

# Algorithmique - Introduction

## 1. Variables

**Définition :** Une variable est un objet possédant plusieurs caractéristiques, dont :

- Un nom
- Un type : Entier, flottant (nombre décimal), chaîne de caractères, booléen (vrai ou faux) ...
- Une valeur

L'instruction  $a \leftarrow 0$  signifie que l'on crée une variable appelée  $a$  et qu'on lui affecte la valeur 0.

**Propriété :** Lors de l'exécution d'un programme, les lignes sont traitées **dans l'ordre, une par une**.

**Exercice 1.** Après exécution de l'algorithme suivant, que vaut la variable  $a$ ? .....

Algorithme :

- 1  $a \leftarrow 0$ ;
- 2  $b \leftarrow 1$ ;
- 3  $a \leftarrow 2$ ;

**Exercice 2.** Après exécution de l'algorithme suivant, que vaut la variable  $a$ ? .....

Algorithme :

- 1  $a \leftarrow 2$ ;
- 2  $b \leftarrow 3$ ;
- 3  $a \leftarrow b + 1$ ;

**Exercice 3.** Après exécution de l'algorithme suivant, que vaut la variable  $a$ ? .....

Algorithme :

- 1  $a \leftarrow 2$ ;
- 2  $a \leftarrow a + 1$ ;
- 3  $a \leftarrow a * a$ ;

**Exercice 4.** Après exécution de l'algorithme suivant, que vaut la variable  $a$ ? .....

Algorithme :

- 1  $a \leftarrow 2$ ;
- 2  $b \leftarrow 3$ ;
- 3  $a \leftarrow b + 1$ ;
- 4  $b \leftarrow 5$ ;

**Exercice 5.** Après exécution de l'algorithme suivant, que vaut la variable  $a$ ? .....

Algorithme :

- 1  $a \leftarrow 2$ ;
- 2  $b \leftarrow 3$ ;
- 3  $a \leftarrow b$ ;
- 4  $b \leftarrow a$ ;

**Exercice 6\*.** On se donne l'algorithme suivant :

Algorithme :

- 1  $a \leftarrow -1$ ;
- 2  $b \leftarrow 4$ ;
- 3  $a \leftarrow a + b$ ;
- 4  $c \leftarrow b + 1$ ;
- 5  $b \leftarrow c + b - a$ ;
- 6  $a \leftarrow 2 * a$ ;
- 7  $c \leftarrow b - a$ ;

Compléter le tableau suivant, donnant la valeur de chaque variable à la **fin** de chaque ligne :

ligne	1	2	3	4	5	6	7
$a$	-1						
$b$							
$c$							

## 2. Fonctions

A partir de ce point, on écrira systématiquement des fonctions.

**Exercice 7.** On se donne l'algorithme suivant :

Algorithme :

- 1 **Procédure**  $f(x)$  :
- 2     $y \leftarrow x * x + 2$ ;
- 3    **retourner**  $y$ ;

1. Que retourne-t-il avec  $x = 4$ ? ...  $x = 11$ ? ...

**Exercice 8.** Ecrire un algorithme permettant d'obtenir l'image d'un nombre par la fonction  $f$  :

$$t \mapsto \frac{t^2 + 2t}{t^2 + 1}.$$

**Exercice 9.** On se donne l'algorithme suivant :

Algorithme :

- 1 **Procédure**  $\text{image}(x)$  :
- 2     $y \leftarrow x * x + 2$ ;
- 3     $y \leftarrow y + x$ ;
- 4    **retourner**  $y$ ;

1. Que retourne la fonction  $\text{image}$  avec  $x = 2$ ? ...  $x = -3$ ? ...
2. Que retourne-t-il dans le cas général? .....

**Exercice 10.** On se donne l'algorithme suivant :

Algorithme :

- 1 **Procédure**  $h(x)$  :
- 2     $y \leftarrow x * x + 2$ ;
- 3     $y \leftarrow y^2 - 5$ ;
- 4    **retourner**  $y$ ;

1. Que retourne-t-il avec  $x = 0$ ? ...  $x = -4$ ? ...
2. Que retourne-t-il dans le cas général? .....

**Exercice 11.** On se donne l'algorithme suivant, où  $L$ ,  $l$  et  $h$  sont trois réels positifs.

Algorithme :

```
1 Procédure fonction_mystère(L,l,h) :
2   V ← L * l * h;
3   retourner V;
```

Pouvez-vous interpréter ce que retourne cet algorithme? .....

**Exercice 12.** On se donne l'algorithme suivant, où  $a$  et  $b$  sont deux réels strictement positifs.

Algorithme :

```
1 Procédure fonction_mystère_2(a,b) :
2   c ← sqrt(a^2 + b^2);
3   retourner c;
```

Pouvez-vous interpréter ce que retourne cet algorithme? .....

**Exercice 13\*.** Ecrire un algorithme qui, à partir d'un nombre  $r$ , donne la somme de l'aire et du périmètre d'un cercle de rayon  $r$ .

### 3. Structures conditionnelles

**Exercice 14.** On se donne l'algorithme suivant :

Algorithme :

```
1 Procédure génér_appréciation(note) :
2   si note ≤ 8 alors
3     msg ← "A retravailler." ;
4   si 8 < note ≤ 12 alors
5     msg ← "Ensemble correct." ;
6   si 12 < note alors
7     msg ← "Bon travail!" ;
8   retourner msg ;
```

Que retourne-t-il pour note = 5 ? note = 12 ?

**Exercice 15.** On se donne l'algorithme suivant :

Algorithme :

```
1 Procédure est_reçu(note) :
2   si note ≥ 10 alors
3     résultat ← Vrai ;
4   sinon
5     résultat ← Faux ;
6   retourner résultat ;
```

Que retourne-t-il pour note = 5 ? ... note = 10 ? ...

**Exercice 16.** On se donne l'algorithme suivant :

Algorithme :

```
1 Procédure f(x) :
2   si x ≥ 0 alors
3     y ← x ;
4   sinon
5     y ← -x ;
6   retourner y ;
```

Après avoir fait quelques tests, pouvez-vous trouver que retourne cet algorithme pour  $x$  quelconque? .....

**Exercice 17.** Modifier l'algorithme de l'exercice 16 pour qu'il retourne le signe de  $x$ .

**Exercice 18.** Modifier l'algorithme de l'exercice 16 pour qu'il retourne la distance entre deux nombres  $a$  et  $b$ .

**Exercice 19\*.** On se donne l'algorithme suivant :

Algorithme :

```
1 Procédure mystère(A,B,C) :
2   si A ≤ B alors
3     si B ≤ C alors
4       retourner C ;
5     sinon
6       retourner B ;
7   sinon
8     si A ≤ C alors
9       retourner C ;
10    sinon
11      retourner A ;
```

**1.** Tester cet algorithme pour les valeurs suivantes :

—  $A = 0$ ,  $B = 1$ ,  $C = 2$  : .....

—  $A = -5$ ,  $B = 7$ ,  $C = -10$  : .....

—  $A = 3$ ,  $B = 3$ ,  $C = 2$  : .....

—  $A = 10$ ,  $B = 3$ ,  $C = 5$  : .....

—  $A = 0$ ,  $B = 0$ ,  $C = 0$  : .....

**2.** Que retourne-t-il de manière générale? .....

**Exercice 20\*.** Ecrire un algorithme qui, à partir de deux nombres, retourne le plus grand des deux s'ils sont positifs, et le plus petit des deux sinon.

**Exercice 21.** Que retourne l'algorithme suivant pour  $\text{var} = 3$ ?  $\text{var} = -7$ ? On réutilisera ici l'algorithme de l'exercice 16.

Algorithme :

```

1 Procédure Procédure_spéciale(var) :
2    si var =  $f(\text{var})$  alors
3     res  $\leftarrow \text{var}^2 - 6$  ;
4     si res  $\leq 0$  alors
5       retourner res ;
6     sinon
7       retourner  $2*\text{res}-5$  ;
8     sinon
9       retourner  $3*\text{var}$  ;

```

**Exercice 22.** On se donne l'algorithme suivant :

Algorithme :

```

1 Procédure fonction(A,B) :
2    si A > B alors
3     si B > 0 alors
4       C  $\leftarrow A + B$  ;
5     sinon
6       C  $\leftarrow A - B$  ;
7     sinon
8     si A > 0 alors
9       C  $\leftarrow A + B$  ;
10    sinon
11       C  $\leftarrow B - A$  ;
12    retourner C ;

```

1. Quelle est la valeur de  $C$  pour  $A = 15$  et  $B = 25$ ? ...

2. Pour  $A = 45$  et  $B = -56$ ? ...

3. (a) Démontrer que  $C$  est toujours positif.

(b) Est-il strictement positif?

**Exercice 23.** Ecrire un algorithme qui retourne le maximum parmi deux nombres, parmi quatre nombres, puis parmi huit nombres.

**Exercice 24.** On se donne les algorithmes suivants :

Algorithme :

**1 Procédure**

**1 Procédure**

calcul2( $x$ ) :

```

2    y  $\leftarrow x$  ;
3    y  $\leftarrow y * x - 3$  ;
4    y  $\leftarrow y * x + 7$  ;
5    y  $\leftarrow y * x - 5$  ;
6    retourner y ;

```

1. Compléter le tableau de valeurs suivant :

$x$	-1	2	3
calcul1( $x$ )			
calcul2( $x$ )			

2. Emettre et prouver une conjecture concernant ces deux algorithmes.