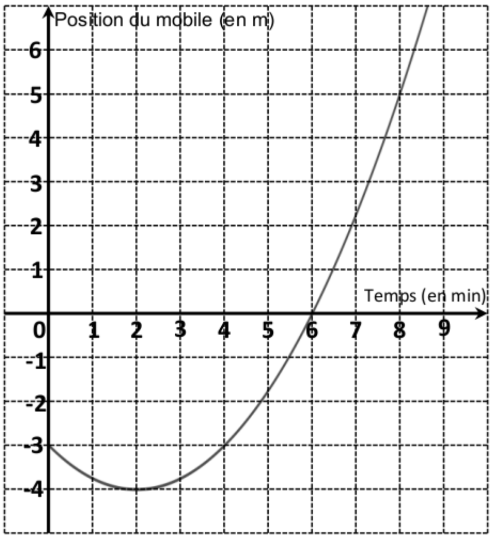
Exercice 1. Un mobile se déplace sur une droite graduée en mètre.
Son abscisse p(t) sur cette droite graduée (exprimée en mètre) en fonction du temps écoulé t (exprimé en minute) depuis le départ est donnée par :

$$p(t) = 0{,}25t^2 - t - 3$$

1. Quelle est la position du mobile à l'instant t = 0 min (c'est-à-dire au début du mouvement), puis à l'instant t = 2 min ?
2. La courbe représentative de la fonction p est tracée ci-dessous.



À l'aide de cette courbe, répondre aux questions suivantes :

(a) Déterminer à quel(s) instant(s) le mobile est à la position -3

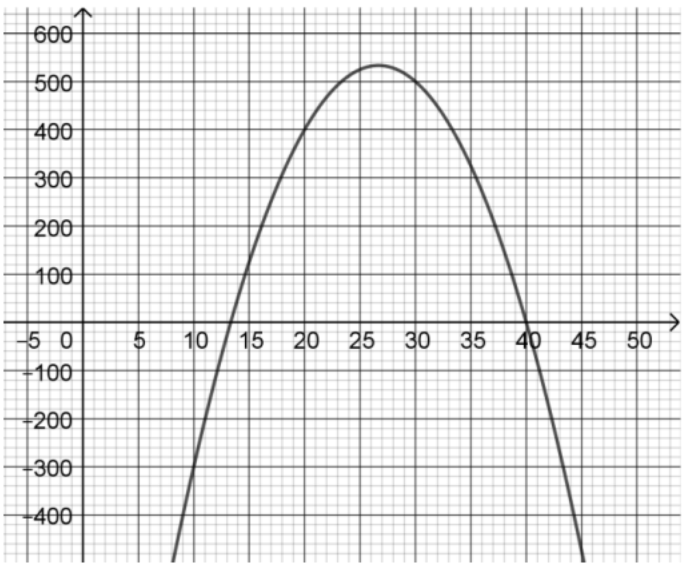
3. (a) Montrer que, pour tout réel $t \geq 0$, $p(t) = 0{,}25(t-6)(t+2)$

   (b) À l'aide du tableau de signes de p sur $[0\ ;\ +\infty[$, déterminer à quels instants le mobile a une abscisse positive ou nulle.

Exercice 2. Une entreprise fabrique des lampes solaires. Elle ne peut pas produire plus de 5000 lampes par mois. Le résultat qu'elle peut réaliser en un mois, exprimé en centaines d'euros, est modélisé par une fonction b dont la représentation graphique est donnée ci-dessous. On rappelle que lorsque le résultat est positif, on l'appelle bénéfice. L'axe des abscisses indique le nombre de lampes produites et vendues exprimé en centaines.

En utilisant le graphique :

1. Lire $b(10)$ et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
2. Déterminer avec la précision que la lecture graphique permet, le bénéfice maximal que peut réaliser l'entreprise et les quantités de lampes à fabriquer correspondantes.



3. La fonction b définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ est définie par l'expression suivante :

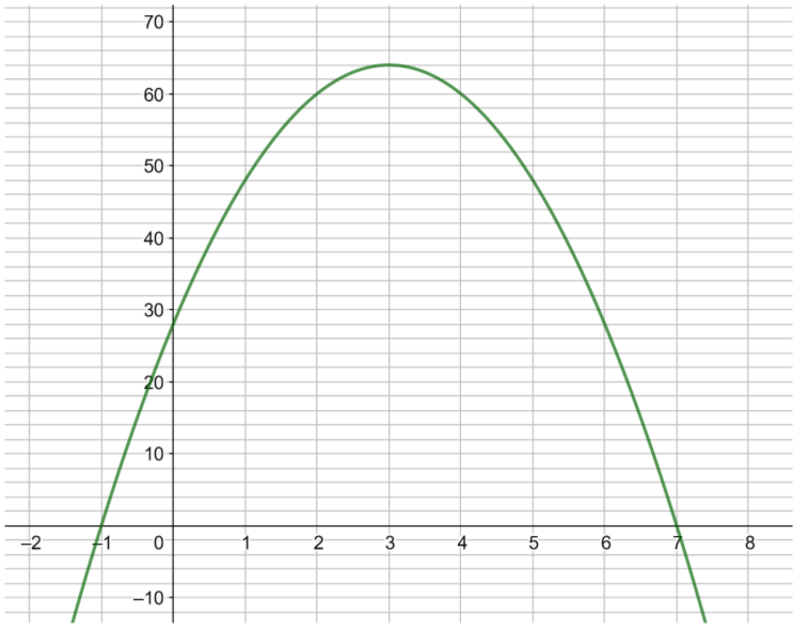
$$b(x) = -3x^2 + 160x - 1600$$

   (a) Montrer $b(x) = -3(x-40)(x-\frac{40}{3})$

   (b) Résoudre $b(x) = 0$

   (c) Donner la valeur exacte du maximum de la fonction b et en quel nombre il est atteint.

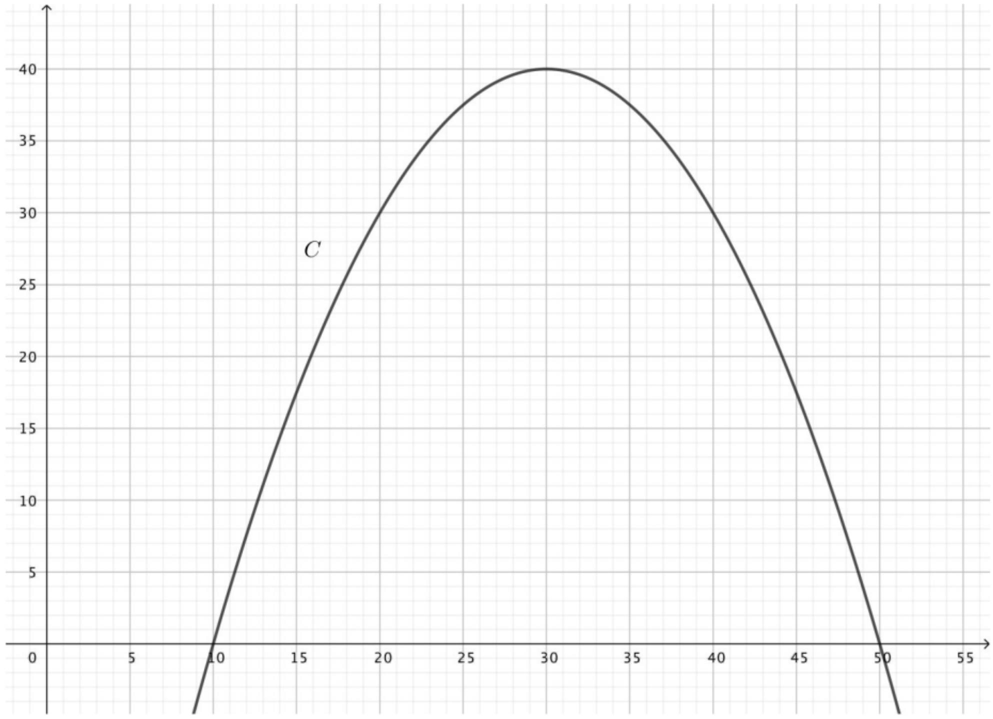
Exercice 3. On considère la fonction du second degré f définie sur $\mathbb{R}$ dont la représentation graphique est donnée ci-dessous dans un repère.



Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes.

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$
2. Dresser le tableau de signes de f sur $\mathbb{R}$
3. Tracer l'axe de symétrie de la courbe représentative de la fonction f.
4. Dresser le tableau de variations de la fonction f.
5. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x) \geq 28$

Exercice 4. Soit f la fonction définie sur $[0\ ;\ 60]$ par $f(x) = -0{,}1x^2 + 6x - 50$. La fonction f représente le résultat (en million d'euros) que réalise une entreprise pour la fabrication de x millions de jouets (on suppose que tous les jouets fabriqués sont vendus). La représentation graphique C de la fonction f est tracée ci-dessous.



1. (a) Déterminer graphiquement le bénéfice maximal et le nombre de jouets fabriqués pour lequel ce maximum est atteint.
   (b) Résoudre graphiquement $f(x) > 35$. Interpréter votre réponse.
2. On sait que cette fonction peut s'écrire sous la forme $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$. Expliquer comment, à partir du graphique, on peut conjecturer que $f(x) = a(x - 10)(x - 50)$.
3. **Démontrer** que, pour tout x de $[0\ ;\ 60]$, $f(x) = -0{,}1(x - 10)(x - 50)$.
4. Résoudre sur $[0\ ;\ 60]$, l'inéquation $f(x) < 0$. Interpréter votre réponse.

Exercice 5.

Durant une balade en forêt, un enfant se fabrique un arc et des flèches. Il s'intéresse à la trajectoire d'une de ses flèches. L'enfant décide de tirer sa flèche par-dessus un hangar désaffecté. La trajectoire est une portion de la courbe représentative de la fonction f située dans le quart de plan rapporté au repère $(O; \vec{i}\,; \vec{j}\,)$ ci-contre et définie pour tout réel x, par $f(x) = -0{,}2(x - 5)^2 + 6{,}5$.

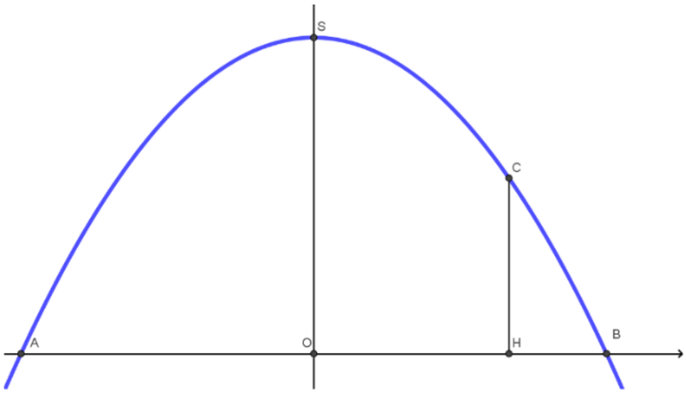
Une unité graphique correspond à 1 mètre dans la réalité.

1. (a) De quelle hauteur, en mètre, la flèche est-elle tirée ? Justifier la réponse.
   (b) Quelle hauteur maximale, en mètre, atteint-elle ? Justifier la réponse.
2. On s'intéresse au pan du toit représenté par le segment $[AB]$, où $A(10; 2)$ et $B(6; 5.6)$ dans le repère $(O; \vec{i}\,; \vec{j}\,)$.
   Démontrer qu'une équation de la droite (AB) est $y = -0{,}9x + 11$

3. Démontrer que pour tout réel x, $f(x) - g(x) = -0{,}2(x-5)(x-9{,}5)$.
4. Quelles sont les coordonnées exactes du point d'impact sur le toit ?

Exercice 6.

La Casa Batllo est l'une des réalisations de l'architecte Antoni Gaudí à Barcelone.
Le grenier abrite une succession d'arcs en forme de paraboles évoquant la cage thoracique d'un grand animal. Le but de cet exercice est de déterminer une équation de l'un de ces arcs (celui situé au fond sur la photo).



On modélise cet arc à l'aide d'une fonction polynôme du second degré f, qui a pour expression

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

où a, b et c sont des réels qui seront déterminés dans cet exercice.
La parabole de sommet S, qui représente graphiquement la fonction f , est tracée ci-dessus dans un repère orthonormé d'origine O dont l'axe des abscisses est la droite (OB) et l'axe des ordonnées la droite (OS) . **L'unité est le mètre sur chacun des axes**.

La largeur AB de l'arc au sol est égale à 6 mètres. On a donc $A(-3; 0)$ et $B(3; 0)$

1. Déterminer $f(-3)$ et $f(3)$
2. En déduire que l'on a : $9a - 3b + c = 0$ et $9a + 3b + c = 0$
3. A l'aide de la question 2, prouver que $b = 0$ et $9a + c = 0$
4. Une personne de taille 1,70m représentée par le segment $[HC]$ sur le graphique passe exactement sous l'arc en se plaçant à 1m du point B de l'arc.
   On a donc $C(2; 1{,}7)$. Montrer que $4a + c = 1{,}7$
5. A l'aide des questions précédentes, déterminer l'expression de f.

Exercice 7.

Une entreprise produit mensuellement entre 200 et 3 000 panneaux solaires.
On modélise le résultat de l'entreprise réalisé sur la vente de x centaines de panneaux solaires par la fonction f définie sur l'intervalle $[2 ; 30]$ par :

$$f(x) = -2x^2 + 90x - 400$$

1. On admet que, pour tout x de l'intervalle $[2 ; 30]$, on a $f(x) = -2(x-40)(x-5)$.
   Donner le tableau de signes de la fonction f sur l'intervalle $[2 ; 30]$.
2. A partir de quel volume de production de panneaux solaires le résultat réalisé par l'entreprise est-il positif ?
3. Donner le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[2 ; 30]$.
4. Déterminer la valeur du bénéfice maximal et le volume de production correspondant.