Modélisation d'un puissance 4

Adam Creusevault, Virgile Val-Villellas, Matthieu Pays

7 décembre 2023

Un problème Q est un sextuplet (E, i, F, O, P, C) où :

- E est un ensemble d'états
- $i \in E$ un état itinial
- $F \subseteq E$ un sous-ensemble d'états finaux
- $O = \{o : E \nrightarrow E\}$ un ensemble d'opérateur de transformation.
- $P = \{p : O \times E \nrightarrow \mathbb{B}\}$ ensemble des prédicats associés définissant le cas d'applicabilité d'un opérateur sur un état.
- $C = \{c : O \times E \nrightarrow \mathbb{R}^+\}$ un ensemble de fonctions de coûts associées.

On définit le tableau d'un puissance 4 par une matrice $T \in \mathbb{M}_{6,7}([\![0; 2]\!])$ où 0 représente un vide dans le tableau, 1 représente les rouges et 2 représente les jaunes.

$i = O_{6,7}$ c'est-à-dire c'est une matrice remplie de 0. Plus visuellement :

$$i = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

En ce qui concerne F, on a l'ensemble des matrices tel qu'ils ont 4 éléments étant égaux successivement et différents de 0.

cond1 : $m_{i,j} = m_{i+1,j} = m_{i+2,j} = m_{i+3,j} \neq 0$

cond2 : $m_{i,j} = m_{i,j+1} = m_{i,j+2} = m_{i,j+3} \neq 0$

cond3 : $m_{i,j} = m_{i+1,j+1} = m_{i+2,j+2} = m_{i+3,j+3} \neq 0$

$F = \{(m_{i,j})_{i \in [\![1;6]\!], j \in [\![1;7]\!]} |$ cond1 $\vee$ cond2 $\vee$ cond3 $\}$

Pour les opérateurs de transformation, on peut prendre

Pour $M \in \mathbb{M}_{6,7}([\![0; 2]\!])$

ajouterPieceRouge$(M, i, j) = M'$ avec $m'_{i,j} = 1$

ajouterPieceJaune$(M, i, j) = M'$ avec $m'_{i,j} = 2$

ajouterPieceRougeSurPiece$(M, i, j) = M'$ avec $m'_{i,j} = 1$ ajouterPieceJauneSurPiece$(M, i, j) = M'$ avec $m'_{i,j} = 2$

$O = \{$ajouterPieceRouge, ajouterPieceJaune, ajouterPieceRougeSurPiece, ajouterPieceJauneSurPiece$\}$

Pour les prédicats de P, on a :

Pour $M \in \mathbb{M}_{6,7}([\![0; 2]\!])$

p1 = (ajouterPieceRouge$(M, i, j), M)$

$$\text{p\_r1}(\text{ajouterPieceRouge}(M, i, j), M) = \begin{cases} True & \text{si } m_{i,j} = 0 \\ False & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\text{p\_j1}(\text{ajouterPieceJaune}(M, i, j), M) = \begin{cases} True & \text{si } m_{i,j} = 0 \\ False & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\text{p\_r2}(\text{ajouterPieceRougeSurPiece}(M,i,j),M) = \begin{cases} True & \text{si } m_{i+1,j} \neq 0 \wedge m_{i-1,j} = 0 \\ False & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\text{p\_j2}(\text{ajouterPieceJauneSurPiece}(M,i,j),M) = \begin{cases} True & \text{si } m_{i+1,j} \neq 0 \wedge m_{i-1,j} = 0 \\ False & \text{sinon} \end{cases}$$

$P = \{\text{p\_r1}, \text{p\_j1}, \text{p\_r2}, \text{p\_j2}\}$
Pour les coups, on a : $\forall(o,e), c(o,e) = 1$