f : t \mapsto \frac{t^2 + 2t}{t^2 + 1}$.

Exercice 9. On se donne l'algorithme suivant :

Algorithme :

- 1 Procédure $\text{image}(x)$:
- 2 $y \leftarrow x * x + 2$;
- 3 $y \leftarrow y + x$;
- 4 **retourner** y ;

1. Que retourne la fonction image avec $x = 2$? ... $x = -3$? ...
2. Que retourne-t-il dans le cas général?

Exercice 10. On se donne l'algorithme suivant :

Algorithme :

- 1 Procédure $h(x)$:
- 2 $y \leftarrow x * x + 2$;
- 3 $y \leftarrow y^2 - 5$;
- 4 **retourner** y ;

1. Que retourne-t-il avec $x = 0$? ... $x = -4$? ...
2. Que retourne-t-il dans le cas général ?

Exercice 11. On se donne l'algorithme suivant, où L , l et h sont trois réels positifs.

Algorithme :

```
1 Procédure fonction_mystère( $L,l,h$ ) :
2   |    $V \leftarrow L * l * h$  ;
3   |   retourner  $V$  ;
```

Pouvez-vous interpréter ce que retourne cet algorithme ?

Exercice 12. On se donne l'algorithme suivant, où a et b sont deux réels strictement positifs.

Algorithme :

```
1 Procédure fonction_mystère_2( $a,b$ ) :
2   |    $c \leftarrow \sqrt{a^2 + b^2}$  ;
3   |   retourner  $c$  ;
```

Pouvez-vous interpréter ce que retourne cet algorithme ?

Exercice 13*. Ecrire un algorithme qui, à partir d'un nombre r , donne la somme de l'aire et du périmètre d'un cercle de rayon r .

3) Structures conditionnelles

Exercice 14. On se donne l'algorithme suivant :

Algorithme :

```
1 Procédure géné_appréciation(note) :
2   |   si note  $\leq 8$  alors
3   |   |   msg  $\leftarrow$  "A retravailler." ;
4   |   si  $8 < note \leq 12$  alors
5   |   |   msg  $\leftarrow$  "Ensemble correct." ;
6   |   si  $12 < note$  alors
7   |   |   msg  $\leftarrow$  "Bon travail!" ;
8   |   retourner msg ;
```

Que retourne-t-il pour note = 5 ? note = 12 ?

Exercice 15. On se donne l'algorithme suivant :

Algorithme :

```
1 Procédure est_reçu(note) :
2   |   si note  $\geq 10$  alors
3   |   |   résultat  $\leftarrow$  Vrai ;
4   |   sinon
5   |   |   résultat  $\leftarrow$  Faux ;
6   |   retourner résultat ;
```

Que retourne-t-il pour note = 5 ? ... note = 10 ? ...

Exercice 16. On se donne l'algorithme suivant :

Algorithme :

```
1 Procédure  $f(x)$  :
2   |   si  $x \geq 0$  alors
3   |   |    $y \leftarrow x$  ;
4   |   sinon
5   |   |    $y \leftarrow -x$  ;
6   |   retourner  $y$  ;
```

Après avoir fait quelques tests, pouvez-vous trouver que retourne cet algorithme pour x quelconque ?

Exercice 17. Modifier l'algorithme de l'exercice 16 pour qu'il retourne le signe de x .

Exercice 18. Modifier l'algorithme de l'exercice 16 pour qu'il retourne la distance entre deux nombres a et b .

Exercice 19*. On se donne l'algorithme suivant :

Algorithme :

```
1 Procédure mystère( $A,B,C$ ) :
2   |   si  $A \leq B$  alors
3   |   |   si  $B \leq C$  alors
4   |   |   |   retourner  $C$  ;
5   |   |   sinon
6   |   |   |   retourner  $B$  ;
7   |   sinon
8   |   |   si  $A \leq C$  alors
9   |   |   |   retourner  $C$  ;
10  |   |   sinon
11  |   |   |   retourner  $A$  ;
```

1. Tester cet algorithme pour les valeurs suivantes :

— $A = 0, B = 1, C = 2$:

— $A = -5, B = 7, C = -10$:

— $A = 3, B = 3, C = 2$:

— $A = 10, B = 3, C = 5$:

— $A = 0, B = 0, C = 0$:

2. Que retourne-t-il de manière générale ?

Exercice 20*. Ecrire un algorithme qui, à partir de deux nombres, retourne le plus grand des deux s'ils sont positifs, et le plus petit des deux sinon.

Exercice 21. Que retourne l'algorithme suivant pour $\text{var} = 3$? $\text{var} = -7$? On réutilisera ici l'algorithme de l'exercice 16.

Algorithme :

```

1 Procédure Procédure_spéciale(var) :
2    si var =  $f(\text{var})$  alors
3     res  $\leftarrow \text{var}^2 - 6$  ;
4     si res  $\leq 0$  alors
5       retourner res ;
6     sinon
7       retourner  $2*\text{res}-5$  ;
8     sinon
9       retourner  $3*\text{var}$  ;

```

Exercice 22. On se donne l'algorithme suivant :

Algorithme :

```

1 Procédure fonction(A,B) :
2    si A > B alors
3     si B > 0 alors
4       C  $\leftarrow A + B$  ;
5     sinon
6       C  $\leftarrow A - B$  ;
7     sinon
8     si A > 0 alors
9       C  $\leftarrow A + B$  ;
10    sinon
11       C  $\leftarrow B - A$  ;
12    retourner C ;

```

1. Quelle est la valeur de C pour $A = 15$ et $B = 25$?

...

2. Pour $A = 45$ et $B = -56$? ...

3. (a) Démontrer que C est toujours positif.

(b) Est-il strictement positif?

Exercice 23. Ecrire un algorithme qui retourne le maximum parmi deux nombres, parmi quatre nombres, puis parmi huit nombres.

Exercice 24. On se donne les algorithmes suivants :

Algorithme :

1 Procédure

calcul2(x) :

```

2    y  $\leftarrow x$  ;
3    y  $\leftarrow y * x - 3$  ;
4    y  $\leftarrow y * x + 7$  ;
5    y  $\leftarrow y * x - 5$  ;
6    retourner y ;

```

Algorithme :

1 Procédure

calcul1(x) :

```

2    y  $\leftarrow x^3 - 3 *$ 
3     x $^2 + 7 * x - 5$  ;

```

3 retourner y ;

4 y $\leftarrow y * x + 7$;

5 y $\leftarrow y * x - 5$;

6 retourner y ;

1. Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	-1	2	3
calcul1(x)			
calcul2(x)			

2. Emettre et prouver une conjecture concernant ces deux algorithmes.