Ecole Polytechnique de Louvain-La-Neuve

FSAB1502 - Projet 2

Concevoir, réaliser et qualifier un système de haut-parleur

Auteurs : Groupe 115,3

Thibaut Cabo	(4353-1300)
Lise Céresiat	(1965-1200)
Robin Crits	(3236-1300)
Virgile Goyens	(8339-1300)
Antoine Paris	(3158-1300)
Marie-Charlotte Sparenberg	(5408-1300)

Tuteur :

Pr. Piotr Sobieski

1er mai 2014

Année académique 2013-2014

Résumé

Dans le cadre du cours *Projet 2*, il nous a été demandé de concevoir un haut-parleur que l'on puisse connecter à un smartphone par le biais d'une prise Jack.

Pour arriver à nos fins, il a fallu passer par diverses étapes de modélisations mathématiques et physiques de composants du haut- parleur. Les situations réelles étant en général trop compliquées à étudier dans leur globalité (en tout cas à notre stade), ces modélisations se basent sur des hypothèses simplificatrices. Malgré que ces hypothèses soient parfois assez fortes, elles permettent d'arriver à un modèle relativement cohérent avec les expériences et mesures effectuées en laboratoire.

Ce document décrit en détail chacune des étapes de modélisation effectuée durant ce projet. Il présente aussi une synthèse des différentes recherches documentaires.

Bien que notre haut-parleur ne fonctionne pas aussi bien que nous l'aurions espéré, nous avons énomément appris de ce projet.

Summary

In this course, *Projet 2*, it has been asked to make a loud-speaker that can be connected to a smartphone with a Jack-plug.

To achieve this task, we had to work out to find a way to go through it. We had to find simpler mathematical and physical models. The real problem was too tricky for us so we had to make some simpler assumptions. However, we couldn't make random assumption because the theorie has to fit with the test we did in the lab.

In this document, you'll find the necessary calculations and ideas to make such a tool.

Even if our loud-speaker doesn't work as well as we wanted, we learned a lot from this challenge.

Our state of mind is pretty hard to describe : we are disappointed with the actual loud-speaker but quite proud of us for the rest.

Table des matières

Chapitre 1

Introduction

Dans le cadre du cours *Projet 2* du deuxième quadrimestre, notre groupe a été amené à concevoir un haut-parleur connectable, via une prise Jack 3.5 mm, à un GSM ou un MP3 (les contraintes et spécifications sont détaillées dans l'annexe "Cahier des charges"). En plus de cela, notre haut-parleur doit permette un règlage du volume, des graves et des aigus. Un autre objectif du projet est d'apprendre à travailler et à s'organiser *en groupe*, comme le font tous les jours les ingénieurs.

Ce rapport s'articule principalement en deux grands chapitres. Le premier rassemble les différentes étapes de modélisations mathématiques et physiques de composants du haut-parleur. Dans ce chapitre, nous commencerons par une vue générale du haut-parleur qui nous permettra d'introduire les concepts physiques clés. Nous continuerons ensuite par la modélisation des filtres passe-bas, passe-haut et passe-bande. Après cela, nous nous attarderons sur le dimensionnement de l'électroaimant, de la bobine mobile et du haut-parleur pour enfin terminer par la modélisation mécanique de la bobine mobile.

Le deuxième chapitre contient quant à lui la synthèse des recherches documentaires effectuées. Ces recherches portent sur deux sujets liés à notre haut-parleur. Le premier concerne plutôt l'acoustique ; il s'agit de la distorsion harmonique. Le deuxième quant à lui concerne un concept lié au circuit électrique qui compose notre haut-parleur ; il s'agit du principe de la contre-réaction.

Penchons-nous sans plus tarder sur une description générale du système [1] :

Le GSM ou le MP3 connecté au haut-parleur via le cable Jack va, dans un premier temps, envoyer un signal audio dans le circuit imprimé. Ce signal peut être modifié de trois façons :

- En règlant le volume, c'est-à-dire en modifiant l'amplitude du signal audio ;
- En règlant les graves et les aigus, c'est-à-dire en atténuant les basses ou les hautes fréquences. Il s'agit du rôle des filtres passe-bas et passe-haut qui, combinés, forment un filtre passe-bande ;
- En amplifiant le signal : c'est le rôle de l'amplificateur audio du circuit.

À la sortie du circuit imprimé, le signal *filtré* et *amplifié* va alimenter en courant la bobine mobile. Cette dernière va intercepter le champ magnétique constant produit par l'électroaimant, dimensionné préalablement pour répondre à notre cahier des charges. La bobine mobile va subir une force qui déplacera la membrane en fonction du signal audio et produira le son voulu.

1. Une description plus détaillée sera faite dans le chapitre suivant.

Chapitre 2

Fonctionnement du haut-parleur

2.1 Modélisation des filtres passe-haut, passe-bas, et passe-bande

Dans cette section, nous allons expliquer la méthode que nous avons utiliseé pour trouver une expression analytique de la tension de sortie dans un filtre passe-bas, ainsi que dans un filtre passe-haut. Nous étudierons également la combinaison de ces deux filtres : le passe-bande.

Nous avons en réalité utilisé deux méthodes différentes qui, heureusement, aboutissent à la même solution. La première méthode utilise ce que nous avons appris au premier quadrimestre concernant les équations différentielles. Cette méthode est plus longue et plus compliquée que la deuxième, c'est pourquoi nous ne la décrirons pas ici. La deuxième méthode utilise ce que nous avons appris au deuxième quadrimestre concernant les équations différentielles et les complexes.

2.1.1 Le filtre passe-bas

Le filtre passe-bas dans notre haut-parleur a pour but de laisser passer les basses fréquences et d'atténuer les plus hautes fréquences.

Soit V_R la tension à travers la résistance R, V_C la tension à travers le condensateur C, V_{in} la tension d'entrée et V_{out} la tension de sortie du filtre.

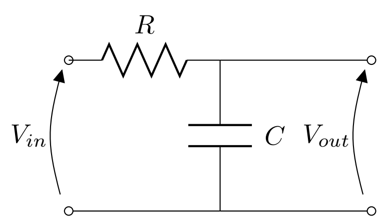

FIGURE 2.1 – Schéma électrique d'un filtre passe-bas

Sur le circuit ci-dessus (Figure 2.1), nous pouvons utiliser la loi des tensions de Kirchhoff :

$$V_{in} = V_R + V_{out}$$

Notons V l'amplitude de la tension d'entrée sinusoïdale, et $i(t)$ le courant en fonction du temps :

$$V \cdot \cos(\omega t) = R \cdot i(t) + V_C$$

Or, le courant $i(t)$ à travers un condensateur est donné par $C\frac{dV_C}{dt}$, l'équation devient alors une équation différentielle en la fonction inconnue $V_C(t)$:

$$V \cdot \cos(\omega t) = RC\frac{dV_C}{dt} + V_C$$

Nous pouvons réecrire cette équation de la manière suivante, où $y = V_C(t)$:

$$RCy' + y = V \cdot \cos(\omega t)$$

Cette équation va être la base de la méthode qui suit. Nous utiliserons également la condition initiale suivante :

$$y(0) = 0$$

Résolution de l'équation différentielle

Nous savons que $\cos(\omega t)$ est égale à la partie réelle de l'exponentielle complexe $e^{\omega i t}$. Nous réécrivons alors l'équation différentielle de la manière suivante :

$$RCy' + y = V \cdot e^{\omega i t}$$

Comme pour toute équation différentielle linéaire non-homogène, nous allons travailler en deux étapes :

Recherche de la solution homogène Le polynôme caractéristique de l'équation homogène est :

$$RC \cdot x + 1 = 0$$

Nous obtenons alors $x = \frac{-1}{RC}$ comme racine, et nous trouvons donc comme solution homogène :

$$y_h(t) = A \cdot e^{\frac{-t}{RC}}$$

Où A est une constante appartenant à l'ensemble des réels.

Recherche de la solution particulière La solution particulière que nous recherchons est de la forme :

$$y_p(t) = \alpha \cdot e^{\omega i t}$$

Il nous reste donc à déterminer la constante complexe α. Pour ce faire, nous injectons dans l'équation de départ $y_p(t)$ et sa dérivée première. Nous trouvons alors :

$$\alpha = \frac{V(1 - RC\omega i)}{1 + R^2C^2\omega^2}$$

La solution particulière est donc :

$$y_p(t) = \frac{V(1 - RC\omega i)}{1 + R^2C^2\omega^2} \cdot e^{\omega i t}$$

Solution complète La solution finale $y(t)$ est égale à $y_h(t) + y_p(t)$:

$$y(t) = A \cdot e^{\frac{-t}{RC}} + \frac{V(1 - RC\omega i)}{1 + R^2C^2\omega^2} \cdot e^{\omega i t}$$

En retransformant ensuite l'exponentielle complexe en sa forme trigonométrique et en ne gardant que la partie réelle, nous obtenons :

$$y(t) = V_C(t) = \frac{V(\cos(\omega t) + RC\omega \sin(\omega t))}{1 + \omega^2R^2C^2} + A \cdot e^{\frac{-t}{RC}}$$

Élimination de la constante Il ne nous reste plus qu'à éliminer la constante A en utilisant la condition initiale. Nous trouvons enfin :

$$A = -\frac{V}{1 + \omega^2R^2C^2}$$

Conclusion La tension de sortie en fonction du temps est donc donnée par :

$$V_{out} = \frac{V}{1+\omega^2 R^2 C^2} \cdot (\cos(\omega t) + RC\omega \sin(\omega t) - e^{\frac{-t}{RC}})$$

Nous pouvons ensuite réécrire cette formule de manière à faire apparaître le déphasage de la tension de sortie par rapport à la tension d'entrée. En transformant $y_p(t)$ en utilisant la notation exponentielle $|z|e^{\phi i}$ d'un couple de la forme $a+bi$ et en utilisant ensuite la notation trigonométrique d'une exponentielle complexe, nous trouvons, après quelques simplifications et mises en évidence :

$$V_{out} = \frac{V}{\sqrt{1+R^2\omega^2C^2}} \left(-\frac{e^{\frac{-t}{RC}}}{\sqrt{1+R^2\omega^2C^2}} + \cos(\arctan(-RC\omega) + \omega t) \right)$$

Il apparaît donc que le déphasage entre V_{out} et V_{in} est $-\arctan(RC\omega) = -\arctan(2\pi f RC)$. Ce déphasage augmente donc linéairement avec ω et est dû au temps que met le condensateur à se charger.

Vérification des résultats

Une première vérification que l'on peut faire est de vérifier que V_{out} tend vers 0 lorsque ω tend vers l'infini. C'est bien le cas ici puisque ω^2 est au dénominateur.

Nous pouvons ensuite regarder les graphes de V_{out}, V_{in} (Figure 2.2) et V_{out}/V_{in} (Figure 5.3). Les résultats sont encourageants.

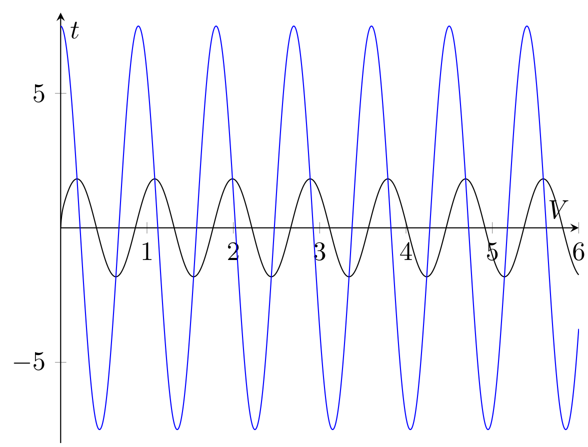

FIGURE 2.2 – Graphe de V_{out} (en noir) et V_{in} (en bleu) pour les valeurs suivantes : $V_{max} = 7.5$ V, $C = 0.00001$ F, $R = 1000\ \Omega$ et $f = 63.66$ Hz

2.1.2 Le filtre passe-haut

Le filtre passe-haut a le rôle inverse du filtre passe-bas : il atténue les basses fréquences et laisse passer les hautes fréquences.

Soit V_R la tension à travers la résistance R, V_C la tension à travers le condensateur C, V_{in} la tension d'entrée et V_{out} la tension de sortie du filtre.

Sur la Figure 2.4, la loi des tensions de Kirchhoff donne la même équation que pour le filtre passe-bas :

$$V_{in} = V_R + V_C$$

Cette fois, $V_{out} = V_R$. Or, nous connaissons déjà V_C que nous avons calculé dans le section précédente. Nous avons alors simplement :

$$V_R = V_{in} - V_C$$

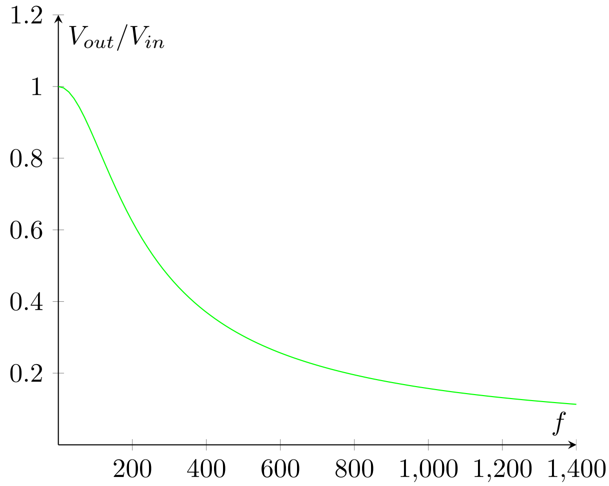

FIGURE 2.3 – Graphe de $V_{out}/V_{in} = \frac{1}{\sqrt{1+(RC\omega)^2}}$ pour les valeurs suivantes : $R = 100\ \Omega$ et $C = 0.00001$ F.

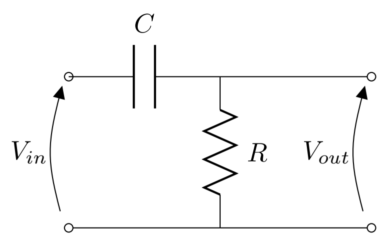

FIGURE 2.4 – Schéma électrique d'un filtre passe-haut.

$$V_{out} = \frac{V}{\sqrt{1+R^2\omega^2C^2}} \left(\frac{e^{\frac{-t}{RC}}}{\sqrt{1+R^2\omega^2C^2}} - \cos(\arctan(-RC\omega) + \omega t) \right) + \cos(\omega t)$$

Le déphasage reste donc le même que pour le filtre passe-bas.

Vérification des résultats

Pour le filtre passe-haut, nous allons cette fois vérifier que lorsque ω tend vers 0, nous avons V_{out} qui tend vers 0 également. Une fois de plus, c'est bien le cas.

Nous pouvons ensuite comparer les graphes de V_{out}, V_{in} (Figure 2.5) et V_{out}/V_{in} (Figure 2.6). Le déphasage apparaît clairement, et les fréquences les plus basses sont effectivement atténuées.

2.1.3 Le filtre passe-bande

Le filtre passe-bande sert, comme son nom l'indique, à laisser passer une certaine bande de fréquence. Il est constitué d'un filtre passe-haut suivi d'un passe-bas, ou inversément. Les fréquences de coupure respectives des filtres déterminent l'ampleur de la bande passante. Plus la résistance pour le filtre passe-bas (resp.passe-haut) est petite (resp.grande), plus la bande passante est large, étant donné que la fréquence de coupure est inversément proportionnelle à la résistance. Nous nous intéresserons ici à un signal passant d'abord par un filtre passe-haut, et ensuite par le filtre passe-bas.

Soit $V_{in,1}$ la tension à l'entrée du filtre passe-bas, R_1 la résistance, et C_1 la capacité. Dans la section précédente, nous sommes arrivés au résultat suivant :

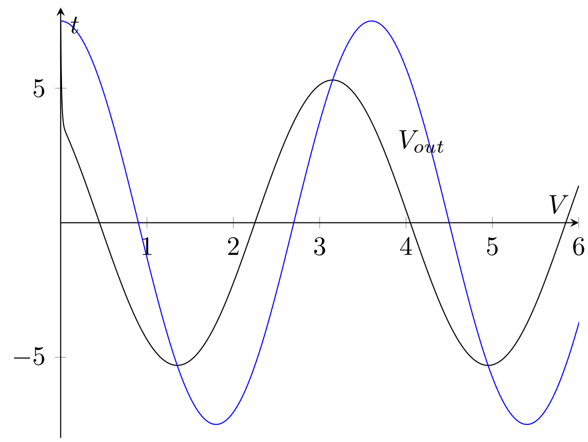

FIGURE 2.5 – Graphe de V_{out} et V_{in} pour les valeurs suivantes : $V_{max} = 7.5$ V, $C = 0.00001$ F, $R = 1000\ \Omega$ et $f = 15.91$ Hz

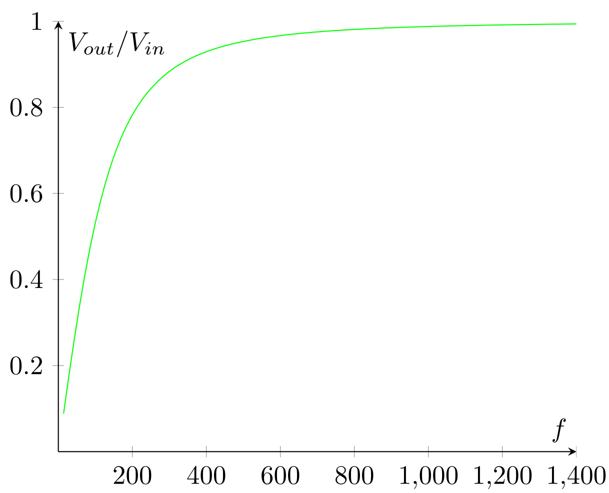

FIGURE 2.6 – Graphe de $V_{out}/V_{in} = 1 + \frac{1}{\sqrt{1}\sqrt{1+(RC\omega)^2}}$ pour les valeurs suivantes : $R = 100\ \Omega$ et $C = 0.0001$ F.

$$V_{out,1} = \frac{V_{in,1}}{\sqrt{1 + R_1^2\omega^2C_1^2}}$$

(-e$^{\frac{-t}{R_1C_1}}$ $\frac{}{\sqrt{1+R_1^2\omega^2C_1^2}+\cos(\arctan(-R_1C_1\omega)+\omega t))}$

Cette tension de sortie du filtre passe-bas sera notre tension d'entrée pour le filtre passe-haut. Précédemment, dans la section concernant le filtre passe-haut, nous trouvions :

$$V_{out,2} = \frac{V_{in,2}}{\sqrt{1 + R_2^2\omega^2C_2^2}}\left(\frac{e^{\frac{-t}{R_2C_2}}}{\sqrt{1 + R_2^2\omega^2C_2^2}} - \cos(\arctan(-R_2C_2\omega) + \omega t)\right) + V_{in,}\cos(\omega t)$$

où $V_{in,2}$ est la tension à l'entrée du filtre passe-haut, R_2 la résistance, et C_2 la capacité. Étant donné que nous disposons d'un adaptateur d'impédance, nous pouvons nous permettre d'utiliser ces deux équations obtenues séparément. En remplaçant $V_{in,2}$ par $V_{out,1}$, la tension à la sortie du passe-bas, nous trouvons $V_{out,3}$, la tension de sortie finale. Après simplifications, nous obtenons :

$$V_{out,3} = \frac{V_{out,1} \cdot V_{out,2}}{V_{in,1}}$$

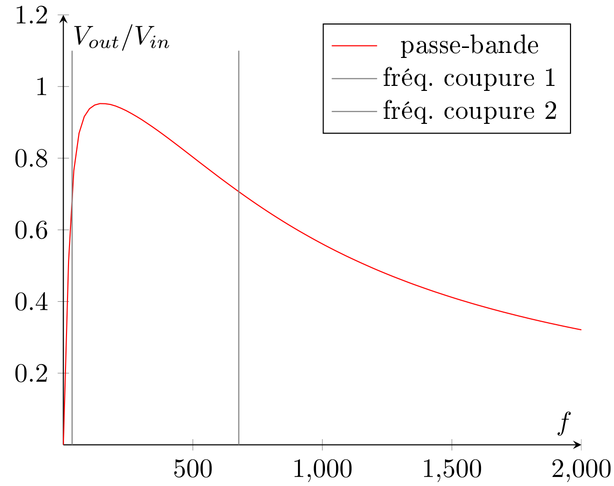

Figure 2.7 – Graphe de V_{out}/V_{in} pour le filtre passe-bande, pour les valeurs suivantes : $R_1 = 500\,\Omega$, $R_2 = 10000\ \Omega$, et $C = 0.00000047$ F

Vérification des résultats

Au vu du graphe de $V_{out,3}/V_{in,1}$ de l'équation obtenue pour le passe-bande, nous pouvons valider notre résultat, étant donné que l'allure du graphique correspond à nos attentes. En effet, les fréquences de coupure théoriques représentées sur la figure semblent concorder avec les courbes.

2.2 Dimensionnement de l'électroaimant et de la bobine mobile

Pour fabriquer notre haut-parleur, nous ne disposions pas d'aimant permanent. Nous avons donc dû créer un électroaimant à partir d'un matériau ferromagnétique qui nous a été fourni. Cette section présente dans un premier temps le dimensionnement de cet électroaimant, c'est-à-dire le nombre de spires choisi, la résistance totale de la bobine, son inductance, etc.

Nous calculerons ensuite, de manière expérimentale, la constante de raideur de la membrane de notre haut-parleur. A partir de cela et de l'écartement maximal par rapport à sa position d'origine (choisi arbitrairement), nous pourons calculer la force nécessaire pour déplacer la membrane, et par conséquent, le nombre de spires nécessaire sur la bobine mobile.

2.2.1 Fonctionnement et dimensionnement de la bobine fixe

Lorsqu'un courant traverse la bobine de cuivre, un champ magnétique est créé. Nous obtenons donc un électroaimant fixe générant le champ nécessaire au déplacement de la seconde bobine. C'est cette seconde bobine qui sera responsable du tremblement de la membrane.

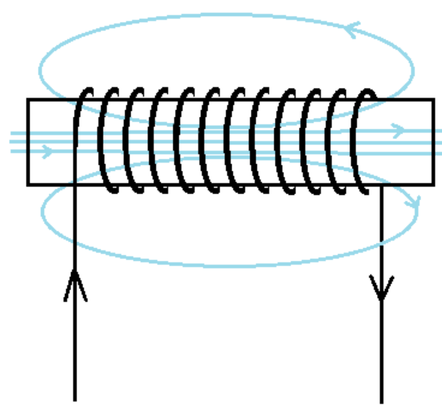

FIGURE 2.8 – Modélisation d'un électroaimant

Le nombre de spires de la bobine fixe, appelons-le N_1, a été choisi arbitrairement de manière à produire un champ magnétique assez fort. Nous avons fixé ce nombre, selon les conseils de notre tuteur, à 420. Nous allons maintenant calculer les caractéristiques suivantes de notre électroaimant :

- Résistance totale de la bobine ;
- Champ magnétique induit ;
- Inductance.

Champ magnétique dans l'entrefer Pour céer un champ magnétique plus fort, nous avons réduit l'entrefer de 7 mm. Calculons dans un premier temps le champ magnétique dans l'entrefer de 7 mm en utilisant la conservation des flux. Pour ce calcul, nous utilisons l'hypothèse simplificatrice assez forte que tout le champ se trouve dans l'entrefer.

$$H_e \cdot e = N_1 I \Rightarrow \frac{B_e}{\mu_0 \mu_r} e = N_1 I$$

Pour $N_1 = 420$, l'entrefer $e = 0.007$ m, $\mu_r = 1.0000004$ la perméabilité magnétique de l'air et $I = 1$ A, on trouve alors :

$B_e = 0.07539825$ T

Résistance totale de la bobine Pour calculer la résistance totale de la bobine, nous devons connaître la longueur totale de fil de cuivre utilisé. Pour cela nous utilisons la formule suivante :

$$Lfil = N_1 \cdot 2\pi r$$

Où $N_1 = 420$ est le nombre de spires de la bobine fixe, et r est la rayon des spires. Pour $r = 0.016$ m, on trouve :

$$L_{fil} = 42.22 \text{ m}$$

Il ne nous reste donc plus qu'à multiplier la longueur totale trouvée par la résistance linéique des fils de cuivre ($R_{lin} = 0.18$ Ω/m) :

$$R = L_{fil} \cdot R_{lin} = 7.6 \ \Omega$$

Inductance de la bobine Une fois le champ magnétique induit connu, l'inductance dans la bobine peut être très facilement calculée par :

$$L = N_1 \frac{\phi_B}{I}$$

Dans cette formule, il ne nous reste plus qu'à calculer $\phi_B = B \cdot A$ où $A = ab$ est l'aire d'une spire. On trouve alors :
$L = 0.025468$ H

Tableau récapitulatif

N_1	B_e	R	L	L_{fil}
420	0.07539825 T	7.6 Ω	0.0254683 H	42.22 m

2.2.2 Calcul de la constante de raideur de la membrane

Avant de pouvoir déterminer le nombre de spires de la bobine mouvante, nous avons dû déterminer expérimentalement la constante de raideur de notre papier pour faire la membrane. Notre procédure a été la suivante : nous avons suspendu notre membrane, pour ensuite déposer un poids dessus, et finalement mesurer l'élongation du matériau. Nous obtenons ainsi une constante de raideur d'environ 80 N/m.

2.2.3 Fonctionnement et dimensionnement de la bobine mobile

Calcul du nombre de spires Etant donné que nous disposons d'un amplificateur qui, selon la datasheet, a une puissance de sortie de 2.5 W, et que la tension de sortie est de 15 V, nous pouvons trouver le courant maximal passant dans la bobine mobile :

$$I = \frac{P}{V} = 0.1667 \text{ A}$$

En fonction de la constante de raideur de la membrane trouvée dans la sous-section précédente et de l'écartement maximal de la membrane par rapport à sa position d'origine (fixé à $d = 0.003$ m), nous sommes en mesure de trouver la longueur du fil de la bobine :

$$IL_{fil}B = kx$$
$$L_{fil} = \frac{kx}{IB} = 12.6m$$

Le fil à notre disposition au laboratoire a un encombrement de 25.8 $\frac{\text{spires}}{\text{cm}}$. Nous otenons donc une relation entre N_2, le nombre de spires, et L_{bobine}, la longueur de la bobine :

$$25.8 = \frac{N_2}{L_{bobine}}$$

En fixant le rayon à 1.7 mm, nous pouvons déterminer N_2 ainsi que la longueur de la bobine :

$$L_{fil} = N_2 \cdot 2\pi r$$
$$N_2 = \frac{L_{fil}}{2\pi r} = 118$$

Calcul de la résistance totale de la bobine mobile Pour calculer la résistance totale de la bobine, il ne nous reste plus qu'à multiplier la longueur de fil trouvée précédemment par la résistance linéique du fil de cuivre ($R_{lin} = 0.18\ \Omega$/m) :

$$R = L_{fil} \cdot R_{lin} = 2.38\ \Omega$$

Calcul de l'inductance de la bobine mobile Une fois le champ magnétique induit connu, l'inductance dans la bobine peut être très facilement calculée par :

$$L = N_2 \frac{\phi_B}{I} = 0.0734 \text{ H}$$

Tableau récapitulatif

N_2	I	R	L
118	0.1667 A	2.38 Ω	0.0734 H

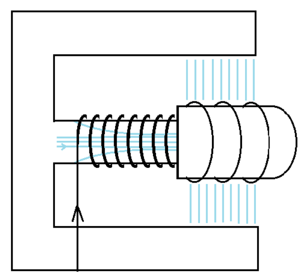

FIGURE 2.9 – Vue d'ensemble avec la seconde bobine

2.3 Modélisation mécanique du haut-parleur

2.3.1 Composition du haut-parleur

Le haut-parleur est constitué de différentes parties : une membrane attachée par des fixations qui jouent le rôle de ressorts et reliée à une bobine mobile et une bobine fixe qui s'emboîte (sans frottement) dans cette dernière.

La bobine fixe va permettre à la bobine mobile de se déplacer exclusivement de gauche à droite (voir Figure 2.10), permettant ainsi à la membrane de vibrer (et donc de produire un son). Tout déplacement dans une autre direction serait dommageable car risquerait d'abîmer la membrane.

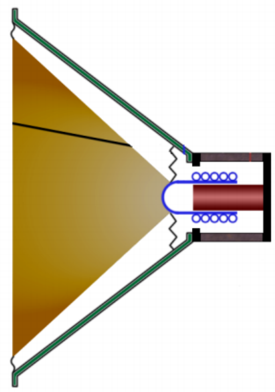

FIGURE 2.10 – Schéma d'un haut-parleur. (Source : *Modélisation mécanique du haut-parleur* sur iCampus)

2.3.2 Étude du mouvement de la bobine mobile

Nous allons maintenant écrire les équations du mouvement de la bobine mobile. Pour ce faire, nous plaçons un repère fixe $\{\hat{\mathbf{I}}\}$ dont l'origine O se trouve au centre de gravité de la bobine mobile à sa position d'équilibre (au temps $t = 0$). $\hat{\mathbf{I}}_1$ est parallèle à la bobine et dirigé vers la gauche, tandis que $\hat{\mathbf{I}}_2$ est dirigée perpendiculairement à la bobine mobile, vers le haut. La bobine mobile ne possède qu'un seul degré de liberté, qui est la distance entre O et son centre de gravité ; notons-la $\mathbf{x}(t)$. La positon de la bobine est donc donnée par :

$$\vec{R(t)} = \mathbf{x}(t)\hat{\mathbf{I}}_1$$

Inventaire des forces Avant d'écrire l'équation du mouvement de la bobine, établissons l'inventaire des forces qui agissent sur celle-ci :

- Son poids, dont la résultante agit sur son centre de gravité : $-mg\hat{\mathbf{I}}_2$;
- La force de rappel des fixations (que l'on suppose agir comme des simples ressorts) : $-k\mathbf{x}(t)\hat{\mathbf{I}}_1$ où k est la constante de raideur des fixations ;
- La force électromagnétique causée par l'électroaimant : $BLi(t)\hat{\mathbf{I}}_1$ où B est le champ magnétique produit par l'électroaimant, L la longueur de fil de cuivre utilisé et $i(t)$ le courant électrique ;
- Le frottement dû à l'air ;

Parmis toute ces forces, nous négligeons le frottement dû à l'air ainsi que le poids de la bobine mobile (sa masse étant relativement faible).

Équation du mouvement Nous avons maintenant tout à notre disposition pour écrire les équations du mouvement [1] :

1. Dans cette section, nous utilisons les notations employées au cours de mécanique des corps rigides.

$$m\ddot{\mathbf{x}}(t) = -k\mathbf{x}(t) + BLi(t)$$

En sachant que le signal d'entrée est une fonction de la forme $V(t) = V_0 \cos(\omega t)$ et que, par la loi d'Ohm, $V(t) = Ri(t)$ où R est la résistance du circuit, nous pouvons réecrire l'équation différentielle du mouvement de la manière suivante :

$$m\ddot{\mathbf{x}}(t) + k\mathbf{x}(t) = \frac{B2\pi rNV_0}{R}\cos(\omega t)$$

Où nous avons également fait apparaître le nombre de spires N et le rayon de la bobine r. Il ne reste donc plus qu'à résoudre cette équation différentielle.

Résolution de l'équation différentielle du mouvement Résolvons cette équation différentielle comme appris lors de ce deuxième quadrimestre. Cherchons d'abord la solution homogène de cette équation, notée $\mathbf{x}_h(t)$. Pour ce faire, résolvons le polynôme caractéristique :

$$mr^2 + k = 0 \Rightarrow r = \pm i\sqrt{\frac{k}{m}}$$

Nous avons donc, en ne gardant que la partie réelle :

$$\mathbf{x}_h(t) = Ae^{i\sqrt{\frac{k}{m}}t} + Be^{-i\sqrt{\frac{k}{m}}}$$

Où A et B sont des coéfficients complexes. Nous pouvons réecrire cette solution en termes de fonctions trigonométriques. En ne gardant que la partie réelle, nous obtenons :

$$\mathbf{x}_h(t) = C\cos(\sqrt{\frac{k}{m}}t) - D\sin(\sqrt{\frac{k}{m}}t)$$

Où C et D sont cette-fois des coefficients réels.

Penchons-nous maintenant sur la solution particulière, notée $\mathbf{x}_p(t)$. Pour cette partie de la résolution, nous réécrivons le terme non-homogène sous la forme d'une exponentielle complexe. La solution particulière est de la forme :

$$\mathbf{x}_p(t) = \alpha e^{\omega it}$$

En injectant $\mathbf{x}_p(t)$ et sa dérivée seconde dans l'équation de départ, nous trouvons :

$$\alpha = \frac{2\pi rNV_0}{R(-m\omega^2 + k)} \Rightarrow \mathbf{x}_p(t) = \frac{2\pi rNV_0}{R(-m\omega^2 + k)}e^{wit}$$

En ne gardant que la partie réelle de l'exponentielle, nous avons finalement :

$$\mathbf{x}_p(t) = \frac{2\pi rNV_0}{R(-m\omega^2 + k)}\cos(\omega t)$$

Par le principe de superposition des solutions des équations différentielles :

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_h(t) + \mathbf{x}_p(t) = C\cos(\sqrt{\frac{k}{m}}t) - D\sin(\sqrt{\frac{k}{m}}t) + \frac{2\pi rNV_0}{R(-m\omega^2 + k)}\cos(\omega t)$$

En utilisant la première condition initiale, $\mathbf{x}(0) = 0$, nous trouvons :

$$C = \frac{-BLV_0}{R(-m\omega^2 + k}$$

Il reste à trouver une deuxième condition initiale.

2.3.3 Fréquence de résonance

Nous remarquons que si $\omega \to \sqrt{\frac{k}{m}}$, le dénominateur de l'amplitude du mouvement tend vers 0, et donc l'amplitude du mouvement tend vers ∞. Cette situation n'a physiquement pas de sens. Nous notons cette fréquence ω_0 ; il s'agit de la *fréquence de résonance*.

2.3.4 Couplage entre mouvement et son émis

Étudions maintenant le mouvement de la deuxième couche d'air representée sur la Figure 2.11. La couche numérotée 0 représente la membrane. La pression dans la couche d'air numérotée 1 est $p_0 + dp(t)$. Dans les couches suivantes, elle est constante vaut P_0. Nous considérons un problème simplifié à une dimension (déplacement de tranche d'air dans un tuyau). Nous prenons également l'hypothèse que les couches d'air sont incompressibles afin de pouvoir appliquer ce que nous avons appris au cours de mécanique des corps rigides.

Plaçons le repère inertiel $\hat{\mathbf{I}}$ tel que $\hat{\mathbf{I}}_1$ est orienté vers la droite horizontalement et $\hat{\mathbf{I}}_2$ orienté vers le haut verticalement. Plaçons l'origine O de ce repère à la position initiale de la couche d'air. La position de la couche d'air, notée $\vec{R(t)}$ vaut donc :

$$\vec{R(t)} = \mathbf{x}(t)\hat{\mathbf{I}}_1$$

onde-sonore.png

FIGURE 2.11 – Déplacement de tranche de couche d'air dans un tuyau. (Source : *Modélisation mécanique du haut-parleur* sur iCampus)

Inventaire des forces Comme pour la bobine mobile, faisons l'inventaire des forces qui s'exercent sur la deuxième couche d'air :

- Le poids de la couche d'air : $-\rho A\hat{\mathbf{I}}_2$, ou ρ est la densité volumique de l'air et A est la surface de la couche d'air ;
- La pression exercée sur la couche 2 par la pression dans la couche 1 : $(p_0 + dp(t))A\hat{\mathbf{I}}_1$.

Équation du mouvement Nous pouvons maintenant écrire l'équation du mouvement

Chapitre 3

Recherche documentaire

3.1 La contre-réaction ou réaction négative

En analysant le circuit de notre haut-parleur, nous avons découvert la présence de boucles reliant la sortie et la borne négative des amplificateurs. Nous nous sommes alors interrogés sur le rôle de ces boucles.

Nous allons dans un premier temps expliquer les raisons d'être des boucles de contre-réaction en général et nous finirons par l'explication complète de leur raison d'être dans le cas particulier de notre circuit.

3.1.1 Principe de la réaction

Le principe de la réaction est présent dans un grand nombre de circuits électroniques. Il consiste en une réinjection d'une partie du signal de sortie à l'entrée du circuit pour le combiner avec le signal d'entrée extérieur[5].

Il existe deux types de réactions[5] :
- **La réaction positive** : le signal réinjecté est en phase avec le signal d'entrée de telle sorte que les deux signaux s'additionnent ;
- **La réaction négative** (ou contre-réaction) : le signal réinjecté est en opposition de phase avec le signal d'entrée, de telle sorte que les deux signaux se soustraient.

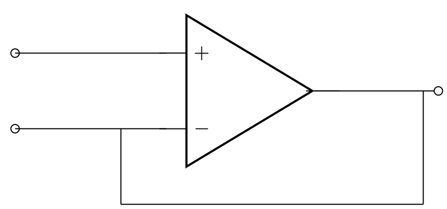

FIGURE 3.1 – Schéma électrique d'une boucle de réaction sur un amplificateur.

3.1.2 Effets des boucles de contre-réaction

En général

Les effets des boucles de contre-réaction sur un amplificateur sont nombreux[14][8] :
- La boucle de contre-réaction rend indépendant le gain de l'amplificateur des différentes variations du circuit ;
- Le signal de sortie est plus proche du signal d'entrée que si l'amplificateur avait été en boucle ouverte ;
- Réduction des signaux électriques parasites et de la distorsion dûs à l'amplificateur : en boucle ouverte, le taux de distorsion d'un amplificateur est typiquement de 1%. La boucle de contre-réaction permet de diminuer ce taux à 0.001% ;
- Contrôle du gain de l'amplificateur (qui est, en boucle ouverte, de l'ordre de 10^6) ;

– Élargissement de la bande passante de l'amplificateur ;
– Réduction de l'impédance de sortie.

Intégration dans le circuit du haut-parleur

Dans notre cas particulier, le principal effet de la boucle de contre-réaction est le contrôle du gain de l'amplificateur qui ramène à 1 le gain.

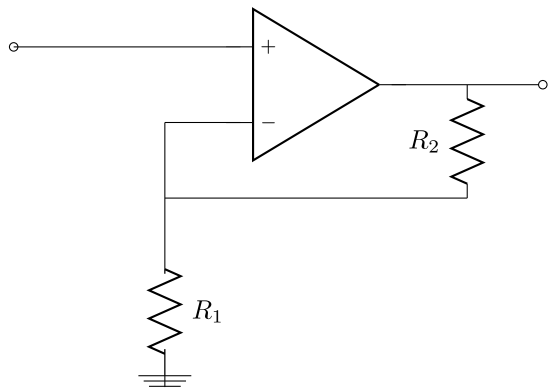

FIGURE 3.2 – Schéma électrique d'une boucle de réaction sur un amplificateur avec un diviseur résistif.

Sur la Figure 3.2, nous remarquons que la tension de sortie et la tension d'entrée sont liées par la formule des diviseurs résistifs :

$$V_{in} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{out}$$

Le gain est alors donné par :

$$A = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

Pour réduire le gain A à 1, deux possibilités s'offrent à nous :

1. Choisir $R_1 >> R_2$;
2. Choisir $R_2 = 0$;

La possibilité la plus simple est la deuxième, car en choisissant $R_2 = 0$, le gain est donné par $\frac{R_1}{R_1}$. Autrement dit : quelque soit R_1, on a $A = 1$ de telle sorte que $V_{in} = V_{out}$. On choisit alors R_1 si petit que le remplacer par un simple court-circuit a le même effet.

Dans un tel montage (appelé *suiveur de tension*), la résistance d'entrée est infinie alors que la résistance de sortie est faible. Le courant de sortie est alors plus grand que le courant d'entrée (qui est presque nul).

Dans notre circuit, ces suiveurs de tension ont un rôle important puisqu'ils permettent le règlage indépendant des graves et des aigus. Sans eux, modifier la résitance dans le filtre passe-bas modifierait aussi la résistance dans le filtre passe-haut.

3.2 La distorsion harmonique

La distorsion est un critère de qualité en ce qui concerne les haut-parleurs. Dans le soucis de construire un dispositif de qualité, nous avons décidé de nous informer sur la distorsion harmonique, un concept que nous ne connaissions que de nom. Ce document est structuré comme suit : nous parlerons tout d'abord de la notion de distorsion en général pour ensuite aborder la notion de distorsion harmonique, et finalement décrire ses causes, ses effets, et les moyens de diminution.

3.2.1 Définition

Commençons tout d'abord par comprendre la notion de distorsion du son : par définition, c'est une transformation du signal audio par rapport à celui de sortie. Une distorsion n'est généralement pas vraiment souhaitée, étant donné que le signal en est déformé[11]. Cependant, certains audiophiles en tirent avantage, vu que que quelques transformations peuvent mener à un son plus agréable[2].

La distorsion harmonique La distorsion harmonique joue sur la superposition de différentes fréquences : la fréquence fondamentale et ses harmoniques. Un haut-parleur parfait émettrait seulement la fréquence fondamentale, sans les harmoniques, qui sont donc des "parasites". On parle d'harmonique pour désigner les multiples entiers de la fréquence fondamentale[1]. Par exemple, la seconde harmonique d'une fréquence de 50 Hz vaut 100Hz, la troisième 150Hz, etc. La figure ci-dessous illustre adéquatement cette notion. Les harmoniques paires sont les moins incommodantes, étant donné qu'elles représentent la même note, mais à quelques octaves de différence. Les harmoniques impaires, elles, sont plus gênantes étant donné que la note est différente[9].

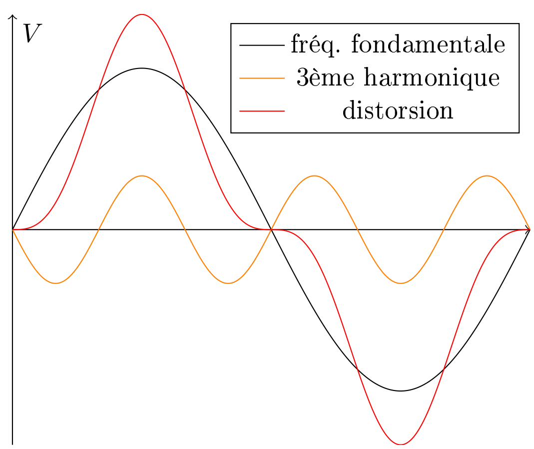

FIGURE 3.3 – Superposition d'une fréquence fondamentale et de sa 3e harmonique

3.2.2 Causes

À cause de la distorsion harmonique, le signal que nous faisons circuler dans notre haut-parleur n'est pas une sinusoïdale parfaite mais plutôt une série de Fourier, c'est-à-dire une somme de sinusoïdes de fréquence et d'amplitude différentes. C'est l'appareil en lui-même qui crée la distorsion, à cause de la qualité de certains composants[6] [15]. Les charges non-linéaires sont les principales causes de distorsion harmonique. Celles-ci causent l'apparition des courants harmoniques qui sont eux-mêmes responsables de la distorsion harmonique. Elles sont surtout présentes dans la grande distribution d'électricité et ont posé problème autrefois, avant réglementation[4].

3.2.3 Conséquences

La distorsion harmonique a plusieurs conséquences néfastes. La plus importante de toutes vient du fait que les harmoniques impaires génèrent un son dur, et peu agréable. De plus, la distorsion cause un accroissement du courant dans un système. Il va en résulter une surchauffe des composantes électriques (conducteurs, capacités,...). À la longue, des dysfonctionnements non souhaités peuvent provoquer un vieillissement précoce du circuit électrique[10]. Il existe de nombreuses autres conséquences néfastes, mais n'oublions pas de préciser que certaines personnes recherchent tout de même ces distorsions pour produire un son plus agréable, au moyen d'harmoniques paires. Dans le domaine de la musique, le timbre d'un instrument est déterminé par l'agencement des harmoniques qu'il produit. C'est ainsi qu'une même note "sonne" différemment d'un instrument à un autre.

3.2.4 Solutions

Pour éviter toute distorsion, ou tout simplement pour émettre un son plus pur et exact, il existe différentes solutions. Nous parlerons seulement des filtres actifs même si de nombreuses autres pistes de solution ont été exploitées. Les filtres actifs permettent d'éliminer les harmoniques perturbatrices en injectant des courants harmoniques de mêmes fréquences mais déphasés d'une demi-période. Cela cause des interférences destructrices avec les harmoniques dont on souhaite se débarrasser. La résultante est une droite constante nulle n'influençant pas notre signal[12].

Chapitre 4

Conclusion

+En conclusion, nous avons compris le fonctionnement d'un haut-parleur, nous avons appris à travailler en groupe, de façon organisée et responsable et nous avons essayé de fabriquer notre propre haut-parleur. En toute objectivité, aucune musique ne sortait de notre haut-parleur. Cependant nous voyions clairement grâce à l'oscilloscope la fréquence de la musique à la sortie du circuit imprimé.

Si l'on peut dire que la fabrication du haut-parleur est un échec, nous pouvons néanmoins remarquer de nombreux points positifs concernant notre projet. Nous avons compris et assimilé le fonctionnement théorique d'un haut-parleur, nous avons modélisé un haut-parleur avec des règles physiques et mathématiques telles que les lois du magnétisme, l'approximation mathématique,... Nous avons également caractérisé la puissance, la taille, toutes les composantes internes d'un haut-parleur. Concernant le travail de groupe, nous pouvons affirmer que le groupe est resté soudé pendant tout le quadrimestre. Tout le monde était là à chaque séance sauf en cas de force majeure. Tout le monde a apporté sa contribution au projet, nous avons essayé de partager les tâches le mieux possible même s'il n'est pas possible d'avoir exactement même charge de travail pour chacun. Le point faible de notre groupe est que nous ne privilégions pas assez les réunions réelles, nous travaillons de notre côté et puis seulement nous mettons en commun et parfois le même travail était réalisé plusieurs fois. Un meilleur rendement aurait fait avancer le projet plus rapidement et plus intelligemment. Le fait que nous utilisions les mêmes outils ont facilité la mise en commun et l' échange de documents et d'information. Par exemple, nous avons fait l'effort d'apprendre durant ce quadrimestre pour écrire notre rapport ; nous avons aussi créé une dropbox ainsi qu'on compte GitHub où tous les documents étaient modifiables à tout moment du jour et de la nuit. Pour la plupart des membres du groupe, le projet était plus structuré dans notre groupe actuel que dans nos anciens groupes. Nous nous voyions aussi assez régulièrement pour mettre nos idées en commun : malgré tous les outils à notre disposition, la réunion physique reste quand même le meilleur moyen de communiquer. Grâce au planning réalisé lors du pré-jury, nous avons su avancer dans le projet de manière organisée et claire. Malgré quelques écarts, nous nous sommes assez bien tenus au plan. Il nous a bien servi pour acquérir une vision claire et structurée du projet.

Pour terminer, les concepts mathématiques et physiques ont bien été assimilés mais en pratique, le haut-parleur ne fonctionnait pas comme nous le souhaitions. Il y a eu des problèmes entre la théorie et la pratique malgré les tests que nous avons faits pour que le haut-parleur fonctionne aussi bien qu'il devrait théoriquement le faire. Le groupe est néanmoins resté solidaire durant tout le quadrimestre. Ce projet nous aura donc été profitable, et c'est avec une grande fierté que nous y apportons le point final.

Bibliographie

[1] Encyclopaedia universalis, 1990.

[2] Pierre Auger. Encyclopédie internationale des sciences et des techniques : 10 volumes plus un index, 1969.

[3] H. S. Black. Stabilized feedback amplifiers, 1934.

[4] Universal Electric Corporation. Charges non-linéaires et harmoniques.

[5] Marc Correvon. Systèmes électroniques.

[6] C. Louis Cuccia. Harmonics, sidebands, and transients in communication engineering : as studies by the fourier and laplace analysis, 1952.

[7] Marcel J. Van der Houst, Wouter A Serdijn, and André C. Linnenbank. Emi-resilient apmlifier circuits, 2013.

[8] S. Dusausay. Effets de la contre réaction sur les amplificateurs.

[9] William M. Hartmann. Principles of musical acoustics, 2013.

[10] Ronald G. Jawernycky, Michael Z. Lowenstein, Gerald L. Park, and Myron Zucker. Apparatus for measuring harmonic distortion in a conductor, and methods of constructing and utilizing same, 1989.

[11] Larousse. Le lexis - le dictionnaire érudit de la langue française, 2014.

[12] Donald J. Lucas and Edwin W. Rowand Jr. Method and apparatus for harmonic distortion correction, 1994.

[13] Lynch and Truxal. Principles of electronic instrumentration, 1962.

[14] R Sporken and J.L. Longueville. Physique des télétransmissions, 2007.

[15] Frederick Emmons Terman. Radio engineering, 1947.

[16] Wikipédia. Perméabilite magnétique, 2013.

[17] Hugh D. Young and Roger A. Freedman. Sears and zemansky's university physics with modern physics technology update, 2013.

Chapitre 5

Annexes

5.1 Identification polynômiale et étude mathématique

Cette section a pour but d'expliquer notre démarche pour l'approximation de la fréquence de coupure dans un circuit passe-bas et passe-haut. Trois méthodes nous étaient proposées, et nous avons adopté la première pour les raison explicitées plus bas.

Définissons tout d'abord ce qu'est la fréquence de coupure. Dans le cas d'un filtre passe-bas, toutes les fréquences qui lui sont supérieures ne passent pas et, inversément, pour un passe-haut seules les fréquences supérieures passent. En terme de tension, dans le premier cas, la tension de sortie reste constante jusqu'à qu'à la fréquence de coupure, à partir de laquelle elle diminue exponentionnellement. Inversément, pour un filtre CR, la tension croît exponentiellement avant de se stabiliser après la fréquence de coupure.

Pour la déterminer, nous avons tout d'abord procédé à une expérience en laboratoire. Celle-ci consistait à mesurer la tension de sortie en fonction de la fréquence du signal, et ce dans chacun des circuits considérés. Graphiquement, le tracé du rapport des tensions d'entrée et de sortie des filtres en fonction de la fréquence a l'allure d'une exponentielle. Pour faciliter le calcul, nous sommes passés en repère semi-logarithmique, réduisant ainsi l'exponentielle à une intersection de deux droites. Ce procédé explicité en profondeur dans la sous-section "Passage en échelle logarithmique"'.

5.1.1 Approximation de la fréquence de coupure

Filtre passe-bas

Équation de la droite horizontale Expérimentalement, nous obtenons une fréquence de sortie constante (de 2.5 V) pour les plus basses fréquences. L'équation de la droite horizontale est donc

$$y = 2.5$$

Équation de la droite diagonale Avec les mesures effectuées en laboratoires, nous n'obtenons non pas une droite mais bien une exponentielle. Pour faciliter le calcul de l'intersection de l'exponentielle et de la droite, nous passons donc en repère semi-logarithmique.

Nous savons que l'équation d'une droite dans un repère cartésien est de type $y = ax + b$, avec a la pente et b l'ordonnée à l'origine.

Mais ici nous ne sommes plus dans un repère cartésien mais bien dans un répère semi-log selon l'axe des abscisses. L'équation de la droite devient alors : $y = a \log x + b$

Mesures en laboratoires Voici 3 résultats choisis de manière cohérente parmi toutes les mesures effectuées en laboratoire, où V_c est la tension de sortie et f la fréquence :

V_c	f	$\log f$
1.7	16000	4.204
1.55	18000	4.255
1.45	20000	4.301

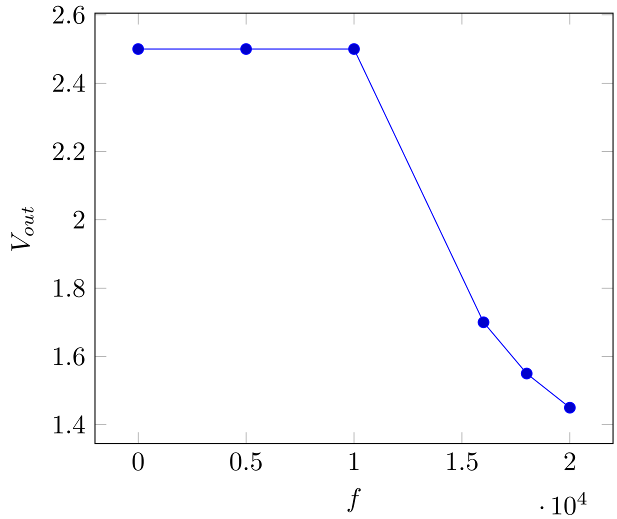

FIGURE 5.1 – Graphe de V_{out} expérimentale en fonction de la fréquence

Dès maintenant, les fréquences sont exprimées en base logarithmique. Écrivons un système ayant pour inconnues la pente (a) et l'ordonnée à l'origine (b) de notre droite inconnue. Nous avons trois équations à deux inconnues, et le système n'admet pas de solution. Cela n'est pas étonnant, étant donné que les résultats expérimentaux ne sont jamais très précis.

Voici le système sous forme matricielle :

$$A \cdot \vec{x} = \vec{b}$$

$$\begin{pmatrix} 4.204 & 1 \\ 4.255 & 1 \\ 4.301 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \quad = \quad \begin{pmatrix} 1.7 \\ 1.55 \\ 1.45 \end{pmatrix}$$

Le système n'admet pas de solution car $\vec{b}$ n'appartient pas à l'espace des colonnes de A. Nous allons donc projeter $\vec{b}$ sur l'espace des colonnes de A afin d'obtenir une solution approchée.

Soient f_1, f_2 les colonnes de A, et donc les éléments de la base de l'espace des colonnes de A. Trouvons une base orthonormée (e_1, e_2) de l'espace colonnes de la matrice en utilisant la méthode de Gram-Schmidt :

$$\vec{e_1} = \frac{f_1}{||f_1||} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}}) \end{pmatrix}$$

$$\vec{e_2} = \frac{\vec{f_2} - (\vec{e_1}|\vec{f_2})}{||\vec{f_2} - (\vec{e_1}|\vec{f_2})||} = \begin{pmatrix} -0.684 & 0.03 & 0.729 \end{pmatrix}$$

Nous sommes maintenant en mesure de trouver une projection du vecteur contenant nos données expérimentales peu précises : nous projetons les vecteurs grâce à la formule de la projection :

$$\vec{b'} = (\vec{b}|\vec{e_1}) \cdot \vec{e_1} + (\vec{b}|\vec{e_2}) \cdot \vec{e_2} = \begin{pmatrix} 1.607 \\ 1.556 \\ 1.524 \end{pmatrix}$$

Nous pouvons alors réécrire le système comme cela :

$$\begin{pmatrix} 4.204 & 1 \\ 4.255 & 1 \\ 4.301 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.607 \\ 1.565 \\ 1.524 \end{pmatrix}$$

Nous en déduisons la valeur des coefficients a et b :

$$a = -1.96$$

$$b = 9.84$$

La droite oblique a donc pour équation

$$\boxed{\text{y= -1.96 x +9.84}}$$

Pour trouver la fréquence d'intersection entre les deux droites, nous résolvons le système, et nous trouvons :

$$\boxed{\text{x = 5557.7 Hz}}$$

Cela nous semble correct car en théorie nous devions arriver à une valeur f telle que :

$$f = \frac{1}{2\pi RC}$$

avec $R = 7.5 + 50 = 57.5\ \Omega$ et $C = 470 \cdot 10^{-9}$ F, la valeur théorique de la fréquence de coupure est donc :

$$f = 5889.2 \text{ Hz}$$

Filtre passe-haut

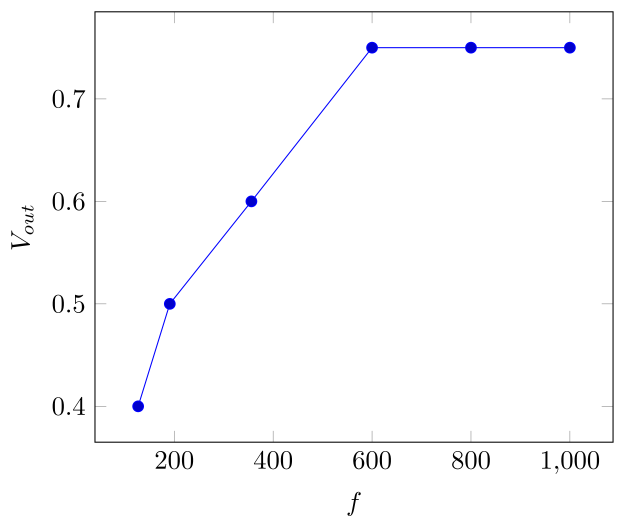

FIGURE 5.2 – Graphe de V_{out} expérimentale en fonction de la fréquence

Équation de la droite horizontale Nous savons que l'équation de la droite horizontales est $y = 0.75$.

Équation de la droite diagonale Nous allons encore utiliser une base logarithmique pour la pente, pour les mêmes raison explicitées pour le filtre passe-bas. L'équation de la droite est donc de la forme : $y = a \log x + b$.

Voici 3 résultats choisis parmi les mesures effectuées en laboratoire :

V_c	f	$\log f$
0.4	127	2.1
0.5	191	2.3
0.6	356	2.6

De manière analogue que pour le premier filtre, nous formons le système suivant :

$$\begin{pmatrix} 2.1 & 1 \\ 2.3 & 1 \\ 2.6 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \quad = \quad \begin{pmatrix} 0.4 \\ 0.5 \\ 0.6 \end{pmatrix}$$

Transformons maintenant la base quelconque $(\vec{f_1}, \vec{f_2}$ de l'espace des colonnes de A en une base orthonormée $(\vec{e_1}, \vec{e_2})$ afin de pouvoir calculer la projection orthogonale ensuite :

$$\vec{e_1} = \frac{\vec{f_1}}{||\vec{f_1}||} = \begin{pmatrix} (\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}}) \end{pmatrix}$$

$$\vec{e_2} = \frac{\vec{f_2} - (\vec{e_1}|\vec{f_2})}{||\vec{f_2} - (\vec{e_1}|\vec{f_2})||} = \begin{pmatrix} -0.6 & 0 & 0.8 \end{pmatrix}$$

Et nous obtenons comme vecteur projeté $\vec{b'}$:

$$\begin{pmatrix} 0.36 \\ 0.5 \\ 0.69 \end{pmatrix}$$

Nous pouvons alors réécrire le système comme ceci :

$$\begin{pmatrix} 2.1 & 1 \\ 2.3 & 1 \\ 2.6 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.36 \\ 0.5 \\ 0.69 \end{pmatrix}$$

Nous en déduisons la valeur des coefficients a et b :

$$a = 0.7$$
$$b = -1.11$$

L'équation de la droite est alors :

$$\boxed{\text{y=}\ 0.7\ \log x - 1.11}$$

Pour trouver l'intersection entre les deux droites nous résolvons le système, et nous trouvons :

$$x = 439.4 \text{ Hz}$$

5.1.2 Choix de la méthode

Une démarche d'approximation n'est évidemment pas unique. Nous avions le choix entre trois méthodes distinctes, et nous avons opté pour celle utilisant les bases orthonormées.

5.1.3 Meilleure approximation

Pour arriver à une meilleure approximation, nous pourrions imaginer considérer n points avec un n très grand. Cependant, ...

5.1.4 Passage en échelle logarithmique

Lors de notre approximation, nous avons mentionné le fait que nous "passions en échelle logarithmique". Généralement, nous utilisons des échelles linéaires, avec des graduations dont la différence est constante. Ici, dans un soucis de facilité, nous avons utilisé une représentation semi-logarithmique. Cela signifie que les graduations ont un rapport constant, et non plus une différence constante pour l'axe des abscisses. Cela nous permet de travailler à grande échelle, et de représenter l'exponentielle comme une droite, de manière simple. L'équation de la droite est, en toute généralité : $y = a \log x + b$.

Correction sans passe-haut

5.2 Identification polynômiale et étude mathématique

Cette section a pour but d'expliquer notre démarche pour l'approximation de la fréquence de coupure dans un circuit passe-bas. Trois méthodes nous étaient proposées et nous avons adopté la première pour les raison explicitées plus bas.

Définissons tout d'abord ce qu'est la fréquence de coupure : c'est la fréquence à partir de laquelle la tension dans un circuit passe-bas commence à diminuer lorsque la fréquence augmente.

Pour la déterminer, nous avons tout d'abord procédé à une expérience en laboratoire. Celle-ci consistait à mesurer la tension de sortie en fonction de la fréquence du signal, et ce dans ce circuit considéré. Graphiquement, le tracé du rapport des tensions d'entrée et de sortie du filtre en fonction de la fréquence à l'allure d'une exponentielle. Pour faciliter le calcul, nous sommes passés en repère semi-logarithmique, réduisant ainsi l'exponentielle à une intersection de deux droites. Ce procédé explicité en profondeur dans la sous-section "Passage en échelle logarithmique"'.

5.2.1 Approximation de la fréquence de coupure

Filtre passe-bas

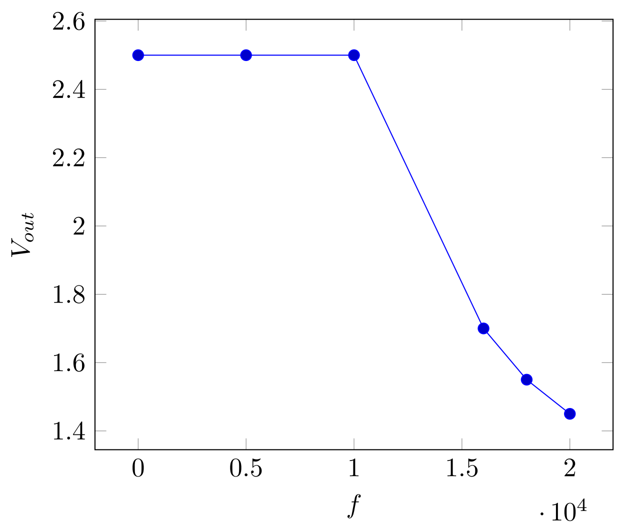

FIGURE 5.3 – Graphe de V_{out} expérimentale en fonction de la fréquence

Équation de la droite horizontale Expérimentalement, nous obtenons une fréquence de sortie constante (de 2.5 V) pour les plus basses fréquences. L'équation de la droite horizontale est donc

$$y = 2.5$$

Équation de la droite diagonale Avec les mesures effectuées en laboratoires, nous n'obtenons non pas une droite mais bien une exponentielle. Pour faciliter le calcul de l'intersection de l'exponentielle et de la droite, nous passons donc en repère semi-logarithmique.

Nous savons que l'équation d'une droite dans un repère cartésien est de type $y = ax + b$, avec a la pente et b l'ordonnée à l'origine.

Mais ici nous ne sommes plus dans un repère cartésien mais bien dans un répère semi-log selon l'axe des abscisses. L'équation de la droite devient alors : $y = a \log x + b$

Mesures en laboratoires Voici 3 résultats choisis de manière cohérente parmi toutes les mesures effectuées en laboratoire, où V_c est la tension de sortie et f la fréquence :

V_c	f	$\log f$
1.7	16000	4.204
1.55	18000	4.255
1.45	20000	4.301

Dès maintenant, les fréquences sont exprimées en base logarithmique. Écrivons un système ayant pour inconnues la pente (a) et l'ordonnée à l'origine (b) de notre droite inconnue. Nous avons trois équations à deux inconnues, et le système n'admet pas de solution. Cela n'est pas étonnant, étant donné que les résultats expérimentaux ne sont jamais très précis.

Voici le système sous forme matricielle :

$$A \cdot \vec{x} = \vec{b}$$
$$\begin{pmatrix} 4.204 & 1 \\ 4.255 & 1 \\ 4.301 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \quad = \quad \begin{pmatrix} 1.7 \\ 1.55 \\ 1.45 \end{pmatrix}$$

Le système n'admet pas de solution car $\vec{b}$ n'appartient pas à l'espace des colonnes de A. Nous allons donc projeter $\vec{b}$ sur l'espace des colonnes de A afin d'obtenir une solution approchée.

Soient f_1, f_2 les colonnes de A, et donc les éléments de la base de l'espace des colonnes de A. Trouvons une base orthonormée (e_1, e_2) de l'espace colonnes de la matrice en utilisant la méthode de Gram-Schmidt :

$$\vec{e_1} = \frac{f_1}{||f_1||} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}}) \end{pmatrix}$$

$$\vec{e_2} = \frac{\vec{f_2} - (\vec{e_1}|\vec{f_2})}{||\vec{f_2} - (\vec{e_1}|\vec{f_2})||} = \begin{pmatrix} -0.684 & 0.03 & 0.729 \end{pmatrix}$$

Nous sommes maintenant en mesure de trouver une projection du vecteur contenant nos données expérimentales peu précises : nous projetons les vecteurs grâce à la formule de la projection :

$$\vec{b'} = (\vec{b}|\vec{e_1}) \cdot \vec{e_1} + (\vec{b}|\vec{e_2}) \cdot \vec{e_2} = \begin{pmatrix} 1.607 \\ 1.556 \\ 1.524 \end{pmatrix}$$

Nous pouvons alors réécrire le système comme cela :

$$\begin{pmatrix} 4.204 & 1 \\ 4.255 & 1 \\ 4.301 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.607 \\ 1.565 \\ 1.524 \end{pmatrix}$$

Nous en déduisons la valeur des coefficients a et b :

$$a = -1.96$$
$$b = 9.84$$

La droite oblique a donc pour équation

$$\boxed{\text{y= -1.96 x +9.84}}$$

Pour trouver la fréquence d'intersection entre les deux droites, nous résolvons le système, et nous trouvons :

$$\boxed{\text{x = 5557.7 Hz}}$$

Cela nous semble correct car en théorie nous devions arriver à une valeur f telle que :

$$f = \frac{1}{2\pi RC}$$

avec $R = 7.5 + 50 = 57.5\ \Omega$ et $C = 470 \cdot 10^{-9}$ F, la valeur théorique de la fréquence de coupure est donc :

$$f = 5889.2 \text{ Hz}$$

5.2.2 Choix de la méthode

Une démarche d'approximation n'est évidemment pas unique. Nous avions le choix entre trois méthodes distinctes, et nous avons opté pour celle utilisant les bases orthonormées.

Les trois méthodes proposées suivaient la même démarche, minimiser une distance afin de déterminer une droite.

Pour la première méthode, nous devions minimiser la distance entre un polynôme de degré deux passant par nos points pris au laboratoire et la droite à déterminer :

Soient la droite à déterminer H(x) = ax + b et le polynôme q(x) = αx^2 + βx + γ, nous cherchons à déterminer la distance :

dist^2 = $\|H - q\|^2$ = (H - q | H - q) = (H(x_1) - q(x_1))^2 + (H(x_2) - q(x_2))^2 + (H(x_3) - q(x_3))^2

Sachant que q(x_i) = y_i, nous arrivons finalement :

dist^2 = (ax_1 + b - y_1)^2 + (ax_2 + b - y_2)^2 + (ax_3 + b - y_3)^2

Nous arrivons exactement à la même solution pour la seconde méthode qui minimise la fonction distance.

Pour la troisième méthode, nous avons calculer la projection orthogonale de la colonne y sur l'espace des colonnes de la matrice de notre système. Cela revient à minimiser la distance entre le vecteur y et la projection y' :

dist^2 = $\|y' - y\|^2$ = (y' - y | y' - y)

Nous savons que y'$_i$ = ax$_1$ + b, nous pouvons donc dire que

dist^2 = (ax_1 + b - y_1)^2 + (ax_2 + b - y_2)^2 + (ax_3 + b - y_3)^2

Ce qui nous redonne la même solution que les deux autres méthodes.

Néanmoins, les différents arrondit durant les calculs nous a donné des réponses sensiblement différentes. Pour cette raison, nous avons garder la troisième méthode qui nous donne une fréquence de coupure la plus proche de la fréquence théorique du filtre passe-bas.

5.2.3 Meilleure approximation

Pour arriver à une meilleure approximation, nous pourrions imaginer considérer n points avec un n très grand. Cependant, déterminer l'unique polynôme de degré n-1 passant par les trois points seraient assez vite difficile à déterminer. Le produit scalaire définie pour ce problème dépendant des n points, résoudre ce problème sans logiciel devient impossible quand n est grand.

5.2.4 Passage en échelle logarithmique

Lors de notre approximation, nous avons mentionné le fait que nous "passions en échelle logarithmique". Généralement, nous utilisons des échelles linéaires, avec des graduations dont la différence est constante. Ici, dans un soucis de facilité, nous avons utilisé une représentation semi-logarithmique. Cela signifie que les graduations ont un rapport constant, et non plus une différence constante pour l'axe des abscisses. Cela nous permet de travailler à grande échelle, et de représenter l'exponentielle comme une droite, de manière simple. L'équation de la droite est, en toute généralité : $y = a \log x + b$.

5.3 Project specifications

Group 11.53		**Date** March 7th 2014 **Version** 2.1
Context Our goal during this project is to realize, qualify, and measure an amplification system. This device should allow us to hear smartphone signals from two loudspeakers. The volume and the intensity of the bass and treble sounds should be adjustable.		
Date	**Origine**	**Content**
		Principal functions
16/02/14	Customer	1. Emit a sound.
16/02/14	Customer	2. Amplify a sound.
16/02/14	Customer	3. Variation of bass and treble.
		Criteria and level of the main functions
16/02/14	Group	1.1. Sound between 500 Hz and 5000 Hz
16/02/14	Customer	2.1. Power of 2.5 W
		Constraints
16/02/14	Customer	Jackplug of 3.5 mm in diameter
16/02/14	Laboratory	Input voltage of 30 V
07/03/14	Customer	Paper membrane
		Terms
07/03/14	Group	Type of paper : 200 g/m^2
07/03/14	Group	Cost estimation : 12

5.4 Planning

5.4.1 Ce qui est fait

Après 6 semaines de travail sur notre projet Q2, jetons un oeil sur ce qui a déjà été éffectué et ce qui reste à faire jusqu'au jury final.

Nous pouvons dire que les points suivants ont été réalisés complètement :

1. Nous avons fait les recherches documentaires sur la distorsion harmonique ainsi que sur la contre-réaction négative. Nous avons effectué une recherche bibliographique assez conséquente pour trouver de la documentation.
2. Le cahier des charges est terminé, il comprend les fonctions, les contraintes et quelques dimensions de notre haut-parleur.
3. Nous avons fait une analyse mathématique (fréquence limite, graphe) et physique (mesures en labo) du filtre passe-bas.
4. Nous avons fait une analyse mathématique (fréquence limite, graphe) et physique (mesures en labo) du filtre passe-haut.
5. Nous avons mesuré le voltage sortant des filtres en fonction de la fréquence.
6. Les dimensions de la bobine ont été calculées.
7. Quelques parties du circuit ont été soudées.
8. Une esquisse de la membrane du haut-parleur a été agencée, même si il reste quelques modifications à faire.

5.4.2 Ce qui restait à faire

Pour les semaines d'après pré-jury nous avions orgagnisé notre temps de la manière suivante.

1. S9 : Finaliser la conception de la membrane et la tester.
2. S10 : Réaliser le caisson dans lequel on mettra notre circuit ainsi que la membrane.
3. S11 : Souder entièrement la deuxième plaque pour faire notre deuxième haut-parleur (si le premier haut-parleur fonctionne).
4. S11 : Réaliser le deuxième haut-parleur en suivant les plans du premier.
5. S12 : Centraliser tous les travaux (bien mettre tout en ordre) et rédiger le rapport final.
6. S13 : Slides pour le jury-final
7. S14 : Préparation de la défense orale et achever les slides.

Nous pouvons dire que nous nous sommes assez bien tenu au planning durant toute la 2ème partie du quadrimestre. Mis à part que le deuxième haut-parleur n'a pas été entièrement réalisé (nous préférions nous concentrer d'abord sur le premier), les étapes ont été réalisé en temps et en heure. La charge de travail était assez bien équilibrée sur les différentes semaines même si nous avons dû travailler plus dur dans les dernières semaines pour construire le haut-parleur et rédiger le rapport.

5.5 Méthode de recherche

5.5.1 La contre-réaction ou réaction négative

Comme suggeré lors de la séance d'information sur la recherche bibliographique, nous avons appliqué la méthode de l'entonnoir. Comme les boucles de contre-réaction sont directement les termes plutôt généraux : *amplificateurs* et *amplifiers*. Nous nous avons ensuite associé à ces et *negative feedback*.

Les différents ouvrages et documents que nous avons utilisés sont listés dans la bibliographie

5.5.2 La distorsion harmonique

Choix du thème Le choix du thème n'a pas été chose aisée. Nous avons commencé par établir un brainstorming afin de réunir le plus d'idée possibles. Cependant, les thèmes proposés nous semblaient trop généraux que pour faire un vrai travail en profondeur tout en restant concis. Quelqu'un a finalement proposé la distorsion harmonique ; un terme visible sur les emballages de haut-parleurs. Curieux d'en apprendre plus sur ce terme presque méconnu, nous avons décidé de débuter notre travail de recherche là-dessus.

Recherche documentaire Etant donné que nous ne connaissions vraiment que très peu sur ce sujet et que nous le devions comprendre en profondeur, nous avons commencé par le terme général de "distorsion". Une première recherche sur internet a permis de fixer les idées à propos de ce terme, et nous avons ensuite pu établir une liste de mot-clefs pour entamer réellement la recherche sur la distorsion harmonique. Nous avons appliqué la "technique de l'entonnoir", et nous réuni assez d'informations que pour écrire ce rapport. Notons tout de même que c'est indiscutablement en anglais que nous avons trouvé le plus d'informations. Nous avons gardé une trace de toutes les sources que nous avons consultées, et cela a rendu l'écriture de la bibliographie nettement plus facile.

5.6 Analyse séquentielle du circuit

Dans cette section, nous allons décrire le fonctionnement du circuit de notre haut-parleur de la manière la plus précise et la plus complète possible.

Cette section est découpée en quatre sections, une pour chaque bloc principal du circuit. Chaque bloc est associé à un rôle bien précis du haut-parleur.

Remarque Dans cette section, la figure associé à chaque composant sera constituée d'un schéma de ce composant à gauche et d'une photo de ce composant à droite.

5.6.1 La connexion avec la prise Jack

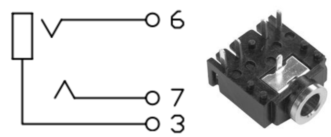

FIGURE 5.4 – Premier bloc du circuit : la prise Jack femelle. (Source : datasheet du composant sur Farnell.com)

Sur ce premier bloc (Figure 5.4), chargé de faire la connexion entre la source (smartphone, iPod, etc) et le reste du circuit, on a la prise Jack femelle. Pour bien comprendre son fonctionnement, regardons d'abord à quoi ressemble la prise Jack mâle dont nous disposons (Figure 5.5).

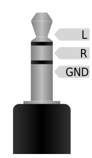

FIGURE 5.5 – Prise Jack mâle 3.5 mm, contact en 3 points. (Source : Wikipédia)

Cette prise Jack mâle sert à transporter un signal stéréophonique, qui sépare le canal gauche et le canal droit. Le canal gauche correspond à la pointe de la prise (L sur la figure), le canal droit correspond à l'anneau de la prise (R sur la figure). Le manchon de la prise correspond quant à lui à la masse.

Sur le schéma du la prise jack femelle (Figure 5.4), on peut alors voir que le signal du canal droit sortira du point 6, tandis que le signal du canal gauche sortira du point 7. La terre est quant à elle reliée au point 3. Sur le dessin de la plaquette (Figure 5.6), on remarque alors que c'est le signal du canal droit qui sera traité par la plaquette, celui-ci se dirigeant vers le point *IN1*. Le canal gauche, dirigé quant à lui vers le point *IN2* pourrait être récupèré et dirigé vers une deuxième plaquette afin que nos deux haut-parleurs soit en stéréo.

5.6.2 Le réglage du volume

Le fonctionnement de ce bloc est relativement simple à comprendre, il est constitué d'un potentiomètre (P1 sur la Figure 5.6), c'est à dire d'une résistance variable. Selon la valeur de la résistance, par la loi d'Ohm, l'amplitude du signal sera plus ou moins réduite et donc le volume sera plus ou moins grand.

Nous disposions de 3 potentiomètres pour réaliser notre haut-parleur, possédant tous une résistance maximale différente :

3386W-1-101-LF	100 Ω
3386W-1-102-LF	1000 Ω
3386W-1-103-LF	10000 Ω

Afin de permettre une plus grande variation du volume, nous avons décidé d'utiliser le potentiomètre avec la plus grande résistance maximale en *P1*.

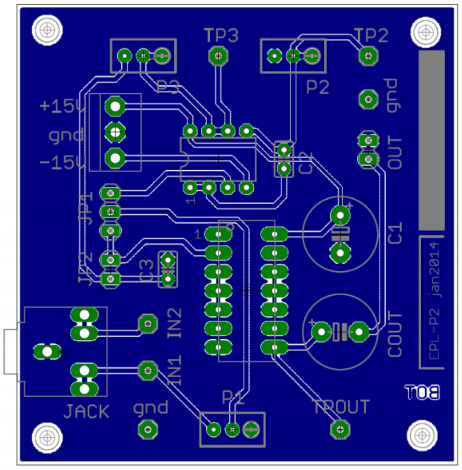

FIGURE 5.6 – Dessin de la face avant du circuit imprimé. (Source : Composants pour le projet P2, iCampus)

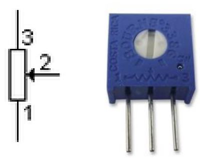

FIGURE 5.7 – Schéma du bloc 2, chargé du réglage du volume. (Soure : datasheet du composant sur Farnell.com)

5.6.3 Le réglage des graves et des aigus

Ce bloc-ci est sans aucun doute le plus compliqué à comprendre. Il est constitué d'un filtre passe-haut (réglage des aigus) et d'un filtre passe-bas (réglage des graves). Le filtre passe-haut est celui qui suit le premier amplificateur (*LM358N-A*), le passe-bas est celui qui suit le deuxième amplificateur (*LM358N-B*). La combinaison des deux filtres forment un filtre passe-bande, représenté sur la Figure 5.8.

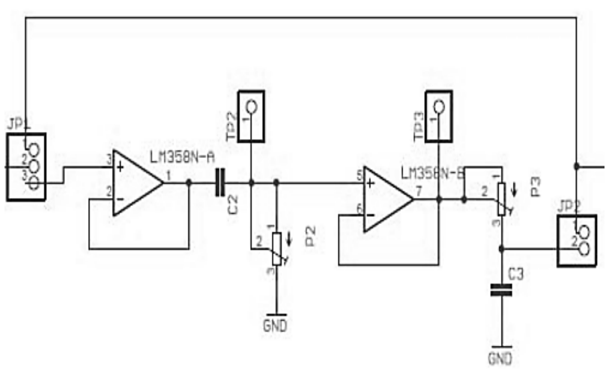

FIGURE 5.8 – Schéma électrique du filtre passe-bande de notre haut-parleur. (Source : Composants pour le projet P2, iCampus)

Ce bloc est plus un petit peu compliqué à situé sur la Figure 5.6 car les deux amplificateurs sont situés dans le Dual ampli-op (LM358N) représenté à la Figure 5.9.

Ce dual ampli-op est alimenté en ±15 V par l'intermédiaire d'un bornier.

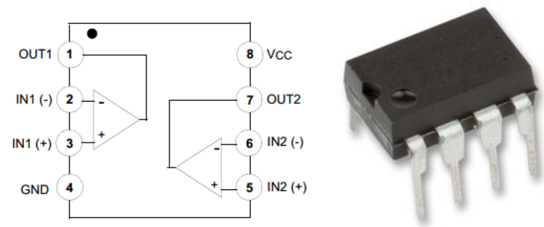

FIGURE 5.9 – Le dual op-amp. (Soure : datasheet du composant sur Farnell.com)

Un autre point intéressant à relever sur le schéma du filtre est la présence d'une boucle reliant la sortie à la borne négative de chaque amplificateur. Ces boucles sont appelées "boucles de contre-réaction". Le gain normal d'un amplificateur est de l'ordre de 10^6. Grâce aux boucles de contre-réaction, on peut contrôler le gain d'un amplificateur. Dans notre cas, le gain de l'amplificateur est ramené à 1. Les deux amplificateurs sont ce qu'on appelle des *suiveurs de tensions*. Leur rôle est de permettre le règlage des graves et des aigus de manière indépendante. Sans ces amplificateurs suiveurs, faire varier le potentiomètre *P2* influencerait non seulement le filtre passe-haut, mais influencerait aussi le filtre passe-bas (car les potentiomètres *P2* et *P3* sont en série).

Chaque filtre (passe-haut et passe-bas) est composé d'un potentiomètre et d'une capacité céramique (Figure 5.10) de 470 nF.

FIGURE 5.10 – Capacité céramique utilisé dans les filtres. (Source : datasheet du composant sur Farnell.com)

Afin d'assurer à notre haut-parleur la plus grande bande passante, nous avons utilisé le potentiomètre dont la résistance maximale est de 1000 Ω) pour le filtre passe-haut et l'autre (dont la résistance maximale est de 100 Ω) pour le filtre passe-bas. En effet, soient f_1 et f_2 les fréquences de coupures respectives des filtres passe-haut et passe-bas, la bande passante est donnée par :

$$f_2 - f_1$$

Pur avoir la plus grande bande passante, il faut donc :

$$f_1 < f_2 \Rightarrow \frac{1}{2\pi R_1 C} < \frac{1}{2\pi R_2 C} \Rightarrow R_2 < R_1$$

Le choix inverse aurait pu aboutir des bandes passantes nulles.

Concernant le câble reliant les points 1 du Jumper 1 (*JP1*) et du Jumper 2 (*JP2*), il s'agit en quelque sorte d'un câble de "‘sécurité"’ que l'on peut connecter afin que le signal ne passe pas par les filtres passe-haut et passe-bas. Cela pourrait nous être utile pour tester notre haut-parleur dans l'hypothèse où un des filtres ne fonctionnerait pas.

Enfin, on peut aussi remarquer une boucle qui relie le point 1 du potentiomètre 3 (*P3*) au reste du circuit. Cette boucle a simplement pour but d'éviter de laisser un câble "‘dans le vide"’, et donc d'éviter les signaux parasites (comme la tension dans les murs, etc).

5.6.4 L'amplificateur de puissance

Cette partie contient l'amplificateur de puissance (aussi appelé amplificateur audio). Cet amplificateur a pour but d'amplifier un signal électrique audio pour permettre le fonctionnement d'un haut-parleur ou d'une

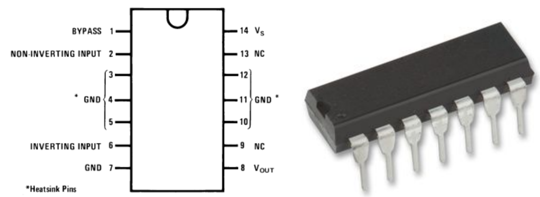

FIGURE 5.11 – L'amplificateur de puissance. (Source : datasheet du composant sur Farnell.com)

enceinte acoustique.

Le nom amplificateur de puissance peut induire en erreur. En effet, comme tout amplificateur, l'amplificateur de puissance agit sur la tension mais son impédance de sortie étant très faible, il peut délivrer une grande puissance (ce qui lui vaut son nom).

Dans notre cas, l'amplificateur a un gain en tension de 50 et une puissance de 2.5 W.

Le premier condensateur *C1* (Figure 5.6) sert à stabiliser la tension d'alimentation de l'amplificateur audio, qui est de 15 V.

Le deuxième condensateur ($COUT$) (Figure 5.6) permet de ne laisser passer que les signaux alternatifs. Il bloque tous les courants continus parasites.

Ces deux condensateurs polarisés ont une capacitance de 470 µF.

FIGURE 5.12 – Condensateurs électrolytiques. (Source : datasheet du composant sur Farnell.com)