II - Modes de générations de suites

Une suite peut être générée de trois manières différentes :

1) Par une expression explicite

Il s'agit d'une suite vérifiant $u_n = f(n)$ avec f une fonction.

Exemple : On se donne la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = n^2 - 3n$.

n	0	1	2	3	4	5	6
u_n							

2) Par une relation de récurrence

On donne le premier terme u_0 de la suite puis une relation permettant de calculer le terme suivant à partir du précédent.

Exemples :

— On se donne la suite (v_n) dont le premier terme est 1 et dont le terme suivant est obtenu en doublant le terme précédent. On a alors $v_0 = 1$, v_1 est le double de v_0 donc $v_1 = 2 \times v_0 = 2$, puis de même $v_3 = 4,\ v_4 = 8,\ v_5 = 16\dots$ Pour résumer cette relation, on note $u_{n+1} = 2 \times u_n$.

$$v_0 = 1 \xrightarrow{\times 2} v_1 = 2 \xrightarrow{\times 2} v_2 = 4 \xrightarrow{\times 2} v_3 = 8 \xrightarrow{\times 2} v_4 = \dots \xrightarrow{\times 2} \dots$$

— Soit (w_n) la suite définie par $w_0 = 0$ et pour tout entier naturel n, $w_{n+1} = 2w_n + 1$. Alors $w_1 = 2w_0 + 1 = 2 \times 0 + 1 = 1\ ,\ w_2 = 2w_1 + 1 = 3\ ,\ w_3 = 7\dots$

$$w_0 = 0 \xrightarrow{\times 2,\ +1} w_1 = 1 \xrightarrow{\times 2,\ +1} w_2 = 3 \xrightarrow{\times 2,\ +1} w_3 = \dots \xrightarrow{\times 2,\ +1} w_4 = \dots \xrightarrow{\times 2,\ +1} \dots$$

3) Par une définition plus abstraite

Exemple : Soit (w_n) la suite des chiffres de l'écriture décimale de $\sqrt{2} = 1.414213\dots$. Alors $w_0 = 1\ ,\ w_1 = 4\ ,\ w_2 = \dots\ ,\ w_3 = \dots\ ,\ w_4 = \dots\ ,\ \dots$

4) Un exemple pour résumer

On se donne les trois suites suivantes :

— La suite u des nombres pairs.

— La suite v, qui vérifie pour tout $n \in \mathbb{N}, u_n = 2n$.

— La suite w telle que $w_0 = 0$, et pour tout $n \in \mathbb{N}, w_{n+1} = 2 \times w_n$.

n	0	1	2	3	4	5	6
u_n							
v_n							
w_n							

En fait, on peut montrer que ces trois suites sont ....