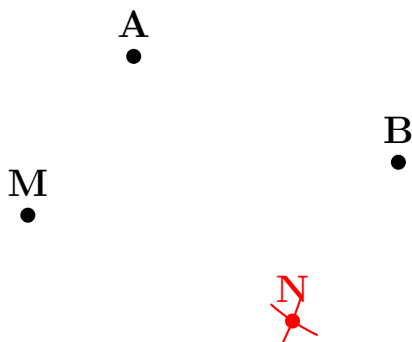


Vecteurs du plan : Première approche

Voir activité d'introduction

I - Translations

Soient A, B, M trois points quelconques du plan. L'image de M par la translation de vecteur \overrightarrow{AB} est l'unique point N tel que le quadrilatère $ABNM$ soit un parallélogramme.



Remarques : Lors de cette translation :

- Les droites (AB) et (MN) sont parallèles
- Les longueurs AB et MN sont égales

II - Généralités sur les vecteurs

Un vecteur \vec{u} peut être représenté avec une origine A et une extrémité B . Il est caractérisé par :

- Sa direction (celle de la droite (AB))
- Son sens (de A vers B)
- Sa norme (ou sa longueur), notée $\|\vec{u}\|$. On a $\|\vec{u}\| = AB$.

Egalité de deux vecteurs : Lorsque deux vecteurs symbolisent le même déplacement, on dit qu'ils sont égaux. La figure précédente nous donne alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{NM}$, $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BN}$.

Propriété : Les quatre propositions suivantes sont **équivalentes** :

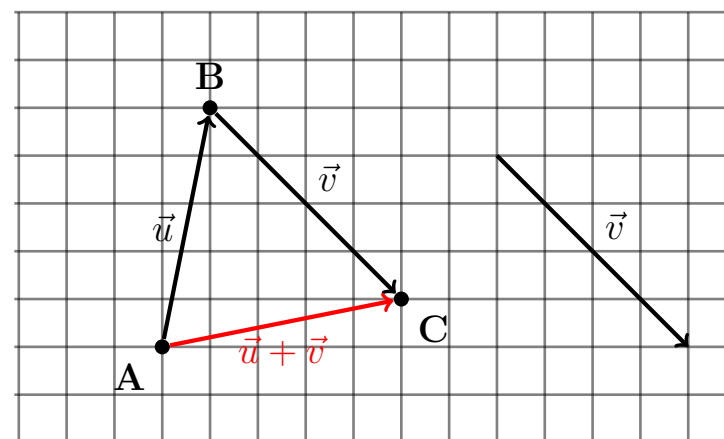
- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MN}$
- N est l'image de M par la translation de vecteur \overrightarrow{AB}
- $[AN]$ et $[BM]$ se coupent en leur milieu
- $ABNM$ est un parallélogramme

Quelques exemples particuliers :

- Le vecteur nul, noté $\vec{0}$, est obtenu à partir de la translation qui transforme A en A , B en B ... On a alors $\vec{0} = \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = \dots$. Ce vecteur n'a ni direction, ni sens, et sa norme est nulle.
- L'opposé du vecteur \overrightarrow{AB} est le vecteur associé à la translation qui transforme B en A . On le note $-\overrightarrow{AB}$. Ainsi, $-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$. Il a la même direction et la même norme que \overrightarrow{AB} mais est de sens contraire.

III - Somme de deux vecteurs

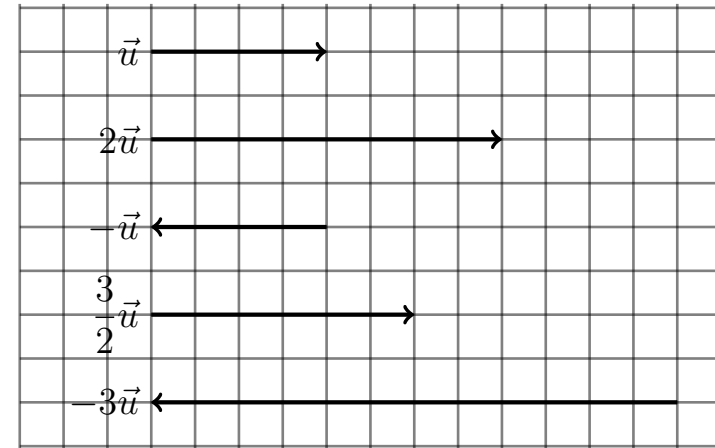
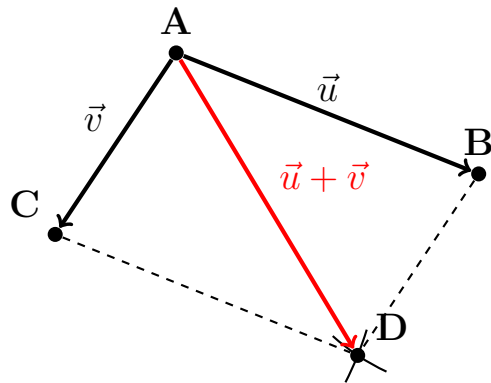
Voir activité somme de deux vecteurs



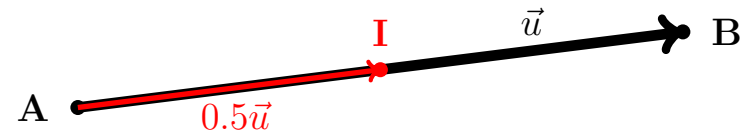
Exemple : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} = \vec{0}$

Attention : En général, la longueur de $\vec{u} + \vec{v}$ n'est pas égale à la somme de celle de \vec{u} et de \vec{v} : $\|\vec{u} + \vec{v}\| \neq \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$

Méthode : Pour construire $\vec{AB} + \vec{AC}$, il suffit de construire le parallélogramme $ABDC$ et de prendre le vecteur \vec{AD} .



Application : I est le milieu de $[AB]$ se traduit par $\vec{AI} = \vec{IB}$ ou $\vec{AB} = 2\vec{AI}$ ou $\vec{AI} = \frac{1}{2}\vec{AB}$.



IV - Produit d'un vecteur par un nombre réel

Soit k un réel et \vec{u} un vecteur. Le produit de k par \vec{u} est le vecteur noté $k\vec{u}$ tel que :

- \vec{u} et $k\vec{u}$ ont la même direction
- La longueur de $k\vec{u}$ est $|k| \|\vec{u}\|$
- Si $k > 0$, \vec{u} et $k\vec{u}$ ont le même sens. Sinon, ils ont des sens opposés.

Remarque : En particulier, $0 \times \vec{u} = \vec{0}$.

Exemple :