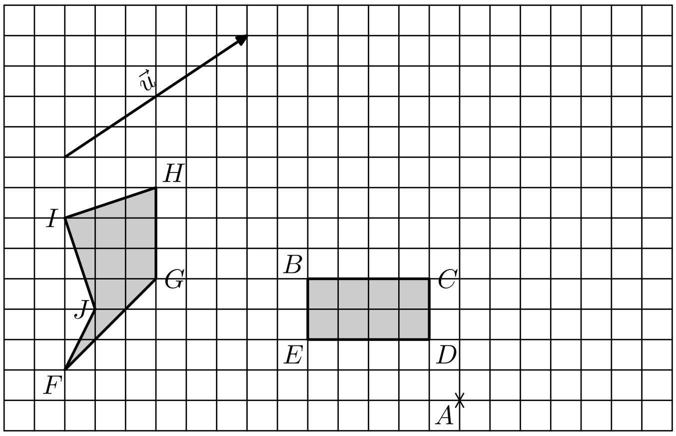
Vecteurs du plan 1

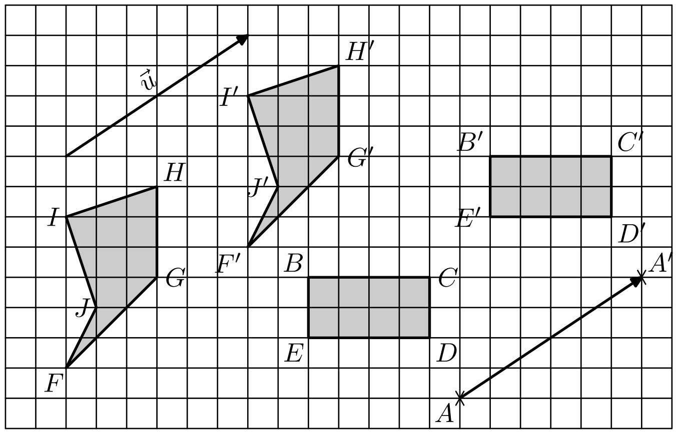
Exercice 1

Dans le quadrillage ci-dessous, on considère la translation T de vecteur $\overrightarrow{u}$:



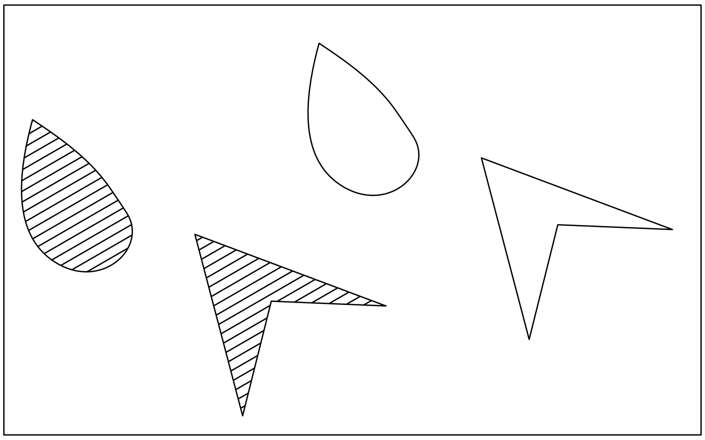
1. Tracer l'image A' du point A par la translation de vecteur $\vec{u}$.
2. Effectuer le tracé de l'image du rectangle $BCDE$ par la translation T.
3. Tracer le translaté du polygone $FGHIJ$ par le vecteur $\overrightarrow{u}$.

Correction 1



Exercice 2

On considère la figure ci-dessous :

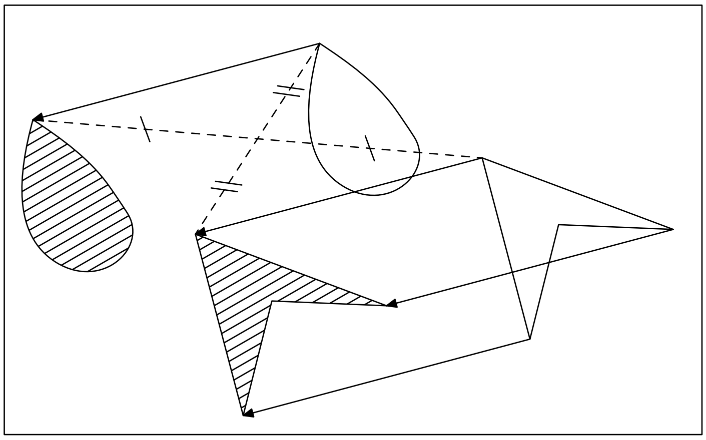


1. La figure ovoïde hachurée a été obtenue par une translation de la figure ovoïde blanc.

   Représenter un vecteur caractérisant cette translation.
2. Le polygone hachuré a été obtenu par une translation du polygone blanc.

   Tracer trois représentants de cette translation.
3. Faire une conjecture sur ces deux translations.

Correction 2

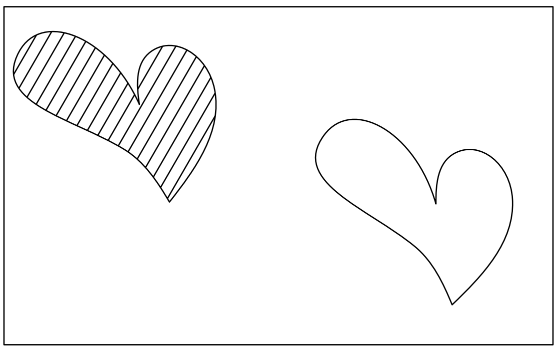


3. On peut remarque que les déplacements formés par ces 4 points sont identiques.

   En fait, ces deux figures ont subit la même translation car le quadrilatère formé par ces deux vecteurs forment un parallélogramme.

Exercice 3*

Dans le dessin ci-dessous, sont représentées deux figures, une blanche et l'autre hacurée :



1. On suppose que la figure blanche est la symétrique de

la figure hachurée par une translation.

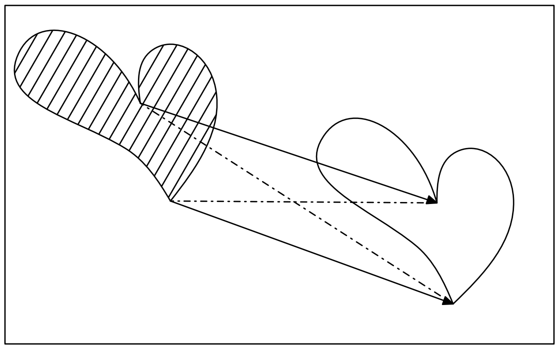
a. Tracer précisément deux vecteurs, de votre choix, de cette translation.

b. Relier les deux origines de ces deux vecteurs et relier leurs deux extrémités.

2. a. Justifier que ce quadrilatère n'est pas un parallélogramme.

b. Peut-on conclure que ces deux figures sont symétriques l'une de l'autre par une translation?

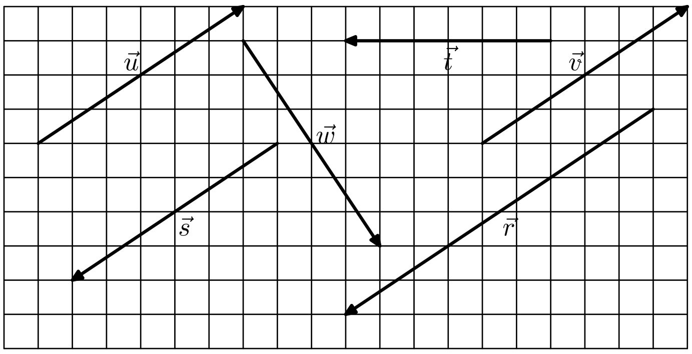
Correction 3



2. a. Le plus simple pour montrer que ce quadrilatère n'est pas un parallélogramme, il suffit de tracer les diagonales et de vérifier à l'aide du compas que ces diagonales ne se coupent en leurs milieux.

b. Non, puisque deux points et leurs images ne forment pas un parallélogramme cette transformation n'est pas un parallélogramme.

Exercice 4



Compléter chaque case du tableau ci-dessous avec les mots "*identique*", "*différent*" ou "*opposé*" :

Par rapport à $\vec{u}$ comparaison	de la direction	du sens	de la longueur
$\vec{v}$			
$\vec{w}$			
$\vec{r}$			
$\vec{s}$			
$\vec{t}$			

Correction 4

Par rapport à $\vec{u}$ comparaison	de la direction	du sens	de la longueur
$\vec{v}$	identique	identique	identique
$\vec{w}$	différent	différent	identique
$\vec{r}$	identique	opposé	différent
$\vec{s}$	identique	opposé	identique
$\vec{t}$	différent	différent	différent

Exercice 5

Dans le quadrillage ci-dessous :

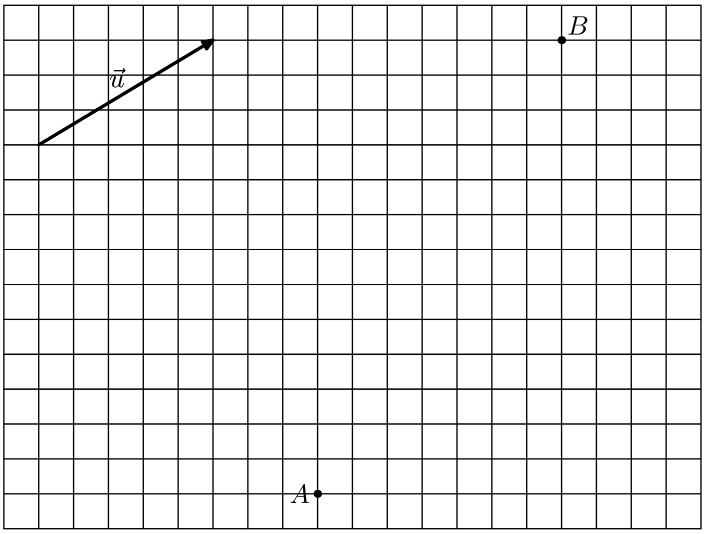
1. Tracer un représentant du vecteur $\vec{u}$ ayant pour origine le point A.

2. Tracer un représentant du vecteur $\vec{u}$ ayant pour extrémité le point B.

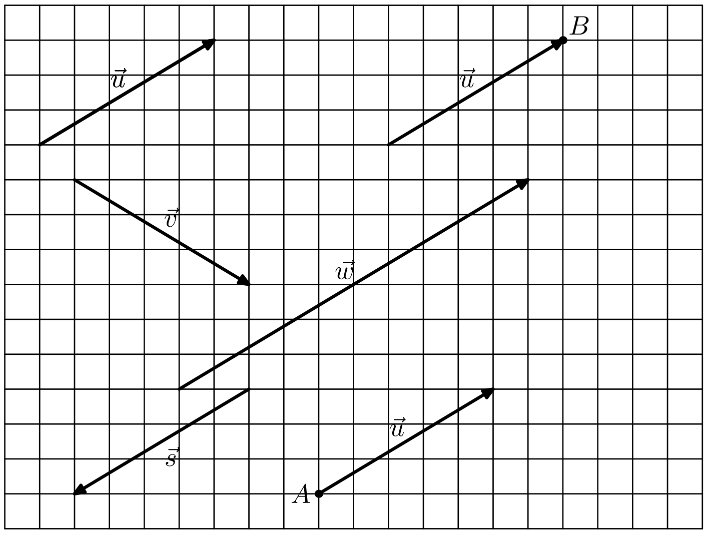
3. Tracer un vecteur $\vec{v}$ de même longueur que $\vec{u}$ mais différent de $\vec{u}$.

4. Tracer un vecteur $\vec{w}$ de même direction, de même sens que $\vec{u}$, mais différents de $\vec{u}$.

5. Tracer un vecteur $\vec{s}$ de même direction et de même longueur que $\vec{u}$ mais différent de $\vec{u}$.



Correction 5

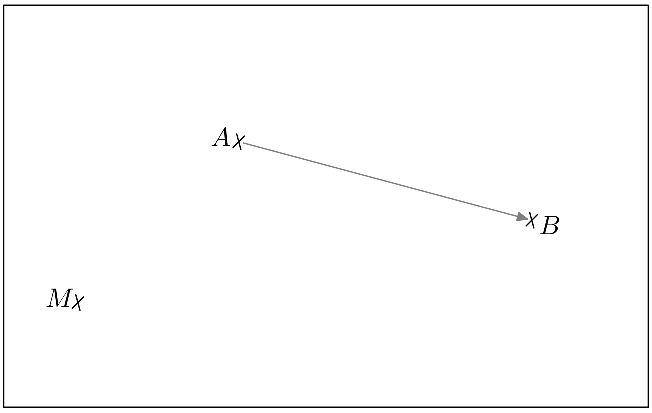


Exercice 6*

Méthode : pour tracer le représentant d'un vecteur ayant une origine imposée.

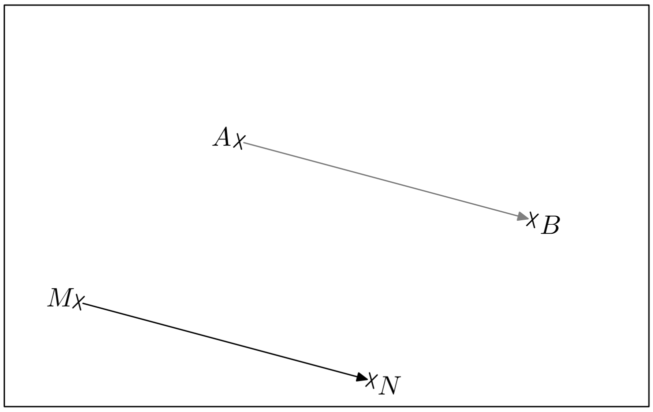
r662-1

On considère la configuration ci-dessous :



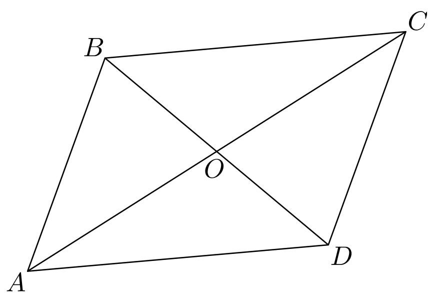
Placer le point N afin que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{MN}$ soient égaux.

Correction 6



Exercice 7

On considère le parallélogramme $ABCD$ représenté ci-dessous et le point O intersection de ses diagonales.



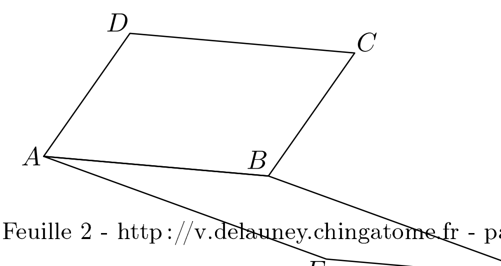
1. Citer un vecteur opposé au vecteur $\overrightarrow{BC}$.
2. Citer un vecteur opposé au vecteur $\overrightarrow{OB}$ ayant pour origine le point O.
3. Citer un vecteur opposé au vecteur $\overrightarrow{AD}$ ayant pour extrémité le point B.

Correction 7

1. Comme vecteur opposé au vecteur $\overrightarrow{BC}$, on peut citer :
   $\overrightarrow{DA}$ ou $\overrightarrow{CB}$
2. Le vecteur opposé au vecteur $\overrightarrow{OB}$ ayant pour origine O est le vecteur $\overrightarrow{OD}$.
3. Le vecteur opposé au vecteur $\overrightarrow{AD}$ ayant pour extrémité le point B est le vecteur $\overrightarrow{CB}$.

Exercice 8*

On considère deux parallélogrammes $ABCD$ et $ABFE$ dont une représentation est donnée ci-dessous :



1. a. Justifier l'égalité vectorielle : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

   b. Justifier l'égalité vectorielle : $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{EF}$

2. En déduire la nature du quadrilatère $DCFE$.

Correction 8

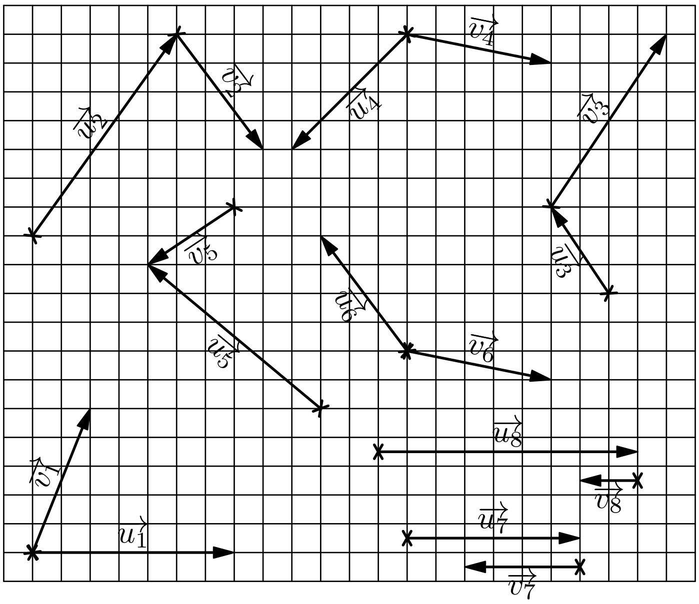
1. a. Puisque le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme alors les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ sont égaux.
   $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

   b. Puisque le quadrilatère $ABFE$ est un parallélogramme alors les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont égaux.
   $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{EF}$
   Des deux égalités vectorielles $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{EF}$, on en déduit l'égalité vectorielle :
   $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{EF}$

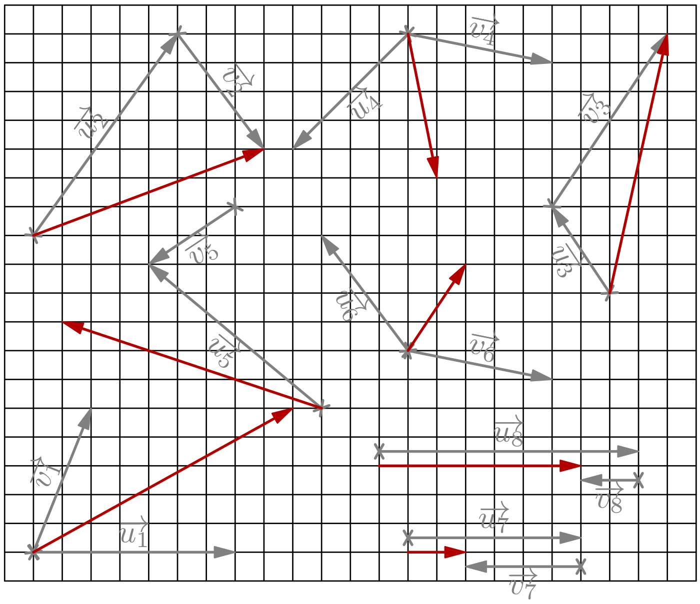
2. Les vecteurs $\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{EF}$ étant égaux, on en déduit que le quadrilatère $DCFE$ est un parallélogramme.

Exercice 9

Ci-dessous sont représentés huit couples de vecteurs. Pour chacun de ces couples, tracer un représentant de la somme de ses deux vecteurs :

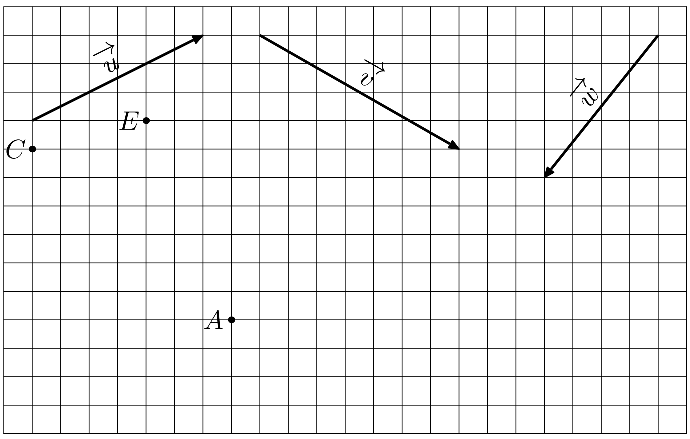


Correction 9



Exercice 10

Dans le quadrillage ci-dessous, on considère les trois vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ et les trois points A, C, E représentés ci-dessous :

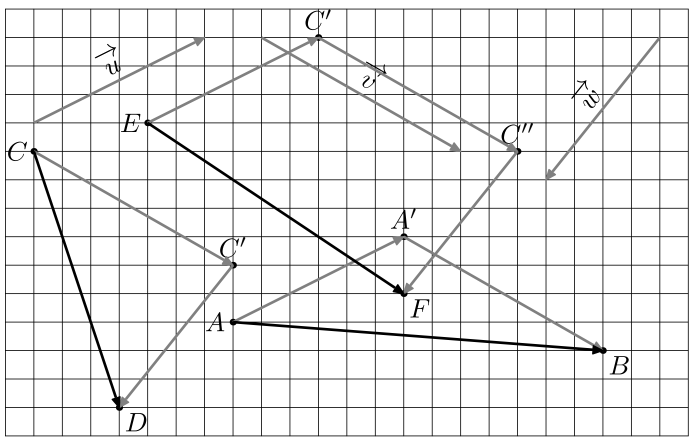


1. Placer le point B image du point A par la translation de vecteur $\vec{u}+\vec{v}$.

2. Placer le point D image du point C par la translation de vecteur $\vec{v}+\vec{w}$.

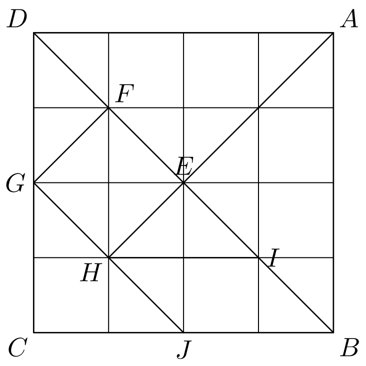
3. Placer le point F image du point E par la translation de vecteur $\vec{u}+\vec{v}+\vec{w}$.

Correction 10



Exercice 11

On considère le quadrillage ci-dessous et les 10 points indiqués.



1. a. A l'aide des points de la figure, citer tous les vecteurs égaux au vecteur $\overrightarrow{FE}$.

   b. Utiiliser la question pour donner un représentant du vecteur $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{FG}$.

2. Utiliser la relation de Chasles pour répondre aux questions suivantes :

   a. $\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{FH} + \overrightarrow{JB}$ b. $\overrightarrow{IH} + \overrightarrow{FD} + \overrightarrow{JE}$

   c. $\overrightarrow{DF} + \overrightarrow{IG} + \overrightarrow{HJ}$ d. $\overrightarrow{DG} + \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{DC}$

Correction 11

1. a. Les vecteurs égaux au vecteur $\overrightarrow{FE}$ sont :
   $\overrightarrow{DF}$; $\overrightarrow{EI}$; $\overrightarrow{IB}$; $\overrightarrow{GH}$; $\overrightarrow{HJ}$

   b. $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EH}$
   D'après la relation de Chasles :
   $= \overrightarrow{AH}$

2. Utiliser la relation de Chasles pour répondre aux questions suivantes :

   a. $\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{FH} + \overrightarrow{JB}$
   $= \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{EJ} + \overrightarrow{JB} = \left(\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{EJ}\right) + \overrightarrow{JB}$
   D'après la relation de Chasles :
   $= \overrightarrow{FJ} + \overrightarrow{JB}$
   D'après la relation de Chasles :
   $= \overrightarrow{FB}$

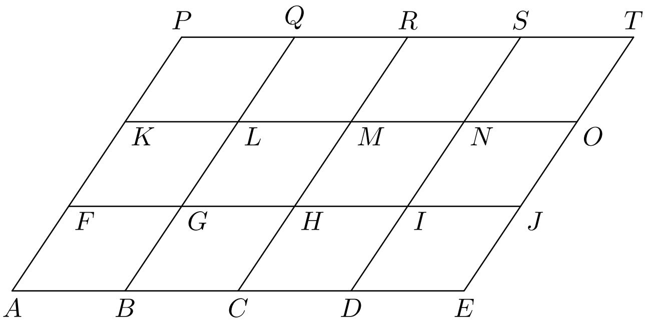
   b. $\overrightarrow{IH} + \overrightarrow{FD} + \overrightarrow{JE} = \overrightarrow{IH} + \overrightarrow{HG} + \overrightarrow{JE}$
   $= \left(\overrightarrow{IH} + \overrightarrow{HG}\right) + \overrightarrow{JE}$
   D'après la relation de Chasles :
   $= \overrightarrow{IG} + \overrightarrow{JE} = \overrightarrow{IG} + \overrightarrow{GD}$
   D'après la relation de Chasles :
   $= \overrightarrow{ID}$

   c. $\overrightarrow{DF} + \overrightarrow{IG} + \overrightarrow{HJ} = \overrightarrow{EI} + \overrightarrow{IG} + \overrightarrow{GH}$
   $= \left(\overrightarrow{EI} + \overrightarrow{IG}\right) + \overrightarrow{GH}$
   D'après la relation de Chasles :
   $= \overrightarrow{EG} + \overrightarrow{GH}$
   D'après la relation de Chasles :
   $= \overrightarrow{EH}$

   d. $\overrightarrow{DG} + \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DG} + \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AB}$
   $= \overrightarrow{DG} + \left(\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AB}\right)$
   D'après la relation de Chasles :
   $= \overrightarrow{DG} + \overrightarrow{EB} = \overrightarrow{DG} + \overrightarrow{GJ}$
   D'après la relation de Chasles :
   $= \overrightarrow{DJ}$

Exercice 12

On considère le dessin ci-dessous :



Recopier et compléter convenablement les pointillés :

a. $\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{K\ldots}$ b. $\overrightarrow{QF} + \overrightarrow{JL} = \overrightarrow{O\ldots}$

c. $\overrightarrow{NH} + \overrightarrow{OL} = \overrightarrow{\ldots F}$ d. $\overrightarrow{PH} + \overrightarrow{GI} + \overrightarrow{JI} = \overrightarrow{L\ldots}$

Correction 12

a. $\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{KG}$

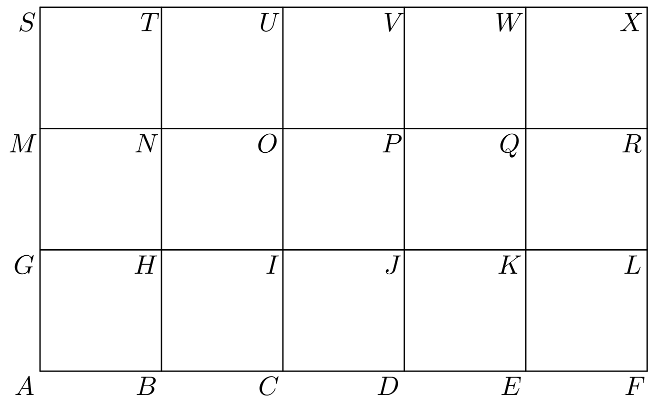
b. $\overrightarrow{QF} + \overrightarrow{JL} = \overrightarrow{OF}$

c. $\overrightarrow{NH} + \overrightarrow{OL} = \overrightarrow{OF}$

d. $\overrightarrow{PH} + \overrightarrow{GI} + \overrightarrow{JI} = \overrightarrow{LE}$

Exercice 13

La figure ci-dessous est composée de 15 carrés.



A l'aide de la relation de Chasles, recopier et compléter correctement les égalités ci-dessous :

a. $\overrightarrow{NJ}+\overrightarrow{BO}=\overrightarrow{N\dots}$ b. $\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{CJ}+\overrightarrow{JO}=\overrightarrow{G\dots}$

c. $\overrightarrow{PE}+\overrightarrow{DL}=\overrightarrow{\dots Q}$ d. $\overrightarrow{PH}+\overrightarrow{HK}+\overrightarrow{KV}=\overrightarrow{\dots V}$

Correction 13

a. $$\begin{aligned}\overrightarrow{NJ}+\overrightarrow{BO}&=\overrightarrow{N\dots}\\ \overrightarrow{NJ}+\overrightarrow{JW}&=\overrightarrow{N\dots}\\ \overrightarrow{NW}&=\overrightarrow{N\dots}\end{aligned}$$

On en déduit que le vecteur recherché est : $\overrightarrow{NW}$

b. $$\begin{aligned}\overrightarrow{OK}+\overrightarrow{DK}+\overrightarrow{LQ}&=\overrightarrow{G\dots}\\ \overrightarrow{GC}+\overrightarrow{DK}+\overrightarrow{LQ}&=\overrightarrow{G\dots}\\ \overrightarrow{GC}+\overrightarrow{CJ}+\overrightarrow{LQ}&=\overrightarrow{G\dots}\\ \left(\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{CJ}\right)+\overrightarrow{LQ}&=\overrightarrow{G\dots}\\ \overrightarrow{GJ}+\overrightarrow{JO}&=\overrightarrow{G\dots}\\ \overrightarrow{GO}&=\overrightarrow{G\dots}\end{aligned}$$

Le vecteur recherché est : $\overrightarrow{GO}$

c. $$\begin{aligned}\overrightarrow{PE}+\overrightarrow{DL}&=\overrightarrow{\dots Q}\\ \overrightarrow{PE}+\overrightarrow{IQ}&=\overrightarrow{\dots Q}\\ \overrightarrow{TI}+\overrightarrow{IQ}&=\overrightarrow{\dots Q}\\ \overrightarrow{TQ}&=\overrightarrow{\dots Q}\end{aligned}$$

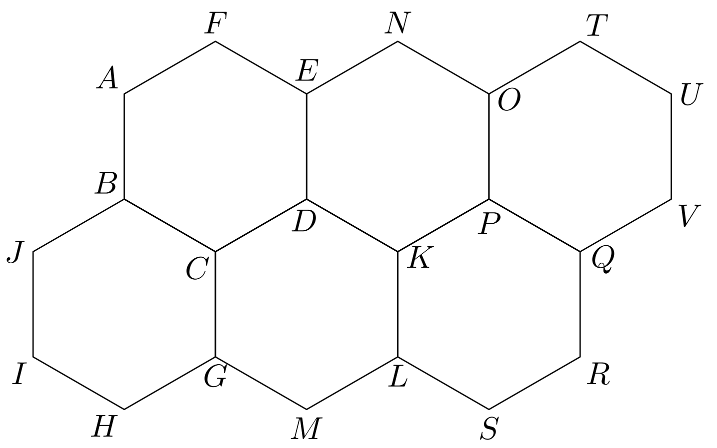
Le vecteur recherché est : $\overrightarrow{TQ}$

d. $$\begin{aligned}\overrightarrow{UM}+\overrightarrow{OR}+\overrightarrow{CN}&=\overrightarrow{\dots V}\\ \overrightarrow{UM}+\overrightarrow{OR}+\overrightarrow{KV}&=\overrightarrow{\dots V}\\ \overrightarrow{UM}+\overrightarrow{HK}+\overrightarrow{KV}&=\overrightarrow{\dots V}\\ \overrightarrow{UM}+\left(\overrightarrow{HK}+\overrightarrow{KV}\right)&=\overrightarrow{\dots V}\\ \overrightarrow{UM}+\overrightarrow{HV}&=\overrightarrow{\dots V}\\ \overrightarrow{PH}+\overrightarrow{HV}&=\overrightarrow{\dots V}\\ \overrightarrow{PV}&=\overrightarrow{\dots V}\end{aligned}$$

Le vecteur recherché est : $\overrightarrow{PV}$

Exercice 14

On considère une partie d'une frise contituée d'héxagone régulier représentée ci-dessous :



1. Sans justification, donner un représentant de chacune des sommes proposées :

   a. $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DP}+\overrightarrow{PG}$ b. $\overrightarrow{HF}+\overrightarrow{FD}+\overrightarrow{DL}$

2. Sans justification, compléter correctement les pointillés afin de vérifier l'égalité :

   a. $\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{GK}+\overrightarrow{\dots}=\overrightarrow{DP}$ b. $\overrightarrow{\dots}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{KO}=\overrightarrow{MO}$

Correction 14

1. a. $$\begin{aligned}\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{LR}+\overrightarrow{DI}&=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DP}+\overrightarrow{DI}\\ &=\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DP}\right)+\overrightarrow{DI}=\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{DI}\\ &=\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{PG}=\overrightarrow{AG}\end{aligned}$$

   b. $$\begin{aligned}\overrightarrow{HF}+\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{BG}&=\overrightarrow{HF}+\overrightarrow{FD}+\overrightarrow{BG}\\ &=\left(\overrightarrow{HF}+\overrightarrow{FD}\right)+\overrightarrow{BG}=\overrightarrow{HD}+\overrightarrow{BG}\\ &=\overrightarrow{HD}+\overrightarrow{DL}=\overrightarrow{HL}\end{aligned}$$

2. a. $$\begin{aligned}\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{GK}+\overrightarrow{\dots}&=\overrightarrow{DP}\\ \overrightarrow{DB}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{\dots}&=\overrightarrow{DP}\\ \left(\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{BE}\right)+\overrightarrow{\dots}&=\overrightarrow{DP}\\ \overrightarrow{DE}+\overrightarrow{\dots}&=\overrightarrow{DP}\end{aligned}$$

   On en déduit que le vecteur recherché est : $\overrightarrow{EP}$.

   b. $$\begin{aligned}\overrightarrow{\dots}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{KO}&=\overrightarrow{MO}\\ \overrightarrow{\dots}+\overrightarrow{GK}+\overrightarrow{KO}&=\overrightarrow{MO}\\ \overrightarrow{\dots}+\left(\overrightarrow{GK}+\overrightarrow{KO}\right)&=\overrightarrow{MO}\\ \overrightarrow{\dots}+\overrightarrow{GO}&=\overrightarrow{MO}\end{aligned}$$

   Le vecteur recherché est : $\overrightarrow{MG}$

Exercice 15

Compléter les pointillés afin de rendre chacune des phrases exactes :

a. Si $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{\dots\dots}$ alors le point I est le milieu du segment $[AB]$.

b. Si $ABCD$ est un parallélogrammme alors $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{\dots\dots}$

c. Si K est le milieu du segment $[XY]$ alors $\overrightarrow{\dots K}=\overrightarrow{\dots\dots}$

d. Si $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{PQ}$ alors ……… est un parallélogramme.

Correction 15

Voici les phrases complétés :

a. Si $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{IB}$ alors le point I est le milieu du segment $[AB]$.

b. Si $ABCD$ est un parallélogrammme alors $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

c. Si K est le milieu du segment $[XY]$ alors $\overrightarrow{XK}=\overrightarrow{KY}$

d. Si $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{PQ}$ alors $MNQP$ est un parallélogramme.

