

# SUITES ARITHMÉTIQUES ET GÉOMÉTRIQUES

## PROGRAMME

- Suites arithmétiques : évolutions absolues constantes (croissance linéaire).
- Suites géométriques : évolutions relatives constantes (croissance exponentielle).
  - Relation de récurrence
  - Sens de variation
  - Représentation graphique
- Compétences
  - Reconnaître si une situation relève d'un modèle discret de croissance linéaire ou exponentielle.
  - Conjecturer, à partir de sa représentation graphique, la nature arithmétique ou géométrique d'une suite.
  - Démontrer qu'une suite est arithmétique ou géométrique.
  - Déterminer le sens de variation d'une suite arithmétique ou géométrique à l'aide de la raison.

## I - Suites arithmétiques

### 1. Généralités

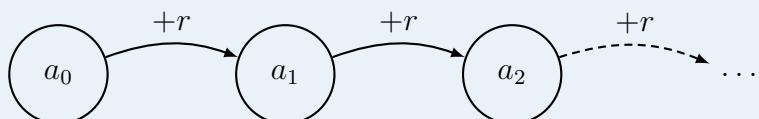
#### DÉFINITION

Une suite est dite arithmétique lorsque l'on passe d'un terme au suivant en ajoutant toujours le même nombre, appelé la raison.

Pour définir une suite arithmétique  $a$ , on a besoin de deux nombres :

- Son premier terme  $a_0$
- Sa raison  $r$

On a alors la relation  $a_{n+1} = a_n + r$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .



#### EXEMPLE

Soit  $u$  la suite arithmétique de premier terme  $u_0 = 5$  et de raison  $r = -2$ . Alors :

$$\begin{aligned} u_1 &= u_0 - 2 = 3 \\ u_2 &= u_1 - 2 = 1 \\ u_3 &= u_2 - 2 = -1 \\ u_4 &= \dots \end{aligned}$$

#### REMARQUE

La différence entre deux termes successifs vaut toujours  $r$  : Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $a_{n+1} - a_n = r$ .

- Exos 32,(33) p91
- Exos 70,71 p94
- Exos 37,76,(78) p91/94
- Exo 75p94

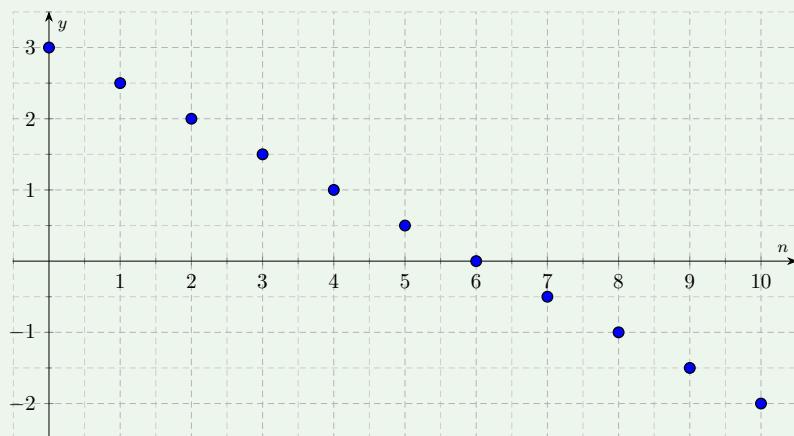
- Preuves : Exos 75,77 p94

## 2. Représentation graphique

### PROPRIÉTÉ

Lorsqu'on représente graphiquement une suite arithmétique, les points obtenus sont alignés.

### EXEMPLE



On a représenté une suite arithmétique  $u$  ci-dessus. On a  $u_0 = 3$  et  $u_1 = 2,5$ . Alors  $r = u_1 - u_0 = 2,5 - 3 = -0,5$ . La suite  $u$  est donc une suite arithmétique de premier terme 3 et de raison  $r = -0,5$ .

- Exo 36 p91

## 3. Variations des suites arithmétiques

### PROPOSITION

- Si  $r > 0$ , alors la suite  $a$  est croissante.
- Si  $r < 0$ , alors la suite  $a$  est décroissante.
- Si  $r = 0$ , alors la suite  $a$  est constante.

### EXEMPLE

Soit  $a$  la suite arithmétique définie par  $a_0 = 13$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $a_{n+1} = a_n - 5$ . La raison de cette suite est  $r = -5 < 0$  donc  $a$  est décroissante.

- Exo 83 p95

## II - Suites géométriques, cas positif

### 1. Généralités

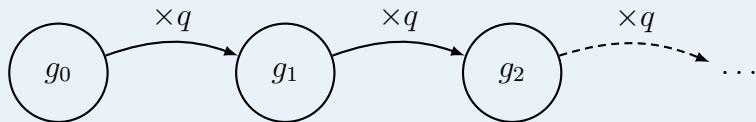
#### DÉFINITION

Une suite est dite géométrique lorsque l'on passe d'un terme au suivant en multipliant toujours par le même nombre, appelé la raison.

Pour définir une suite géométrique  $g$ , on a besoin de deux nombres :

- Son premier terme  $g_0$
- Sa raison  $q$

On a alors la relation  $g_{n+1} = q \times g_n$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .



► On se restreindra au cas où  $g_0$  et  $q$  sont strictement positifs.

#### EXEMPLE

Soit  $g$  la suite géométrique de premier terme  $g_0 = 3$  et de raison  $q = 2$ . Alors :

$$\begin{aligned} g_1 &= g_0 \times 2 = 6 \\ g_2 &= g_1 \times 2 = 12 \\ g_3 &= g_2 \times 2 = 24 \\ g_4 &= \dots \end{aligned}$$

#### REMARQUE

Le quotient de deux termes successifs vaut toujours  $q : \frac{g_{n+1}}{g_n} = q$ .

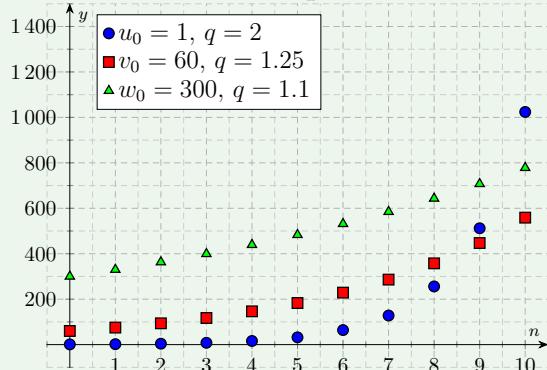
► Exos 34,35 p91  
► Exos 72,73,(82) p94  
► Exo 80p94

► Preuves : Exos 79,81 p94

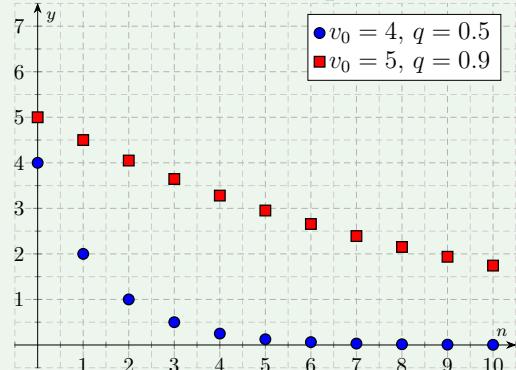
### 2. Représentation graphique des suites géométriques

## EXEMPLES

### Cas 1 : $q > 1$



### Cas 2 : $0 < q < 1$



► Exo 40 p91

## 3. Variations des suites géométriques

### PROPOSITION

- Si  $q > 1$ , alors la suite  $g$  est croissante.
- Si  $0 < q < 1$ , alors la suite  $g$  est décroissante.
- Si  $q = 1$ , alors la suite  $g$  est constante.

### EXEMPLE

Soit  $g$  la suite géométrique définie par  $g_0 = 5$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $g_{n+1} = 0,9 \times g_n$ . La raison de cette suite est  $q = 0,9 < 1$  donc  $g$  est décroissante.

► Exo 84 p95

- Exo 74 p94
- Exo 94 p96
- Exos 86,88 p95