

Algorithmique - Introduction

1. Variables

Définition : Une variable est un objet possédant plusieurs caractéristiques, dont :

- Un nom
- Un type : Entier, flottant (nombre décimal), chaîne de caractères, booléen (vrai ou faux) ...
- Une valeur

L'instruction $a \leftarrow 0$ signifie que l'on crée une variable appelée a et qu'on lui affecte la valeur 0.

Propriété : Lors de l'exécution d'un programme, les lignes sont traitées **dans l'ordre, une par une**.

Exercice 1. Après exécution de l'algorithme suivant, que vaut la variable a ?

Algorithme :

```
1  $a \leftarrow 0$  ;  
2  $b \leftarrow 1$  ;  
3  $a \leftarrow 2$  ;
```

Exercice 2. Après exécution de l'algorithme suivant, que vaut la variable a ?

Algorithme :

```
1  $a \leftarrow 2$  ;  
2  $b \leftarrow 3$  ;  
3  $a \leftarrow b + 1$  ;
```

Exercice 3. Après exécution de l'algorithme suivant, que vaut la variable a ?

Algorithme :

```
1  $a \leftarrow 2$  ;  
2  $a \leftarrow a + 1$  ;  
3  $a \leftarrow a * a$  ;
```

Exercice 4. Après exécution de l'algorithme suivant, que vaut la variable a ?

Algorithme :

```
1  $a \leftarrow 2$  ;  
2  $b \leftarrow 3$  ;  
3  $a \leftarrow b + 1$  ;  
4  $b \leftarrow 5$  ;
```

Exercice 5. Après exécution de l'algorithme suivant, que vaut la variable a ?

Algorithme :

```
1  $a \leftarrow 2$  ;  
2  $b \leftarrow 3$  ;  
3  $a \leftarrow b$  ;  
4  $b \leftarrow a$  ;
```

Exercice 6*. On se donne l'algorithme suivant :

Algorithme :

```
1  $a \leftarrow -1$  ;  
2  $b \leftarrow 4$  ;  
3  $a \leftarrow a + b$  ;  
4  $c \leftarrow b + 1$  ;  
5  $b \leftarrow c + b - a$  ;  
6  $a \leftarrow 2 * a$  ;  
7  $c \leftarrow b - a$  ;
```

Compléter le tableau suivant, donnant la valeur de chaque variable à la **fin** de chaque ligne :

ligne	1	2	3	4	5	6	7
a	-1						
b							
c							

2. Fonctions

A partir de ce point, on écrira systématiquement des fonctions.

Exercice 7. On se donne l'algorithme suivant :

Algorithme :

```
1 Procédure  $f(x)$  :  
2    $y \leftarrow x * x + 2$  ;  
3   retourner  $y$  ;
```

1. Que retourne-t-il avec $x = 4$? ... $x = 11$? ...

Exercice 8. Ecrire un algorithme permettant d'obtenir l'image d'un nombre par la fonction f :

$$t \mapsto \frac{t^2 + 2t}{t^2 + 1}.$$

Exercice 9. On se donne l'algorithme suivant :

Algorithme :

```
1 Procédure  $\text{image}(x)$  :  
2    $y \leftarrow x * x + 2$  ;  
3    $y \leftarrow y + x$  ;  
4   retourner  $y$  ;
```

1. Que retourne la fonction image avec $x = 2$?
... $x = -3$? ...

2. Que retourne-t-il dans le cas général ?

Exercice 10. On se donne l'algorithme suivant :

Algorithme :

```
1 Procédure  $h(x)$  :  
2    $y \leftarrow x * x + 2$  ;  
3    $y \leftarrow y^2 - 5$  ;  
4   retourner  $y$  ;
```

1. Que retourne-t-il avec $x = 0$? ... $x = -4$? ...
2. Que retourne-t-il dans le cas général ?

Exercice 11. On se donne l'algorithme suivant, où L , l et h sont trois réels positifs.

Algorithme :

```

1 Procédure fonction_mystère( $L, l, h$ ) :
2    $V \leftarrow L * l * h$ ;
3   retourner  $V$ ;

```

Pouvez-vous interpréter ce que retourne cet algorithme ?

Exercice 12. On se donne l'algorithme suivant, où a et b sont deux réels strictement positifs.

Algorithme :

```

1 Procédure fonction_mystère_2( $a, b$ ) :
2    $c \leftarrow \text{sqrt}(a^2 + b^2)$ ;
3   retourner  $c$ ;

```

Pouvez-vous interpréter ce que retourne cet algorithme ?

Exercice 13*. Ecrire un algorithme qui, à partir d'un nombre r , donne la somme de l'aire et du périmètre d'un cercle de rayon r .

3. Structures conditionnelles

Exercice 14. On se donne l'algorithme suivant :

Algorithme :

```

1 Procédure généré_appréciation(note) :
2   si  $\text{note} \leq 8$  alors
3      $\text{msg} \leftarrow \text{"A retravailler."}$ ;
4   si  $8 < \text{note} \leq 12$  alors
5      $\text{msg} \leftarrow \text{"Ensemble correct."}$ ;
6   si  $12 < \text{note}$  alors
7      $\text{msg} \leftarrow \text{"Bon travail!"}$ ;
8   retourner  $\text{msg}$ ;

```

Que retourne-t-il pour $\text{note} = 5$? $\text{note} = 12$?

Exercice 15. On se donne l'algorithme suivant :

Algorithme :

```

1 Procédure est_reçu(note) :
2   si  $\text{note} \geq 10$  alors
3     résultat  $\leftarrow$  Vrai;
4   sinon
5     résultat  $\leftarrow$  Faux;
6   retourner résultat;

```

Que retourne-t-il pour $\text{note} = 5$? ... $\text{note} = 10$? ...

Exercice 16. On se donne l'algorithme suivant :

Algorithme :

```

1 Procédure  $f(x)$  :
2   si  $x \geq 0$  alors
3      $y \leftarrow x$ ;
4   sinon
5      $y \leftarrow -x$ ;
6   retourner  $y$ ;

```

Après avoir fait quelques tests, pouvez-vous trouver que retourne cet algorithme pour x quelconque ?

Exercice 17. Modifier l'algorithme de l'exercice 16 pour qu'il retourne le signe de x .

Exercice 18. Modifier l'algorithme de l'exercice 16 pour qu'il retourne la distance entre deux nombres a et b .

Exercice 19*. On se donne l'algorithme suivant :

Algorithme :

```

1 Procédure mystère( $A, B, C$ ) :
2   si  $A \leq B$  alors
3     si  $B \leq C$  alors
4       retourner  $C$ ;
5     sinon
6       retourner  $B$ ;
7   sinon
8     si  $A \leq C$  alors
9       retourner  $C$ ;
10    sinon
11      retourner  $A$ ;

```

1. Tester cet algorithme pour les valeurs suivantes :

- $A = 0, B = 1, C = 2$:
- $A = -5, B = 7, C = -10$:
- $A = 3, B = 3, C = 2$:
- $A = 10, B = 3, C = 5$:
- $A = 0, B = 0, C = 0$:

2. Que retourne-t-il de manière générale ?

Exercice 20*. Ecrire un algorithme qui, à partir de deux nombres, retourne le plus grand des deux s'ils sont positifs, et le plus petit des deux sinon.

Exercice 21. Que retourne l'algorithme suivant pour $\text{var} = 3$? $\text{var} = -7$? On réutilisera ici l'algorithme de l'exercice 16.

Algorithme :

```

1 Procédure Procédure_spéciale(var) :
2   si  $\text{var} = f(\text{var})$  alors
3      $\text{res} \leftarrow \text{var}^2 - 6$ ;
4     si  $\text{res} \leq 0$  alors
5       retourner  $\text{res}$ ;
6     sinon
7       retourner  $2 * \text{res} - 5$ ;
8   sinon
9     retourner  $3 * \text{var}$ ;

```

Exercice 22. On se donne l'algorithme suivant :

Algorithme :

```

1 Procédure fonction(A,B) :
2   si  $A > B$  alors
3     si  $B > 0$  alors
4        $C \leftarrow A + B$ ;
5     sinon
6        $C \leftarrow A - B$ ;
7   sinon
8     si  $A > 0$  alors
9        $C \leftarrow A + B$ ;
10    sinon
11       $C \leftarrow B - A$ ;
12  retourner  $C$ ;

```

1. Quelle est la valeur de C pour $A = 15$ et $B = 25$? ...
2. Pour $A = 45$ et $B = -56$? ...
3. (a) Démontrer que C est toujours positif.
(b) Est-il strictement positif?

Exercice 23. Ecrire un algorithme qui retourne le maximum parmi deux nombres, parmi quatre nombres, puis parmi huit nombres.

Exercice 24. On se donne les algorithmes suivants :

Algorithme :

1 **Procédure**

calcul2(x) :

```

2    $y \leftarrow x$ ;
3    $y \leftarrow y * x - 3$ ;
4    $y \leftarrow y * x + 7$ ;
5    $y \leftarrow y * x - 5$ ;
6   retourner  $y$ ;

```

Algorithme :

1 **Procédure**

calcul1(x) :

```

2    $y \leftarrow x^3 - 3 * x^2 + 7 * x - 5$ ;
3   retourner  $y$ ;

```

1. Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	-1	2	3
calcul1(x)			
calcul2(x)			

2. Emettre et prouver une conjecture concernant ces deux algorithmes.