

Projet 2 - Rapport de Pré-jury

Groupe 115.3

12 mars 2014

Table des matières

I	Introduction	2
II	Contenu du rapport	3
1	Fonctionnement et dimensionnement	4
1.1	Dimmensionnement du haut-parleur	4
1.1.1	Pour le boîtier	4
1.1.2	Pour la membrane	4
1.2	Dimensionnement de l'électroaimant et de la bobine mobile . . .	5
1.2.1	Fonctionnement et dimensionnement de la bobine fixe . .	5
1.2.2	Calcul de la constante de raideur de la membrane	7
1.2.3	Fonctionnement et dimensionnement de la bobine mobile	7
2	Résultats des problèmes mathématiques	9
2.1	Modélisation des filtres passe-haut et passe-bas	9
2.1.1	Le filtre passe-bas	9
2.1.2	Le filtre passe-haut	13
2.2	Approximation de la fréquence de coupure	13
I	Introduction	2
II	Contenu du rapport	3
1	Fonctionnement et dimensionnement	4
1.1	Dimmensionnement du haut-parleur	4
1.1.1	Pour le boîtier	4
1.1.2	Pour la membrane	4
1.2	Dimensionnement de l'électroaimant et de la bobine mobile . . .	5
1.2.1	Fonctionnement et dimensionnement de la bobine fixe . .	5
1.2.2	Calcul de la constante de raideur de la membrane	7
1.2.3	Fonctionnement et dimensionnement de la bobine mobile	7

2	Résultats des problèmes mathématiques	9
2.1	Modélisation des filtres passe-haut et passe-bas	9
2.1.1	Le filtre passe-bas	9
2.1.2	Le filtre passe-haut	13
2.2	Approximation de la fréquence de coupure	13
I	Introduction	2
II	Contenu du rapport	3
1	Fonctionnement et dimensionnement	4
1.1	Dimensionnement du haut-parleur	4
1.1.1	Pour le boîtier	4
1.1.2	Pour la membrane	4
1.2	Dimensionnement de l'électroaimant et de la bobine mobile . . .	5
1.2.1	Fonctionnement et dimensionnement de la bobine fixe . .	5
1.2.2	Calcul de la constante de raideur de la membrane	7
1.2.3	Fonctionnement et dimensionnement de la bobine mobile	7
2	Résultats des problèmes mathématiques	9
2.1	Modélisation des filtres passe-haut et passe-bas	9
2.1.1	Le filtre passe-bas	9
2.1.2	Le filtre passe-haut	13
2.2	Approximation de la fréquence de coupure	13

Première partie

Introduction

Deuxième partie

Contenu du rapport

Chapitre 1

Fonctionnement et dimensionnement

1.1 Dimmensionnement du haut-parleur

Après avoir réalisé quelques recherches sur les haut-parleurs, nous avons pu imaginer le dispositif idéal à réaliser. En tenant compte des différentes contraintes qui nous étaient imposées, voici les différents choix que nous avons effectués.

1.1.1 Pour le boîtier

Nous devons pouvoir faire varier les fréquences (voir Cahier des Charges), ce qui signifie que nous ne pouvions pas faire un caisson trop petit. Nous avons finalement opté pour un boîtier cubique de 0.30 m de côté, étant donné que ces dimensions avaient eu un très beau résultat lors d'un projet d'une année antérieure.

Afin d'améliorer un peu le boîtier, nous avons également penser aux éléments suivants :

- Des pieds en caoutchouc : placer des pieds en caoutchouc sur le boîtier de notre haut-parleur permet de réduire les déplacements dus aux vibrations du haut-parleur ;
- Un matériau acoustiquement absorbant à l'intérieur du haut-parleur : le but d'un tel matériau dans un haut-parleur est de supprimer le court-circuit acoustique.

1.1.2 Pour la membrane

Nous avons également opté pour une membrane de diamètre de 0.17 m. Nous avons choisi cette valeur afin d'avoir une membrane assez large, pour exploiter le mieux possible la taille du caisson. C'est également un diamètre assez répandu

dans le commerce. Nous respectons donc les normes. La profondeur de la membrane sera de 0.06 m, comme pour la plupart des haut-parleurs de ce diamètre. En ce qui concerne la masse surfacique du matériau utilisé, nous avons opté pour quelque chose d'assez rigide mais pas trop, afin d'éviter les difficultés de pliage.

Tableau récapitulatif :

Caractéristique	Justification
Volume du caisson : 30x30x30cm	Possibilité de faire varier les fréquences.
Diamètre de membrane : 17cm	Avoir une membrane assez large, pour exploiter le mieux possible la taille du caisson.
Profondeur de la membrane : 6cm	Déterminé en fonction du diamètre de la membrane.
Masse surfacique du matériau : 200 g/m ²	Facilité de pliage et solidité.

1.2 Dimensionnement de l'électroaimant et de la bobine mobile

Pour fabriquer notre haut-parleur, nous ne disposons pas d'aimant permanent. Nous avons donc dû créer un électroaimant à partir d'un matériau ferromagnétique qui nous a été fourni. Cette section présente dans un premier temps le dimensionnement de cet électroaimant, c'est-à-dire le nombre de spires choisi, la résistance totale de la bobine, son inductance, etc.

Nous calculerons ensuite, de manière expérimentale, la constante de raideur de la membrane de notre haut-parleur. A partir de cela et de l'écartement maximal par rapport à sa position d'origine, nous pourons calculer la force nécessaire pour déplacer la membrane, et par conséquent, le nombre de spires nécessaire sur la bobine mobile.

1.2.1 Fonctionnement et dimensionnement de la bobine fixe

Lorsqu'un courant traverse la bobine de cuivre, un champ magnétique est formé. Nous obtenons donc un électroaimant fixe générant le champ nécessaire au déplacement de la seconde bobine. C'est cette seconde bobine qui sera responsable du tremblement de la membrane.

Le nombre de spires de la bobine fixe, appelons-le N_1 , a été choisi arbitrairement de manière à produire un champ magnétique assez fort. Nous avons fixé ce nombre, selon les conseils de notre tuteur, à 400. Nous allons maintenant calculer les caractéristiques suivantes de notre électroaimant :

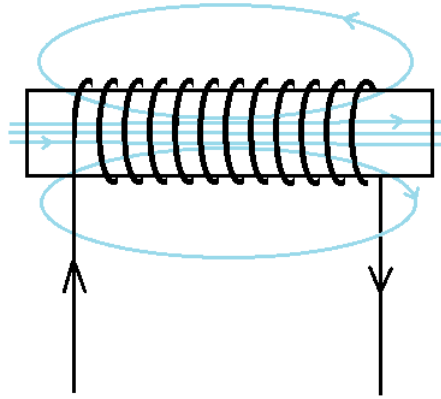


FIGURE 1.1 – Modélisation d'un électroaimant

- Résistance totale de la bobine ;
- Champ magnétique induit ;
- Inductance.

Champ magnétique dans l'entrefer Calculons dans un premier temps le champ magnétique dans l'entrefer de 0.011 m en utilisant la conservation des flux. Pour ce calcul, nous utilisons l'hypothèse que tout le champ se trouve dans l'entrefer.

$$H_e \cdot e = N_1 I \Rightarrow \frac{B_e}{\mu_0 \mu_r} e = N_1 I$$

Pour $N_1 = 400$, l'entrefer $e = 0.011$ m, $\mu_r = 1.0000004$ la perméabilité magnétique de l'air et $I = 2.5$ A, on trouve alors :

$$B_e = 0.1142389 \text{ T}$$

Résistance totale de la bobine Pour calculer la résistance totale de la bobine, nous devons connaître la longueur totale de fil de cuivre utilisé. Pour cela nous utilisons la formule suivante :

$$L_{fil} = N_1 \cdot 2\pi r$$

Où $N_1 = 400$ est le nombre de spires de la bobine fixe, et r est la rayon des spires. Pour $r = 0.016$ m, on trouve :

$$L_{fil} = 40.3 \text{ m}$$

Il ne nous reste donc plus qu'à multiplier la longueur totale trouvée par la résistance linéique des fils de cuivre ($R_{lin} = 0.18 \text{ } \Omega/\text{m}$) :

$$R = L_{fil} \cdot R_{lin} = 7.254 \text{ } \Omega$$

Inductance de la bobine Une fois le champ magnétique induit connu, l'inductance dans la bobine peut être très facilement calculée par :

$$L = N_1 \frac{\phi_B}{I}$$

Dans cette formule, il ne nous reste plus qu'à calculer $\phi_B = B \cdot A$ où $A = ab$ est l'aire d'une spire. On trouve alors :

$$L = 0.01475 \text{ H}$$

Tableau récapitulatif

N_1	B_e	R	L	L_{fil}
400	0.1142389 T	7.254 Ω	0.01475 H	40.3 m

1.2.2 Calcul de la constante de raideur de la membrane

Avant de pouvoir déterminer le nombre de spires de la bobine mouvante, nous avons dû déterminer expérimentalement la constante de raideur de notre papier pour faire la membrane. Notre procédure a été la suivante : nous avons suspendu notre membrane, pour ensuite déposer un poids dessus, et finalement mesurer l'élongation du matériau. Nous obtenons ainsi une constante de raideur d'à peu près 80 N/m.

1.2.3 Fonctionnement et dimensionnement de la bobine mobile

Calcul du nombre de spires Etant donné que nous disposons d'un amplificateur qui, selon la datasheet, a une puissance de sortie de 2.5 W, et que la tension de sortie est de 15 V, nous pouvons trouver le courant maximal passant dans la bobine mobile :

$$I = \frac{P}{V} = 0.1667 \text{ A}$$

En fonction de la constante de raideur de la membrane trouvée dans la sous-section précédente et de l'écartement maximal de la membrane par rapport à sa position d'origine (fixé à $d = 0.003 \text{ m}$), nous sommes en mesure de trouver la longueur du fil de la bobine :

$$IL_{fil}B = kx$$

$$L_{fil} = \frac{kx}{IB} = 12.6 \text{ m}$$

Le fil à notre disposition au laboratoire a un encombrement de $25.8 \frac{\text{spires}}{\text{cm}}$. Nous obtenons donc une relation entre N_2 , le nombre de spires, et L_{bobine} , la longueur de la bobine :

$$25.8 = \frac{N_2}{L_{bobine}}$$

En fixant le rayon à 1.7 mm, nous pouvons déterminer N_2 ainsi que la longueur de la bobine :

$$L_{fil} = N_2 \cdot 2\pi r$$

$$N_2 = \frac{L_{fil}}{2\pi r} = 118$$

Calcul de la résistance totale de la bobine mobile Pour calculer la résistance totale de la bobine, il ne nous reste plus qu'à multiplier la longueur de fil trouvée précédemment par la résistance linéique du fil de cuivre ($R_{lin} = 2.38 \Omega/\text{m}$) :

$$R = L_{fil} \cdot R_{lin} = 2.38 \Omega$$

Calcul de l'inductance de la bobine mobile Une fois le champ magnétique induit connu, l'inductance dans la bobine peut être très facilement calculée par :

$$L = N_2 \frac{\phi_B}{I} = 0.0734 \text{ H}$$

Tableau récapitulatif

N_2	I	R	L
118	0.1667 A	2.38 Ω	0.0734 H

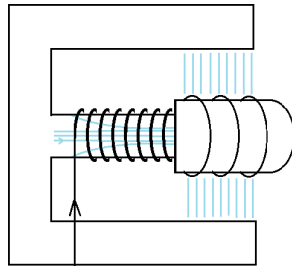


FIGURE 1.2 – Vue d'ensemble avec la seconde bobine

Chapitre 2

Résultats des problèmes mathématiques

2.1 Modélisation des filtres passe-haut et passe-bas

Dans cette section, nous allons expliquer la méthode que nous avons utilisée pour trouver une expression analytique de la tension de sortie dans un filtre passe-bas, la démarche étant la même pour le filtre passe-haut.

Nous avons en réalité utilisé deux méthodes différentes qui, heureusement, aboutissent à la même solution. La première méthode utilise ce que nous avons appris au premier quadrimestre concernant les équations différentielles. Cette méthode est plus longue et plus compliquée que la deuxième, c'est pourquoi nous ne la décrivons pas ici. La deuxième méthode utilise ce que nous avons appris au deuxième quadrimestre concernant les équations différentielles et les complexes.

2.1.1 Le filtre passe-bas

Soit V_R la tension à travers la résistance R , V_C la tension à travers le condensateur C , V_{in} la tension d'entrée et V_{out} la tension de sortie du filtre.

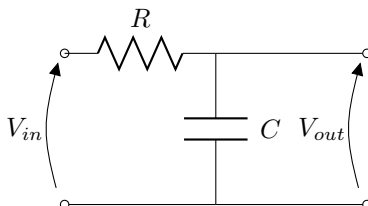


FIGURE 2.1 – Schéma électrique d'un filtre passe-bas

Sur le circuit ci-dessus (Figure 2.1), on peut utiliser la loi des tensions de Kirchhoff :

$$V_{in} = V_R + V_{out}$$

On note V l'amplitude de la tension d'entrée sinusoïdale, $i(t)$ est le courant en fonction du temps :

$$V \cdot \cos(\omega t) = R \cdot i(t) + V_C$$

Or, le courant $i(t)$ à travers un condensateur est donné par $C \frac{dV_C}{dt}$, l'équation devient alors une équation différentielle en la fonction inconnue $V_C(t)$:

$$V \cdot \cos(\omega t) = RC \frac{dV_C}{dt} + V_C$$

On peut réécrire cette équation de la manière suivante, où $y = V_C(t)$:

$$RCy' + y = V \cdot \cos(\omega t)$$

Cette équation va être la base de la méthode qui suit. On va également utiliser la condition initiale suivante :

$$y(0) = 0$$

Résolution de l'équation différentielle

On sait que $\cos(\omega t)$ est égale à la partie réelle de l'exponentielle complexe $e^{\omega it}$. On réécrit alors l'équation différentielle de la manière suivante :

$$RCy' + y = V \cdot e^{\omega it}$$

Comme pour toute équation différentielle linéaire non-homogène, nous allons travailler en deux étapes :

Recherche de la solution homogène Le polynôme caractéristique de l'équation homogène est :

$$RC \cdot x + 1 = 0$$

On a alors $x = \frac{-1}{RC}$ comme racine, et on trouve donc comme solution homogène :

$$y_h(t) = A \cdot e^{\frac{-t}{RC}}$$

Où A est une constante appartenant à l'ensemble des réels.

Recherche de la solution particulière La solution particulière qu'on recherche est de la forme :

$$y_p(t) = \alpha \cdot e^{\omega i t}$$

Il nous reste donc à déterminer la constante complexe α . Pour ce faire, nous injectons dans l'équation de départ $y_p(t)$ et sa dérivée seconde. On trouve alors :

$$\alpha = \frac{V(1 - RC\omega i)}{1 + R^2 C^2 \omega^2}$$

La solution particulière est donc :

$$y_p(t) = \frac{V(1 - RC\omega i)}{1 + R^2 C^2 \omega^2} \cdot e^{\omega i t}$$

Solution complète La solution finale $y(t)$ est égale à $y_h(t) + y_p(t)$:

$$y(t) = A \cdot e^{\frac{-t}{RC}} + \frac{V(1 - RC\omega i)}{1 + R^2 C^2 \omega^2} \cdot e^{\omega i t}$$

En retransformant ensuite l'exponentielle complexe en sa forme trigonométrique et en ne gardant que la partie réelle, on trouve :

$$y(t) = V_C(t) = \frac{V(\cos(\omega t) + RC\omega \sin(\omega t))}{1 + \omega^2 R^2 C^2} + A \cdot e^{\frac{-t}{RC}}$$

Elimination de la constante Il ne nous reste plus qu'à éliminer la constante A en utilisant la condition initiale. On trouve enfin :

$$A = -\frac{V}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$

Conclusion La tension de sortie en fonction du temps est donc donnée par :

$$V_{out} = \frac{V}{1 + \omega^2 R^2 C^2} \cdot (\cos(\omega t) + RC\omega \sin(\omega t) - e^{\frac{-t}{RC}})$$

On peut ensuite réécrire cette formule de manière à faire apparaître le déphasage de la tension de sortie par rapport à la tension d'entrée. En transformant $y_p(t)$ en utilisant la notation exponentielle $|z|e^{\phi i}$ d'un couple de la forme $a + bi$ et en utilisant ensuite la notation trigonométrique d'une exponentielle complexe, on trouve, après quelques simplifications et mises en évidence :

$$V_{out} = \frac{V}{\sqrt{1 + R^2 \omega^2 C^2}} \left(-\frac{e^{\frac{-t}{RC}}}{\sqrt{1 + R^2 \omega^2 C^2}} + \cos(\arctan(-RC\omega) + \omega t) \right)$$

On remarque donc que le déphasage entre V_{out} et V_{in} est $-\arctan(RC\omega) = -\arctan(2\pi f RC)$.

Vérification des résultats

Une première vérification que l'on peut faire est de vérifier que V_{out} tend vers 0 lorsque ω tend vers l'infini. C'est bien le cas ici puisqu'on a ω^2 au dénominateur.

On peut ensuite regarder les graphes de V_{out} , V_{in} (Figure 2.2) et V_{out}/V_{in} (Figure 2.3).

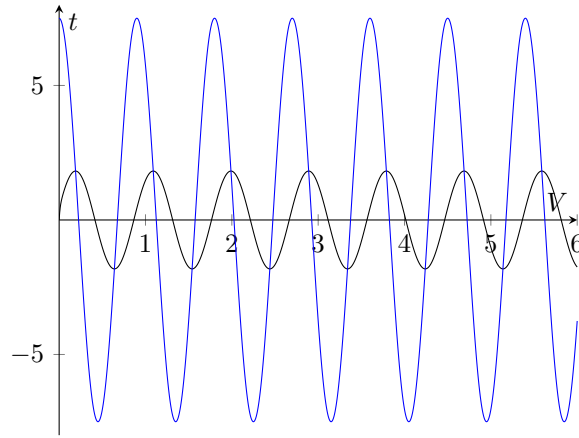


FIGURE 2.2 – Graphe de V_{out} (en noir) et V_{in} (en bleu) pour les valeurs suivantes : $V_{max} = 7.5$ V, $C = 0.00001$ F, $R = 1000 \Omega$ et $f = 63.66$ Hz

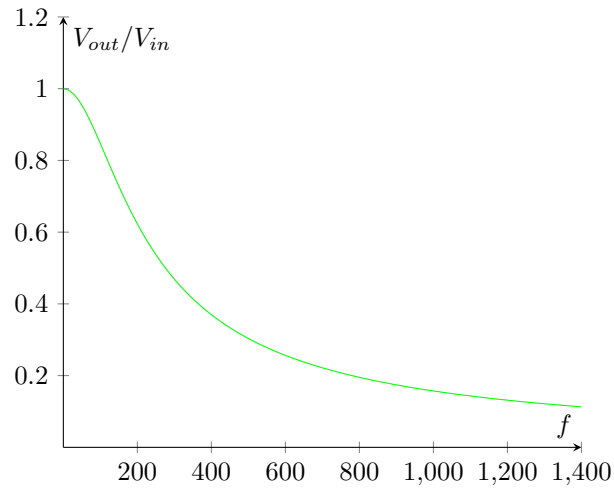


FIGURE 2.3 – Graphe de V_{out}/V_{in} pour les valeurs suivantes : $R = 100 \Omega$ et $C = 0.0001$ F.

2.1.2 Le filtre passe-haut

Soit V_R la tension à travers la résistance R , V_C la tension à travers le condensateur C , V_{in} la tension d'entrée et V_{out} la tension de sortie du filtre.

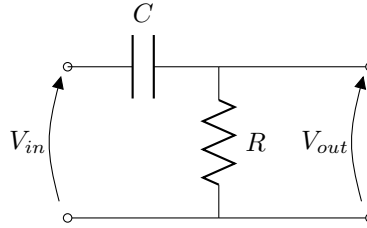


FIGURE 2.4 – Schéma électrique d'un filtre passe-haut.

Sur la Figure 2.4, la loi des tensions de Kirchhoff donne la même équation que pour le filtre passe-bas :

$$V_{in} = V_R + V_C$$

Cette fois, $V_{out} = V_R$. Or on connaît déjà V_C que l'on a calculé dans la section précédente. On a alors simplement :

$$V_R = V_{in} - V_C$$

$$V_{out} = V \cdot \left(\cos(\omega t) + \frac{e^{-\frac{t}{RC}}}{1 + R^2 C^2 \omega^2} - \frac{\cos(\arctan(-RC\omega) + \omega t)}{\sqrt{1 + R^2 C^2 \omega^2}} \right)$$

Le déphasage reste donc le même que pour le filtre passe-bas.

Vérification des résultats

Pour le filtre passe-haut, on va cette fois vérifier que lorsque ω tend vers 0, on a V_{out} qui tend vers 0 également. Une fois de plus, c'est bien le cas.

On peut ensuite comparer les graphes de V_{out} , V_{in} (Figure ??) et V_{out}/V_{in} (Figure ??).

2.2 Approximation de la fréquence de coupure

Cette section a pour but d'expliquer notre démarche pour l'approximation de la fréquence de coupure dans un circuit passe-bas et passe-haut.

Définissons tout d'abord ce qu'est la fréquence de coupure : c'est la fréquence à partir de laquelle la tension dans un circuit passe-bas (resp. passe-haut) commence à diminuer (resp. se stabiliser) lorsque la fréquence augmente. Nous devons donc trouver l'équation de deux droites : une droite horizontale, et une droite oblique. L'intersection de ces droites est appelée "fréquence de coupure".

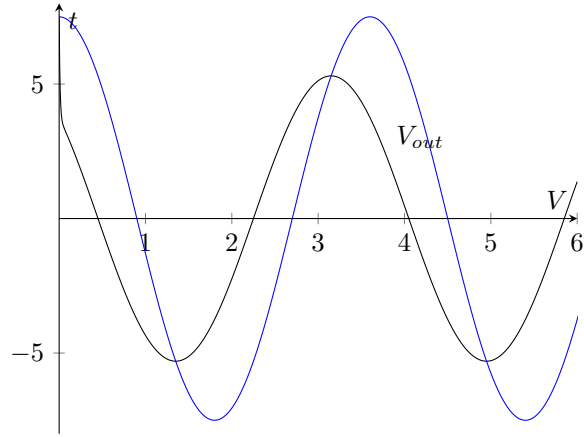


FIGURE 2.5 – Graphe de V_{out} et V_{in} pour les valeurs suivantes : $V_{max} = 7.5$ V, $C = 0.00001$ F, $R = 1000$ Ω et $f = 15.91$ Hz

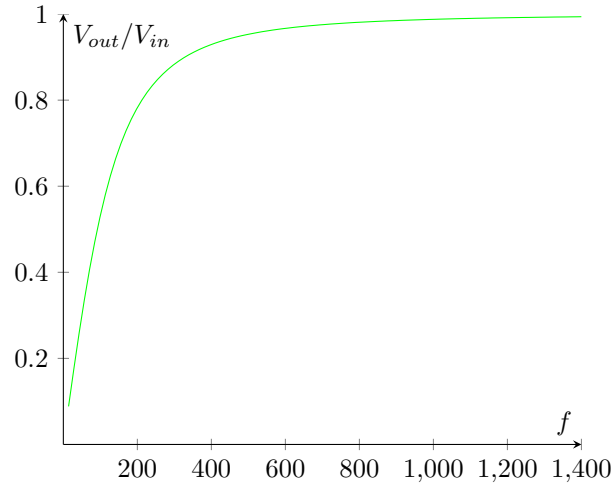


FIGURE 2.6 – Graphe de V_{out}/V_{in} pour les valeurs suivantes : $R = 100$ Ω et $C = 0.0001$ F.

Pour ce faire, nous avons tout d'abord procédé à une expérience en laboratoire. Celle-ci consistait à mesurer la tension de sortie en fonction de la fréquence du signal, et ce dans chacun des circuits considérés. Nous avons donc procédé aux mesures pour le circuit passe-bas, ainsi que pour le passe-haut, et cela nous a ensuite permis de modéliser notre problème, et de trouver une fréquence de coupure expérimentale.

2.2.1 Pour le filtre passe-bas

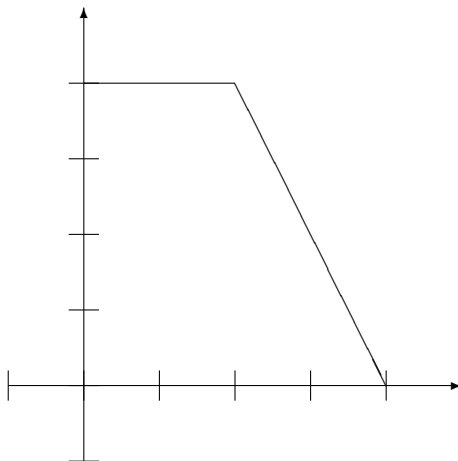


FIGURE 2.7 – Tension en fonction de la fréquence dans un filtre passe-bas

Equation de la droite horizontale

Expérimentalement, nous obtenons une droite horizontale d'une valeur initiale de 2.5 V et donc

$$y = 2.5$$

Equation de la droite diagonale

Avec les mesures effectuées en laboratoires, nous n'obtenons non pas une droite mais bien une exponentielle. Pour faciliter le calcul de l'intersection de l'exponentielle et de la droite, nous passons donc en repère semi-logarithmique. En procédant de la sorte, l'exponentielle se transforme en droite, et le calcul devient plus facile.

Nous savons que l'équation d'une droite dans un repère cartésien est de type $y = ax + b$, avec a la pente et b l'ordonnée à l'origine.

Mais ici nous ne sommes plus dans un repère cartésien mais bien dans un repère semi-logarithmique (en x). L'équation de la droite devient alors : $y = a \log x + b$

Mesures en laboratoires Voici 3 résultats choisis (de manière cohérente) parmi toutes les mesures effectuées en laboratoire, où V_c est la tension de sortie et f la fréquence :

V_c	f	$\log f$
1.7	16000	4.204
1.55	18000	4.255
1.45	20000	4.301

Dès maintenant les fréquences sont exprimées en base logarithmique. Nous écrivons maintenant un système ayant pour inconnues la pente (a) et l'ordonnée à l'origine (b) de notre droite inconnue. Nous avons trois équations à deux inconnues, et le système n'admet pas de solution. Cela n'est pas étonnant, étant donné que les résultats expérimentaux ne sont jamais très précis.

Voici le système sous forme matricielle :

$$A \cdot \vec{x} = \vec{b}$$

$$\begin{pmatrix} 4.204 & 1 \\ 4.255 & 1 \\ 4.301 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.7 \\ 1.55 \\ 1.45 \end{pmatrix}$$

Le système n'admet pas de solution car \vec{b} n'appartient pas à l'espace des colonnes de A . Nous allons donc projeter \vec{b} sur l'espace des colonnes de A afin d'obtenir une solution approchée du système.

Soit f_1, f_2 les colonnes de A , et donc les éléments de la base de l'espace des colonnes de A . Pour ce faire, trouvons une base orthonormée (e_1, e_2) de l'espace des colonnes de la matrice en utilisant la méthode de Gram-Schmidt :

$$e_1 = \frac{f_1}{\|f_1\|} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$$

$$e_2 = \frac{f_2 - (e_1 | f_2)}{\|f_2 - (e_1 | f_2)\|} = (-0.684; 0.03; 0.729)$$

Nous sommes maintenant en mesure de trouver une projection du vecteur contenant nos données expérimentales peu précises : nous projetons les vecteurs grâce à la formule de la projection :

$$b' = (b|e_1) \cdot e_1 + (b|e_2) \cdot e_2 = \begin{pmatrix} 1.6 \\ 1.5 \\ 1.5 \end{pmatrix}$$

On peut alors réécrire le système comme cela :

$$\begin{pmatrix} 4.204 & 1 \\ 4.255 & 1 \\ 4.301 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.607 \\ 1.565 \\ 1.524 \end{pmatrix}$$

$$\text{Nous avons donc } a \times \log x + b = y \Rightarrow y' = \begin{pmatrix} 1.607 \\ 1.565 \\ 1.524 \end{pmatrix}$$

Nous en déduisons la valeur des coefficients a et b :

$$a = -1.96$$

$$b = 9.84$$

$$y = -1.96 x + 9.84$$

Pour trouver la fréquence d'intersection entre les deux droites

$$y = 2.5$$

et

$$y = -1.96 \times \log x + 9.84$$

nous résolvons le système, et nous trouvons :

$$x = 5557.7 \text{ Hz}$$

Cela nous semble correct car en théorie nous devons arriver à une valeur f telle que :

$$f = \frac{1}{2\pi RC}$$

avec $R = 7.5 + 50 = 57.5 \Omega$ et $C = 470 \cdot 10^{-9} \text{ F}$, la valeur théorique de la fréquence de coupure est donc :

$$f = 5889.2 \text{ Hz}$$

2.2.2 Pour le filtre passe-haut

Equation de la droite horizontale

Nous savons que la droite a une valeur initiale de 0.75 V et donc $y = 0.75$.

Equation de la droite diagonale

Nous allons encore utiliser une base logarithmique pour la pente, pour les mêmes raisons explicitées pour le filtre passe-bas. L'équation de la droite est donc de la forme : $y = a \log x + b$.

Voici 3 résultats choisis parmi les mesures effectuées en laboratoire :

V_c	f	$\log f$
127	0.4	2.1
191	0.5	2.3
356	0.6	2.6

De manière analogue que pour le premier filtre, nous formons le système suivant :

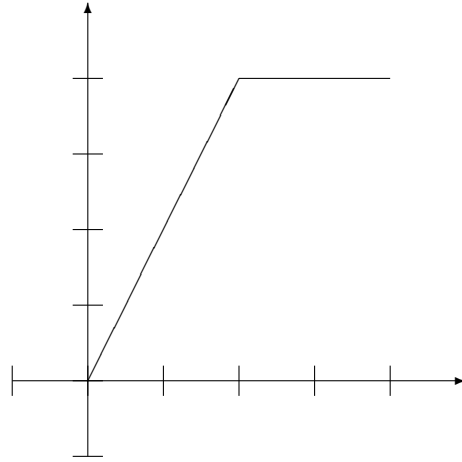


FIGURE 2.8 – Tension en fonction de la fréquence dans un filtre passe-haut

$$\begin{pmatrix} 2.1 & 1 \\ 2.3 & 1 \\ 2.6 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.4 \\ 0.5 \\ 0.6 \end{pmatrix}$$

Transformons maintenant la base quelconque (f_1, f_2) de l'espace des colonnes de A en une base orthonormée (e_1, e_2) afin de pouvoir calculer la projection orthogonale ensuite :

$$e_1 = \frac{f_1}{\|f_1\|} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$$

$$e_2 = \frac{f_2 - (e_1 | f_2)}{\|f_2 - (e_1 | f_2)\|} = (-0.6, 0, 0.8)$$

Et nous obtenons comme vecteur projeté :

$$\begin{pmatrix} 0.36 \\ 0.5 \\ 0.69 \end{pmatrix}$$

On peut alors réécrire le système comme ceci :

$$\begin{pmatrix} 2.1 & 1 \\ 2.3 & 1 \\ 2.6 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.36 \\ 0.5 \\ 0.69 \end{pmatrix}$$

Nous avons donc $a \times \log x + b = y \Rightarrow$

$$y' = \begin{pmatrix} 0.36 \\ 0.5 \\ 0.69 \end{pmatrix}$$

Nous en déduisons la valeur des coefficients a et b :

$$a = 0.7$$

$$b = -1.11$$

L'équation de la droite est alors :

$$y = 0.7 \log x - 1.11$$

Pour trouver l'intersection entre les deux droites

$$y = 0.75$$

et

$$y = 0.7 \times \log x - 1.11$$

nous résolvons le système, et nous trouvons :

$$x = 439.4 \text{ Hz}$$

Chapitre 3

Recherches documentaires

3.1 La contre-réaction ou réaction négative

En analysant le circuit de notre haut-parleur, nous avons découvert la présence de boucle reliant la sortie et la borne négative des amplificateurs. Nous nous sommes alors interrogés sur le rôle de ces boucles.

Nous allons dans un premier temps expliquer les raisons d'être des boucles de contre-réaction en général et nous finirons par l'explication complète de leur raison d'être dans le cas particulier de notre circuit.

3.1.1 Principe de la réaction

Le principe de la réaction est présent dans un grand nombre de circuits électroniques. Il consiste en une réinjection d'une partie du signal de sortie à l'entrée du circuit pour le combiner avec le signal d'entrée extérieur.

Il existe deux types de réactions :

- **La réaction positive** : le signal réinjecté est en phase avec le signal d'entrée de telle sorte que les deux signaux s'additionnent ;
- **La réaction négative** (ou contre-réaction) : le signal réinjecté est en opposition de phase avec le signal d'entrée, de telle sorte que les deux signaux se soustraient.

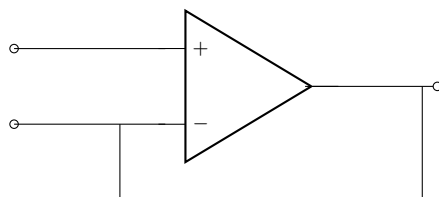


FIGURE 3.1 – Schéma électrique d'une boucle de réaction sur un amplificateur.

3.1.2 Effets des boucles de contre-réaction

En général

Les effets des boucles de contre-réaction sur un amplificateur sont nombreux :

- La boucle de contre-réaction rend indépendant le gain de l'amplificateur des différentes variations du circuits ;
- Le signal de sortie est plus proche du signal d'entrée que si l'amplificateur avait été en boucle ouverte ;
- Réduction des signaux électriques parasites et de la distorsion dus à l'amplificateur : en boucle ouverte, le taux de distorsion d'un amplificateur est typiquement de 1%. La boucle de contre-réaction permet de diminuer ce taux à 0.001% ;
- Contrôle du gain de l'amplificateur (qui est, en boucle ouverte, de l'ordre de 10^6) ;
- Elargissement de la bande passante de l'amplificateur ;
- Réduction de l'impédance de sortie.

Dans notre cas particulier

Dans notre cas particulier, le principal effet de la boucle de contre-réaction est le contrôle du gain de l'amplificateur qui ramène à 1 le gain.

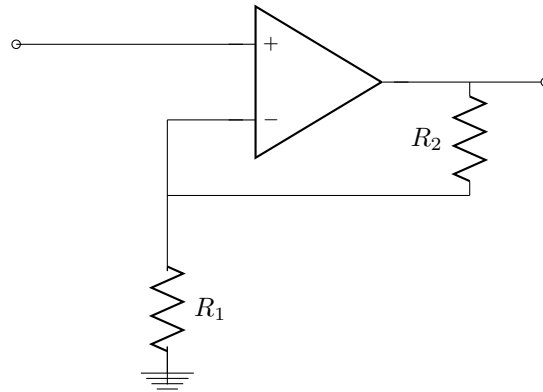


FIGURE 3.2 – Schéma électrique d'une boucle de réaction sur un amplificateur avec un diviseur résistif.

Sur la Figure ??, on remarque que la tension de sortie et la tension d'entrée sont liées par la formule des diviseurs résistifs :

$$V_{in} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{out}$$

Le gain est alors donné par :

$$A = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

Pour réduire le gain A à 1, on a alors deux possibilités :

1. Choisir $R_1 \gg R_2$;
2. Choisir $R_2 = 0$;

La possibilité la plus simple est la deuxième, car en choisissant $R_2 = 0$, le gain est donné par $\frac{R_1}{R_1}$. Autrement dit : quelque soit R_1 , on a $A = 1$ de telle sorte que $V_{in} = V_{out}$. On choisit alors R_1 si petit que le remplacer par un simple court-circuit a le même effet.

Dans un tel montage (appelé *suiveur de tension*), la résistance d'entrée est infinie alors que la résistance de sortie est faible. Le courant de sortie est alors plus grand que le courant d'entrée (qui est presque nul).

3.2 La distorsion harmonique

La distorsion est un critère de qualité en ce qui concerne les haut-parleurs. Dans le souci de construire un dispositif de qualité, nous avons décidé de nous informer sur la distorsion harmonique, un concept que nous ne connaissions que de nom. Ce document est structuré comme suit : nous parlerons tout d'abord de la notion de distorsion en général pour ensuite aborder la notion de distorsion harmonique, et finalement décrire ses causes, ses effets, et les moyens de diminution.

3.2.1 Définition

Commençons tout d'abord par comprendre la notion de distorsion du son : par définition, c'est une transformation du signal audio par rapport à celui de sortie. Une distorsion n'est généralement pas vraiment souhaitée, étant donné que le signal en est déformé. Cependant, certains audiophiles en tirent avantage, vu que que quelques transformations peuvent mener à un son plus chaud et agréable.

La distorsion harmonique La distorsion harmonique joue sur la superposition de différentes fréquences : la fréquence fondamentale et ses harmoniques. Un haut-parleur parfait émettrait seulement la fréquence fondamentale, sans les harmoniques, qui sont donc des "parasites". On parle d'harmonique pour désigner les multiples entiers de la fréquence fondamentale. Par exemple, la seconde harmonique d'une fréquence de 50 Hz vaut 100Hz, la troisième 150Hz, etc. La figure ci-dessous illustre adéquatement cette notion. Les harmoniques paires sont les moins incommodes, étant donné qu'elles représentent la même note, mais à quelques octaves de différence. Les harmoniques impaires, elles, sont plus gênantes étant donné que la note est différente.

3.2.2 Causes

À cause de la distorsion harmonique, le signal que nous faisons circuler dans notre haut-parleur n'est pas une sinusoïdale parfaite mais plutôt une série de

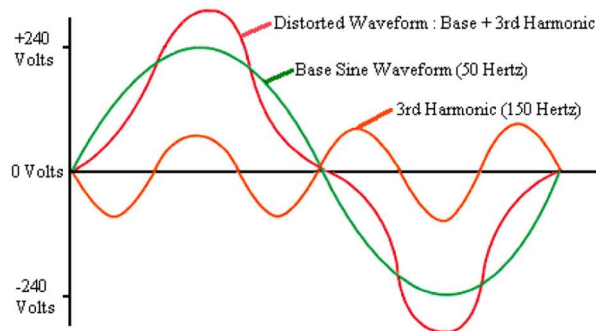


FIGURE 3.3 – Superposition d’une fréquence fondamentale et de ses premières harmoniques.

Fourier, c’est-à-dire une somme de sinusoïdes de fréquence et d’amplitude différentes. C’est l’appareil en lui-même qui crée la distorsion, étant donné qu’il ne reproduit généralement pas parfaitement le signal d’entrée. Les charges non-linéaires sont les principales causes de distorsion harmonique. Celles-ci causent l’apparition des courants harmoniques qui sont eux-mêmes responsables de la distorsion harmonique.

3.2.3 Conséquences

La distorsion harmonique a plusieurs conséquences néfastes. La plus importante de toutes vient du fait que les harmoniques impaires génèrent un son dur, et peu agréable. De plus, la distorsion cause un accroissement du courant dans un système. Il va en résulter une surchauffe des composantes électriques (conducteurs, capacités,...). À la longue, des dysfonctionnements non souhaités peuvent provoquer un vieillissement précoce du circuit électrique. Il existe de nombreuses autres conséquences néfastes, mais n’oublions pas de préciser que certaines personnes recherchent tout de même ces distorsions pour produire un son plus agréable, au moyen d’harmoniques paires.

3.2.4 Solutions

Pour éviter toute distorsion, ou tout simplement pour émettre un son plus pur et exact, il existe différentes solutions. Nous parlerons seulement des filtres actifs mais il est intéressant de savoir que d’autres moyens tels que les selfs AC ou DC, ainsi que les redresseurs multi-pulses, existent. Les filtres actifs permettent d’éliminer les harmoniques perturbatrices en injectant des courants harmoniques de mêmes fréquences mais déphasés d’une demi-période. Cela cause des interférences destructrices avec les harmoniques dont on souhaite se débarrasser. La résultante est une droite constante nulle n’influençant pas notre signal.

Troisième partie

Conclusion

Quatrième partie

Annexes

Annexe A

Project specifications

Group 11.53		Date March 7th 2014 Version 2.1
Context Our goal during this project is to realize, qualify, and measure an amplification system. This device should allow us to hear smartphone signals from two loudspeakers. The volume and the intensity of the bass and treble sounds should be adjustable.		
Date	Origine	Content
16/02/14 16/02/14 16/02/14	Costumer Costumer Costumer	Principal functions 1. Emit a sound 2. Amplify a sound 3. Variation of bass and treble
16/02/14 16/02/14	Group Costumer	Criteria and level of the main functions 1.1. Sound between ... and... Hz 2.1. Power of 2.5 W
16/02/14 16/02/14 07/03/14	Costumer Laboratory Costumer	Constraints Jackplug of 3.5 mm in diameter Input voltage of 30V Paper membrane
07/03/14 07/03/14	Group Group	Terms Type of paper : 200 g/m ² Cost estimation : ...

Annexe B

Méthode de recherche

B.1 La contre-réaction ou réaction négative

Comme suggéré lors de la séance d'information sur la recherche bibliographique, nous avons appliqué la méthode de l'entonnoir. Comme les boucles de contre-réaction sont directement les termes plutôt généraux : *amplificateurs* et *amplifiers*. Nous nous avons ensuite associé à ces et *negative feedback*.

Les différents ouvrages et documents que nous avons utilisés sont listés dans la bibliographie

B.2 La distorsion harmonique

Choix du thème Le choix du thème n'a pas été chose aisée. Nous avons commencé par établir un brainstorming afin de réunir le plus d'idée possibles. Cependant, les thèmes proposés nous semblaient trop généraux que pour faire un vrai travail en profondeur tout en restant concis. Quelqu'un a finalement proposé la distorsion harmonique; un terme visible sur les emballages de haut-parleurs. Curieux d'en apprendre plus sur ce terme presque méconnu, nous avons décidé de débiter notre travail de recherche là-dessus.

Recherche documentaire Etant donné que nous ne connaissions vraiment que très peu sur ce sujet et que nous le devons comprendre en profondeur, nous avons commencé par le terme général de "distorsion". Une première recherche sur internet a permis de fixer les idées à propos de ce terme, et nous avons ensuite pu établir une liste de mot-clefs pour entamer réellement la recherche sur la distorsion harmonique. Nous avons appliqué la "technique de l'entonnoir", et nous réuni assez d'informations que pour écrire ce rapport. Notons tout de même que c'est indiscutablement en anglais que nous avons trouvé le plus d'informations. Nous avons gardé une trace de toutes les sources que nous avons consultées, et cela a rendu l'écriture de la bibliographie nettement plus facile.