

# DROITES DU PLAN

## I - Équations cartésiennes de droites et vecteurs directeurs

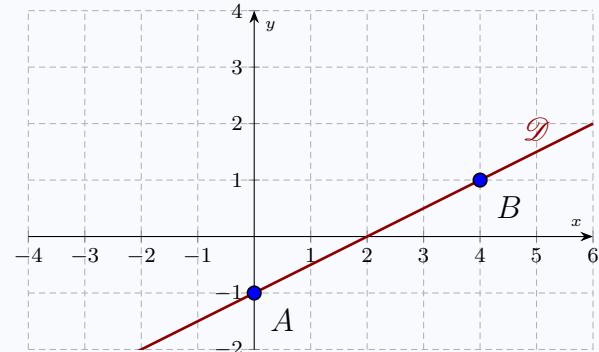
On se place dans un repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  du plan.

### 1. Vecteurs directeurs

#### DÉFINITION

Soit  $\mathcal{D}$  une droite, et  $A$  et  $B$  deux points de  $\mathcal{D}$ . On appelle **vecteur directeur** de  $\mathcal{D}$  tout vecteur  $\vec{u}$  non nul colinéaire à  $\overrightarrow{AB}$ .

Autrement dit, le vecteur  $\vec{u}$  donne la direction de la droite  $\mathcal{D}$ .



#### REMARQUE

Un vecteur directeur n'est pas unique : Ici,  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont des vecteurs directeurs de la droite  $(AB)$ .

#### EXEMPLE

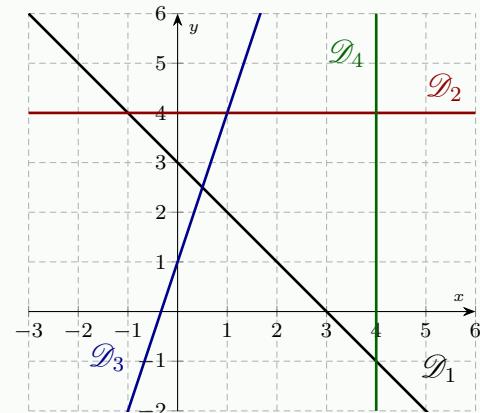
Donner les coordonnées de **plusieurs** vecteurs directeurs des droites  $\mathcal{D}_1$ ,  $\mathcal{D}_2$ ,  $\mathcal{D}_3$  et  $\mathcal{D}_4$ .

—  $\mathcal{D}_1$  :

—  $\mathcal{D}_2$  :

—  $\mathcal{D}_3$  :

—  $\mathcal{D}_4$  :



### 2. Équations cartésiennes

#### PROPOSITION

Soit  $\mathcal{D}$  une droite et  $\vec{u} \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$  un vecteur directeur de  $\mathcal{D}$ . Alors  $\mathcal{D}$  possède une équation de la forme  $ax + by + c = 0$ , appelée équation cartésienne de  $\mathcal{D}$ .

## COROLLAIRE

Si les coordonnées  $(x; y)$  d'un point  $M$  vérifient l'équation  $ax + by + c = 0$  d'une droite  $\mathcal{D}$ , alors  $M$  appartient à la droite  $\mathcal{D}$  dont un vecteur directeur est  $\vec{u} \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ .

## EXEMPLES

Déterminons une équation cartésienne des droites suivantes :

—  $\mathcal{D}_1$  passant par le point  $A(3; 1)$  et de vecteur directeur  $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}$ .

—  $\mathcal{D}_2$  passant par les points  $B(5; 3)$  et  $C(1; -3)$ .

## MÉTHODE

Pour tracer une droite  $\mathcal{D}$  étant donnée son équation cartésienne, on détermine les coordonnées de deux points appartenant à  $\mathcal{D}$  en remplaçant  $x$  ou  $y$  par des valeurs spécifiques.

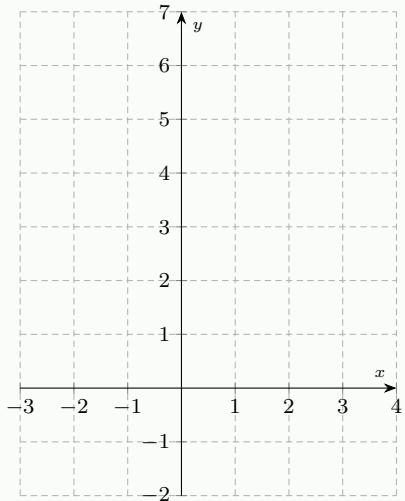
## EXEMPLES

Soit  $\mathcal{D}_1 : 2x - y + 3 = 0$ .

— Si  $x = 0$ , alors l'équation devient :

— Si  $x = 1$ , alors l'équation devient :

On peut donc tracer la droite  $\mathcal{D}_1$  dans le repère ci-contre :



Soit maintenant  $\mathcal{D}_2 : 3x - 9 = 0$ . Ici, il n'y a pas de  $y$  donc il suffit de résoudre l'équation :

Tout point dont les coordonnées sont de la forme ..... avec  $y \in \mathbb{R}$  convient donc. On prend par exemple  $C(\dots; \dots)$  et  $D(\dots; \dots)$ .

## II - Systèmes de deux équations à deux inconnues

Résoudre un système à deux inconnues , c'est trouver le ou les couples  $(x; y)$  qui vérifie(nt) à la fois les deux équations.

### EXEMPLE

Le couple  $(2; 3)$  vérifie le système d'équations  $\begin{cases} 5x - 2y = 4 \\ -x + y = 1 \end{cases}$ . En effet, en remplaçant  $x$  et  $y$  par 2 et 3, on trouve :

### 1. Résolution graphique

On se ramène à deux équations de droites que l'on trace.

L'unique solution du système est alors les coordonnées du point d'intersection des deux droites.

### EXEMPLE

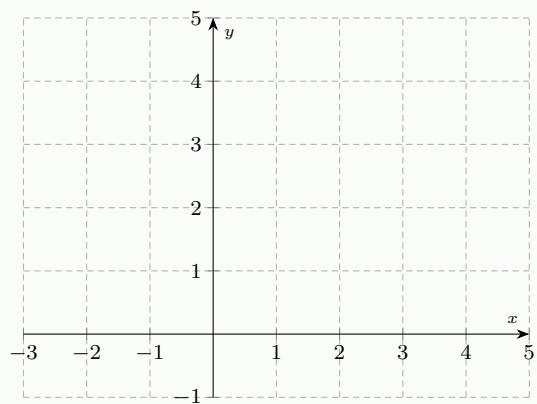
On reprend le système précédent :  $\begin{cases} 5x - 2y = 4 \\ -x + y = 1 \end{cases}$

On trace ensuite les deux droites :

$$\mathcal{D}_1 : 5x - 2y - 4 = 0$$

$$\mathcal{D}_2 : -x + y - 1 = 0$$

On constate que leur point d'intersection a pour coordonnées ....., ce qui correspond à la solution testée dans l'exemple précédent.



## 2. Résolution algébrique

### a) Méthode par combinaison linéaire

Le but est de faire des opérations entre les lignes pour faire disparaître des inconnues.

#### EXEMPLE

Résolvons dans  $\mathbb{R}$  le système suivant : 
$$\begin{cases} 2x - 3y = 9 & (L_1) \\ 2x + y = -1 & (L_2) \end{cases}$$

### b) Méthode par substitution

Le but est d'exprimer une variable en fonction d'une autre pour pouvoir l'éliminer.

#### EXEMPLE

Résolvons dans  $\mathbb{R}$  le système suivant : 
$$\begin{cases} 6x - 7y = 1 & (L_1) \\ x - 3y = 2 & (L_2) \end{cases}$$