

FONCTIONS AFFINES

PROGRAMME

- Fonctions affines : Capacités
 - tracer une droite donnée par son équation réduite ou par un point et son coefficient directeur
 - lire graphiquement l'équation réduite d'une droite
 - déterminer l'équation réduite d'une droite à partir des coordonnées de deux de ses points
- déterminer le signe d'une expression du premier degré
- résoudre une équation ou une inéquation du premier degré

I - Généralités

DÉFINITION

Une fonction affine est une fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax + b$ où a et b désignent deux nombres réels donnés.

EXEMPLES

$f : x \mapsto 3x + 1$, $g : x \mapsto \frac{x}{3} - 2$ et $h : x \mapsto 0,1x - 7,2$ sont des fonctions affines.

CAS PARTICULIERS

- $x \mapsto ax$ (ici, $b = 0$) est une fonction affine particulière appelée **fonction linéaire**.
- $x \mapsto b$ (ici, $a = 0$) est une fonction affine particulière appelée **fonction constante**.

PROPRIÉTÉ

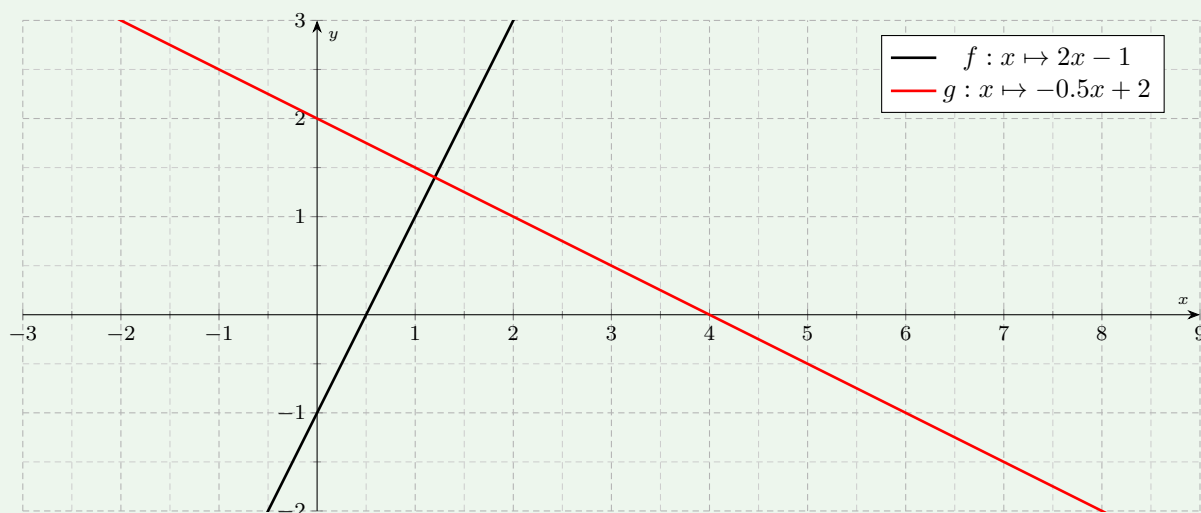
Dans un repère, la représentation graphique d'une fonction affine est une **droite** qui coupe l'axe des ordonnées.

VOCABULAIRE

Dans un repère, soit d la droite représentant une fonction affine $f : x \mapsto ax + b$. On dit que :

- a est le **coefficient directeur** de d .
- b est l'**ordonnée à l'origine** de d .
- $y = ax + b$ est l'équation réduite de d .

EXEMPLE

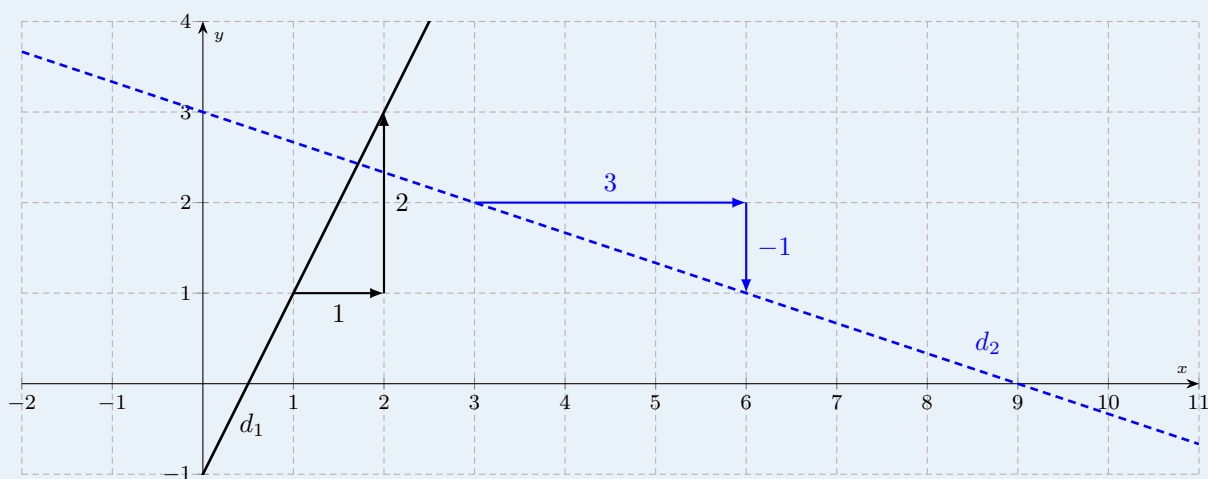


► Exos 2f, 115, 116 p33

II - Recherche de l'équation réduite d'une droite

1. Par lecture graphique

MÉTHODE



- Pour d_1 : Lorsque j'avance d'un carreau vers la droite, je monte de deux carreaux. Le coefficient directeur de d_1 est donc égal à $\frac{2}{1} = 2$. L'ordonnée à l'origine de d_1 est -1 . Alors l'équation réduite de d_1 est $y = 2x - 1$.
- Pour d_2 : Lorsque j'avance de trois carreaux vers la droite, je descends d'un carreau. Le coefficient directeur de d_2 est donc égal à $\frac{-1}{3}$. L'ordonnée à l'origine de d_2 est 3 . Alors l'équation réduite de d_2 est $y = -\frac{1}{3}x + 3$.

Plus généralement, on a $a = \frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}}$.

► Exos 5f, 118, 119 p33

2. En connaissant deux points

PROPOSITION

Si $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$ sont deux points appartenant à une droite d d'équation réduite $y = ax + b$, alors on a :

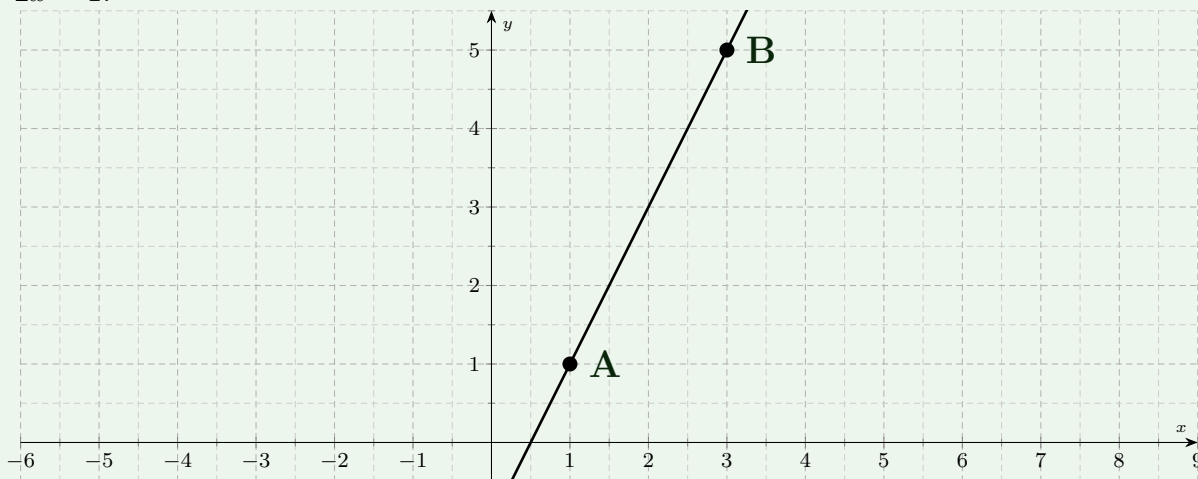
$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

REMARQUE

Cette formule est la même que celle du taux de variation d'une fonction !

EXEMPLE

Soient $A(1,1)$ et $B(3,5)$ deux points appartenant à une droite d . Alors son coefficient directeur est égal à $\frac{5-1}{3-1} = \frac{4}{2} = 2$. L'équation réduite de d est donc $y = 2x + b$. En remplaçant x et y par les coordonnées d'un des deux points donnés (on prendra B ici), on obtient l'équation suivante : $5 = 2 \times 3 + b$ soit donc $5 = 6 + b$ et alors $5 - 6 = b$ puis $b = -1$. L'équation réduite de d est alors $y = 2x - 1$.



► Exos 7f, 121, 122 p33

III - Tableau de signe d'une fonction affine

PROPOSITION

Soit $f : x \mapsto ax + b$ une fonction affine avec $a \neq 0$. Alors $f(x) = 0$ si et seulement si $ax + b = 0$ ssi $ax = -b$ ssi $x = -\frac{b}{a}$. Le tableau de signes de f dépend du signe de a :

Si $a > 0$:

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+

Si $a < 0$:

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-

► Exos 8f, 92, 93 p31