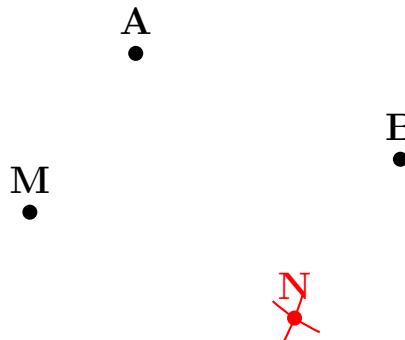


# Vecteurs du plan : Première approche

*Voir activité d'introduction*

## I - Translations

Soient  $A, B, M$  trois points quelconques du plan. L'image de  $M$  par la translation de vecteur  $\overrightarrow{AB}$  est l'unique point  $N$  tel que le quadrilatère  $ABNM$  soit un parallélogramme.



**Remarques :** Lors de cette translation :

- Les droites  $(AB)$  et  $(MN)$  sont parallèles
- Les longueurs  $AB$  et  $MN$  sont égales

## II - Généralités sur les vecteurs

Un vecteur  $\vec{u}$  peut être représenté avec une origine  $A$  et une extrémité  $B$ .

Il est caractérisé par :

- Sa direction ( celle de la droite  $(AB)$  )
- Son sens ( de  $A$  vers  $B$  )
- Sa norme ( ou sa longueur ), notée  $\|\vec{u}\|$ . On a  $\|\vec{u}\| = AB$ .

**Egalité de deux vecteurs :** Lorsque deux vecteurs symbolisent le même déplacement, on dit qu'ils sont égaux. La figure précédente nous donne alors  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MN}$ ,  $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{NM}$ ,  $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BN}$ .

**Propriété :** Les quatre propositions suivantes sont **équivalentes** :

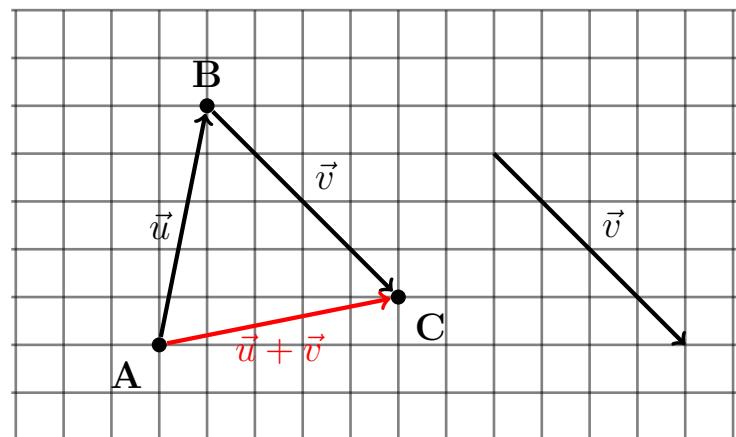
- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MN}$
- $N$  est l'image de  $M$  par la translation de vecteur  $\overrightarrow{AB}$
- $[AN]$  et  $[BM]$  se coupent en leur milieu
- $ABNM$  est un parallélogramme

**Quelques exemples particuliers :**

- Le vecteur nul, noté  $\vec{0}$ , est obtenu à partir de la translation qui transforme  $A$  et  $B$  en  $B$  ... On a alors  $\vec{0} = \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = \dots$  Ce vecteur n'a ni direction, ni sens, et sa norme est nulle.
- L'opposé du vecteur  $\overrightarrow{AB}$  est le vecteur associé à la translation qui transforme  $B$  en  $A$ . On le note  $-\overrightarrow{AB}$ . Ainsi,  $-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$ . Il a la même direction et la même norme que  $\overrightarrow{AB}$  mais est de sens contraire.

## III - Somme de deux vecteurs

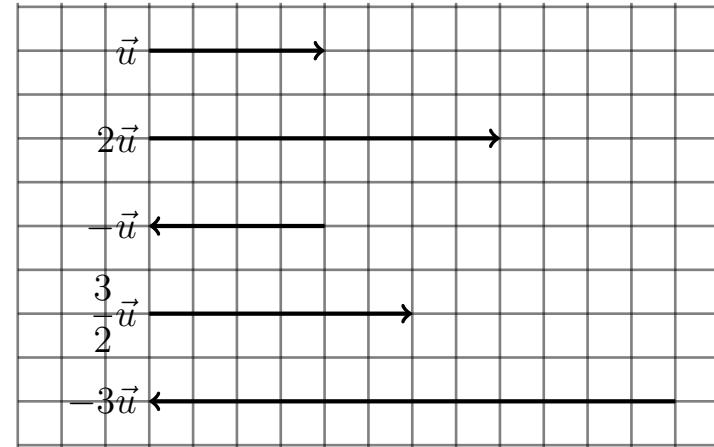
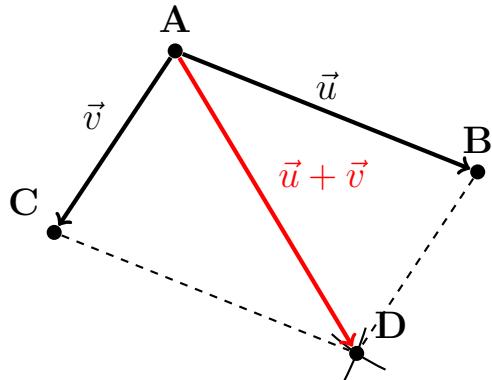
*Voir activité somme de deux vecteurs*



**Exemple :**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$

**Attention :** En général, la longueur de  $\vec{u} + \vec{v}$  n'est pas égale à la somme de celle de  $\vec{u}$  et de  $\vec{v}$  :  $\|\vec{u} + \vec{v}\| \neq \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$

**Méthode :** Pour construire  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ , il suffit de construire le parallélogramme  $ABDC$  et de prendre le vecteur  $\overrightarrow{AD}$ .



**Application :**  $I$  est le milieu de  $[AB]$  se traduit par  $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$  ou  $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI}$  ou  $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ .



## IV - Produit d'un vecteur par un nombre réel

Soit  $k$  un réel et  $\vec{u}$  un vecteur. Le produit de  $k$  par  $\vec{u}$  est le vecteur noté  $k\vec{u}$  tel que :

- $\vec{u}$  et  $k\vec{u}$  ont la même direction
- La longueur de  $k\vec{u}$  est  $|k| \|\vec{u}\|$
- Si  $k > 0$ ,  $\vec{u}$  et  $k\vec{u}$  ont le même sens. Sinon, ils ont des sens opposés.

**Remarque :** En particulier,  $0 \times \vec{u} = \vec{0}$ .

**Exemple :**