

# FONCTIONS AFFINES

## I - Généralités

### DÉFINITION

Une fonction affine est une fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = ax + b$  où  $a$  et  $b$  désignent deux nombres réels donnés.

### EXEMPLES

$f : x \mapsto 3x + 1$ ,  $g : x \mapsto \frac{x}{3} - 2$  et  $h : x \mapsto 0,1x - 7,2$  sont des fonctions affines.

### CAS PARTICULIERS

- $x \mapsto ax$  (ici,  $b = 0$ ) est une fonction affine particulière appelée **fonction linéaire**.
- $x \mapsto b$  (ici,  $a = 0$ ) est une fonction affine particulière appelée **fonction constante**.

### PROPRIÉTÉ

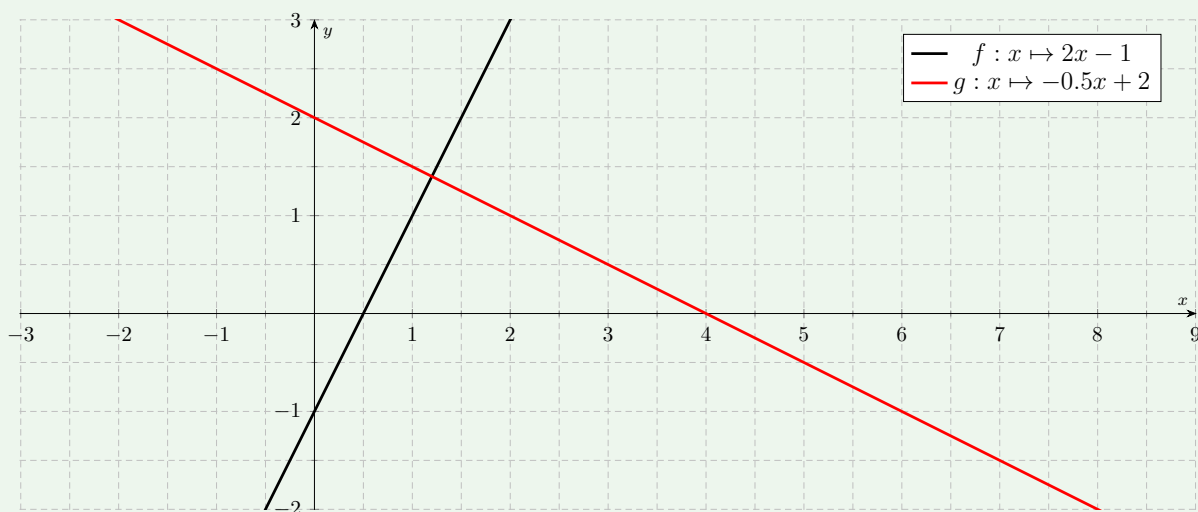
Dans un repère, la représentation graphique d'une fonction affine est une **droite** qui coupe l'axe des ordonnées.

### VOCABULAIRE

Dans un repère, soit  $d$  la droite représentant une fonction affine  $f : x \mapsto ax + b$ . On dit que :

- $a$  est le **coefficient directeur** de  $d$ .
- $b$  est l'**ordonnée à l'origine** de  $d$ .
- $y = ax + b$  est l'équation réduite de  $d$ .

### EXEMPLE



## II - Recherche de l'équation réduite d'une droite

### 1. Par lecture graphique

#### MÉTHODE



- Pour  $d_1$  : Lorsque j'avance d'un carreau vers la droite, je monte de deux carreaux. Le coefficient directeur de  $d_1$  est donc égal à  $\frac{2}{1} = 2$ . L'ordonnée à l'origine de  $d_1$  est  $-1$ . Alors l'équation réduite de  $d_1$  est  $y = 2x - 1$ .
- Pour  $d_2$  : Lorsque j'avance de trois carreaux vers la droite, je descends d'un carreau. Le coefficient directeur de  $d_2$  est donc égal à  $\frac{-1}{3}$ . L'ordonnée à l'origine de  $d_1$  est  $3$ . Alors l'équation réduite de  $d_1$  est  $y = -\frac{1}{3}x + 3$ .

Plus généralement, on a  $a = \frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}}$ .

### 2. En connaissant deux points

#### PROPOSITION

Si  $A(x_A, y_A)$  et  $B(x_B, y_B)$  sont deux points appartenant à une droite  $d$  d'équation réduite  $y = ax + b$ , alors on a :

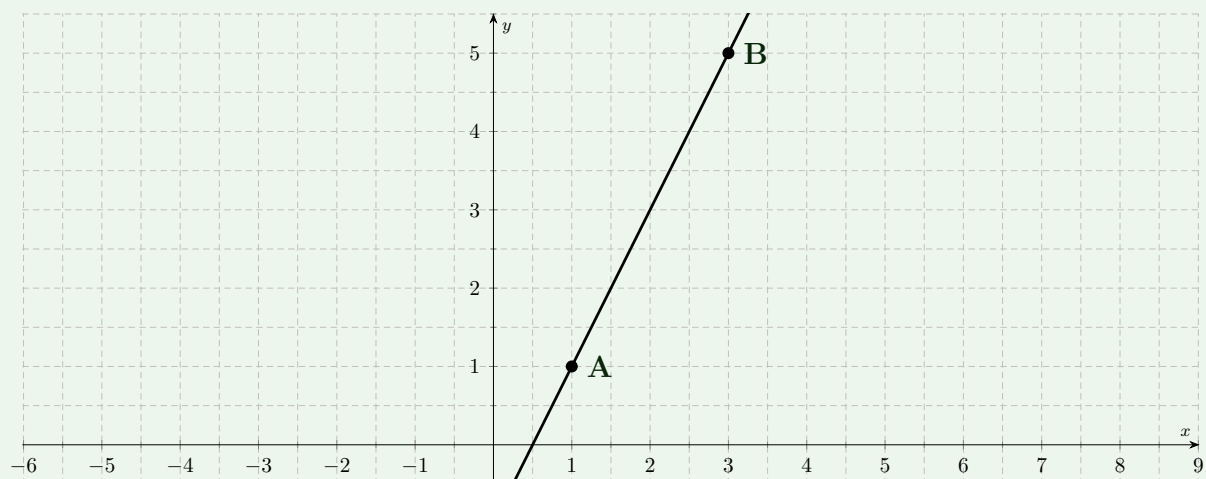
$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

#### REMARQUE

Cette formule est la même que celle du taux de variation d'une fonction !

#### EXEMPLE

Soient  $A(1,1)$  et  $B(3,5)$  deux points appartenant à une droite  $d$ . Alors son coefficient directeur est égal à  $\frac{5-1}{3-1} = \frac{4}{2} = 2$ . L'équation réduite de  $d$  est donc  $y = 2x + b$ . En remplaçant  $x$  et  $y$  par les coordonnées d'un des deux points donnés ( on prendra  $B$  ici ), on obtient l'équation suivante :  $5 = 2 \times 3 + b$  soit donc  $5 = 6 + b$  et alors  $5 - 6 = b$  puis  $b = -1$ . L'équation réduite de  $d$  est alors  $y = 2x - 1$ .



### III - Tableau de signe d'une fonction affine

#### PROPOSITION

Soit  $f : x \mapsto ax + b$  une fonction affine avec  $a \neq 0$ . Alors  $f(x) = 0$  si et seulement si  $ax + b = 0$  ssi  $ax = -b$  ssi  $x = -\frac{b}{a}$ . Le tableau de signes de  $f$  dépend du signe de  $a$  :

Si  $a > 0$  :

$x$	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$f(x)$	-	○	+

Si  $a < 0$  :

$x$	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$f(x)$	+	○	-