

PROPORTIONS, VARIATIONS ET POURCENTAGES

I - Proportions et pourcentages

1. Proportions

Soit E un ensemble non vide ayant un nombre fini d'éléments, et A un sous-ensemble de E ($A \subset E$). On note respectivement n_A et n_E le nombre d'éléments de A et E . La proportion d'éléments de A dans E est le nombre $p = \frac{n_A}{n_E}$.

EXEMPLE

Dans une classe de 1ST2S comprenant 35 élèves, il y a 20 filles. La proportion de filles dans la classe est donc $p = \frac{20}{35} = \frac{4}{7} \simeq 0.571$.

REMARQUE

p est un nombre compris entre 0 et 1. Il est parfois plus commode d'utiliser un pourcentage à la place. Pour cela, il suffit de décaler la virgule de deux rangs vers la droite.

EXEMPLE

Dans l'exemple précédent, la proportion de filles dans la classe est de 57.1%.

2. Proportions de proportions

Soit E un ensemble non vide ayant un nombre fini d'éléments, $A \subset E$ et $B \subset A$. On note p_1 la proportion de A dans E et p_2 la proportion de B dans A . Alors la proportion de B dans E est égale à $p_1 \times p_2$.

EXEMPLE

Dans l'exemple précédent, si 25% des filles portent des lunettes, alors la proportion de filles portant des lunettes dans la classe est $\frac{25}{100} \times \frac{4}{7} = \frac{1}{7} \simeq 0.142 = 14.2\%$.

II - Evolutions et pourcentages

1. Taux d'évolution

DÉFINITION

On considère une valeur V_0 qui subit une évolution pour arriver à une valeur V_1 .

- La variation absolue est $V_1 - V_0$.
- La variation relative ou taux d'évolution est $t = \frac{V_1 - V_0}{V_0}$.

REMARQUE

- Si $t > 0$, il s'agit d'une augmentation.
- Si $t < 0$, il s'agit d'une diminution.

EXEMPLE

Le prix d'un article est passé de 150 euros à 180 euros. La variation absolue du prix est de $180 - 150 = 30$ euros et son taux d'évolution est $\frac{180-150}{150} = \frac{30}{150} = 0.2 = \frac{20}{100}$. Ce prix a donc subi une augmentation de 20%.

PROPRIÉTÉ

Pour une valeur V_0 qui subit une évolution d'un taux t , elle devient $(1 + t) \times V_0$.

$1 + t$ est appelé coefficient multiplicateur (noté CM).

EXEMPLE

Le prix d'un abonnement à l'origine de 25 euros augmente de 20%. Il passe alors à $(1 + \frac{20}{100}) \times 25 = 1.2 \times 25 = 30$ euros. Si le nouveau prix subit une diminution de 20%, il passe à $(1 - 0.2) \times 30 = 24$ euros.

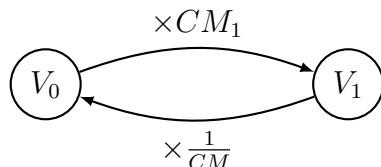
2. Evolution réciproque

DÉFINITION

Une valeur V_0 subit une évolution de taux t pour passer à V_1 . On appelle évolution réciproque le taux t' d'évolution de la valeur V_1 à la valeur V_0 .

PROPOSITION

Le coefficient multiplicateur de l'évolution réciproque est l'inverse de celui de l'évolution : $CM' = \frac{1}{CM}$

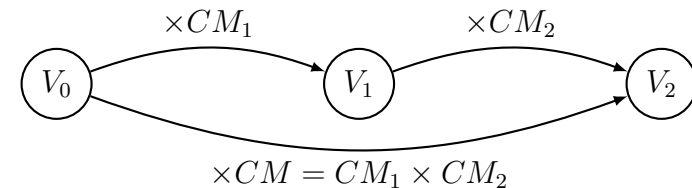


EXEMPLE

En un an, la population d'une ville a augmenté de 14% pour atteindre 4.56 millions d'habitants. Elle a donc été multipliée par 1.14. Le coefficient multiplicateur réciproque est $\frac{1}{1.14} \simeq 0.877$, ce qui correspond à une baisse de 12.3%. L'an dernier, la ville possédait alors $4.56 \times 0.877 = 4$ millions d'habitants.

3. Evolutions successives

Si une évolution fait passer la valeur V_0 non nulle à la valeur V_1 , et une seconde fait passer la valeur V_1 à la valeur V_2 , alors l'évolution globale fait passer la valeur V_0 à la valeur V_2 . Son coefficient multiplicateur est le produit des coefficients multiplicateurs.



EXEMPLE

Le prix d'un objet subit une hausse de 8% puis une nouvelle hausse de 10%. Le coefficient multiplicateur global est donc $(1 + \frac{8}{100}) \times (1 + \frac{10}{100}) = 1.08 \times 1.1 = 1.188$. Le prix a donc augmenté de 18.8% et pas de 18% !

III - Indices

Lorsqu'il y a plusieurs évolutions successives, il est souvent utile de les présenter en utilisant la notion d'indices. On choisit un moment de référence auquel on affecte l'indice 100. On calcule les autres indices proportionnellement aux valeurs (c'est-à-dire en utilisant le produit en croix). Ces indices sont appelés indices en base 100.