

Suites de fonctions

Types de convergence

Définition : Suite de fonctions

On appelle suite de fonctions de D vers \mathbb{K} toute suite $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ou $(f_n)_{n \geq n_0}$ (pour un certain $n_0 \in \mathbb{N}$) où $\forall n, f_n : D \rightarrow \mathbb{K}$

Convergence simple

Soit $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite de fonctions de D vers \mathbb{K} .

Définition : Convergence simple.

On dit que la suite de fonctions $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge simplement (CVS) sur $A \subset D$ vers $f : A \rightarrow \mathbb{K}$ si :

$$\forall x \in A, \text{ la suite numérique } (f_n(x))_{n \in \mathbb{N}} \text{ converge vers } f$$

C'est-à-dire :

$$\forall x \in A, f_n(x) \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} f(x)$$

C'est-à-dire :

$$\forall x \in A, \forall \varepsilon > 0, \exists N \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N}, (n \geq N \Rightarrow |f_n(x) - f(x)| \leq \varepsilon)$$

On dira que $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ CVS sur A s'il existe une fonction $f : A \rightarrow \mathbb{K}$ telle que $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ CVS sur A vers f .

Définition : Domaine de convergence simple

Le domaine de convergence simple de la suite de fonctions $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ de D vers \mathbb{K} est la plus grande partie $A \subset D$ sur laquelle $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ CVS.