

# DÉRIVATION - POINT DE VUE LOCAL

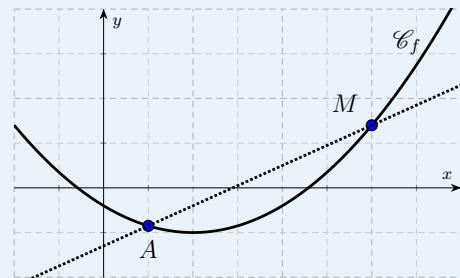
## PROGRAMME

- Sécantes à une courbe passant par un point donné, taux de variation en un point
- Tangente à une courbe en un point, définie comme position limite des sécantes
- Nombre dérivé en un point défini comme limite du taux de variation
- Équation réduite de la tangente en un point.
- Capacités
  - Interprétation du nombre dérivé comme coeff directeur de la tangente
  - Construire la tangente à une courbe en un point
  - Déterminer l'équation réduite de la tangente à une courbe en un point

## I - Sécantes et tangentes

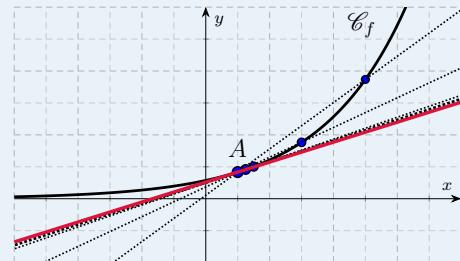
### DÉFINITION

Soit  $f$  une fonction, avec  $A$  et  $M$  deux points sur la courbe de  $f$  d'abscisses respectives  $a$  et  $a + h$ . La droite  $(AM)$  est appelée **sécante** de la courbe de  $f$ .



### PROPRIÉTÉ

A mesure que  $M$  se rapproche du point  $A$  (autrement dit lorsque  $h$  se rapproche de 0), la droite  $(AM)$  se rapproche d'une autre droite, appelée **tangente de  $C_f$  en  $A$** , qui épouse la courbe de  $f$  près de  $A$ .



► Voir fichier géogebra

## II - Lecture du nombre dérivé

### DÉFINITION

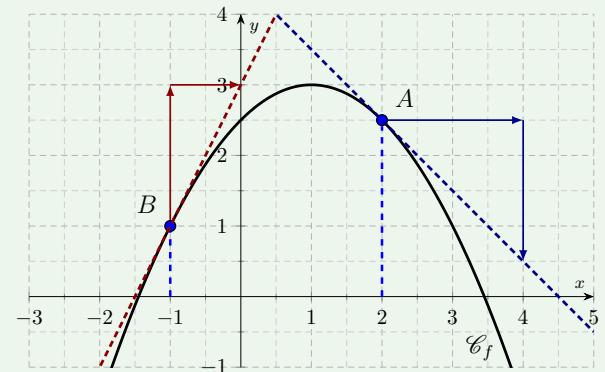
On appelle **nombre dérivé** de  $f$  en  $a$ , noté  $f'(a)$ , le coefficient directeur de la tangente à la courbe de  $f$  au point d'abscisse  $a$ .

## EXEMPLE

On a représenté une fonction  $f$  ci-contre.

Pour obtenir  $f'(2)$ , on place  $A$  défini comme le point de  $\mathcal{C}_f$  d'abscisse 2, puis on détermine le coefficient directeur de la tangente de  $\mathcal{C}_f$  passant par  $A$ . On a alors  $f'(2) = \frac{-2}{2} = -1$ .

Pour obtenir  $f'(-1)$ , on place  $B$ , et on détermine le coefficient directeur de la tangente associée :  $f'(-1) = \frac{2}{1} = 2$ . En utilisant l'ordonnée à l'origine, on en déduit que l'équation de cette tangente est  $y = 2x + 3$ .



- ▶ Lectures de dérivées : Exos 17,18 p148
- ▶ Exos 35,36,37 p150
- ▶ Constructions de tangentes : Exos 43,44,45 p151
- ▶ Equations de tangentes : Exos 48,49,50,51,(52) p151
- ▶ Interprétation de la dérivée : Exos 42, (46), (53)

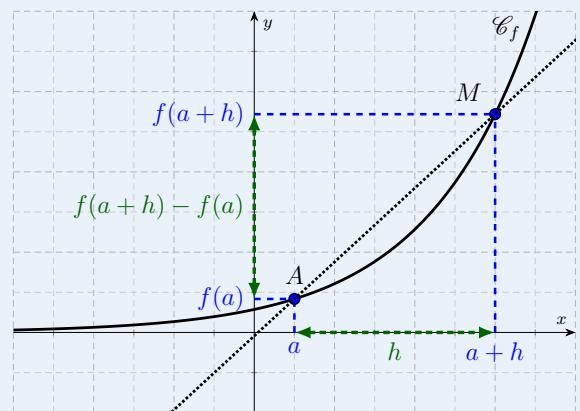
## III - Lien avec le taux de variation

### DÉFINITION

Soit  $f$  une fonction, avec  $A$  et  $M$  deux points sur la courbe de  $f$  d'abscisses respectives  $a$  et  $a + h$  ( $h \neq 0$ ).

Le taux d'accroissement de  $f$  entre  $a$  et  $a + h$  (autrement dit le coefficient directeur de la sécante associée) vaut :

$$\frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}} = \frac{f(a + h) - f(a)}{h}$$



### PROPRIÉTÉ

Si le taux d'accroissement  $\frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}} = \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$  se rapproche d'un nombre réel quand  $h$  tend vers 0, on dit que  $f$  est **dérivable** en  $a$ , et le nombre en question est noté  $f'(a)$ .

## EXEMPLE

On se donne la fonction  $f : x \mapsto x^2$ , et le point  $A(1; 1)$  sur  $\mathcal{C}_f$ . Soit  $h \in \mathbb{R}$ ,  $h \neq 0$ . On a :

- $f(1) = 1^2 = 1$
- $f(1+h) = (1+h)^2 = 1 + 2h + h^2$

Alors :

$$\begin{aligned}\frac{f(1+h) - f(1)}{h} &= \frac{1 + 2h + h^2 - 1}{h} \\ &= \frac{2h + h^2}{h} \\ &= 2 + h\end{aligned}$$

Cette quantité se rapproche de 2 lorsque  $h$  tend vers 0.

Alors  $f$  est dérivable en 1 et  $f'(1) = 2$ .

