

Fonctions : Généralités

I - Définitions, notations, représentation

Définition : Soit $D \subset \mathbb{R}$. On appelle fonction f sur l'ensemble D le processus qui à tout nombre $x \in D$ associe un unique réel noté $f(x)$. On note $f : D \rightarrow \mathbb{R}$. On dit alors que :

$$\begin{array}{l} x \mapsto f(x) \end{array}$$

- $f(x)$ est l'image de x
- x est un antécédent de $f(x)$
- D est l'ensemble (ou domaine) de définition de f

Exemple : On définit la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

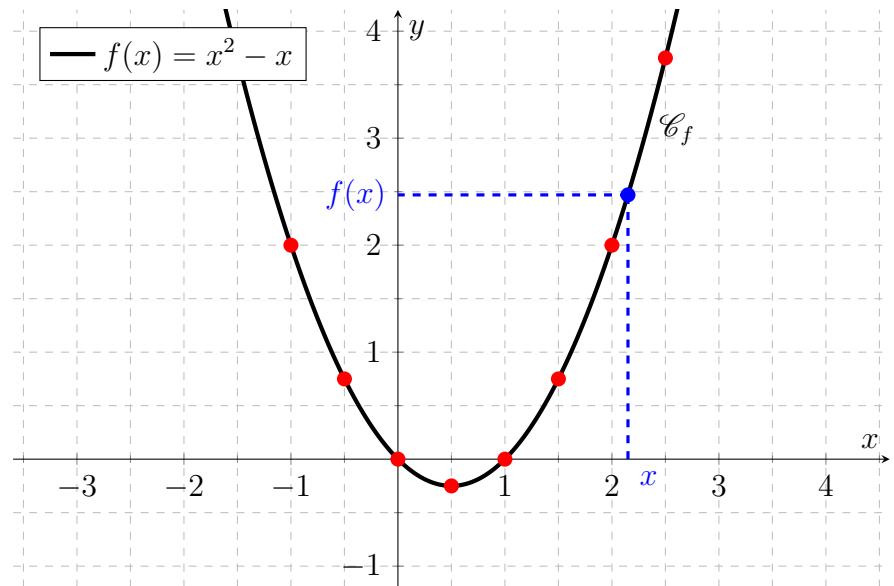
$$\begin{array}{l} x \mapsto x^2 - x \end{array}$$

- L'image de 2 par la fonction f est 2 : $f(2) = 2^2 - 2 = 2$.
- 2 est un antécédent de 2 par la fonction f . -1 en est aussi un car $f(-1) = (-1)^2 + 1 = 2$.

Remarque : Chaque nombre dans D possède une unique image, mais plusieurs antécédents d'un même nombre peuvent exister.

Définition : Dans un repère du plan, l'ensemble des points $(x, f(x))$ pour $x \in D$ constitue la courbe de f . L'équation de la courbe de f est $y = f(x)$ pour $x \in D$.

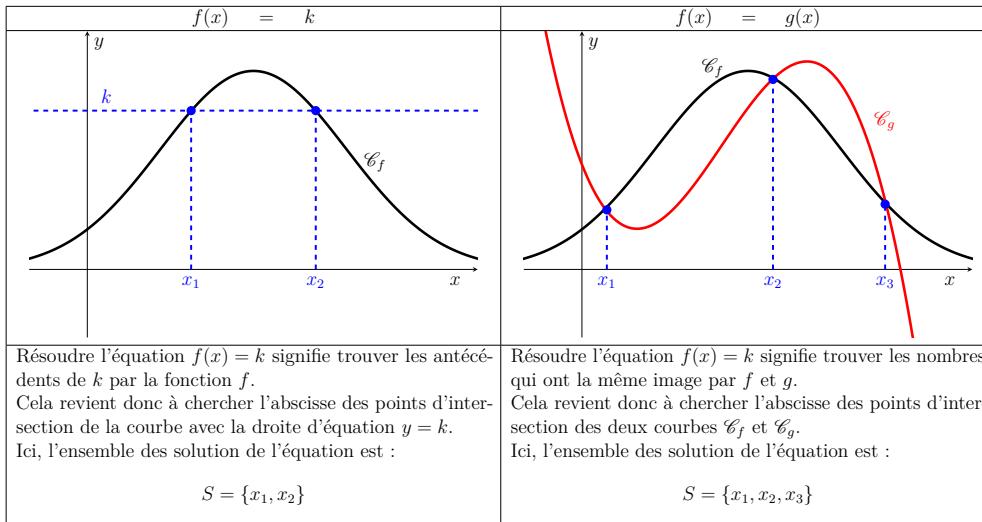
Dans la pratique, il faut placer plusieurs points pour tracer la courbe d'une fonction le plus précisément possible. On peut s'aider d'une table de valeurs.



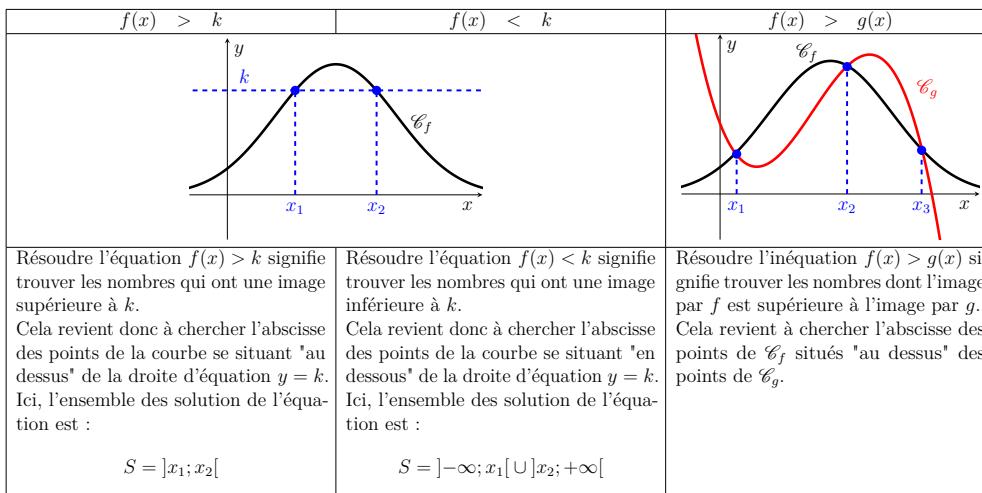
Exos 101 -> 104 p32

II - Résolution graphique d'équations et d'inéquations

1) Equations



2) Inéquations



Exos 105 -> 110 p32

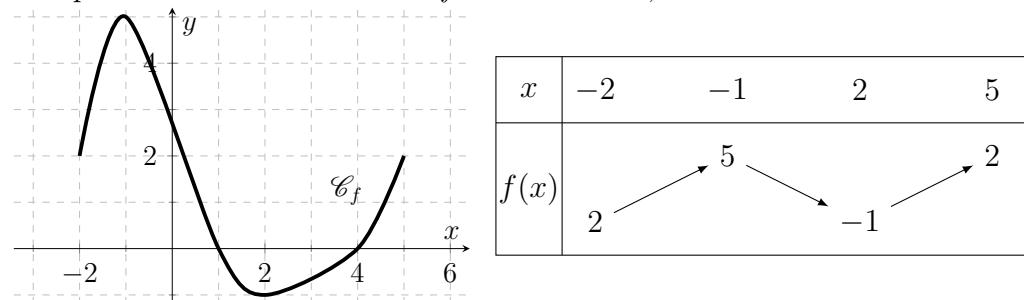
III - Etudes de fonctions

1) Etude des variations

Soit f définie sur un intervalle I .

- On dit que f est croissante sur I si lorsque la variable augmente dans I , les images augmentent aussi : Pour $x, y \in I$, si $x \leq y$ alors $f(x) \leq f(y)$.
- On dit que f est décroissante sur I si lorsque la variable augmente dans I , les images diminuent : Pour $x, y \in I$, si $x \leq y$ alors $f(x) \geq f(y)$.

Rappel : Dresser le tableau de variations d'une fonction f , c'est indiquer sur quels intervalles la fonction f est croissante, décroissante ou constante.



2) Etude du signe

Rappel : Dresser le tableau de signes d'une fonction f , c'est indiquer sur quels intervalles la fonction est négative, positive ou nulle.

Avec la même fonction que précédemment, on obtient :

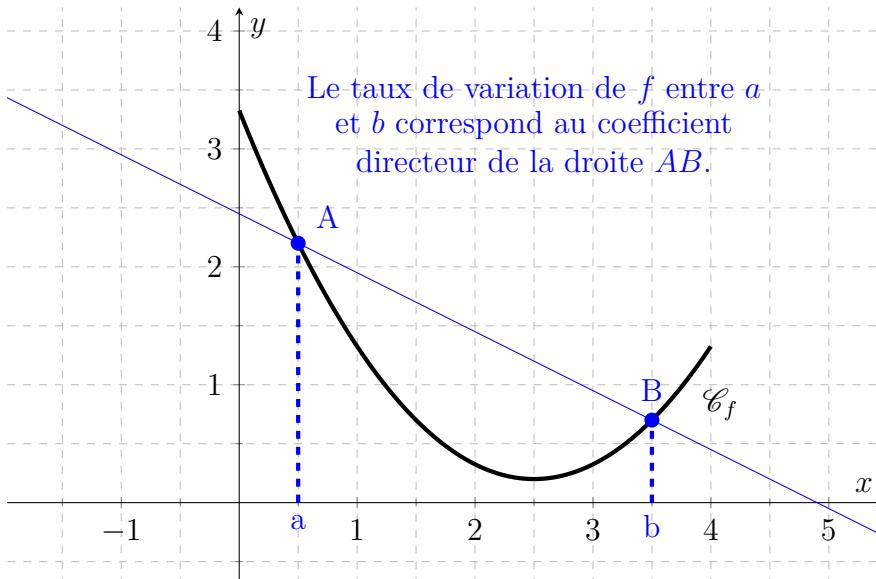
| | | | | |
|--------|----|----|---|---|
| x | -2 | -1 | 2 | 5 |
| $f(x)$ | + | 0 | - | 0 |

Exos 111 -> 114 p32

IV - Taux de variation d'une fonction

Définition : Le taux de variation entre a et b d'une fonction f définie sur un intervalle I est le quotient $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ pour a et b distincts et appartenant à I .

Ce taux correspond au coefficient directeur de la droite passant par les points de la courbe de f d'abscisses respectives a et b .



Exemple : Le taux de variation entre -1 et 3 de la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ est $\frac{f(3) - f(-1)}{3 - (-1)} = \frac{6 - 2}{4} = 1$.

Proposition : Soit f une fonction définie sur un intervalle I . f est monotone (c'est-à-dire croissante ou bien décroissante sur I) si et seulement si le signe du taux de variation entre deux nombres quelconques de I est constant.

En pratique :

- Un taux de variation toujours positif sur I équivaut à f croissante sur I .
- Un taux de variation toujours négatif sur I équivaut à f décroissante sur I .
- Un taux de variation toujours nul sur I équivaut à f constante sur I .

Exos 15, 16 p120 et 40 -> 44 p122