

VARIATIONS DE FONCTIONS

PROGRAMME

- Croissance, décroissance, monotonie d'une fonction définie sur un intervalle. Tableau de variations
- Maximum, minimum d'une fonction sur un intervalle
- Capacités :
 - Relier représentation graphique et tableau de variations
 - Déterminer graphiquement les extréums d'une fonction sur un intervalle
 - Exploiter un logiciel de géométrie dynamique ou de calcul formel, la calculatrice ou Python pour décrire les variations d'une fonction donnée par une formule

I - Etude des variations

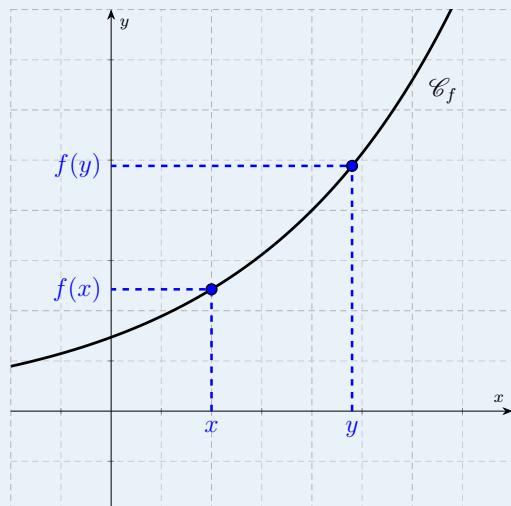
On se donne dans cette partie f une fonction définie sur un intervalle I .

DÉFINITIONS

On dit que f est croissante sur I si lorsque la variable augmente dans I , les images augmentent aussi. L'ordre est conservé :

Pour $x, y \in I$, si $x \leq y$ alors $f(x) \leq f(y)$.

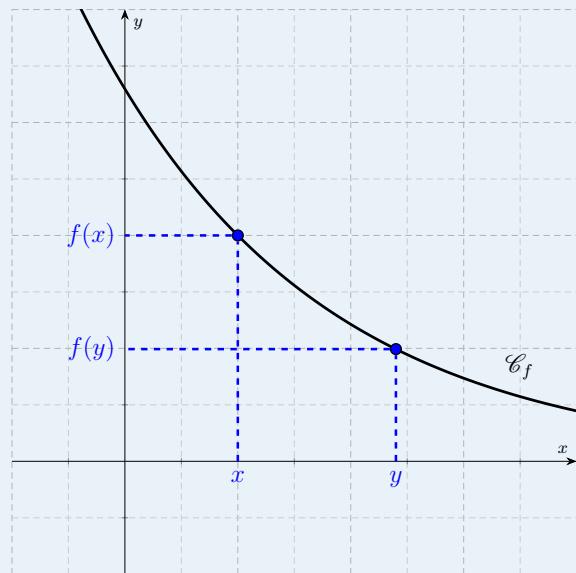
Graphiquement, la courbe de f "monte" : ↗



On dit que f est décroissante sur I si lorsque la variable augmente dans I , les images diminuent. L'ordre n'est pas conservé :

Pour $x, y \in I$, si $x \leq y$ alors $f(x) \geq f(y)$.

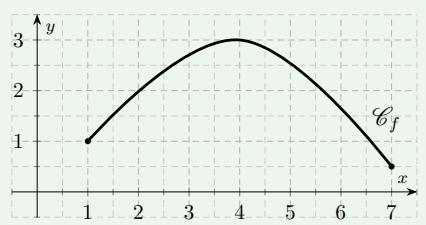
Graphiquement, la courbe de f "descend" : ↘



EXEMPLE

On se donne la fonction f , définie sur $[1; 7]$ et représentée ci-contre.

- f est croissante sur $[1; 4]$ puis décroissante sur $[4; 7]$.
- f est croissante sur $[1; 4]$ et $2 \leq 3$ donc $f(2) \leq f(3)$.
- f est décroissante sur $[4; 7]$ et $5 \leq 6$ donc $f(5) \geq f(6)$.



DÉFINITIONS

— On dit que f est constante sur I si elle prend toujours la même valeur :

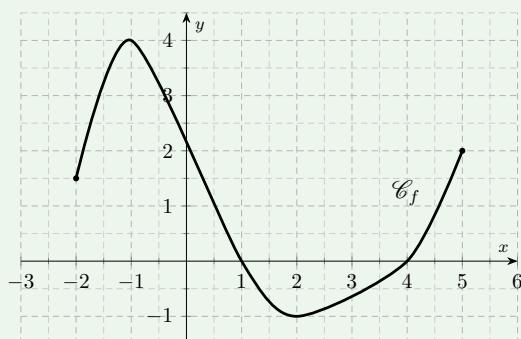
Pour $x, y \in I$, on a $f(x) = f(y)$.

— On dit que f est monotone sur I si elle est soit croissante, soit décroissante sur I (son sens de variation ne change pas).

MÉTHODE

Dresser le tableau de variations de f , c'est indiquer sur quels intervalles la fonction f est croissante, décroissante ou constante.

EXEMPLE



On se donne la fonction f , définie sur $[-2; 5]$ et représentée ci-contre. On "résume" la courbe représentative de f sous forme du tableau de variations suivant :

x	-2	-1	2	5
$f(x)$	1.5	4	-1	2

II - Extrémas d'une fonction sur un intervalle

DÉFINITIONS

Soit f une fonction définie sur un intervalle I .

- On dit que f admet un maximum M en a sur I si pour tout $x \in I$, $f(x) \leq M = f(a)$.
- On dit que f admet un minimum m en b sur I si pour tout $x \in I$, $f(x) \geq m = f(b)$.

REMARQUE

Le maximum d'une fonction correspond au point le plus "haut" de sa courbe représentative, et le minimum au point le plus "bas".

EXEMPLE

On reprend la fonction f de l'exemple précédent.

Son maximum sur I est 4, atteint en -1 .

Son minimum sur I est -1 , atteint en 2 .

Son minimum sur $[-2; 0]$ est 1,5, atteint en -2 .

