

DÉRIVATION

PROGRAMME

- Fonction dérivée
- Dérivées de $x \mapsto x^2$, $x \mapsto x^3$, de combinaisons linéaires, de polynômes de degré ≤ 3
- Sens de variation d'une fonction, lien avec le signe de la dérivée
- Tableau de variations, extremums
- Capacités
 - Calculer la dérivée d'un polynôme de degré ≤ 3
 - Déterminer le sens de variation et les extremums d'une fonction polynôme de degré ≤ 3

I - Généralités, règles de calcul

DÉFINITION

On définit la fonction dérivée de f , notée f' , qui à x associe le coefficient directeur de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse x .

PROPOSITION

On a les dérivées usuelles suivantes :

$f(x)$	$f'(x)$
$k \in \mathbb{R}$	0
x	1
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$

PROPOSITION

Soient f et g deux fonctions, et $\lambda \in \mathbb{R}$. Alors :

- $(f + g)' = f' + g'$
- $(\lambda f)' = \lambda f'$

EXEMPLE

Soit $f : x \mapsto x^2 + 2x + 1$. Alors $f'(x) = 2x + 2 \times 1 + 0 = 2x + 2$.

II - Lien avec les variations

THÉORÈME

Soit f une fonction et $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$.

- Si f' est positive sur $[a; b]$, alors f est croissante sur $[a; b]$.
- Si f' est négative sur $[a; b]$, alors f est décroissante sur $[a; b]$.
- Si f' est nulle sur $[a; b]$, alors f est constante sur $[a; b]$. Les zéros de f' correspondent aux extremums de f . (A reformuler)

APPLICATION

On peut alors dresser le tableau de variations d'une fonction grâce au tableau de signes de sa dérivée.

EXEMPLE

Soit $f : x \mapsto x^2 - 4x + 2$. Alors $f'(x) = 2x - 4$.

On a $f'(x) = 0$ ssi $2x = 4$ ssi $x = 2$. (On peut aussi calculer $\frac{-b}{a}$).

On a de plus $f(2) = 2^2 - 4 \times 2 + 2 = 4 - 8 + 2 = -2$.

Cela donne alors :

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$			