

# FONCTIONS : GÉNÉRALITÉS

## PROGRAMME

- Fonctions à valeurs réelles définies sur un intervalle ou une réunion finie d'intervalles
- Courbe représentative :  $(x, f(x)) \dots$
- Fonction paire, impaire. Traduction géométrique
- Capacités :
  - Exploiter l'équation d'une courbe : appartenance, coordonnées
  - Modéliser par des fonctions [ ... ]
  - Résoudre des (in)équations : graphiquement, algébriquement, tableaux de signes
  - Etudier la parité dans des cas simples
- REPORTE : Croissance, décroissance, monotonie, tableaux de variations

## I - Définitions, notations

### DÉFINITION

Soit  $D \subset \mathbb{R}$ . On appelle fonction  $f$  sur l'ensemble  $D$  le processus qui à tout nombre  $x \in D$  associe un **unique** réel noté  $f(x)$ . On note  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ .

$$\begin{array}{ccc} & x & \\ & \longmapsto & \\ & f(x) & \end{array}$$

Valeur d'entrée (dans  $D$ )



Valeur de sortie (dans  $\mathbb{R}$ )

On dit alors que :

- $f(x)$  est l'image de  $x$
- $x$  est un antécédent de  $f(x)$
- $D$  est l'ensemble ( ou domaine ) de définition de  $f$

### EXEMPLE

On définit la fonction  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .

$$\begin{array}{ccc} & x & \\ & \longmapsto & \\ & x^2 - x & \end{array}$$

- L'ensemble de définition de  $f$  est  $\mathbb{R}$ .
- L'image de 2 par la fonction  $f$  est 2 :  $f(2) = 2^2 - 2 = 2$ .
- 2 est un antécédent de 2 par la fonction  $f$ . -1 en est aussi un car  $f(-1) = (-1)^2 - 1 = 2$ .

### REMARQUE

Chaque nombre dans  $D$  possède une unique image, mais plusieurs antécédents d'un même nombre peuvent exister.

## II - Représentation graphique d'une fonction

### DÉFINITION

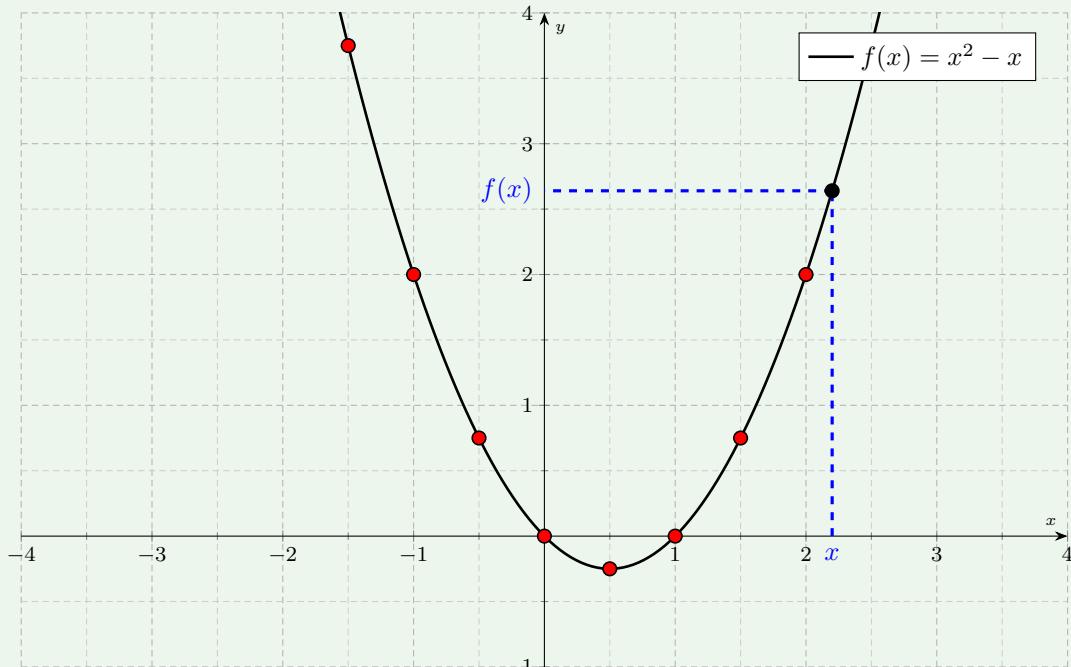
Dans un repère du plan, l'ensemble des points  $(x, f(x))$  pour  $x \in D$  constitue la courbe de  $f$ . L'équation de la courbe de  $f$  est  $y = f(x)$  pour  $x \in D$ .

### MÉTHODE

Dans la pratique, il faut placer plusieurs points pour tracer la courbe d'une fonction le plus précisément possible. On peut s'aider d'une table de valeurs.

### EXEMPLE

$x$	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5
$f(x)$									

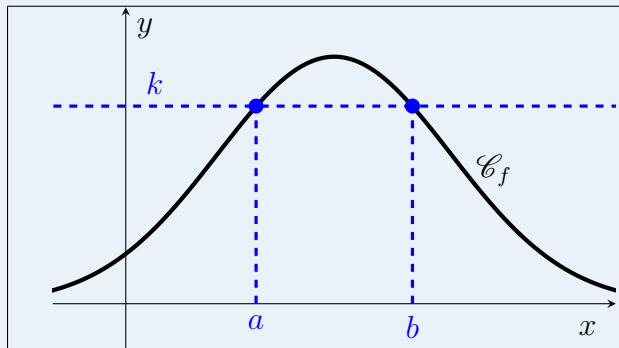


Les points de coordonnées  $(-1; 2)$  et  $(1; 0)$  appartiennent à la courbe de  $f$ , mais pas le point de coordonnées  $(0; 1)$ .

## III - Résolution graphique d'équations

## 1. Équations du type $f(x) = k$

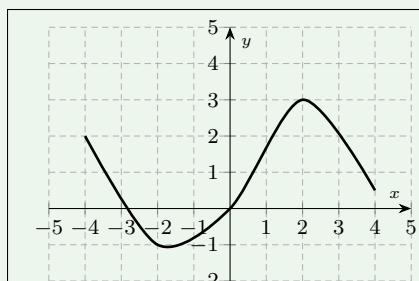
### MÉTHODE



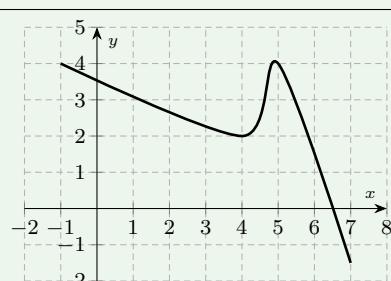
Résoudre l'équation  $f(x) = k$  signifie trouver les antécédents de  $k$  par la fonction  $f$ . Cela revient donc à chercher l'abscisse des points de la courbe dont l'ordonnée est  $k$ . Ici, l'ensemble des solution de l'équation est :

$$S = \{a; b\}$$

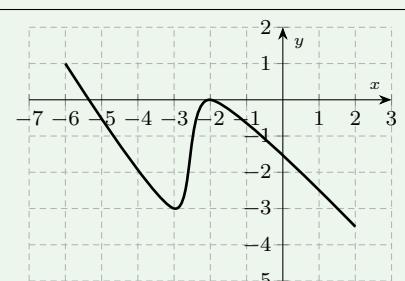
### EXEMPLES



Résoudre  $f(x) = 1$  :



Résoudre  $g(x) = 1$  :

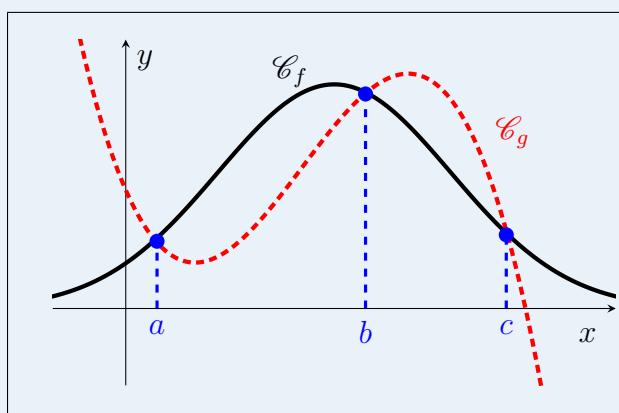


Résoudre  $h(x) = -4$  :

► Fiche, exos 1-2

## 2. Équations du type $f(x) = g(x)$

### MÉTHODE



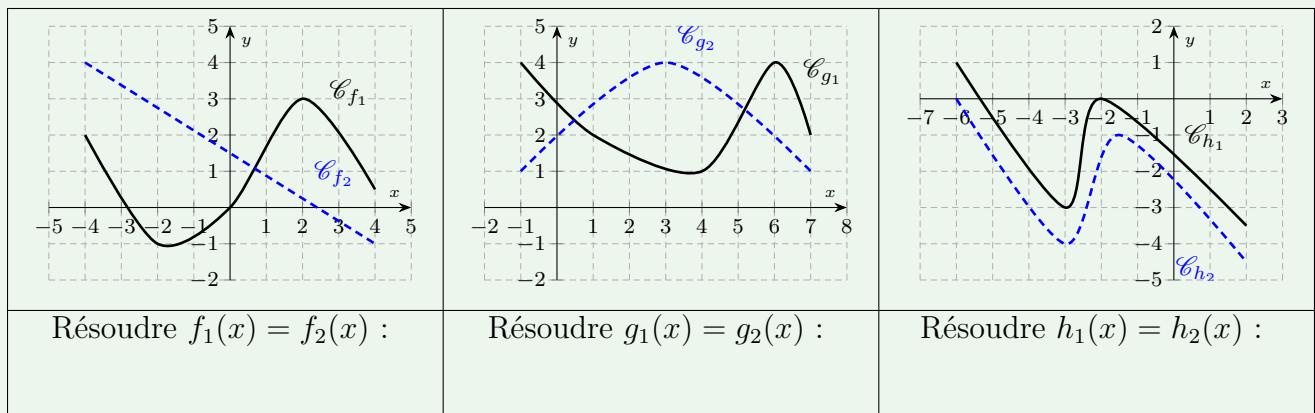
Résoudre l'équation  $f(x) = g(x)$  signifie trouver les nombres qui ont la même image par  $f$  et  $g$ .

Cela revient donc à chercher l'abscisse des points d'intersection des deux courbes  $C_f$  et  $C_g$ .

Ici, l'ensemble des solution de l'équation est :

$$S = \{a; b; c\}$$

## EXEMPLES



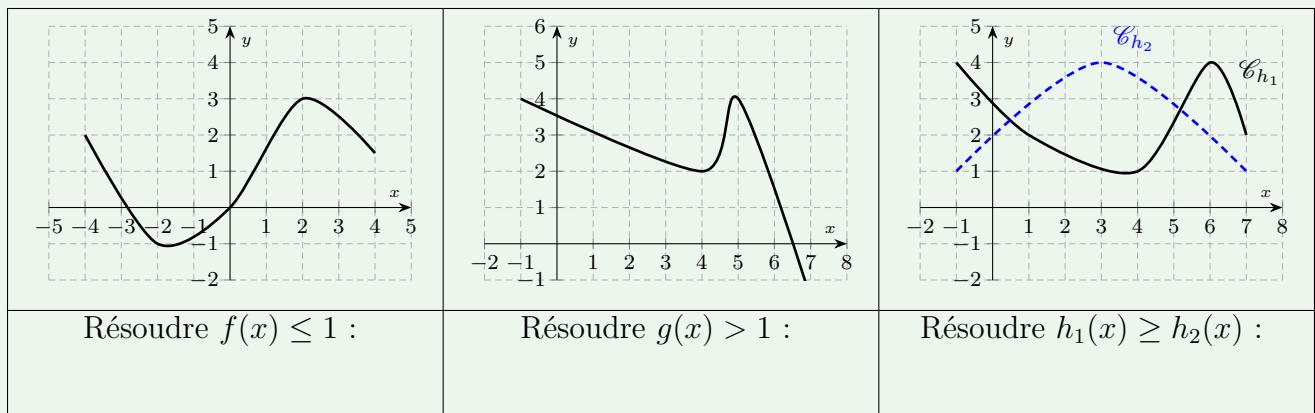
► Exo 3 + Résoudre  $f(x)=g(x)$  sur la fiche équations

## IV - Résolution graphique d'inéquations

### MÉTHODE

$f(x) > k$	$f(x) \leq k$	$f(x) > g(x)$
Résoudre l'inéquation $f(x) > k$ signifie trouver les nombres qui ont une image supérieure à $k$ . Cela revient donc à chercher l'abscisse des points de la courbe se situant "au dessus" de la droite d'équation $y = k$ . Ici, l'ensemble des solution de l'inéquation est : $S = ]a; b[$	Résoudre l'inéquation $f(x) \leq k$ signifie trouver les nombres qui ont une image inférieure à $k$ . Cela revient donc à chercher l'abscisse des points de la courbe se situant "en dessous" de la droite d'équation $y = k$ . Ici, l'ensemble des solution de l'inéquation est : $S = ]-\infty; a] \cup [b; +\infty[$	Résoudre l'inéquation $f(x) > g(x)$ signifie trouver les nombres dont l'image par $f$ est supérieure à l'image par $g$ . Cela revient à chercher l'abscisse des points de $C_f$ situés "au dessus" des points de $C_g$ . Ici, l'ensemble des solutions de l'inéquation est : $S = ]-\infty; a[ \cup ]b; c[$

## EXEMPLES



► Exos Hyperbole

## V - Etude du signe

### MÉTHODE

Dresser le tableau de signes d'une fonction  $f$ , c'est indiquer sur quels intervalles la fonction est négative, positive ou nulle.

Avec la même fonction que précédemment, on obtient :

$x$	-2	-1	2	5	
$f(x)$	+	0	-	0	+

## VI - Parité d'une fonction

### DÉFINITION

Soit  $f$  une fonction définie sur un intervalle  $I$  centré en 0 ( $I = [-a; a]$ ,  $] -a; a[$  ou  $\mathbb{R}$ ). On dit que  $f$  est :

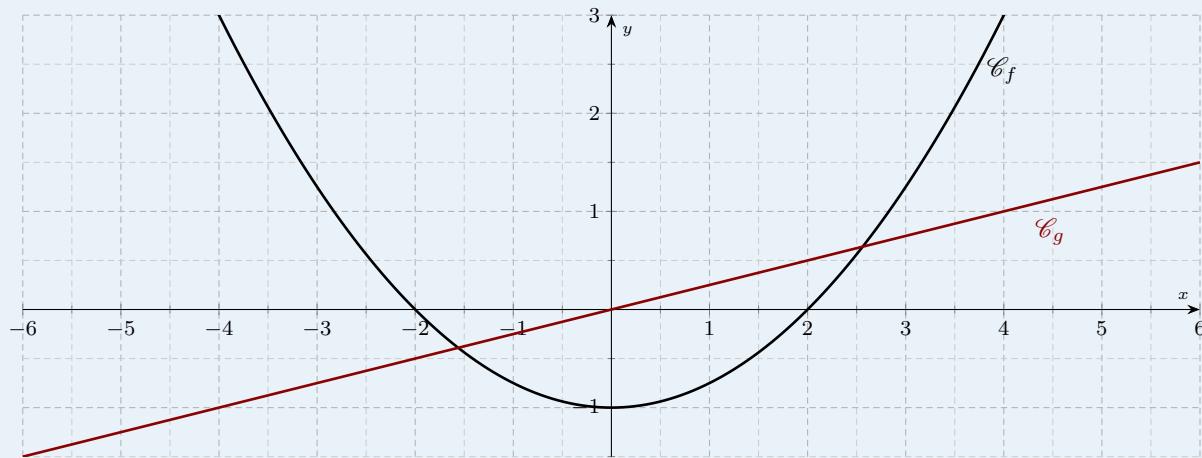
- **paire** lorsque pour tout  $x \in I$ ,  $f(-x) = f(x)$ .
- **impaire** lorsque pour tout  $x \in I$ ,  $f(-x) = -f(x)$ .

## EXEMPLES

- La fonction  $f : [-2; 2] \rightarrow \mathbb{R}$  est paire car pour tout  $x \in [-2; 2]$ ,  $f(-x) = (-x)^2 - 1 = x^2 - 1 = f(x)$ .
- La fonction  $g : ]3; 3[ \rightarrow \mathbb{R}$  est impaire.

## PROPRIÉTÉS

- $f$  est paire si et seulement si  $\mathcal{C}_f$  est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
- $f$  est impaire si et seulement si  $\mathcal{C}_f$  est symétrique par rapport à l'origine du repère  $(0; 0)$ .



## REMARQUE

Une fonction peut être ni paire ni impaire !

## DÉROULÉ

- Total : 4 semaines
- Semaine 1
  - 1h30 - Activité intro ( coordonnées points, graphes )
  - 30m - Début du cours : I
- Vacances - Semaine 2
  - 30m - Activité Emmanuel (remise en marche) - Questions 1 à 8
  - 3h - Cours II puis Exos 1 -> 8 (TD Chingatome en +)
- Semaine 3
  - 2h30 - Cours (in)equations + Exos Hyperbole
  - 1h30 - Cours Signe + Exos
  - 1h30 - Parité