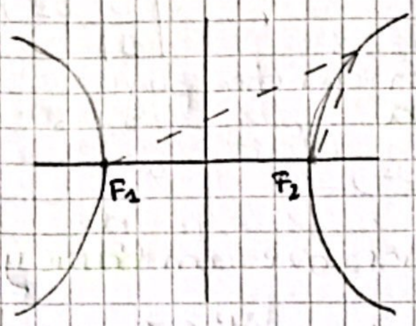
# iperbole

- L'iperbole è il luogo geometrico dei punti del piano per cui è costante la differenza delle distanze dai 2 punti fissi detti fuochi è costante




$\overline{PF_1} - \overline{PF_2} = K$ costante

$F_1(-c;0)$
$F_2(+c;0)$ ] centro

$$\overbrace{\sqrt{(x+c)^2+(y-0)^2}}^{\overline{PF_1}} - \overbrace{\sqrt{(x-c)^2+(y-0)^2}}^{\overline{PF_2}} = K$$

- al posto di K sostituiamo una certa quantità

$$\sqrt{(x+c)^2+(y-0)^2} - \sqrt{(x-c)^2+(y-0)^2} = 2a$$

$$\left(\sqrt{(x+c)^2+y^2}\right)^2 = \left(2a+\sqrt{(x-c)^2+y^2}\right)^2$$

$$(x+c)^2+y^2 = 4a^2+(x-c)^2+y^2+4a\sqrt{(x-c)^2+y^2};$$

$$\cancel{x^2}+\cancel{c^2}+2cx+\cancel{y^2} = 4a^2+\cancel{x^2}+\cancel{c^2}-2cx+\cancel{y^2}+4a\sqrt{(x-c)^2+y^2};$$

$$4cx-4a^2 = 4a\sqrt{(x-c)^2+y^2};$$

$$(cx-a^2)^2 = a^2\left[(x-c)^2+y^2\right];$$

$$c^2x^2+a^4-2cxa^2 = a^2(x^2+c^2-2cx+y^2);$$

$$cx^2+a^4-\cancel{2ca^2x} = a^2x^2+a^2c^2-\cancel{2ca^2x}+a^2y^2;$$

$$c^2x^2-a^2x^2-a^2y^2 = a^2c^2-a^4;$$

$$x^2(c^2-a^2)-a^2y^2 = a^2(c^2-a^2);$$

$$\frac{x^2b^2}{a^2b^2} - \frac{y^2a^2}{a^2b^2} = \frac{a^2b^2}{a^2b^2}$$

$$\boxed{\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1}$$

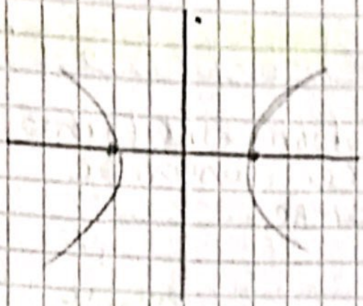
equazione iperbole

$c^2-a^2=b$

$|c|>|a|$

a, b, fuoco

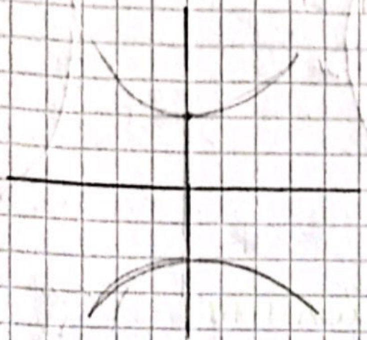
Scansionato con CamScanner



punti di intersezione della curva $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ con l'asse x

$$\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \\ y = 0 \end{cases} \qquad a \neq 0 \quad b \neq 0$$

la curva interseca nei punti $+a$ e $-a$



punti di intersezione con l'asse y

$$\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 ; \quad -\frac{y^2}{b^2} = 1 \\ x = 0 \end{cases}$$

$y^2 = -b^2$ **NO!** non è possibile perché è negativa.

- La curva non tocca mai l'asse y per cui vengono chiamati: VERTIGI IMMAGINARI

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 ; \quad \frac{y^2}{b^2} = \frac{x^2}{a^2} - 1 ;$ isolo la y

$\frac{y^2}{b^2} = \frac{x^2 - a^2}{a^2} ; \quad y^2 = b^2 \left( \frac{x^2 - a^2}{a^2} \right) ;$

$y^2 = \frac{b^2}{a^2} (x^2 - a^2) ; \quad y = \pm \sqrt{\frac{b^2}{a^2} (x^2 - a^2)} ;$

$$\boxed{y = \pm \frac{b}{a} \sqrt{x^2 - a^2}}$$

→ rappresentano la curva per i punti

$y = \pm \frac{b}{a} \sqrt{x^2 - a^2}$

$x^2 - a^2 \geq 0$

$x^2 \geq a^2 \quad \rightarrow \quad x^2 = a^2$

$x = \pm a$ soluzioni eq. associata alla disequazione.

$x \leq -a \qquad x \leq +a$ condizione dell'esistenza della radice.

- **rami dell'iperbole**: sono le 2 curve che costituiscono
- **assi**: sono le rette rispetto alle quali l'iperbole viene suddivisa in 2 parti uguali e simmetriche. L'iperbole interseca sempre uno dei 2 assi
- **semiasse trasverso**: è la semidistanza tra i 2 rami
- **vertici**: sono i punti di intersezione con uno dei 2 assi
- **centro**: è il punto di intersezione degli assi e corrisponde al centro di simmetria dell'iperbole.
- **fuochi**: sono due punti fissi rispetto ai quali è costante la differenza delle distanze, da ogni punto appartenente all'iperbole, e appartengono sempre all'asse che interseca l'iperbole
- **semidistanza focale**: è la semidistanza tra i 2 fuochi
- **eccentricità**: è un valore che esprime la deformazione dell'iperbole rispetto agli assi. In termini di grandezza quanto l'iperbole è schiacciata rispetto ad essi.
- asintoti: sono le rette a cui si approssimano i rami dell'iperbole all'infinito e che passano per il suo centro

**Semidistanza focale**:

$$c = \sqrt{a^2+b^2}$$

**asintoti**

$$y = \pm \frac{b}{a} x$$

**eccentricità**

$e = \frac{c}{a}$ dove $c = \sqrt{a^2+b^2}$

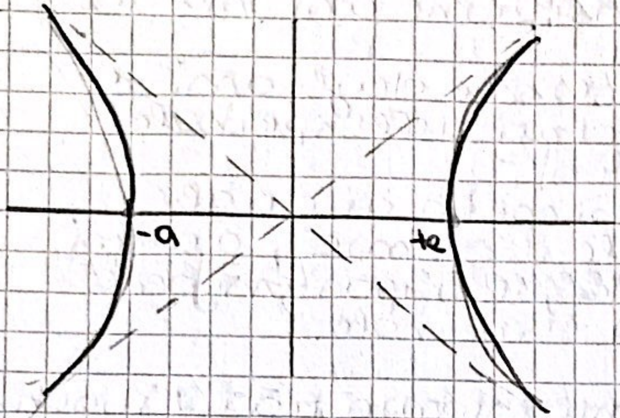
$\boxed{e > 1}$

Scansionato con CamScanner

# iperbole equilatera

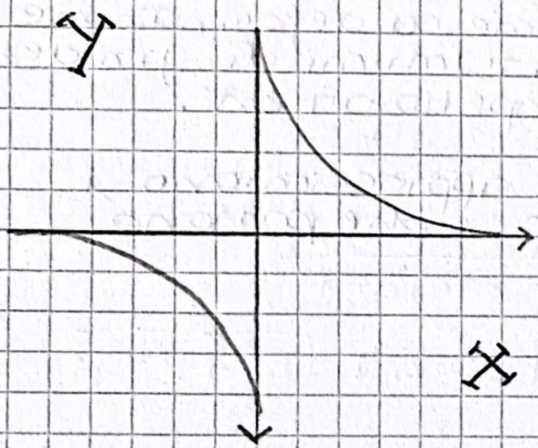
se $|a| = |b|$ se e solo se $a=b$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \longrightarrow x^2 - y^2 = a^2$$




le 2 bisettrici degli assi cartesiani sono perpendicolari tra loro

$y = -x$ 1° asintodo
$y = x$ 2° asintodo




se si ruota il sistema cartesiano gli assi cartesiani diventano gli asintodi, ei ruoto di 45°

eq. iperbole $K = 2a^2$

$xy = K$ funzione

$x \longrightarrow X$
$y \longrightarrow Y$

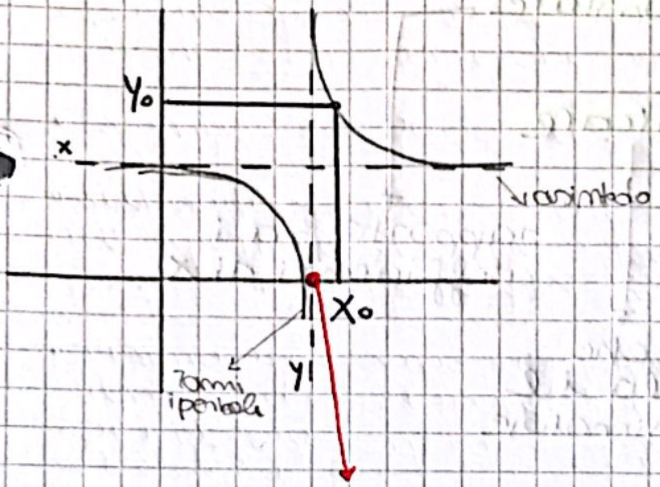
Scansionato con CamScanner

# iperbole traslata

funzione omografica: $y = \frac{ax+b}{cx+d}$

nasce dall'iperbole equilatera con gli asintoti che diventano gli assi.

es: $y = \frac{2x-3}{3x+3}$ per poterla scrivere dobbiamo usare gli assi cartesiani traslati.




iperbole traslata e ruotata

[trovare gli asintoti da $y = \frac{ax+b}{cx+d}$]

la curva in questo punto non esiste, salendo o scendendo la funzione NON esiste, perché non abbiamo un valore di x con il corrispondente valore di y.

→ affinché esista la funzione

$cx+d \neq 0$

$x \neq -\frac{d}{c}$

$\boxed{x = -\frac{d}{c}}$

↳ asintoto verticale, valore che fa perdere di significato la funzione.

**ASINTODO VERTICALE**

è il valore che annulla la funzione. Ha al denominatore il valore zero.

asintodo orizzontale?

→

Scansionato con CamScanner

1. trovo il valore di $x$ a cui non risponde nessuna $y$
2. inverto la funzione, per primo ricavo $X$
3. $y = \frac{ax+b}{cx+d}$; $y(cx+d) = (ax+b)$;

   $cyx + yd = ax + b$; $cyx - ax = b - yd$;

   $x(cy - a) = b - yd$; $x = \frac{b-yd}{cy-a}$;

   $cy - a \neq 0$;

4. $y = \frac{a}{c}$ asintodo orizzontale

   $x = -\frac{d}{c}$ asintodo verticale

rapporto fra i coefficienti di $x$

valore che annulla il denominatore

Scansionato con CamScanner