

# DROITES DU PLAN

## PROGRAMME

- Vecteur directeur d'une droite
- Équation de droite : Équation cartésienne, *réduite*
- *Pente (ou coefficient directeur) d'une droite non parallèle à l'axe des ordonnées*
- Capacités :
  - Déterminer une équation de droite *à partir de deux points*, un point et un vecteur directeur *ou un point et la pente*.
  - Déterminer la pente ou un vecteur directeur d'une droite donnée par une équation ou une représentation graphique
  - Tracer une droite connaissant son équation cartésienne *ou réduite*.
  - *Etablir que trois points sont alignés ou non*
  - Déterminer si deux droites sont parallèles ou sécantes
  - Résoudre un système de deux équations linéaires à deux inconnues, déterminer le point d'intersection de deux droites sécantes

## I - Equations cartésiennes et réduites

## II - Vecteur directeur d'une droite

## III - Intersections et systèmes

### DÉFINITION

Une fonction affine est une fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = ax + b$  où  $a$  et  $b$  désignent deux nombres réels donnés.

### EXEMPLES

$f : x \mapsto 3x + 1$  ,  $g : x \mapsto \frac{x}{3} - 2$  et  $h : x \mapsto 0,1x - 7,2$  sont des fonctions affines.

### CAS PARTICULIERS

- $x \mapsto ax$  (ici,  $b = 0$ ) est une fonction affine particulière appelée fonction linéaire.
- $x \mapsto b$  (ici,  $a = 0$ ) est une fonction affine particulière appelée fonction constante.

► Fiche tableau : reconnaissance a et b

## IV - Représentation graphique

### PROPRIÉTÉ

Dans un repère, la représentation graphique d'une fonction affine est une droite qui coupe l'axe des ordonnées.

## VOCABULAIRE

Dans un repère, soit  $d$  la droite représentant une fonction affine  $f : x \mapsto ax + b$ . On dit que :

- $a$  est le **coefficent directeur** de  $d$ .
- $b$  est l'**ordonnée à l'origine** de  $d$ .
- $y = ax + b$  est l'**équation réduite** de  $d$ .

## PROPOSITION

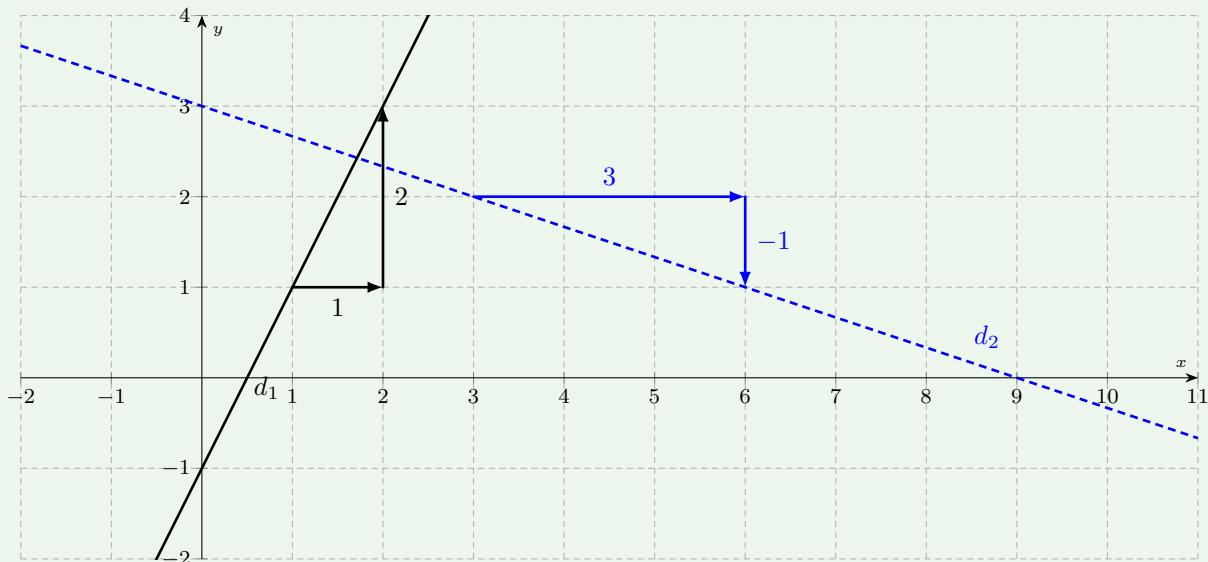
Lorsque  $a$  s'exprime sous forme d'une fraction, on a en fait :

$$a = \frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}}$$

## EXEMPLES

Construisons les droites  $d_1$  et  $d_2$  d'équations réduites respectives  $y = 2x - 1$  et  $y = -\frac{1}{3}x + 3$ .

- Pour  $d_1$  : L'ordonnée à l'origine de  $d_1$  est  $-1$ , et lorsque j'avance d'un vers la droite, je monte de deux (unités).
- Pour  $d_2$  : L'ordonnée à l'origine de  $d_2$  est  $3$ , et lorsque j'avance de trois vers la droite, je descend d'un.



► Fiches construction et détermination

## V - Recherche algébrique de $a$ et $b$

### PROPOSITION

Soit  $f : x \mapsto ax + b$  une fonction affine et  $x_1$  et  $x_2 \in \mathbb{R}$ , avec  $x_1 \neq x_2$ . Alors

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

## EXEMPLE

On suppose que  $f(1) = 1$  et  $f(3) = 5$ .

$$\text{Alors } a = \frac{5-1}{3-1} = \frac{4}{2} = 2.$$

On a alors  $f : x \mapsto 2x + b$ . On sait de plus que  $f(3) = 2 \times 3 + b$  et  $f(3) = 5$  donc :

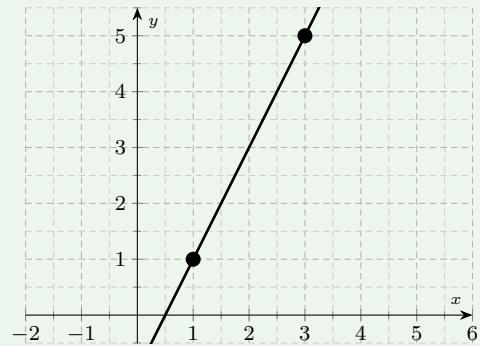
$$5 = 2 \times 3 + b$$

$$\text{soit donc } 5 = 6 + b$$

$$\text{et alors } 5 - 6 = b$$

$$\text{puis } b = -1$$

Cela donne alors  $f : x \mapsto 2x - 1$ .



- ▶ Fiche détermination algébrique
- ▶ Fiche preuve (\*)

## VI - Tableaux de signe

### PROPOSITION

Soit  $f : x \mapsto ax + b$  une fonction affine avec  $a \neq 0$ . Alors  $f(x) = 0$  si et seulement si  $ax + b = 0$  ssi  $ax = -b$  ssi  $x = -\frac{b}{a}$ . Le tableau de signes de  $f$  dépend du signe de  $a$  :

Si  $a > 0$  :

$x$	$-\infty$	$\frac{-b}{a}$	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+

Si  $a < 0$  :

$x$	$-\infty$	$\frac{-b}{a}$	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-

### MÉTHODE

Grâce à la règle des signes, on peut alors dresser le tableau de signes de fonctions s'écrivant comme des produits et quotients de fonctions affines.

## EXEMPLE

Soit  $f : x \mapsto (x+2)(4-5x)$ . En décomposant  $f$ , on obtient alors le tableau suivant :

$x$	$-\infty$	$-2$	$\frac{4}{5}$	$+\infty$	
$x+2$	-	0	+	...	+
$4-5x$	+	...	+	0	-
$f(x)$	-	0	+	0	-

On peut alors déduire de ce tableau que l'ensemble des solutions de l'inéquation  $f(x) \leq 0$  est

$$S = ]-\infty; -2] \cup \left[ \frac{4}{5}; +\infty \right[$$

Pour  $g : x \mapsto \frac{x+2}{4-5x}$ , le tableau de signes obtenu est presque identique :

$x$	$-\infty$	$-2$	$\frac{4}{5}$	$+\infty$
$x+2$	−	0	+	+
$4-5x$	+		+	0 −
$g(x)$	−	0	+	−

La double barre signifie "non défini", dans le sens où l'on ne peut pas diviser par 0 lorsque  $x = \frac{4}{5}$ . Ce nombre n'est pas dans l'ensemble de définition de  $g$ .