

Exercice 1. Le dioxyde de carbone ou CO_2 est un des gaz à effet de serre.

En 1960, les émissions de CO_2 dans le monde ont été estimées à 15,4 milliards de tonnes. Depuis, on estime que ces émissions augmentent chaque année de 1,8% par rapport à l'année précédente.

Pour tout entier naturel n , le nombre u_n désigne les émissions de CO_2 , exprimées en milliards de tonnes, pendant l'année $1960 + n$. On a ainsi $u_0 = 15,4$.

1. Vérifier que $u_1 = 15,6772$.
2. Justifier que la suite u est une suite géométrique dont on précisera la raison.
3. Exprimer u_{n+1} en fonction de l'entier naturel u_n .
4. Selon ce modèle, déterminer l'année à partir de laquelle les émissions annuelles de CO_2 émises dans le monde dépasseront les 75 milliards de tonnes.
5. Un journaliste prétend que les émissions totales de CO_2 émises dans le monde depuis 1960 dépasseront les 2000 milliards de tonnes en 2030. A-t-il raison ?

Exercice 2. Une entreprise produit 500 tonnes de déchets en 2008. La production de déchets augmente de 12% par an, depuis l'année 2008.

Pour tout entier naturel n , d_n représente la quantité produite de déchets, exprimée en tonne, en l'année $2008 + n$.

1. Déterminer la nature de la suite d en précisant son premier terme et sa raison.
2. Selon ce modèle, vérifier qu'en 2018 l'entreprise a produit environ 1553 tonnes de déchets.

En 2018, la nouvelle stratégie commerciale de l'entreprise change les procédés de fabrication afin de diminuer la masse produite de déchets. À compter de l'année 2018, la production des déchets baisse de 4% par an au cours des deux années suivantes.

3. Selon ce nouveau modèle, estimer la quantité produite de déchets, exprimée en tonne, en 2020. On arrondira le résultat à l'unité.

Exercice 3. Le directeur d'un cinéma de centre-ville a vu le nombre d'entrées diminuer de 5% par an depuis l'ouverture en 2000, année au cours de laquelle il avait comptabilisé 200 000 entrées.

Pour tout entier naturel n , on modélise par u_n le nombre d'entrées dans ce cinéma l'année $2000 + n$. On définit ainsi la suite u sur \mathbb{N} . On a $u_0 = 200000$

1. Quelle est la nature de la suite u ? Justifier et donner la valeur de la raison.
2. Exprimer u_n en fonction de n , où n est un entier naturel.
3. Selon ce modèle, combien d'entrées le directeur a-t-il comptabilisé en 2010 ? Arrondir le résultat à l'unité.
4. A l'aide de la calculatrice, déterminer au bout de combien d'années le nombre d'entrées dans ce cinéma aura été divisé par deux par rapport à celui de l'année d'ouverture du cinéma.

Exercice 4. Un client dépose 880€ sur un compte bancaire, en janvier 2002. Cette somme est placée à intérêts composés au taux annuel de 2%.

Pour tout entier naturel n , le nombre u_n représente la somme d'argent, exprimée en euros, sur ce compte en janvier de l'année $2020 + n$.

On définit ainsi la suite u de premier terme u_0 où u_0 est la somme d'argent, exprimée en euros, se trouvant sur ce compte en janvier 2020. On a donc $u_0 = 880$.

1. Justifier que u_1 est égal à 897,6.
2. Justifier que u est une suite géométrique dont on précisera la raison.
3. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
4. A l'aide de la calculatrice :
 - (a) Calculer u_{10} et interpréter sa valeur dans le contexte de l'exercice. On pourra donner une valeur approchée du résultat au dixième près.
 - (b) Selon ce modèle, à partir de quelle année la somme d'argent sur le compte sera-t-elle supérieure à 2000€? Justifier votre réponse.

Exercice 5. Lors de son embauche dans une société pour un contrat à durée indéterminée, Harry se voit proposer un salaire mensuel net de 1590€, plus une augmentation chaque mois de 15€ par rapport au salaire mensuel net précédent.

1. Calculer le salaire mensuel net d'Harry le deuxième mois de son contrat ainsi que celui le troisième mois de son contrat.
2. On note u_n le montant, exprimé en euros, du salaire mensuel net d'Harry au bout de n mois, où n est un entier naturel. Ainsi, on a $u_0 = 1590$.
 - (a) Justifier que u est une suite arithmétique dont on précisera le premier terme et la raison.
 - (b) Exprimer, pour tout entier naturel n non nul, u_{n+1} en fonction de u_n .
3. Au bout de combien de temps son salaire net dépassera-il 2000€? On pourra utiliser la calculatrice.

Exercice 6. Deux salariés d'une entreprise, Paul et Pierre, ont perçu chacun, en fin d'année 2021, une prime suite aux bénéfices réalisés. Pour l'année 2021, Pierre a reçu 100 euros et Paul a reçu 120 euros.

L'entreprise étant prospère, Paul espère une augmentation annuelle de sa prime de 10 € par an et Pierre espère une augmentation de sa prime de 5% par an.

On modélise les primes perçues, exprimées en euros, par Paul et Pierre à l'aide de deux suites u et v . Pour tout entier naturel n , u_n et v_n représentent donc la prime perçue respectivement par Paul et Pierre l'année 2021 + n . On a donc $u_0 = 100$ et $v_0 = 120$.

1. Calculer les primes que percevront Paul et Pierre en 2022 et en 2023.
2. Donner la nature de chacune des suites u et v . Préciser, pour chacune, sa raison.
3. Exprimer alors u_{n+1} en fonction de u_n et v_{n+1} en fonction de v_n .
4. Expliquer qui de Pierre et Paul percevra la plus haute prime en 2040, puis en 2060. On utilisera la calculatrice.