

# REPÈRES DU PLAN ET COORDONNÉES

## I - Généralités sur les repères

### DÉFINITION

Soient  $O, I, J$  trois points du plan non alignés. On pose  $\vec{i} = \overrightarrow{OI}$  et  $\vec{j} = \overrightarrow{OJ}$ . Un repère du plan est un triplet  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ . On dit alors que :

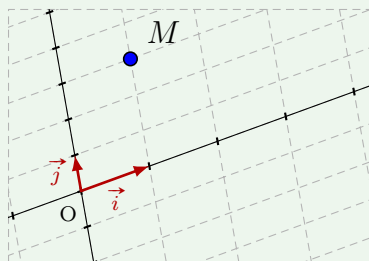
- $O$  est l'origine du repère
- $(OI)$  est l'axe des abscisses
- $(OJ)$  est l'axe des ordonnées

On se donne maintenant un repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  pour la suite du cours.

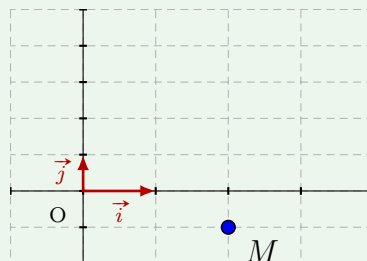
### PROPRIÉTÉ

Tout point  $M$  du plan est repéré par un unique couple de coordonnées  $(x; y)$ .  $x$  est l'abscisse de  $M$  et  $y$  est l'ordonnée de  $M$ .

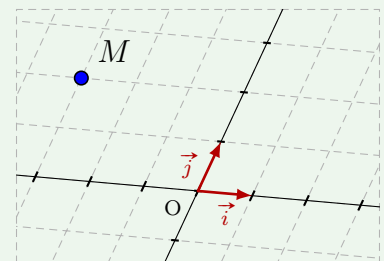
### EXEMPLES



$M(1; 3)$



$M(2; -1)$



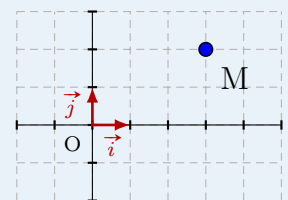
$M(-3; 2)$

► On écrit  $M(1; 3)$  et pas  $M = (1; 3)$  !

### DÉFINITION

On dit que le repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  est orthonormé si :

- Ses axes sont perpendiculaires :  $(OI) \perp (OJ)$
- Les vecteurs unité  $\vec{i}$  et  $\vec{j}$  sont de même longueur :  $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\|$

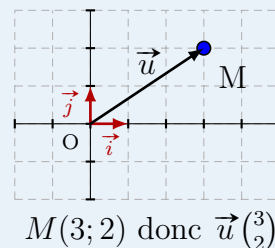


$M(3; 2)$

## II - Coordonnées d'un vecteur

### DÉFINITION

Soit  $\vec{u}$  un vecteur du plan. On se donne le point  $M(x; y)$  tel que  $\overrightarrow{OM} = \vec{u}$ . Les coordonnées de  $\vec{u}$  sont celles de  $M$ , et l'on note  $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ .



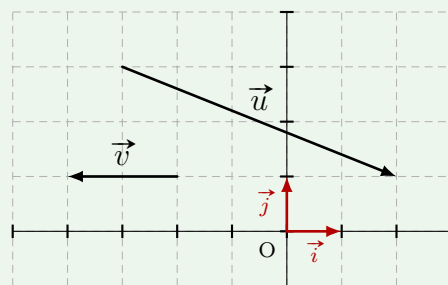
$M(3; 2)$  donc  $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

► On écrit  $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$  et pas  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$  !

### EXEMPLE

On a représenté ci-contre deux vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ .

On a  $\vec{u} \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$ , et  $\vec{v} \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}$ .



### PROPOSITION

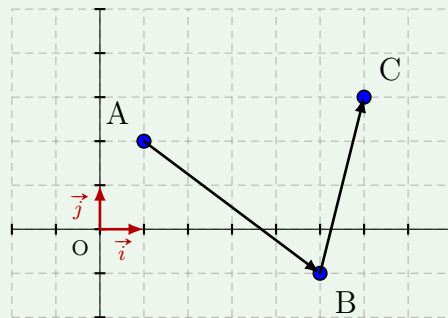
Soient  $A(x_A; y_A)$  et  $B(x_B; y_B)$  deux points du plan. Alors on a  $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ .

### EXEMPLE

On se donne  $A(1; 2)$ ,  $B(5; -1)$  et  $C(6; 3)$ .

Alors on a  $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 5 - 1 \\ -1 - 2 \end{pmatrix}$  d'où  $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$ .

De même, on a  $\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 6 - 5 \\ 3 - (-1) \end{pmatrix}$  d'où  $\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ .



### PROPRIÉTÉS

Soient  $\vec{u} \begin{pmatrix} x_{\vec{u}} \\ y_{\vec{u}} \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} x_{\vec{v}} \\ y_{\vec{v}} \end{pmatrix}$  deux vecteurs du plan, et  $\lambda \in \mathbb{R}$ . Alors :

- Les coordonnées de  $\vec{u} + \vec{v}$  sont  $\begin{pmatrix} x_{\vec{u}} + x_{\vec{v}} \\ y_{\vec{u}} + y_{\vec{v}} \end{pmatrix}$ .
- Les coordonnées de  $\lambda \vec{u}$  sont  $\begin{pmatrix} \lambda x_{\vec{u}} \\ \lambda y_{\vec{u}} \end{pmatrix}$ .

### EXEMPLE

Soient  $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ . Alors on a :

$$— (\vec{u} + \vec{v}) \begin{pmatrix} 1+2 \\ 3+(-1) \end{pmatrix} \text{ d'où } (\vec{u} + \vec{v}) \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

$$— 3\vec{v} \begin{pmatrix} 3 \times 2 \\ 3 \times (-1) \end{pmatrix} \text{ d'où } 3\vec{v} \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

$$— (2\vec{u} - 5\vec{v}) \begin{pmatrix} 2 \times 1 - 5 \times 2 \\ 2 \times 3 - 5 \times (-1) \end{pmatrix} \text{ d'où } (2\vec{u} - 5\vec{v}) \begin{pmatrix} -8 \\ 11 \end{pmatrix}.$$

## III - Calculs de distances et de milieux

### 1. Milieu d'un segment

#### PROPOSITION

Soient  $A(x_A; y_A)$  et  $B(x_B; y_B)$  deux points du plan. On se donne de plus  $I$  le milieu de  $[AB]$ . Alors les coordonnées de  $I$  sont  $\left( \frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2} \right)$ .

#### REMARQUE

On fait en fait la moyenne des coordonnées des deux points.

#### EXEMPLE

Soient  $A(1; 7)$ ,  $B(6; -5)$  et  $I$  le milieu de  $[AB]$ . Alors on a  $I \left( \frac{1+6}{2}; \frac{7-5}{2} \right)$  d'où  $I \left( \frac{7}{2}; \frac{2}{2} \right)$ , et enfin  $I(3,5; 1)$ .