

Resumen para Sistemas electromecánicos: “Violencia moderada”

Felipe Vera A.

1. Circuitos magnéticos

1.1. Glosario

- \vec{J} : Densidad de corriente superficial. $\left[\frac{A}{m^2}\right]$
- I : Corriente $[A]$
- \vec{H} : Intensidad de campo magnético. $\left[\frac{A}{m}\right]$
- \vec{B} : Densidad de flujo de campo magnético. $[T]$ o $\left[\frac{Wb}{m^2}\right]$
- μ : Permeabilidad magnética del medio. Relaciona la intensidad de campo magnético con la densidad de flujo en éste. Es aprox. constante en medios no ferromagnéticos como el aire.
 $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \approx 1,257 \cdot 10^{-6} \left[\frac{Wb}{Am}\right]$
- F : Fuerza magnetomotriz. Corresponde a la corriente que genera el campo magnético. $[A.v]$
- Φ : Flujo magnético. Son las líneas de campo magnético que atraviesan una superficie. $[Wb]$
- \mathcal{R} : Reluctancia magnética. $\left[\frac{A.v}{Wb}\right]$ Su inverso es la *permeancia* Λ .
- $A.v$: Ampére-vueltas. Sirve como unidad de medida de una fuerza magnetomotriz generada por un enrollado de varias espiras.

1.2. Leyes principales

Ley de Ampère Permite relacionar un campo magnético alrededor de un objeto con la corriente que circula por éste.

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{s}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

De acuerdo a las conclusiones obtenidas a la figura de la izquierda...

$$H \cdot 2\pi r = I$$

Luego, se puede obtener que el campo magnético producido por una espira corresponde a

$$H = \frac{I}{2\pi r}$$

La densidad de líneas de campo magnético Está ligado a la intensidad de campo magnético por medio de la *permeabilidad magnética* y refleja qué tan bien están alineados los dipolos magnéticos que componen al material.

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$$

El flujo magnético Es una unidad que permite resumir las líneas de campo magnético que hay dentro de un medio (en este caso un núcleo ferromagnético) en una unidad sin depender de una densidad; del mismo modo que la corriente eléctrica.

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

Permeabilidad magnética Relaciona la intensidad y la densidad del campo magnético. Depende del material.

A campos pequeños μ actúa como una constante de proporcionalidad, pero a medida que \vec{H} aumenta mucho, μ se hace cada vez más pequeño, debido a la *saturación*, y esto es porque el material llegó a un punto al cual los dipolos magnéticos están tan bien ordenados que se hace bastante difícil ordenarlos aún más.

Reluctancia/Permeancia La reluctancia es una característica del material de oponerse a la inducción magnética, y la permeancia es la de permitir la inducción. Esta variable es similar a la resistencia eléctrica, depende del largo del trozo de material l , de su área transversal S , y de alguna característica del material μ .

$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu S}$$

1.3. Circuitos magnéticos

Los circuitos eléctricos tienen características bastante similares a los circuitos magnéticos.

- Por los conductores pasa mucha más corriente que en los dieléctricos. Del mismo modo, por los materiales ferromagnéticos pasa un flujo magnético mucho mayor a los materiales diamagnéticos (comparar cobre \Leftrightarrow aire; y hierro \Leftrightarrow aire)
- El concepto de **flujo magnético** (Φ) es muy similar al de **corriente eléctrica** (I).
- Del mismo modo, la **fuerza magnetomotriz/corrientes de inducción** ($F = N \cdot I$) con la **tensión eléctrica** (V).
- Ídem con la **reluctancia** (\mathcal{R}) y la **resistencia eléctrica** (R).

Como se puede ver, el reactor con entrehierro y un devanado puede modelarse como dos reluctancias en serie, una para cada material, analizando el largo de recorrido del flujo magnético l_a y l_i .

Dependiendo del caso pueden modelarse como reluctancias en serie y en paralelo, así como devanados serie-paralelos también.

1.4. El reactor: Desidealizando al inductor

Al principio se puede pensar en el reactor como una inductancia ideal, si la permeabilidad del material ferromagnético es infinita (todo el flujo magnético generado por el o los devanados circula a través del núcleo y nada por el aire, a menos de que posea un entrehierro deliberadamente)

La inductancia del reactor es directamente proporcional a la **permeancia total** Λ de éste, y también depende del número de espiras del devanado.

Recordemos que la permeancia juega un rol similar a la *conductancia* en los ctos. magnéticos, es el inverso de la reluctancia \mathcal{R} .

$$L = \Lambda_{\text{total}} \cdot N^2 \quad L = \frac{N^2}{\mathcal{R}}$$

Se puede relacionar la tensión entre los bornes de la bobina con el flujo magnético en el núcleo a través de la Ley de Faraday. La integral de línea del campo eléctrico corresponde a la tensión eléctrica, y la integral doble del campo magnético, el flujo generado por cada espira, por lo que esa cantidad se multiplica finalmente por N número de espiras.

$$\int_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \underbrace{\frac{-\partial}{\partial t} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{s}}_{\text{Por cada espira}} \Rightarrow V = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt} \Rightarrow V = -N A \cdot \frac{dB}{dt}$$

En caso de que se trabaje en CA, la amplitud de la tensión y el campo magnético serán \hat{V} y \hat{B} ; y $B(t) = \hat{B} \cdot \cos(2\pi f t)$.

$$V(t) = -N A \cdot \frac{dB(t)}{dt} \Rightarrow \hat{V} = 2\pi f N A \hat{B}$$

Para tensión RMS, $\hat{V} = \sqrt{2} \cdot V_{\text{RMS}}$.

Dispersión La dispersión se modela como un camino alternativo por el cual circula el flujo magnético por dentro del núcleo. Por lo tanto, se puede pensar como una reluctancia en *paralelo* L_{σ} .

$$L_{\text{total}} = N^2 \cdot (\Lambda_i + \Lambda_{\sigma}) = N^2 \cdot \left(\frac{1}{\mathcal{R}_i} + \frac{1}{\mathcal{R}_{\sigma}} \right)$$

Pérdidas en devanado y en el núcleo Cuando las corrientes se hacen grandes y los alambres del devanado se hacen largos (200 espiras no es menor), la **resistencia del devanado** R_{cu} se hace cada vez más notoria. Se representa como una resistencia en serie con todo el reactor.

Además el núcleo tiene pérdidas por sí mismo. El hierro también es un material conductor y se induce corriente a sí mismo, provocando el fenómeno de *corrientes parásitas*. Aparte están también las pérdidas por histéresis. Esto se representa como una resistencia R_{fe} en paralelo con la inductancia del núcleo L_i .

1.5. Campo magnético y energía

Energía La potencia dentro del entrehierro puede conocerse ocupando la fórmula clásica $P = V \cdot I$. Como sabemos por ley de Faraday:

$$V = -NA \cdot \frac{dB}{dt} \quad \Rightarrow \quad P = -IN \cdot A \frac{dB}{dt}$$

Por ley de Ampère, se sabe:

$$H = \frac{NI}{l} \quad \Rightarrow \quad P = - \underbrace{Al}_{\text{Volumen}} \cdot \frac{NI}{l} \cdot \frac{dB}{dt}$$

$$W = P dt = -\text{Vol} \cdot H dB$$

Histéresis Para alinearse, los dipolos magnéticos del material tienen un pequeño retardo, lo que se traduce en histéresis. Es decir, al aplicar la misma intensidad de campo magnético (H) -consecuencia de la misma corriente en un devanado-, el flujo magnético (B) dentro del núcleo no siempre será el mismo y dependerá de su estado anterior.

Pérdidas por corrientes parásitas/de Foucault

Cuantización en transformadores basados en chapas silicosas (de baja frecuencia)