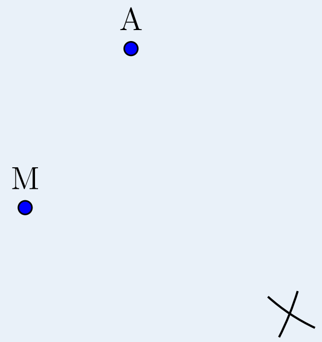
Vecteurs du plan : Première approche

I - Translations

DÉFINITION

Soient A,B,M trois points quelconques du plan. L'image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ est l'unique point N tel que le quadrilatère $ABNM$ soit un parallélogramme.



▶ Demander quelles méthodes pour placer N : deux arcs de cercle, un arc et droite parallèle, deux droites parallèles, milieu diagonales+compas

REMARQUES

Lors de cette translation :

— Les droites (AB) et (MN) sont parallèles

— Les longueurs AB et MN sont égales

▶ Exos 1,2,(3)

II - Généralités sur les vecteurs

DÉFINITION

Un vecteur $\vec{u}$ peut être représenté avec une origine A et une extrémité B. Il est caractérisé par :

— Sa direction (celle de la droite (AB))

— Son sens (de A vers B)

— Sa norme (ou sa longueur), notée $\|\vec{u}\|$. On a $\|\vec{u}\| = AB$.

DÉFINITION

Lorsque deux vecteurs symbolisent le même déplacement, on dit qu'ils sont égaux.

EXEMPLE

La figure précédente nous donne alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MN}, \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{NM}, \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BN}$.

PROPRIÉTÉ

Les quatre propositions suivantes sont **équivalentes** :

— $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MN}$

— N est l'image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$

— $[AN]$ et $[BM]$ se coupent en leur milieu

— $ABNM$ est un parallélogramme

CAS PARTICULIERS

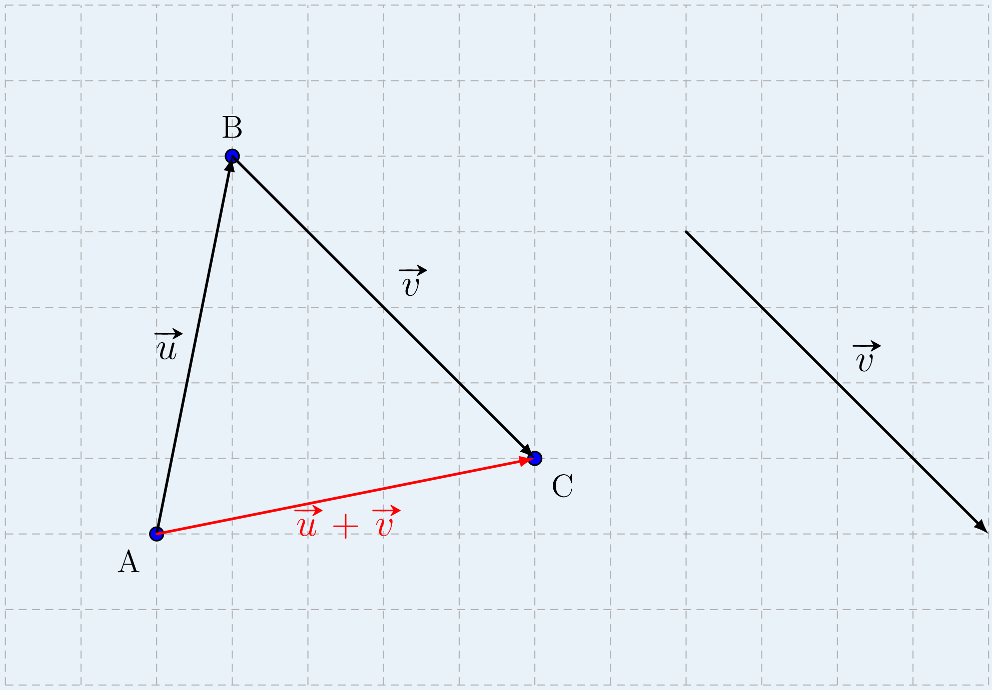
— Le vecteur nul, noté $\overrightarrow{0}$, est obtenu à partir de la translation qui transforme A et A, B en B ... On a alors $\overrightarrow{0} = \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = \ldots$ Ce vecteur n'a ni direction, ni sens, et sa norme est nulle.

— L'opposé du vecteur $\overrightarrow{AB}$ est le vecteur associé à la translation qui transforme B en A. On le note $-\overrightarrow{AB}$. Ainsi, $-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$. Il a la même direction et la même norme que $\overrightarrow{AB}$ mais est de sens contraire.

► Exos 4,5,6,7

III - Somme de deux vecteurs

► Activité Chasles



EXEMPLE

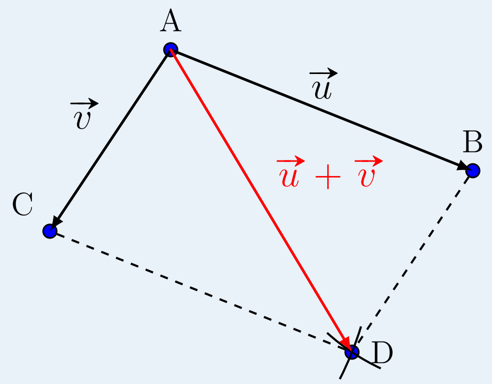
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$

REMARQUE

En général, la longueur de $\vec{u} + \vec{v}$ n'est pas égale à la somme de celle de $\vec{u}$ et de $\vec{v}$: $\|\vec{u} + \vec{v}\| \neq \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$

MÉTHODE

Pour construire $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$, il suffit de construire le parallélogramme $ABDC$ et de prendre le vecteur $\overrightarrow{AD}$.



► Exos 9 -> 12 (13,14)

IV - Produit d'un vecteur par un nombre réel

DÉFINITION

Soit k un réel et $\vec{u}$ un vecteur. Le produit de k par $\vec{u}$ est le vecteur noté $k\vec{u}$ tel que :

— $\vec{u}$ et $k\vec{u}$ ont la même direction

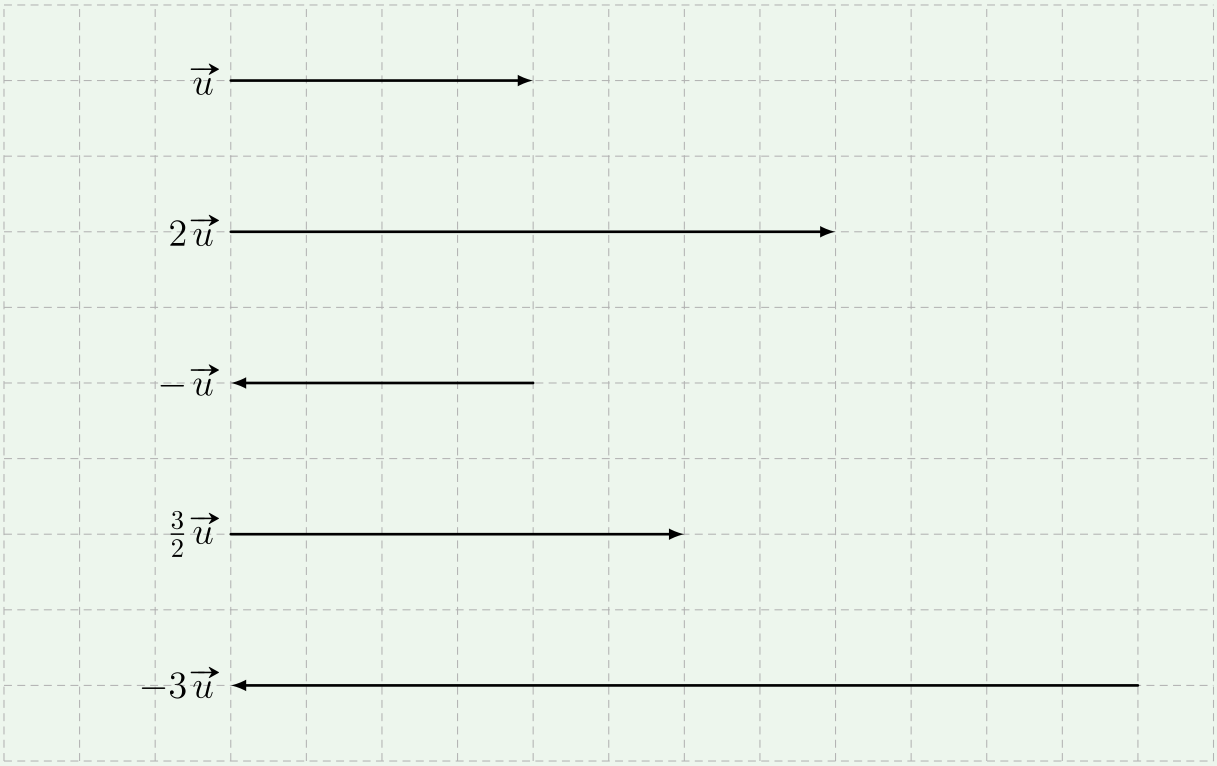
— La longueur de $k\vec{u}$ est $|k|\,\|\vec{u}\|$

— Si $k > 0$, $\vec{u}$ et $k\vec{u}$ ont le même sens. Sinon, ils ont des sens opposés.

REMARQUE

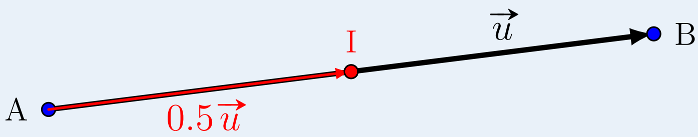
En particulier, $0 \times \vec{u} = \vec{0}$.

EXEMPLE



APPLICATION

I est le milieu de $[AB]$ se traduit par $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$ ou $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI}$ ou $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.



► Feuille en plus : maths en ligne ex3d ou original