

LA BOÎTE PARALELIPIEDIQUE

FICHE ENSEIGNANT

Niveau concerné :

Seconde

Durée :

Séance 1H

Type de travail :

Séance en classe, travail de groupe

Compétences mathématiques :

Chercher	×
Raisonner	×
Modéliser	×
Représenter	×
Calculer	×
Communiquer	×

Thèmes du programme :

Etude qualitative de fonctions.

Production attendue :

1ère étape : CHERCHER Analyser un problème, extraire l'information utile .

1^{er} Étape : On écrit les formules géométriques :
 $V_{\text{parallélépipède}} = L \times l \times h$
 $V_{\text{cube}} = x^3$
 $\text{Aire carré} = aL^2$
 $\text{Aire rectangle} = l \times L$

1^{er} étape : on visualise le problème, on coupe une feuille donner un carré de côté 10 cm .

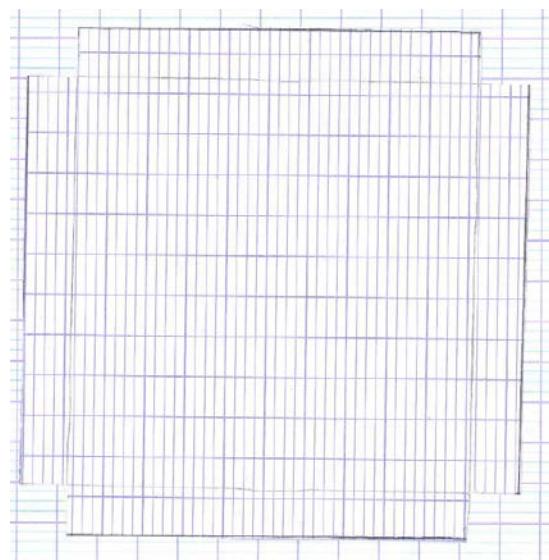
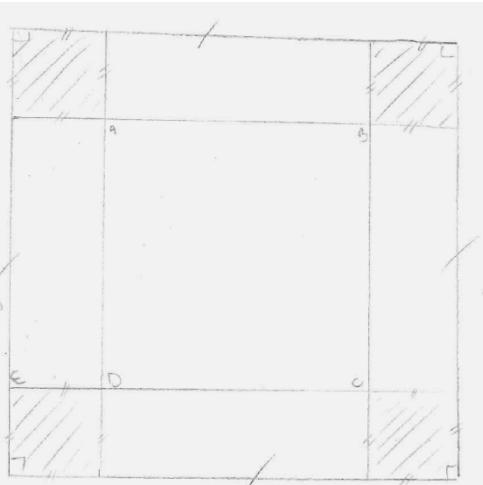
Pour construire une boîte parallélépipédique il faut construire un patron à l'intérieur du carré de 10cm

2ème étape : REPRESENTER Choisir un cadre (ici géométrique) pour traiter un problème.

2ème étape :

On découpe les carrés hachurés puis on ramène les rectangles de manière à ce qu'ils soient perpendiculaires à la feuille, et voilà la boîte

2ème 1



3ème étape : CALCULER

Exemples

$$\text{Si } h = 2,5$$

$$\text{la base} = 5$$

$$\text{Aire de la base} = 5 \times 5 = 25 \text{ cm}^2$$

$$\text{Volume de la boîte} = 25 \times 2,5 = 62,5 \text{ cm}^3$$

$$\text{Si } h = 1$$

$$\text{la base} = 8$$

$$\text{Aire de la base} = 8 \times 8 = 64 \text{ cm}^2$$

$$\text{Volume de la boîte} = 64 \times 1 = 64 \text{ cm}^3$$

1- On trace différents patrons pour construire différents parallélépipèdes et conjecturer celui qui serait le plus volumineux.

a - $9 \text{ cm} \times 9 \text{ cm} \times 0,5 \text{ cm} = 45 \text{ cm}^3$

b - $8 \text{ cm} \times 8 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} = 64 \text{ cm}^3$

c - $7 \text{ cm} \times 7 \text{ cm} \times 1,5 \text{ cm} = 73,5$

d - $6 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} = 72 \text{ cm}^3$ on remarque que le volume recommence à diminuer donc on essaye avec 6,5 cm :

$$6,5 \times 6,5 \times 1,75 = 43,9375$$

on essaye avec 6,75 cm :

$$6,75 \times 6,75 \times 1,625 = 74,0390625$$

puis avec 6,76 :

$$6,76 \times 6,76 \times 1,62 = 74,030112$$

Activité 3 Chapitre 4
On en déduit donc que le parallélépipède de volume optimale à 6,75 cm de côté.

4ème étape : MODELISER Traduire en langage mathématique (ici à l'aide de fonction) une situation réelle.

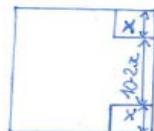
À l'étape 3 nous avons remarqué qu'en changeant les valeurs les résultats n'étaient jamais pareil, ce qui nous amène à introduire une fonction avec une inconnue appelée "x".

2ème Etape : On modélise la boîte parallélépipédique.
On a coupé un carré de côté x dans chaque angle et ensuite on a soufflé les côtés.

On cherche la longueur, la largeur et la hauteur de cette boîte parallélépipédique.

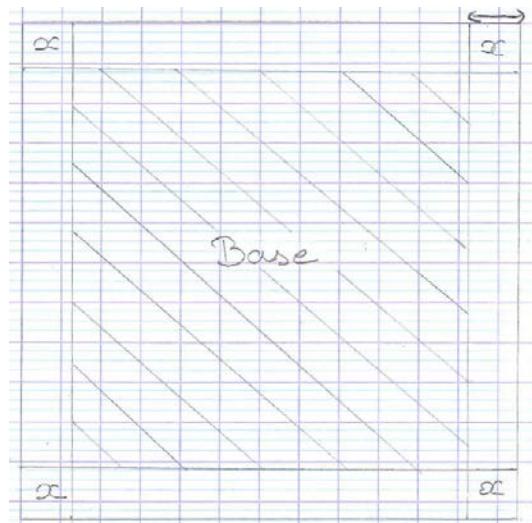
$$\text{Un côté} = 10\text{cm} - 2x \text{ (le côté du dessus est } x\text{)}:$$

On sait qu'on est parti d'un carré, donc $L=l$



On établit une fonction : $L \times l \times R$

$$(10-2x)(10-2x)x = x(10-2x)^2$$



6ème étape : CALCULER Effectuer un calcul automatisable à l'aide d'un instrument (ici la calculatrice).

On établit le graphique sur la calculatrice avec comme domaine de définition $[0; 5]$.

A l'aide de la calculatrice, on remarque que c'est pour $x \approx 1,66667$ que l'aire est la plus grande.

7ème étape : RAISONNER Différencier le statut des énoncés.

Comprendre que l'étude des variations de la fonction n'a pu se faire que graphiquement, la fonction étant un polynôme de degré 3.

FICHE ÉLÈVE

Problème :

On dispose d'une feuille cartonnée carrée de côté 10 cm.

Comment construire avec celle-ci une boîte parallélépipédique sans couvercle de volume maximal ?