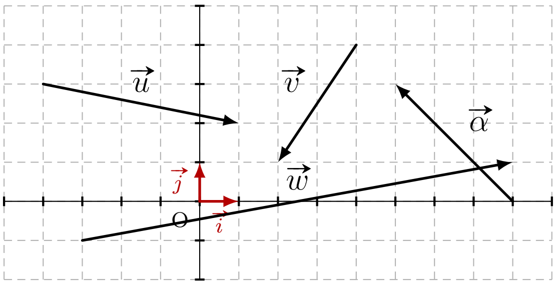
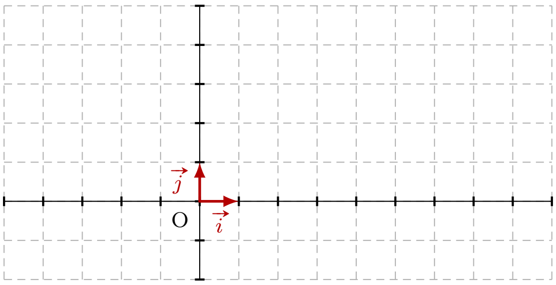
Repères et coordonnées - Exercices

I - Coordonnées de vecteurs

Exercice 1. Par lecture graphique, donner les coordonnées des vecteurs représentés ci-dessous :



Exercice 2. On se donne le repère ci-dessous :



1. Sur le repère ci-dessous, placer les points $A(6;2)$, $B(3;-1)$ et $C(-2;4)$.
2. En déduire les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$.
3. Retrouver par le calcul les résultats précédents.

Exercice 3. Soient $A(3;3)$, $B(6;-1)$ et $C(-4;7)$. Donner les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.

Exercice 4. Soient $A(-2;-1)$, $B(3;1)$, $C(1;3)$ et $D(-4;1)$. Montrer que $ABCD$ est un parallélogramme.

Exercice 5. On donne les points : $A(0;5)$, $B(-2;1)$ et $C(5;4)$.

1. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
2. Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

Exercice 6. Soient $A(-2;3)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}4\\-2\end{pmatrix}$. Calculer les coordonnées du point B image de A par la translation de vecteur $\vec{u}$.

Exercice 7. On se donne les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\-7\end{pmatrix}$. Calculer les coordonnées de :

$\vec{u}+\vec{v}$ $\quad 3\vec{v}$ $\quad \vec{u}-\vec{w}$ $\quad 4\vec{w}+\vec{v}$ $\quad \frac{3}{4}\vec{u}-\frac{1}{3}\vec{v}$

Exercice 8*. Soient $A(7;-1)$, $B(-4;10)$ et $C(-4;5)$. Déterminer les coordonnées du point M tel que $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$.

II - Normes, distances, milieux

Exercice 9. Soit $A(2;3)$, $B(-1{,}3)$ et $C(4,-5)$. Donner les coordonnées des milieux I de $[AB]$, J de $[AC]$ et K de $[BC]$.

On suppose à partir de maintenant que tous les repères utilisés sont orthonormés.

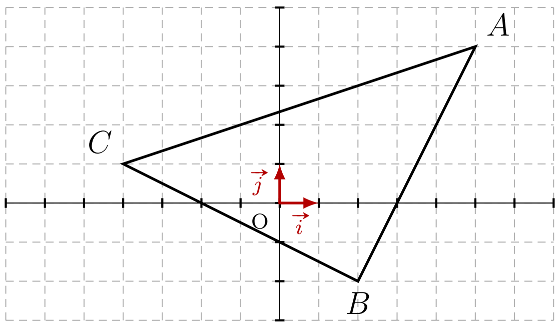
Exercice 10. On considère les points $A(2;3)$, $B(-1;4)$, $C(2{,}1)$. Calculer les normes suivantes :

$\left\|\overrightarrow{AB}\right\|$ $\quad \left\|\overrightarrow{BC}\right\|$ $\quad \left\|2\overrightarrow{AB}\right\|$ $\quad \left\|\overrightarrow{AC}\right\|$

Exercice 11. Soient $\mathcal{C}$ le cercle de centre $I(1;2)$ et de rayon 5 et $M(5;5)$.

1. Calculer la distance IM.
2. Le point M appartient-il au cercle $\mathcal{C}$?

Exercice 12. On a représenté trois points A,B et C. Quelle est la nature du triangle ABC ?



Exercice 13. Soit $\mathcal{C}$ le cercle de centre $I(1{,}8;-3{,}5)$ passant par $A(-1{,}8;1{,}3)$. Calculer le rayon du cercle $\mathcal{C}$.

Exercice 14*. Soient $A(-2;-1)$, $B(4;1)$ et $I(0;1)$. Calculer les coordonnées des points C et D tels que $ABCD$ soit un parallélogramme de centre I.

Exercice 15*. On se donne les points $A(-2;-3)$, $B(5;0)$, $C(0;7)$.

1. Calculer les coordonnées de I, J et K, milieux respectifs de $[BC]$, $[AC]$ et $[AB]$.
2. Déterminer les coordonnées des points G, H et L tels que $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AI}$, $\overrightarrow{BH}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BJ}$ et $\overrightarrow{CL}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CK}$.
3. Que remarque-t-on ?

III - Colinéarité

Exercice 16. Déterminer les déterminants des couples de vecteurs suivants :

1. $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\4\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}7\\3\end{pmatrix}$
2. $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-3\\5\end{pmatrix}$

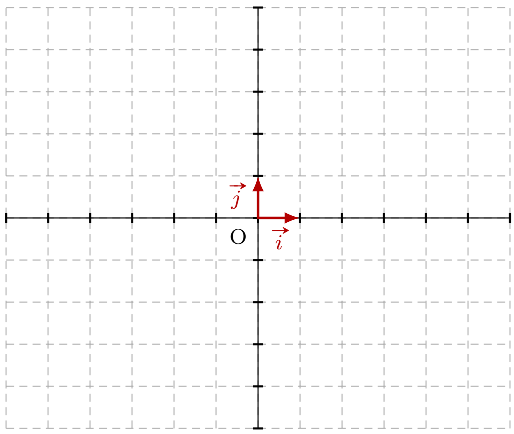
Exercice 17. Les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\9\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}6\\18\end{pmatrix}$ sont-ils colinéaires ?

Exercice 18. Prenons $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}4\\m\end{pmatrix}$ où $m \in \mathbb{R}$. Pour quelle valeur de m les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont-ils colinéaires ?

Exercice 19. Dans un repère orthonormé on considère les points suivants :

$A(-1;4)$ $B\left(\frac{1}{2};1\right)$ $C(3;-4)$ $D(-1;0)$ $E(0;-2)$

1. Placer les points dans le repère ci-dessous



2. Montrer que A,B et C sont alignés.
3. Démontrer que $(DE) \parallel (AB)$.

Exercice 20. Considérons les points $A(2;3)$, $B(5;7)$ et $C(-7;-9)$. Sont-ils alignés ?

Exercice 21. Soient $A(-3;1)$ et $B(1;4)$. Déterminions le point M de l'axe des abscisses qui se trouve à égale distance de A et B. Notons alors $(x;0)$ les coordonnées de M.

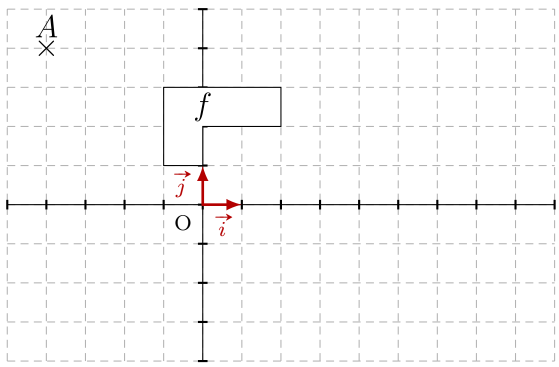
1. Exprimer les distances MA et MB en fonction de x.
2. Résoudre l'équation $MA^2 = MB^2$ et conclure.

Exercice 22*. On considère les points $A(2;3)$ et $B(-1;4)$. Donner l'ensemble des points $C(x;y)$ tel que ABC soit isocèle en C.

Exercice 23*. Prenons les points $A(1;-2)$ et $B(2;5)$. Déterminer l'intersection de la médiatrice du segment $[AB]$ avec l'axe des abscisses.

Exercice 24*. A est un point et $k \in \mathbb{R}^*$. On appelle homothétie de centre A et rapport k la fonction qui transforme pour tout point M du plan le vecteur $\overrightarrow{AM}$ en $k\overrightarrow{AM}$. On note alors M' le point tel que $\overrightarrow{AM'} = k\overrightarrow{AM}$.
Considérons une homothétie de rapport k.

1. Montrer que pour N,M, $\overrightarrow{M'N'} = k\overrightarrow{MN}$.
2. En déduire que les droites (MN) et $(M'N')$ sont parallèles.
3. Démontrer que $M'N' = |k|MN$.
4. Construire l'image de la figure f par une homothétie de rapport 2 de centre A.
5. Quel est le rapport d'aire entre celui de f et celui de f' ?



Exercice 25. Dans un repère orthonormé on considère les points suivants :

$A\left(-1;-\frac{3}{2}\right)$ $B\left(0;\frac{1}{2}\right)$ $C\left(-2;\frac{3}{2}\right)$

$D\left(\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right)$ $E(1;-2)$ $F(3;-1)$

1. Placer ces points dans un repère.
2. Conjecturer des alignements de trois points.
3. Démontrer ces conjectures par le calcul.

Exercice 26*. Dans un repère orthonormé, on donne les points $A(11;-3)$, $B(8;-3+3\sqrt{3})$, $C(2;-3+3\sqrt{3})$.

1. Placer ces points.
2. Démontrer que le triangle ABC est isocèle en B.
3. Déterminer les coordonnées du point I tel que $ABCI$ soit un parallélogramme.
4. Démontrer que les points A, B et C appartiennent à un même cercle $\mathcal{C}$ de centre I.
5. Tracer ce cercle $\mathcal{C}$ et construire les points A', B' et C' diamétralement opposés respectivement à A, B et C.
6. Quelle est la nature du polygone $ABCA'B'C'$?