dimanche 6 décembre 2020

Nous allons déjà dans un premier temps commencer par définir ce qu'est une loi symétrique alpha stable ? Et montrer comment en simuler une ?

Puis dans un second temps, nous allons voir des simulations de la nage du requin dans différents cas : sous critique, critique et supercritique.

Donc qu'est ce qu'une loi alpha stable symétrique ? Et bien on dit qu'une variable aléatoire X suit une loi symétrique alpha stable pour tout alpha appartenant à 0, 2 et qui vérifie la fonction caractéristique que vous voyez ci dessous.

Et aujourd'hui, nous allons utiliser quelques lois alpha stable symétrique de paramètre d'échelle sigma = 1, qui suivront une loi de Lévy avec alpha = 1/2 ou encore une loi Normale avec alpha = 2

Pour simuler une variable qui suit une loi alpha stable symétrique, nous allons utiliser cette proposition, qui comporte plusieurs variables aléatoires, qui sont U, et V qui suivent chacune une loi uniforme l'un sur 0, 1 l'autre sur -1, 1. Et bien sûr nous avons notre paramètre de stabilisation alpha. On remarque que lorsqu'alpha est égale à 1 alors X suit une fonction de Cauchy.

Maintenant, penchons sur le cas alpha p supérieur à 1, autrement dit dans le cas super critique. Nous savons que dans ce cas là, S_n sur n puissance p converge presque surement vers une variable aléatoire réelle finie que nous appelons Z. Et dans ce cas là, on ne connait pas réellement la loi de Z. Bien sûr pour être dans ce cas il faut que p soit supérieur à 1/2.

Déjà en prenant alpha = 2 et p = 9/10, on obtient bien un cas super critique, et on remarque que la variable aléatoire Z semble converge presque surement vers quelque chose, dont on ne connait pas réellement sa loi, qui n'est pas la loi normale malgré le fait qu'alpha soit égale à 2. De plus, on peut dire qu'il y a eu très peu de valeurs aberrantes.

Cette fois ci en changeant le paramètre de mémoire par p = 3/4, on remarque un changement. En effet, comme précédemment elle converge presque surement vers Z. Là, on sait que la variance est élevé parce qu'il y a une grande dispersion de valeurs.

De même pour notre dernier cas, p = 2/3, dont on voit que la convergence est propre.