1 Differential Ecuations

1.1 linearity

$$a_n(x)\frac{d^n y}{dx^n} + ... + a_1(x)\frac{dy}{dx} + a_0(x)y = f(x)$$

1.2 homogeneous ecuations

given:

$$M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$$

the ecuation is homogeneous if M and N are homogeneous functions of the same exponent cambio de variable $y = ux \; o \; x = uy \; , \; dy = xdu + udx$ subsection 1.3

1.3 homogeneous function of grade n

$$f(tx,ty) = t^n f(x,y)$$

1.4 Exact ED

para ser exacta tiene que cumplir dos condiciones

1. $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$
2. $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$

si no las cumple puedes usar el factor integrante para que cumpla subsection 1.8

para resolver toma en cuenta las siguientes dos cosas

$$f(x,y) = \int Mdx + g(y) = \int Ndy + h(x)$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = M \; , \; \frac{\partial F}{\partial y} = N$$

1.5 Bernouully ecuation

aplica cuando la ecuacion diferencial tiene la siguiente forma:

$$P_0(x)\frac{dy}{dx} + P(x)y = F(x)y^n$$

se hace el cambio de variable $u = y^{1-n}$ y se obtiene una ecuacion lineal

1.6 Ricat Ecuation

tiene la siguiente forma

$$y^{'} = Q(x)y^2 + P(x)y + R(x)$$

se hace la sustitucion $y = y_1 + u^{-1}$

1.7 Cauchy Euler ecuation

se usa para resolver una ecuacion de segundo grado

$$ax^2y'' + bxy' + cy = 0$$

$$y = x^r \; , \; x > 0$$

1.8 integrant factor

aplica cuando hay una $f(x,y)$ tal que $f(x,y)(ED) = exacta$

- si $\frac{M_y - N_x}{N}$ es funcion solamente de x entonces $P(x) = \frac{M_y - N_x}{N}$

$$f(x) = e^{\int P(x)dx} \text{ es un factor de integracion}$$

- si $M_y - N_x = m\frac{N}{x} - n\frac{M}{y}$ entonces

$$f(x) = x^m y^n \text{ es un factor de integracion}$$

used by item 1.4

1.9 Linear differential equations

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = q(x)$$

$$u(x) = e^{\int P(x)dx}$$

Sol $= u(x)y = \int u(x)q(x)dx$

1.10 Order Reduction

aplica cuando conoces una solucion de una ED Lineal homogenea de segundo orden

$$y_2 = y_1 \int \frac{e^{-\int P(x)dx}}{y_1^{'}} dx$$

$$y^{''} + P(x)y^{'} + q(x)y = 0$$

1.11 Constant coeficients Ecuation

para poder resolver por este metodo tiene que ser una ecuacion lineal de coeficientes constantes de la forma

$$y^{''}C_1 + y'C_2 + yC_3 = 0$$

se hace la sustitucion

$$y = e^{rx}$$

quedara una funcion cuadratica en terminos de r

se puede llegar a usar la identidad de euler

la solucion queda de la forma:

$$y = C_1 e^{r_1 x} + C_2 e^{r_2 x}$$

tambien puede servir:

$$r = a + bi$$

$$y_1 = C_1 * e^{\alpha x}\cos(bx)$$

$$y_2 = C_2 * e^{\alpha x}(bx)$$

nota: si hay multiplicidad, ejemplo: $(r-1)^3 = 0$

$$y_h = e^{rx} + xe^{rx} + x^2 e^{rx}$$

siendo que r = 1 entonces:

$$y_h = e^{x} + xe^{x} + x^2 e^{x}$$

1.12 parameter variation

tienen la forma $k_1 y^{''} + k_2 y^{'} + k_3 y = f(x)$

$$u_1 = -\int \frac{y_2 f(x)}{W} dx \qquad u_2 = \int \frac{y_1 f(x)}{W} dx$$

$$W = \begin{vmatrix} y_1 & y_2 \\ y_1^{'} & y_2^{'} \end{vmatrix}$$

siendoy_h la solucion de la ecuacion homogenea asociada

$$y_h = C_1 y_1 + C_2 y_2$$

y siendo y_p la solucion definitiva

$$y_p = u_1 y_1 + C_2 y_2$$

1.13 Indeterminate Coeficients

$$r(x) = \text{polinomio, exponencial, Seno, Coseno}$$

pasos:

1. Calcular y_n es decir calcular la ecuacion homogenea relacionada, por coeficientes constantes
2. Encontrat y_p

caso 1 No hay funciones en comun con r(x)
nota: tomar en cuenta el teorema de superposicion de soluciones si

$$r(x) = x^3 + x + 108x$$

simplemente se suman los proposiciones

$$y_p = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D + A(8x) + B\cos(8x)$$

y lo mismo aplica para la multiplicacion

- $y^{''} + C_1 y^{'} + c_2 y = x^3 + x$
  proponer $\rightarrow y_p = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$
- $y^{''} + C_1 y^{'} + c_2 y = 108x$
  proponer $\rightarrow y_p = A(8x) + B\cos(8x)$
- $y^{''} + C_1 y^{'} + c_2 y = 12e^{5x}$
  proponer $\rightarrow y_p = Ae^{5x}$

caso 2 hay funciones que coinciden con r(x)
simplemente multiplicar la funcion for x hasta que no hayas funciones en comun con x pero tiene que ser la x^n mas pequena posible