# Dérivation

**PROGRAMME**

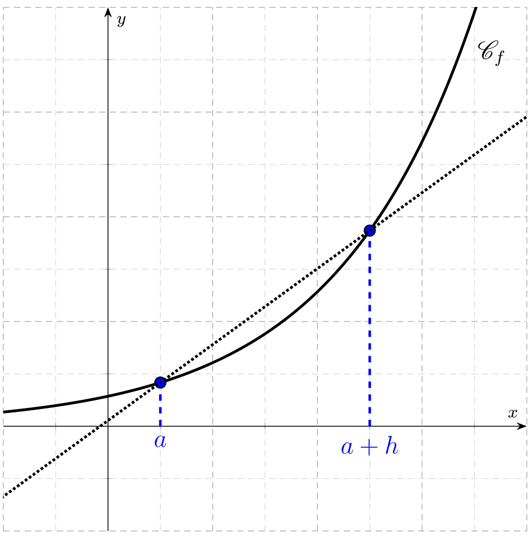
- Point de vue local :
  - Sécantes à une courbe passant par un point donné, taux de variation en un point
  - Tangente à une courbe en un point, définie comme position limite des sécantes
  - Nombre dérivé en un point défini comme limite du taux de variation
  - Equation réduite de la tangente en un point.
- Point de vue global
  - Fonction dérivée
  - Dérivées de $x \mapsto x^2$, $x \mapsto x^3$, de combinaisons linéaires, de polynômes de degré $\leq 3$
  - Sens de variation d'une fonction, lien avec le signe de la dérivée
  - Tableau de variations, extremums
- Capacités
  - Interprétation du nombre dérivé comme coeff directeur de la tangente
  - Construire la tangente à une courbe en un point
  - Déterminer l'équation réduite de la tangente à une courbe en un point
  - Calculer la dérivée d'un polynome de degré $\leq 3$
  - Déterminer le sens de variation et les extremums d'une fonction polynome de degré $\leq 3$

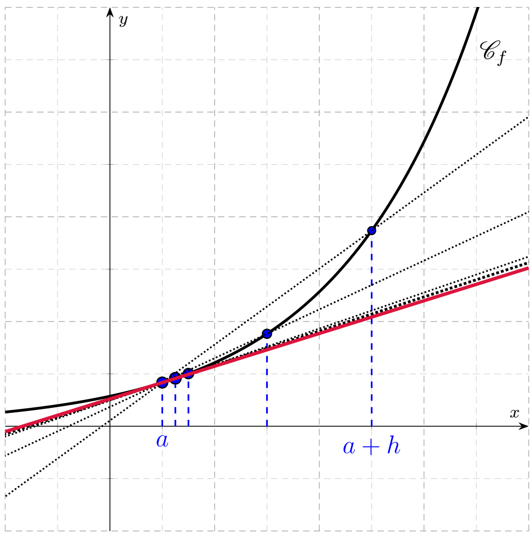
## I - Nombre dérivé

### 1. Tangentes

Tangente, lim des sécantes. Lecture graphique de la dérivée

### 2. Détermination algébrique de la dérivée




**PROPOSITION**

Soit $a \in \mathbb{R}$ et $h \in \mathbb{R}$. Alors le taux de variation $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$ se rapproche de $f'(a)$ à mesure que $h$ se rapproche de 0.

Formule générale avec schéma

# II - Fonction dérivée

## 1. Généralités

**DÉFINITION**

On définit la fonction dérivée de $f$, notée $f'$, qui à $x$ associe le coefficient directeur de la tangente à la courbe de $f$ au point d'abscisse $x$.

## 2. Dérivées usuelles et règles de calcul

**PROPOSITION**

On a les dérivées usuelles suivantes :

| $f(x)$ | $f'(x)$ |
|---|---|
| $k \in \mathbb{R}$ | $0$ |
| $x$ | $1$ |
| $x^2$ | $2x$ |
| $x^3$ | $3x^2$ |

**PROPOSITION**

Soient $f$ et $g$ deux fonctions, et $\lambda \in \mathbb{R}$. Alors :

— $(f+g)' = f' + g'$

— $(\lambda f)' = \lambda f'$

**EXEMPLE**

Soit $f : x \mapsto x^2 + 2x + 1$. Alors $f'(x) = 2x + 2 \times 1 + 0 = 2x + 2$.

$f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5\cancel{x}\cancel{-1}$

somme, combinaisons linéaires

## 3. Lien avec les variations

**THÉORÈME**

Soit $f$ une fonction et $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$.

— Si $f'$ est positive sur $[a;b]$, alors $f$ est croissante sur $[a;b]$.

— Si $f'$ est négative sur $[a;b]$, alors $f$ est décroissante sur $[a;b]$.

— Si $f'$ est nulle sur $[a;b]$, alors $f$ est constante sur $[a;b]$.