

FONCTIONS : GÉNÉRALITÉS

PROGRAMME

- Fonctions à valeurs réelles définies sur un intervalle ou une réunion finie d'intervalles
- Courbe représentative : $(x, f(x)) \dots$
- Fonction paire, impaire. Traduction géométrique
- Capacités :
 - Exploiter l'équation d'une courbe : appartenance, coordonnées
 - Modéliser par des fonctions [...]
 - Résoudre des (in)équations : graphiquement, algébriquement, tableaux de signes
 - Etudier la parité dans des cas simples
- REPORTE : Croissance, décroissance, monotonie, tableaux de variations

I - Définitions, notations

DÉFINITION

Soit $D \subset \mathbb{R}$. On appelle fonction f sur l'ensemble D le processus qui à tout nombre $x \in D$ associe un **unique** réel noté $f(x)$. On note $f : D \longrightarrow \mathbb{R}$.
$$x \longmapsto f(x)$$

Valeur d'entrée (dans D) Valeur de sortie (dans \mathbb{R})



On dit alors que :

- $f(x)$ est l'image de x
- x est un antécédent de $f(x)$
- D est l'ensemble (ou domaine) de définition de f

EXEMPLE

On définit la fonction $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$.
$$x \longmapsto x^2 - x$$

- L'ensemble de définition de f est \mathbb{R} .
- L'image de 2 par la fonction f est 2 : $f(2) = 2^2 - 2 = 2$.
- 2 est un antécédent de 2 par la fonction f . -1 en est aussi un car $f(-1) = (-1)^2 + 1 = 2$.

REMARQUE

Chaque nombre dans D possède une unique image, mais plusieurs antécédents d'un même nombre peuvent exister.

II - Représentation graphique d'une fonction

DÉFINITION

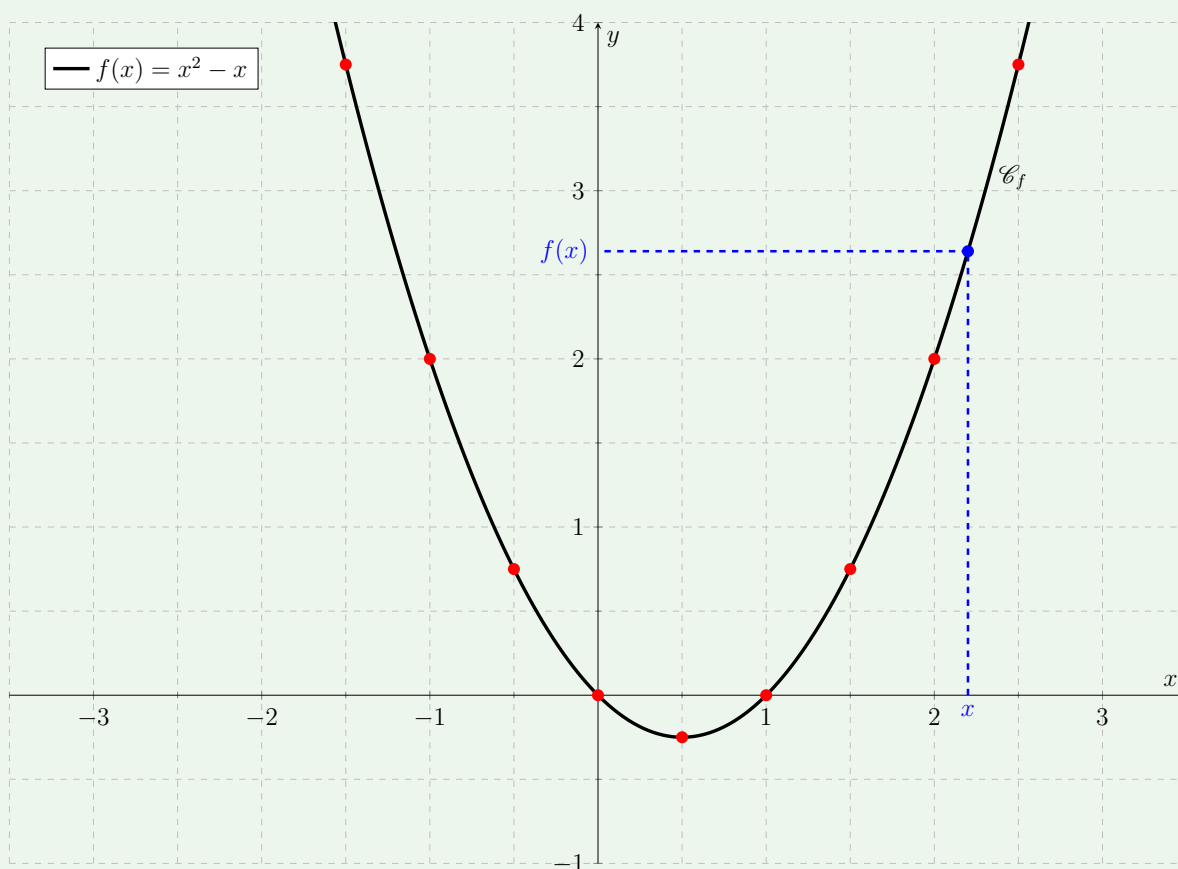
Dans un repère du plan, l'ensemble des points $(x, f(x))$ pour $x \in D$ constitue la courbe de f . L'équation de la courbe de f est $y = f(x)$ pour $x \in D$.

MÉTHODE

Dans la pratique, il faut placer plusieurs points pour tracer la courbe d'une fonction le plus précisément possible. On peut s'aider d'une table de valeurs.

EXEMPLE

| x | -1.5 | -1 | -0.5 | 0 | 0.5 | 1 | 1.5 | 2 | 2.5 |
|--------|------|----|------|---|-----|---|-----|---|-----|
| $f(x)$ | | | | | | | | | |

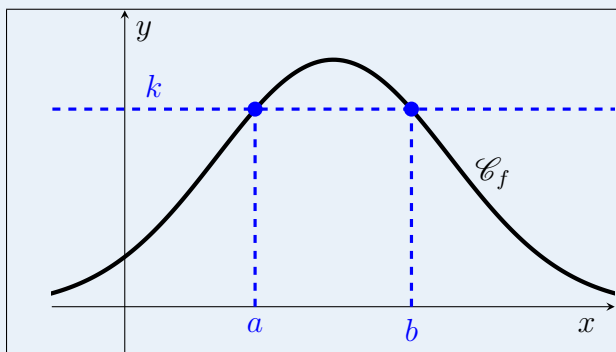


Les points $(-1; 2)$ et $(1; 0)$ appartiennent à la courbe de f , mais pas le point $(0; 1)$.

III - Résolution graphique d'équations

1. Equations du type $f(x) = k$

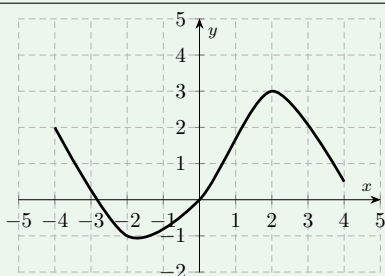
MÉTHODE



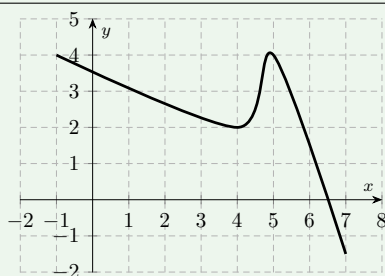
Résoudre l'équation $f(x) = k$ signifie trouver les antécédents de k par la fonction f . Cela revient donc à chercher l'abscisse des points de la courbe dont l'ordonnée est k . Ici, l'ensemble des solutions de l'équation est :

$$S = \{a; b\}$$

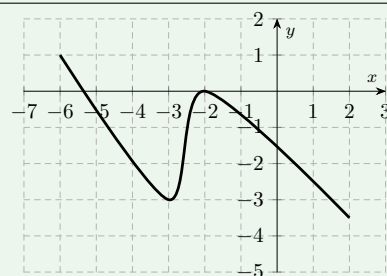
EXEMPLES



Résoudre $f(x) = 1$:



Résoudre $g(x) = 1$:

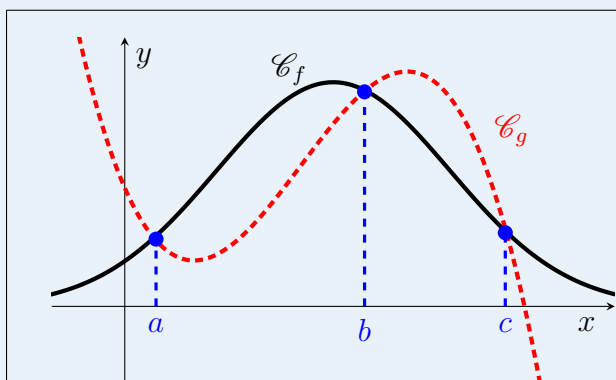


Résoudre $h(x) = -4$:

► Fiche, exos 1-2

2. Equations du type $f(x) = g(x)$

MÉTHODE



Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$ signifie trouver les nombres qui ont la même image par f et g . Cela revient donc à chercher l'abscisse des points d'intersection des deux courbes C_f et C_g .

Ici, l'ensemble des solutions de l'équation est :

$$S = \{a; b; c\}$$

EXEMPLES

| | | |
|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| | | |
| Résoudre $f_1(x) = f_2(x)$: | Résoudre $g_1(x) = g_2(x)$: | Résoudre $h_1(x) = h_2(x)$: |

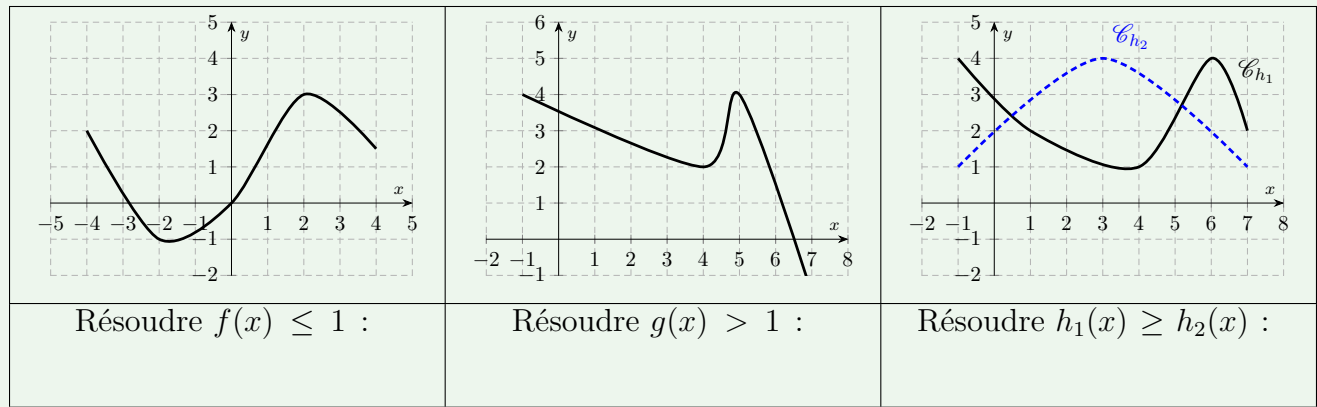
► Exo 3 + Résoudre $f(x)=g(x)$ sur la fiche équations

IV - Résolution graphique d'inéquations

MÉTHODE

| $f(x) > k$ | $f(x) \leq k$ | $f(x) > g(x)$ |
|---|--|---|
| | | |
| <p>Résoudre l'inéquation $f(x) > k$ signifie trouver les nombres qui ont une image supérieure à k.</p> <p>Cela revient donc à chercher l'abscisse des points de la courbe se situant "au dessus" de la droite d'équation $y = k$. Ici, l'ensemble des solution de l'inéquation est :</p> $S =]a; b[$ | <p>Résoudre l'inéquation $f(x) \leq k$ signifie trouver les nombres qui ont une image inférieure à k.</p> <p>Cela revient donc à chercher l'abscisse des points de la courbe se situant "en dessous" de la droite d'équation $y = k$. Ici, l'ensemble des solution de l'inéquation est :</p> $S =]-\infty; a] \cup [b; +\infty[$ | <p>Résoudre l'inéquation $f(x) > g(x)$ signifie trouver les nombres dont l'image par f est supérieure à l'image par g. Cela revient à chercher l'abscisse des points de \mathcal{C}_f situés "au dessus" des points de \mathcal{C}_g.</p> <p>Ici, l'ensemble des solutions de l'inéquation est :</p> $S =]-\infty; a[\cup]b; c[$ |

EXEMPLES



► Exos Hyperbole

V - Etude du signe

MÉTHODE

Dresser le tableau de signes d'une fonction f , c'est indiquer sur quels intervalles la fonction est négative, positive ou nulle.

Avec la même fonction que précédemment, on obtient :

| | | | | | |
|--------|------|------------|-----|------------|-----|
| x | -2 | -1 | 2 | 5 | |
| $f(x)$ | $+$ | \bigcirc | $-$ | \bigcirc | $+$ |

VI - Parité d'une fonction

DÉFINITION

Soit f une fonction définie sur un intervalle I centré en 0 ($I = [-a; a]$, $] -a; a[$ ou \mathbb{R}). On dit que f est :

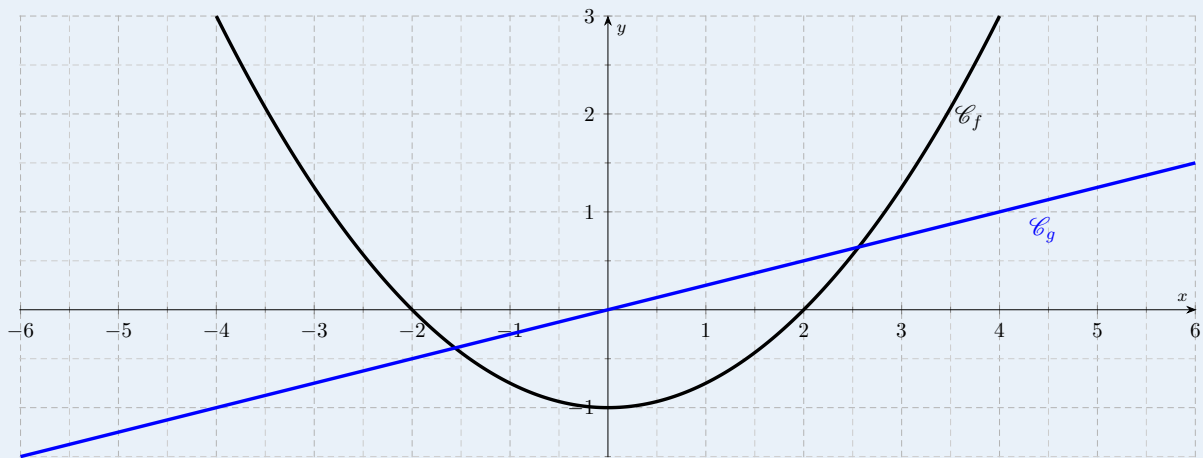
- **paire** lorsque pour tout $x \in I$, $f(-x) = f(x)$.
- **impaire** lorsque pour tout $x \in I$, $f(-x) = -f(x)$.

EXEMPLES

- La fonction $f : [-2; 2] \rightarrow \mathbb{R}$ est paire car pour tout $x \in [-2; 2]$, $f(-x) = (-x)^2 - 1 = x^2 - 1 = f(x)$.
- La fonction $g :]3; 3[\rightarrow \mathbb{R}$ est impaire.

PROPRIÉTÉS

- f est paire si et seulement si \mathcal{C}_f est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
- f est impaire si et seulement si \mathcal{C}_f est symétrique par rapport à l'origine du repère $(0;0)$.



REMARQUE

Une fonction peut être ni paire ni impaire !

DÉROULÉ

- **Total : 4 semaines**
- Semaine 1
 - 1h30 - Activité intro (coordonnées points, graphes)
 - 30m - Début du cours : I
- Vacances - Semaine 2
 - 30m - Activité Emmanuel (remise en marche) - Questions 1 à 8
 - 3h - Cours II puis Exos 1 -> 8 (TD Chingatome en +)
- Semaine 3
 - 2h30 - Cours (in)equations + Exos Hyperbole
 - 1h30 - Cours Signe + Exos
 - 1h30 - Parité