

# CONDITIONNEMENT

## I - Rappels de vocabulaire ensembliste

### DÉFINITIONS

On se donne  $E$  un ensemble et  $A, B$  deux sous-ensembles de  $E$ .

- **L'intersection** de  $A$  et  $B$  notée  $A \cap B$  ( $A$  inter  $B$ ) désigne l'ensemble des éléments de  $E$  appartenant à la fois à  $A$  et à  $B$ .
- **L'union** de  $A$  et  $B$  notée  $A \cup B$  ( $A$  union  $B$ ) désigne l'ensemble des éléments de  $E$  appartenant à  $A$  ou à  $B$  ou aux deux.
- **Le complémentaire** de  $A$ , noté  $\bar{A}$  ( $A$  barre) désigne l'ensemble des éléments de  $E$  qui n'appartiennent pas à  $A$ .

### EXEMPLE

Considérons une population de chiens. On note  $E$  l'ensemble de tout les chiens,  $A$  le sous-ensemble de  $E$  constitué des chiens au poil blanc,  $B$  le sous-ensemble de  $E$  constitué des chiens au poil beige.

- $A \cap B$  désigne l'ensemble des chiens au poil blanc et beige
- $A \cup B$  désigne l'ensemble des chiens au poil blanc, beige ou les deux à la fois.
- $\bar{A}$  désigne l'ensemble des chiens au poil autre que blanc.

## II - Fréquences conditionnelles et tableaux croisés

### EXEMPLE

Au sein d'une classe de 1ST2S de 35 élèves, il y a 23 filles. Les élèves ont le choix entre l'allemand ou l'espagnol. On sait que 7 garçons ont choisi l'allemand contre seulement 3 filles. On peut alors dresser le tableau suivant :

	Espagnol	Allemand	Total
Filles	20	3	23
Garçons	5	7	12
Total	25	10	35

On note  $F$  l'ensemble des filles,  $G$  l'ensemble des garçons et  $A$  l'ensemble des élèves ayant choisi l'allemand.

- Le nombre d'éléments de  $F \cap A$  (c'est-à-dire le nombre de filles ayant choisi l'allemand) est 3.
- Le nombre d'éléments de  $G \cap \bar{A}$  (c'est à dire le nombre de garçons qui n'ont pas choisi l'allemand, donc qui ont choisi l'espagnol) est 16.
- La fréquence des filles dans cette classe est  $\frac{23}{35} \simeq 0,66 = 66\%$ . On parle de **fréquence marginale**.
- La fréquence des garçons ayant choisi l'allemand dans cette classe est  $\frac{7}{35} = 0,2 = 20\%$ .

- La fréquence des filles parmi les élèves ayant choisi l'espagnol est  $\frac{20}{25} = 0,8 = 80\%$ . On parle de **fréquence conditionnelle**.
- La fréquence des garçons ayant choisi l'espagnol parmi les garçons est  $\frac{5}{12} \simeq 0,42 = 42\%$ .

## PROPOSITION

On se donne  $E$  un ensemble et  $A, B$  deux sous-ensembles de  $E$ .

- La fréquence marginale de  $A$  dans  $E$  vaut  $\frac{\text{nombre d'éléments de } A}{\text{nombre d'éléments de } E} = \frac{\text{Card}(A)}{\text{Card}(E)}$ .
- La fréquence conditionnelle de  $A$  dans  $B$  vaut  $\frac{\text{Card}(A \cap B)}{\text{Card}(B)}$ .

## III - Rappels de probabilités

### DÉFINITIONS

- On appelle expérience aléatoire une expérience dont on ne peut pas prévoir le résultat. Les issues possibles d'une expérience aléatoire, aussi appelées éventualités, constituent un ensemble appelé **l'univers**.
- On appelle l'univers, noté  $\Omega$  (oméga), l'ensemble de toutes les issues possibles de cette expérience.
- Un évènement  $A$  est un ensemble d'issues, autrement dit une partie de  $\Omega$ . On appelle évènement élémentaire tout évènement ne contenant qu'un seul élément de  $\Omega$  (On les appelle des singletons).
- L'ensemble vide, noté  $\emptyset$ , est **l'évènement impossible** : Il ne se réalise jamais.
- L'ensemble  $\Omega$  est **l'évènement certain** : Il est toujours réalisé.
- On dit qu'on est en situation d'équiprobabilité lorsque toutes les issues ont la même probabilité.
- On dit que deux événements  $A$  et  $B$  sont incompatibles lorsqu'ils ne peuvent se produire en même temps, c'est-à-dire lorsque  $\mathbb{P}(A \cap B) = 0$ .
- Pour tout évènement  $A$  d'une expérience aléatoire d'univers  $\Omega$ , on a :

$$0 \leq \mathbb{P}(A) \leq 1 \quad \mathbb{P}(\emptyset) = 0 \quad \mathbb{P}(\Omega) = 1$$

### PROPRIÉTÉS

- Soit  $A$  un évènement. Alors  $\mathbb{P}(\overline{A}) = 1 - \mathbb{P}(A)$ .
- Soient  $A$  et  $B$  deux évènements d'une expérience aléatoire. Alors on a :

$$\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$$