

# Costas Loop Demodulator

Visier Rational  
Lumen Institute  
visier@lument.org

Visier Emotional  
Lumen Institute  
visier@lument.org

Visier Philosophical  
Lumen Institute  
visier@lument.org

## Abstract

本文介绍了 Costas Loop（Costas 环）在数字通信中进行载波恢复的基本原理与 FPGA 实现方法。重点分析其用于 BPSK/QPSK 解调中的原理结构，包括 NCO、混频器、低通滤波器和环路滤波器等关键模块。

## 1 Introduction

本文档用于解释 Costas Loop（Costas 环）在数字通信接收系统中进行载波同步与相位恢复的原理与设计。本文以 FPGA 为主要实现平台，涵盖了 NCO、乘法器、低通滤波器、环路滤波器等基本模块的设计与功能分析。

## 2 Principle of Costas Loop

Costas 环是一种用于同步解调 BPSK 和 QPSK 信号的锁相环结构，它通过构建一个反馈系统，在解调过程中自动校正载波的相位误差。其工作流程包括以下几个关键部分：

- 输入为经过调制的射频信号（例如 BPSK:  $s(t) = A \cos(2\pi f_c t + \theta(t))$ ）
- 正交混频器将信号分别与 NCO 输出的  $\cos$  与  $\sin$  信号相乘，得到 I/Q 分量。
- 低通滤波器提取基带分量。
- 相乘形成误差信号  $e(t)$ ，驱动环路滤波器调整 NCO 相位。

### 2.1 BPSK Costas Loop 结构推导

BPSK 信号：

$$s(t) = A \cos(2\pi f_c t + \pi b(t))$$

，其中  $b(t) \in \{0, 1\}$

使用本地产生的  $\cos(2\pi f_c t + \hat{\theta})$  和  $\sin(2\pi f_c t + \hat{\theta})$  进行解调：

I 分量：

$$I(t) = s(t) \cdot \cos(2\pi f_c t + \hat{\theta})$$

Q 分量：

$$Q(t) = s(t) \cdot \sin(2\pi f_c t + \hat{\theta})$$

经过低通滤波后，有：

$$I(t) \approx \frac{A}{2} \cos(\Delta\theta(t))$$

$$Q(t) \approx \frac{A}{2} \sin(\Delta\theta(t))$$

其中  $\Delta\theta(t) = \theta(t) - \hat{\theta}(t)$  为相位误差。

生成误差信号：

$$\begin{aligned}e(t) &= I(t) \cdot Q(t) \\&\approx \frac{A^2}{4} \cos(\Delta\theta(t)) \sin(\Delta\theta(t)) \\&= \frac{A^2}{8} \sin(2\Delta\theta(t))\end{aligned}$$

该误差信号可驱动环路滤波器（例如 PI 或二阶滤波器），进一步控制 NCO，相位锁定。

## 2.2 FPGA 实现结构说明

模块结构：

- ADC 接口：输入采样信号
- Quadrature Mixer：分别与 NCO 输出的  $\cos$  和  $\sin$  相乘
- FIR 低通滤波器：滤除混频结果中的高频分量
- 误差计算单元：计算  $e[n] = I[n] \cdot Q[n]$
- Loop Filter：积分器 + 比例环节，输出频率增量
- NCO：接收频率增量，生成新的载波相位

## 2.3 数字误差估计与调节

使用差分环实现误差导数的近似：

$$f[n] = f[n-1] + k_p \cdot e[n] + k_i \cdot \sum e[n]$$

系统可通过调节比例常数  $k_p$  和积分常数  $k_i$  控制锁定速度和抖动大小。



Costas 环适用于载波未知、符号已知的同步系统，不能直接用于 FM 等频率调制信号

## 3 小结与建议

Costas 环是一种强健的载波同步方案，广泛应用于 BPSK、QPSK 系统中。通过本文的分析与 FPGA 实现验证，可以为后续通信系统开发提供可靠的同步模块支持。