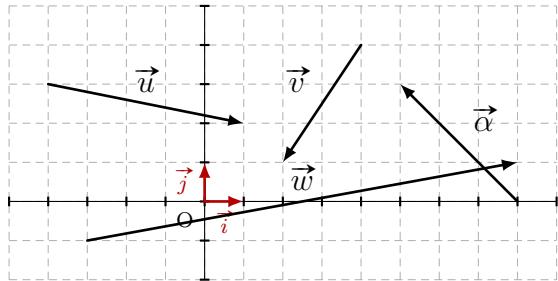


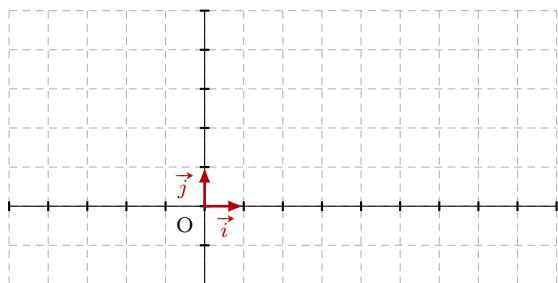
# Repères et coordonnées - Exercices

## I - Coordonnées de vecteurs

**Exercice 1.** Par lecture graphique, donner les coordonnées des vecteurs représentés ci-dessous :



**Exercice 2.** On se donne le repère ci-dessous :



1. Sur le repère ci-dessous, placer les points  $A(6; 2)$ ,  $B(3; -1)$  et  $C(-2; 4)$ .
2. En déduire les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC}$  et  $\overrightarrow{BC}$ .
3. Retrouver par le calcul les résultats précédents.

**Exercice 3.** Soient  $A(3; 3)$ ,  $B(6; -1)$  et  $C(-4; 7)$ . Donner les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{BC}$ .

**Exercice 4.** Soient  $A(-2; -1)$ ,  $B(3; 1)$ ,  $C(1; 3)$  et  $D(-4; 1)$ . Montrer que  $ABCD$  est un parallélogramme.

**Exercice 5.** On donne les points :  $A(0; 5)$ ,  $B(-2; 1)$  et  $C(5; 4)$ .

1. Calculer les coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{AB}$ .
2. Déterminer les coordonnées du point  $D$  tel que  $ABCD$  soit un parallélogramme.

**Exercice 6.** Soient  $A(-2; 3)$  et  $\vec{u} \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ . Calculer les coordonnées du point  $B$  image de  $A$  par la translation de vecteur  $\vec{u}$ .

**Exercice 7.** On se donne les vecteurs  $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$  et  $\vec{w} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -7 \end{pmatrix}$ . Calculer les coordonnées de :  $\vec{u} + \vec{v}$      $3\vec{v}$      $\vec{u} - \vec{w}$      $4\vec{w} + \vec{v}$      $\frac{3}{4}\vec{u} - \frac{1}{3}\vec{v}$

**Exercice 8\*.** Soient  $A(7; -1)$ ,  $B(-4; 10)$  et  $C(-4; 5)$ . Déterminer les coordonnées du point  $M$  tel que  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ .

## II - Normes, distances, milieux

**Exercice 9.** Soit  $A(2; 3)$ ,  $B(-1, 3)$  et  $C(4, -5)$ . Donner les coordonnées des milieux  $I$  de  $[AB]$ ,  $J$  de  $[AC]$  et  $K$  de  $[BC]$ .

On suppose à partir de maintenant que tous les repères utilisés sont orthonormés.

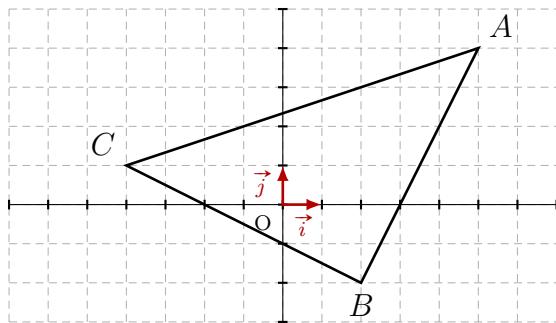
**Exercice 10.** On considère les points  $A(2; 3)$ ,  $B(-1; 4)$ ,  $C(2, 1)$ . Calculer les normes suivantes :

$$\|\overrightarrow{AB}\| \quad \|\overrightarrow{BC}\| \quad \|2\overrightarrow{AB}\| \quad \|\overrightarrow{AC}\|$$

**Exercice 11.** Soient  $\mathcal{C}$  le cercle de centre  $I(1; 2)$  et de rayon 5 et  $M(5; 5)$ .

1. Calculer la distance  $IM$ .
2. Le point  $M$  appartient-il au cercle  $\mathcal{C}$  ?

**Exercice 12.** On a représenté trois points  $A, B$  et  $C$ . Quelle est la nature du triangle  $ABC$  ?



**Exercice 13.** Soit  $\mathcal{C}$  le cercle de centre  $I(1,8; -3,5)$  passant par  $A(-1,8; 1,3)$ . Calculer le rayon du cercle  $\mathcal{C}$ .

**Exercice 14\*.** Soient  $A(-2; -1)$ ,  $B(4; 1)$  et  $I(0; 1)$ . Calculer les coordonnées des points  $C$  et  $D$  tels que  $ABCD$  soit un parallélogramme de centre  $I$ .

**Exercice 15\*.** On se donne les points  $A(-2; -3)$ ,  $B(5; 0)$ ,  $C(0; 7)$ .

1. Calculer les coordonnées de  $I$ ,  $J$  et  $K$ , milieux respectifs de  $[BC]$ ,  $[AC]$  et  $[AB]$ .
2. Déterminer les coordonnées des points  $G$ ,  $H$  et  $L$  tels que  $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AI}$ ,  $\overrightarrow{BH} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BJ}$  et  $\overrightarrow{CL} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CK}$ .
3. Que remarque-t-on ?

### III - Colinéarité

**Exercice 16.** Déterminer les déterminants des couples de vecteurs suivants :

1.  $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix}$
2.  $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$

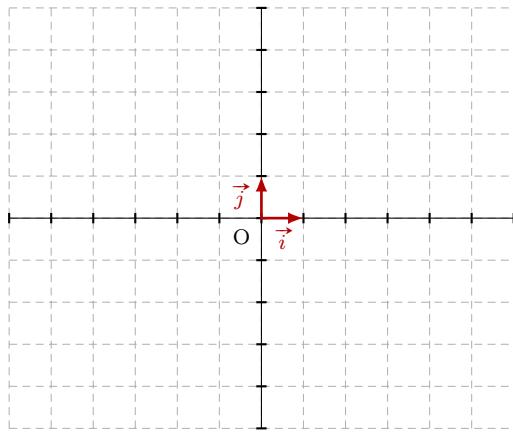
**Exercice 17.** Les vecteurs  $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} 6 \\ 18 \end{pmatrix}$  sont-ils colinéaires ?

**Exercice 18.** Prenons  $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} 4 \\ m \end{pmatrix}$  où  $m \in \mathbb{R}$ . Pour quelle valeur de  $m$  les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont-ils colinéaires ?

**Exercice 19.** Dans un repère orthonormé on considère les points suivants :

$$A(-1; 4) \quad B\left(\frac{1}{2}; 1\right) \quad C(3; -4) \quad D(-1; 0) \quad E(0; -2)$$

1. Placer les points dans le repère ci-dessous



2. Montrer que  $A, B$  et  $C$  sont alignés.
3. Démontrer que  $(DE) \parallel (AB)$ .

**Exercice 20.** Considérons les points  $A(2; 3)$ ,  $B(5; 7)$  et  $C(-7; -9)$ . Sont-ils alignés ?

**Exercice 21.** Soient  $A(-3; 1)$  et  $B(1; 4)$ . Déterminons le point  $M$  de l'axe des abscisses qui se trouve à égale distance de  $A$  et  $B$ . Notons alors  $(x; 0)$  les coordonnées de  $M$ .

1. Exprimer les distances  $MA$  et  $MB$  en fonction de  $x$ .
2. Résoudre l'équation  $MA^2 = MB^2$  et conclure.

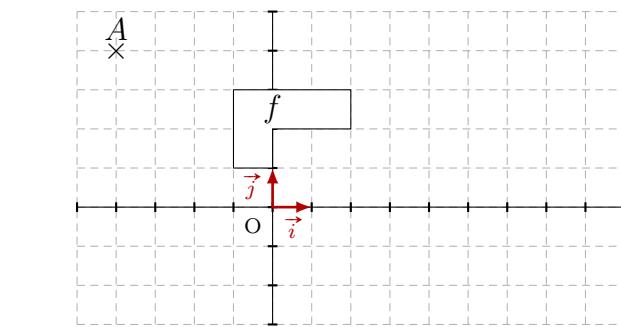
**Exercice 22\*.** On considère les points  $A(2; 3)$  et  $B(-1; 4)$ . Donner l'ensemble des points  $C(x; y)$  tel que  $ABC$  soit isocèle en  $C$ .

**Exercice 23\*.** Prenons les points  $A(1; -2)$  et  $B(2; 5)$ . Déterminer l'intersection de la médiatrice du segment  $[AB]$  avec l'axe des abscisses.

**Exercice 24\*.**  $A$  est un point et  $k \in \mathbb{R}^*$ . On appelle homothétie de centre  $A$  et rapport  $k$  la fonction qui transforme pour tout point  $M$  du plan le vecteur  $\overrightarrow{AM}$  en  $k\overrightarrow{AM}$ . On note alors  $M'$  le point tel que  $\overrightarrow{AM'} = k\overrightarrow{AM}$ .

Considérons une homothétie de centre  $A$  et de rapport  $k$ .

1. Montrer que pour  $N, M$ ,  $\overrightarrow{M'N'} = k\overrightarrow{MN}$ .
2. En déduire que les droites  $(MN)$  et  $(M'N')$  sont parallèles.
3. Démontrer que  $M'N' = |k|MN$ .
4. Construire l'image de la figure  $f$  par une homothétie de rapport 2 de centre  $A$ .
5. Quel est le rapport d'aire entre celui de  $f$  et celui de  $f'$  ?



**Exercice 25.** Dans un repère orthonormé on considère les points suivants :

$$\begin{array}{lll} A\left(-1; -\frac{3}{2}\right) & B\left(0; \frac{1}{2}\right) & C\left(-2; \frac{3}{2}\right) \\ D\left(\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right) & E(1; -2) & F(3; -1) \end{array}$$

1. Placer ces points dans un repère.
2. Conjecturer des alignements de trois points.
3. Démontrer ces conjectures par le calcul.

**Exercice 26\*.** Dans un repère orthonormé, on donne les points  $A(11; -3)$ ,  $B(8; -3 + 3\sqrt{3})$ ,  $C(2; -3 + 3\sqrt{3})$ .

1. Placer ces points.
2. Démontrer que le triangle  $ABC$  est isocèle en  $B$ .
3. Déterminer les coordonnées du point  $I$  tel que  $ABCI$  soit un parallélogramme.
4. Démontrer que les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  appartiennent à un même cercle  $\mathcal{C}$  de centre  $I$ .
5. Tracer ce cercle  $\mathcal{C}$  et construire les points  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$  diamétralement opposés respectivement à  $A$ ,  $B$  et  $C$ .
6. Quelle est la nature du polygone  $ABCA'B'C'$  ?