

SUITES ARITHMÉTIQUES ET GÉOMÉTRIQUES

I - Suites arithmétiques

1. Généralités

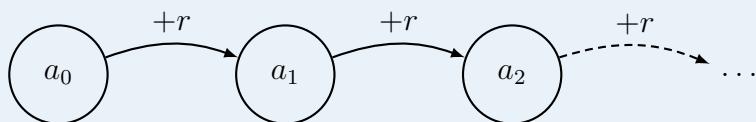
DÉFINITION

Une suite est dite arithmétique lorsque l'on passe d'un terme au suivant en ajoutant toujours le même nombre, appelé la raison.

Pour définir une suite arithmétique a , on a besoin de deux nombres :

- Son premier terme a_0
- Sa raison r

On a alors la relation $a_{n+1} = a_n + r$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.



EXEMPLE

Soit u la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison $r = -2$. Alors :

$$\begin{aligned} u_1 &= u_0 - 2 = 3 \\ u_2 &= u_1 - 2 = 1 \\ u_3 &= u_2 - 2 = -1 \\ u_4 &= \dots \end{aligned}$$

REMARQUE

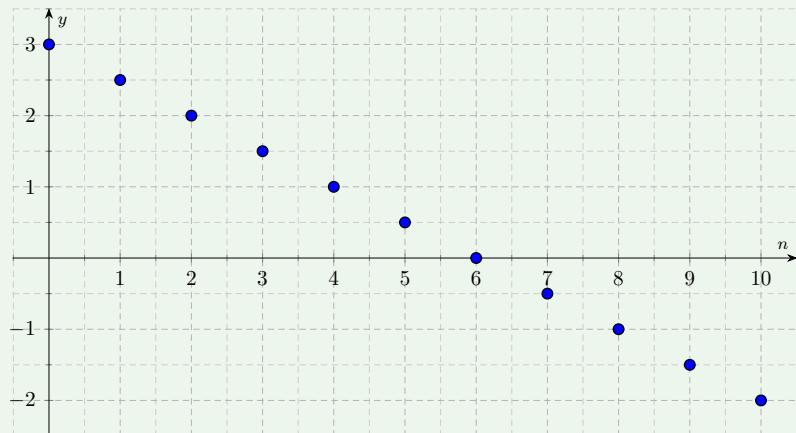
La différence entre deux termes successifs vaut toujours r : Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $a_{n+1} - a_n = r$.

2. Représentation graphique

PROPRIÉTÉ

Lorsqu'on représente graphiquement une suite arithmétique, les points obtenus sont alignés.

EXEMPLE



On a représenté une suite arithmétique u ci-dessus. On a $u_0 = 3$ et $u_1 = 2,5$. Alors $r = u_1 - u_0 = 2,5 - 3 = -0,5$. La suite u est donc une suite arithmétique de premier terme 3 et de raison $r = -0,5$.

3. Variations des suites arithmétiques

PROPOSITION

- Si $r > 0$, alors la suite a est croissante.
- Si $r < 0$, alors la suite a est décroissante.
- Si $r = 0$, alors la suite a est constante.

EXEMPLE

Soit a la suite arithmétique définie par $a_0 = 13$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $a_{n+1} = a_n - 5$. La raison de cette suite est $r = -5 < 0$ donc a est décroissante.