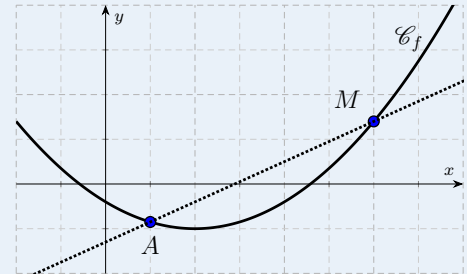


# DÉRIVATION - POINT DE VUE LOCAL

## I - Sécantes et tangentes

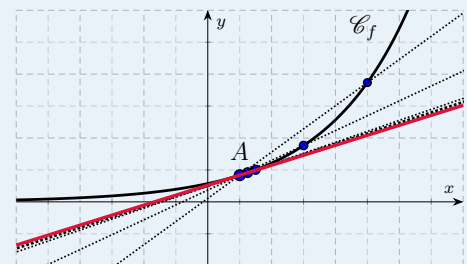
### DÉFINITION

Soit  $f$  une fonction, avec  $A$  et  $M$  deux points sur la courbe de  $f$ .  
La droite  $(AM)$  est appelée **sécante** de la courbe de  $f$ .



### PROPRIÉTÉ

A mesure que  $M$  se rapproche du point  $A$ , la sécante  $(AM)$  se rapproche d'une autre droite, appelée **tangente** de  $\mathcal{C}_f$  en  $A$ , qui épouse la courbe de  $f$  près de  $A$ .



## II - Lecture du nombre dérivé

### DÉFINITION

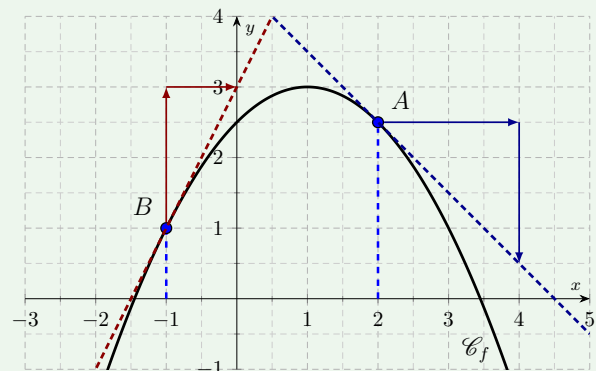
On appelle nombre dérivé de  $f$  en  $a$ , noté  $f'(a)$ , le coefficient directeur de la tangente à la courbe de  $f$  au point d'abscisse  $a$ .

### EXEMPLE

On a représenté une fonction  $f$  ci-contre.

Pour obtenir  $f'(2)$ , on place  $A$  défini comme le point de  $\mathcal{C}_f$  d'abscisse 2, puis on détermine le coefficient directeur de la tangente de  $\mathcal{C}_f$  passant par  $A$ . On a alors  $f'(2) = \frac{-2}{2} = -1$ .

Pour obtenir  $f'(-1)$ , on place  $B$ , et on détermine le coefficient directeur de la tangente associée :  $f'(-1) = \frac{2}{1} = 2$ . En utilisant l'ordonnée à l'origine, on en déduit que l'équation de cette tangente est  $y = 2x + 3$ .



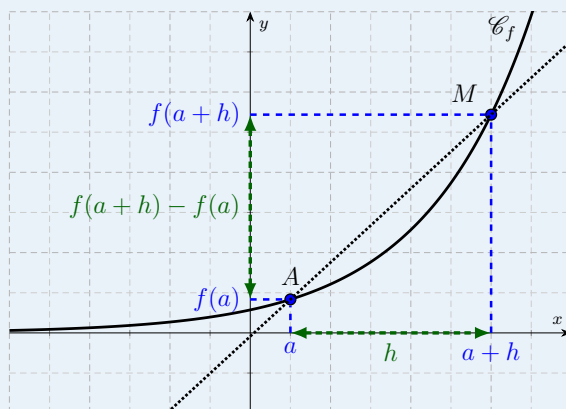
### III - Lien avec le taux de variation

#### DÉFINITION

Soit  $f$  une fonction, avec  $A$  et  $M$  deux points sur la courbe de  $f$  d'abscisses respectives  $a$  et  $a+h$  ( $h \neq 0$ ).

Le taux de variation de  $f$  entre  $a$  et  $a+h$  (autrement dit le coefficient directeur de la sécante associée) vaut :

$$\frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}} = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$



#### PROPRIÉTÉ

Si le taux de variation  $\frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}} = \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$  se rapproche d'un nombre réel quand  $h$  tend vers 0, on dit que  $f$  est **dérivable** en  $a$ , et le nombre en question est noté  $f'(a)$ .

#### EXEMPLE

On se donne la fonction  $f : x \mapsto x^2$ , et le point  $A(1;1)$  sur  $\mathcal{C}_f$ . Soit  $h \in \mathbb{R}$ ,  $h \neq 0$ . On a :

- $f(1) = 1^2 = 1$
- $f(1+h) = (1+h)^2 = 1 + 2h + h^2$

Alors :

$$\begin{aligned} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} &= \frac{1 + 2h + h^2 - 1}{h} \\ &= \frac{2h + h^2}{h} \\ &= 2 + h \end{aligned}$$

Cette quantité se rapproche de 2 lorsque  $h$  tend vers 0. Alors  $f$  est dérivable en 1 et  $f'(1) = 2$ .

