

# 港珠澳大桥安全策略与通行能力的模型

## 摘要

本文对港珠澳大桥桥梁设计与安全策略进行研究,首先对转向立交桥弯道处的行驶速度进行建模,得到在弯道处的车辆最大安全行驶速度。其次对不同风向的台风天气条件下整座大桥车辆最大安全行驶速度和台风级数的关系模型进行建模并求解。最后考虑车辆安全通行、气候情况等因素,对港珠澳大桥的通行能力进行建模,得到了最大通行能力下机动车通过大桥的时长。

**针对问题一**,我们通过对车辆在弯道处的受力情况以及稳定性的临界条件进行分析,分别建立了弯道路段车辆侧滑临界速度模型和弯道路段车辆侧翻临界速度模型,为了得到较为准确的数据,我们使用地图软件通过比例尺计算了港珠澳大桥部分经典弯道的半径等重要参数,通过编写 C++ 程序分别计算出了不同路面附着系数和车辆重心高度以及轮距等参数条件下弯道处侧滑和侧翻临界条件下的车辆最大行驶速度,对二者取最小值得到了弯道处的车辆最大安全行驶速度。

**针对问题二**,我们引入并建立了风速车辆气动模型,对车辆在不同风向的台风条件下行驶时风对车辆的各种作用力以及力矩进行分析,我们以车辆中心为坐标原点,建立三维坐标轴,将侧风在空间坐标系中沿  $X$  轴负向、 $Y$  轴正向、 $Z$  轴正向分解得到三个分力  $F_\alpha$ 、 $F_\beta$ 、 $F_\gamma$ ,并引入了车辆的气动六分量,通过对不同方向台风条件下行驶的车辆进行受力分析,建立了台风作用下的车辆行驶安全模型,并构建约束优化模型,对不同风偏角和不同路面附着系数条件下的车辆最大行驶速度进行建模和求解,使用 python 语言编程对模型结果进行了求解。最后我们使用了车辆动力学领域常用软件 CarSim 进行仿真验证,得到了相应条件下的标准数据。我们进一步通过标准数据通过构建 BP 神经网络建立了安全车速预测模型。

**针对问题三**,我们引入了交通流模型,用车流量衡量大桥的通行能力,并分析车流量与速度之间的关系,考虑港珠澳大桥的实际情况引入  $K-v$  指数关系模型,通过求导等方式得到最大流量对应的速度。对模型中的畅行速度建立多元回归线性模型,通过搜集到的数据编写相应代码对该模型进行拟合。综合交通流模型、 $K-v$  指数关系模型和多元回归线性模型得到完整的通行能力关于各影响因素的模型。最后根据题意对模型中的变量赋值,得到一组最大通行能力对应的速度和通行时间的估计值。

**关键词:** 车辆弯道速度模型; 风速车辆气动模型; BP 神经网络; 交通流模型;  $K-v$  指数关系模型; 多元线性回归模型

# 1 问题重述

## 1.1 问题背景

港珠澳大桥是我国自主设计和建造的世界最长跨海大桥，也是我国交通史上技术最复杂，建设要求及标准最高的工程之一。大桥主体工程采用桥、岛、隧组合的设计，技术复杂，施工难度大。从 2009 年 12 月动工建造，到 2018 年 10 月正式通车，工程耗时约 9 年，总投资 1269 亿元，创下多个世界纪录，被业界誉为桥梁界的“珠穆朗玛峰”，也被英国《卫报》评为“新的世界七大奇迹”之一。

大桥全长 55 公里，东接香港，西接珠海、澳门，建成通车后大大缩短了香港、珠海和澳门三地间的时空距离，将珠海、澳门与香港间的车程从 3 小时缩短至 30 分钟，极大地促进了人员、货物、技术及资金的流动，从而起到创造新的经济增长点，促进粤港澳地区经济协同发展的重要作用，奠定了粤港澳大湾区成长为世界级大湾区的基础。但是由于港澳与内地的驾驶习惯、交通规则不同，大桥通过转向立交桥实现两方车辆在靠左和靠右行驶的自然过渡，车辆需要经过转向立交桥的弯道，同时，由于珠江入海口处的气象及水文特征复杂，桥上行驶的车辆易受海上风力的影响，这些都带来了潜在的安全隐患。因此，研究车辆在弯道处以及台风天气下的安全行驶速度和大桥在各种因素影响下的通行效率，保证车辆在港珠澳大桥上的安全行驶，保证大桥能够高效平稳运行，发挥其沟通粤港澳三地经济要素作用，使工程资金及时间的投入得到回报，就具有重要意义。

## 1.2 问题要求

- (1) 分析车辆在转向立交桥弯道处行驶速度的影响因素，在综合考虑汽车质量、受力情况和弯道曲线的基础上，建立车辆行驶速度的数学模型，给出车辆的最大安全行驶速度。
- (2) 在台风风级不超过 16 级，汽车最大行驶速度不超过 100km/h 的前提下，考虑不同风向的台风天气和汽车质量、高度、气动外形的影响，从受力角度分析行驶中的车辆受到风力的影响，给出大桥上汽车最大安全行驶速度和台风级数的关系。
- (3) 假定大桥主体工程全线设计通行最大速度为 100km/h，在满足车辆安全的情况下，模拟驾驶人选择超车或跟驰等行驶策略，并考虑气候情况、交通事故、交通控制等因素，建立港珠澳大桥通行能力的模型，并在给出最大通行能力下机动车通过大桥的时长。

## 2 问题分析

### 2.1 车辆在转向立交桥弯道处的行驶速度

问题一给出了汽车质量的参考范围,需要我们考虑港珠澳大桥香港和澳门口岸的转向立交桥弯道部分的情况,包括弯道曲线、倾角、路面附着系数等因素,同时根据汽车质量、质心高度的变化,建立车辆在弯道处行驶的模型,得出不同情况下车辆的最大安全行驶速度。常见的双向车道弯道曲线一般有基本型曲线、S型曲线、卵形曲线、凸型曲线、复合型曲线等,查阅网络资料可知港珠澳大桥的转向立交桥部分主要是基本型曲线和凸型曲线,需要考虑弯道半径和超高。根据国内外在弯道安全车速计算方面的研究,车辆在弯道处发生的事故主要为超速引起的侧滑和侧翻事故。汽车在弯道行驶时受到指向弯道外侧的离心力,弯道路面外侧会有一定的超高以平衡离心力。当车辆行驶速度过高导致路面提供的摩擦力和超高带来的重力分力不足以平衡离心力时,就会发生侧滑事故。对于重心位置较高的车辆,当其在弯道高速行驶时,还会受到由离心力和横向附着力组成的倾覆力矩,从而引发车辆重力向转弯外侧轮胎转移,一旦倾覆力矩增加到使转弯内测轮胎脱离路面时,便出现侧翻事故。<sup>[1]</sup>所以,要计算车辆在弯道处的最大安全行驶速度,需要综合侧滑与侧翻两种失稳事件,分别计算两种情况的失稳临界速度,通过比较取较小值。在计算中需要考虑的因素包括弯道半径,弯道超高,路面附着系数,车辆轮距和车辆重心高度等。

### 2.2 汽车安全行驶速度与台风级数的关系

在问题二中,我们引入了台风天气对汽车最大安全行驶速度的影响,由于不同车型相关参数不同,风力对其影响也会相应改变,所以在本节我们首先建立了风速车辆气动模型,根据我国汽车行业标准的规定,在汽车车型分类中,乘用车主要分为基本型乘用车、多功能车、运动型多用途车和交叉型乘用车四类,我们在此四类中选取一款代表车型进行研究。在台风条件下对车辆进行受力分析并建立模型,从而得到了车辆不同台风方向和强度下的侧向风压,进而我们可以分析得到各侧向对应的汽车行驶速度。

为了得到更加具有可信力的数据,我们使用 CarSim 软件的侧风模型板块仿真了车辆在不同风向和风速的条件下的运动特性参数。通过仿真得到的数据我们构建并训练了反向传播(Back Propagation, BP)神经网络建立预测模型以预测出在台风因素影响下的安全行驶车速。

### 2.3 港珠澳大桥通行能力的模型

问题三中需要我们建立大桥通行能力的模型,并要求我们考虑多种影响因素。大桥的

通行能力上的交通流衡量，可以用速度、密度以及流量三个参数来描述交通流的基本特征。显然大桥的通行能力由流量直接决定，而流量由速度和密度决定。由前两问得到的结果可知，要保证车辆安全行驶，通过弯道时的速度就会受到限制，并且风、雨等气候因素同样会影响车辆在大桥行驶的最大安全速度。随着车速增加，为保证安全，车辆间距需要增大，密度就会下降；而密度越大，刹车距离变小，速度需要降低。港珠澳大桥由桥、岛、隧三部分组成，主体桥梁和沉管隧道连接处显然需要控制车辆的速度，驶入或离开大桥需要通过收费站，这会影响桥上的车辆密度。而上述的这些影响因素都会在一定程度上带来交通事故的风险，事故本身和事故的处理都有可能造成桥上的交通拥堵，所以我们必须考虑交通事故出现的概率以及处理需要的时间。我们需要在综合考虑上述所有影响因素的情况下，建立大桥的交通流模型，并在不出现交通事故的最大通行能力下，给出机动车通过大桥的时长。

### 3 模型假设

- (1) 忽略车辆在弯道行驶的过程中所受空气阻力和侧向风等干扰。
- (2) 不考虑驾驶人因素对弯道安全车速的影响。
- (3) 不考虑制动引起的弯道侧滑事故。
- (4) 忽略道路纵向坡度对车辆速度的影响。
- (5) 假设车辆直行过程中受到侧风后产生的侧向最大摩擦力约等于滑动摩擦力。
- (6) 将交通流模型中的速度视为车辆通过大桥的平均速度。
- (7) 将大桥视为整体，不考虑各部分影响因素的不同。

### 4 符号说明

序号	符号	定义	单位
1	$v_h$	侧滑临界速度	$m/s$
2	$v_f$	侧翻临界速度	$m/s$
3	$i_z$	路面超高的横坡比	--
4	$\theta$	弯道横截面倾角	--
5	$h_c$	车辆重心高度	$m$
6	$R_w$	弯道半径	$m$
7	$\mu$	路面附着系数（静摩擦因数）	--
8	$m$	汽车质量	$kg$

9	$F_c$	汽车转弯时的惯性离心力	$N$
10	$F_z$	路面对汽车的支持力	$N$
11	$F_y$	横向附着力	$N$
12	$W$	汽车轮距	$m$
13	$A$	车辆正投影面积	$m^2$
14	$L$	轴距	$mm$
15	$U_c$	台风条件下车辆行驶速度	$km/h$
16	$U_N$	自然风速度	$km/h$
17	$U$	风速相对汽车合成速度	$km/h$
18	$\rho$	空气密度	$kg/m^3$
19	$U_w$	风速	$km/h$
20	$k$	车流密度	$辆/km$
21	$v_c$	畅行速度	$km/h$
22	$\beta$	回归系数	--
23	$\Phi$	误差平方和	--
24	$x_i, (i = 1..7)$	回归方程中的自变量	--

## 5 模型建立与求解

### 5.1 转向立交桥弯道处的车辆安全行驶速度

由上文问题分析可知，弯道路段车辆失稳事件主要分为侧滑和侧翻两种情况，本节针对这两种情况分别建立对应的临界速度计算模型，而后带入不同路况和车辆条件，取两个临界速度中的较小值，得到最终结果。

#### 5.1.1 弯道路段车辆侧滑临界速度模型

侧滑的原因可以分为制动引起的和非制动因素引起的，本文只考虑非制动因素导致侧滑的情况<sup>[2]</sup>。由基本力学原理可得，当车辆通过弯道时，以地面为参照系，路面对汽车的水平摩擦力提供了使汽车做圆周运动的向心力，以汽车为参照系，汽车处于静止状态，不发生侧滑的条件是惯性离心力与向心静摩擦力平衡<sup>[3]</sup>。离心力的计算公式为

$$F_c = \frac{mv^2}{R_w} \quad (5-1)$$

可得离心力与弯道半径成反比，与速度的平方成正比。港珠澳大桥上的弯道设计了

外侧高内侧低的横向超高，通过利用汽车所受重力的分量提高弯道的通过速度。根据此种情况下车辆的受力分析（图 5-1），可得垂直和平行于路面方向上分别存在如下平衡：

$$F_c \sin \theta + mg \cos \theta = F_z \quad (5-2)$$

$$F_c \cos \theta = F_y + mg \sin \theta \quad (5-3)$$

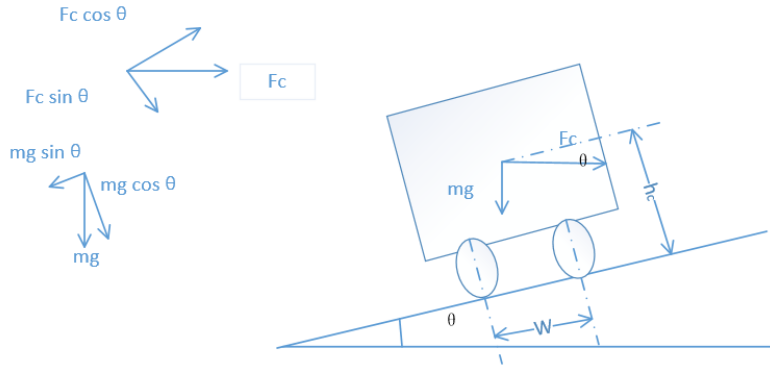


图 5-1 弯道路段受力分析

发生侧滑的临界条件为：

$$F_y = \mu F_z \quad (5-4)$$

将式（5-1），（5-2）和（5-3）带入（5-4），可得：

$$F_c \cos \theta = \mu(F_c \sin \theta + mg \cos \theta) + mg \sin \theta \quad (5-5)$$

港珠澳大桥路面宽阔，有超高带来的路面横截面倾角很小，因此有：

$$i_z = \tan \theta = \sin \theta \quad (5-6)$$

所以可求得车辆超速导致外侧侧滑的临界速度为：

$$v_h = \sqrt{\frac{\mu + i_z}{1 - \mu i_z}} g R_w \quad (5-7)$$

### 5.1.2 弯道路段车辆侧翻临界速度模型

由图 5-1 的受力分析可知，地面提供的横向附着力和重力平行于路面的分力与车辆自身的离心力构成一组平衡力。当车辆速度足够大时，离心力增大到能使内侧车轮离地。此时若将外侧车轮与地面接触的部分抽象为一点，那么以图 5-1 的视角来看，车辆正在绕外侧车轮接地点作顺时针旋转。临界状态有力矩平衡：

$$F_c \cos \theta h_c = F_c \sin \theta \frac{W}{2} + mg \cos \theta \frac{W}{2} + mg \sin \theta h_c \quad (5-8)$$

将（5-1）式代入（5-8）式，可以解得车辆在公路弯道处侧翻的临界速度表达式：

$$v_f = \sqrt{\frac{W + 2h_c i_z}{2h_c - Wi_z} g R_w} \quad (5-9)$$

### 5.1.3 模型求解

为了计算车辆在弯道处的最大安全行驶速度，我们根据上述建立的模型，设定参数值，分别计算得到侧滑与侧翻两种失稳事件的临界速度，通过比较取其中的较小值。

首先，可以确定的是港澳地区重力加速度  $g$ ，其值为  $9.81\text{m/s}^2$ 。图 5-2 是我们选取的港珠澳大桥香港口岸转向立交桥上的几处弯道，通过比例尺估算这几处弯道的转弯半径分别为 50m、80m、40m、150m。

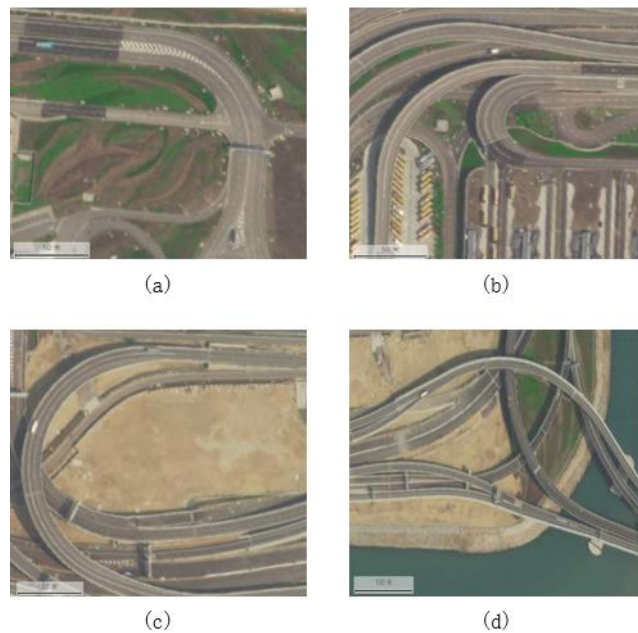


图 4-2 香港口岸的几处弯道

根据我国相关部门发布的道路设计规范，上述转弯半径相应的路面超高横坡比应为 6%、4%、6%、2%<sup>[4]</sup>。对应不同的路面状况，路面附着系数  $\mu$  的取值参考表 5-1<sup>[5-6]</sup>。

表 5-1 不同路面条件的附着系数

路面状况	附着系数 $\mu$
干燥、经常性养护、施工质量好	0.2
轻微磨光	0.15
潮湿	0.14
路表宏观与微观纹理不足	0.1
潮湿、磨光	0.08
雪	0.06
冰	0.04

港珠澳大桥使用时间短，施工质量好且经常性养护，而且港澳地区属于亚热带季风气候，几乎不会出现降雪天气，所以只需要考虑干燥天气和降雨导致路面潮湿情况下的路面附着系数，分别取值 0.2 和 0.14。

不同型号的汽车轮距不同，汽车质心高度与车辆整备质量、载荷情况、悬架状态、发动机布置形式等因素都有关系，可用多元线性回归的方法进行预测<sup>[7]</sup>。参考引文中的实验结果，重量在 1000kg - 3000kg 之间的汽车重心高度一般在 0.54m - 0.65m 之间，车辆轮距在 1450mm - 1750mm 之间。这里我们取 1500kg、2000kg、2500kg 三种常见的车重，分别对应重心高度 0.55m、0.57m、0.61m 和轮距 1450mm、1520mm、1600mm。

将上述参数代入 5.1.1 和 5.1.2 建立的临界速度模型，得到最终结果。

### 5.1.4 模型结果

统计不同参数下的模型结果如下：

表 5-2 问题一模型的结果

$m$	$h$	$W$	$\mu$	$R_w$	$i_z$	$v_h(km/h)$	$v_f(km/h)$	$\min \{v_h, v_f\}$
1500	0.55	1.45	0.20	50.00	0.06	40.90	97.54	40.90
				80.00	0.04	49.61	120.76	49.61
				40.00	0.06	36.58	87.24	36.58
				150.00	0.02	64.90	161.90	64.90
			0.14	50.00	0.06	35.81	97.54	35.81
				80.00	0.04	42.91	120.76	42.91
				40.00	0.06	32.03	87.24	32.03



				150.00	0.02	55.32	161.90	55.32
2000	0.57	1.52	0.20	50.00	0.06	40.90	98.12	40.90
				80.00	0.04	49.61	121.47	49.61
				40.00	0.06	36.58	87.76	36.58
				150.00	0.02	64.90	162.84	64.90
			0.14	50.00	0.06	35.81	98.12	35.81
				80.00	0.04	42.91	121.47	42.91
				40.00	0.06	32.03	87.76	32.03
				150.00	0.02	55.32	162.84	55.32
2500	0.61	1.60	0.20	50.00	0.06	40.90	97.28	40.90
				80.00	0.04	49.61	120.44	49.61
				40.00	0.06	36.58	87.01	36.58
				150.00	0.02	64.90	161.48	64.90
			0.14	50.00	0.06	35.81	97.28	35.81
				80.00	0.04	42.91	120.44	42.91
				40.00	0.06	32.03	87.01	32.03
				150.00	0.02	55.32	161.48	55.32

通过上表可以看到，在预设的道路条件下，车辆失稳的风险主要来自侧滑。对于车重1000kg-3000kg的汽车，在港珠澳大桥的弯道上，很难出现侧翻的事故。在车辆侧滑临界速度模型中，主要的影响因素为路面附着系数 $\mu$ 、弯道半径 $R_w$ 和路面超高横坡比 $i_z$ ，在这三个条件相同的条件下，车辆的最大安全行驶速度相同。绘制这三个参数与弯道速度的散点图如下：

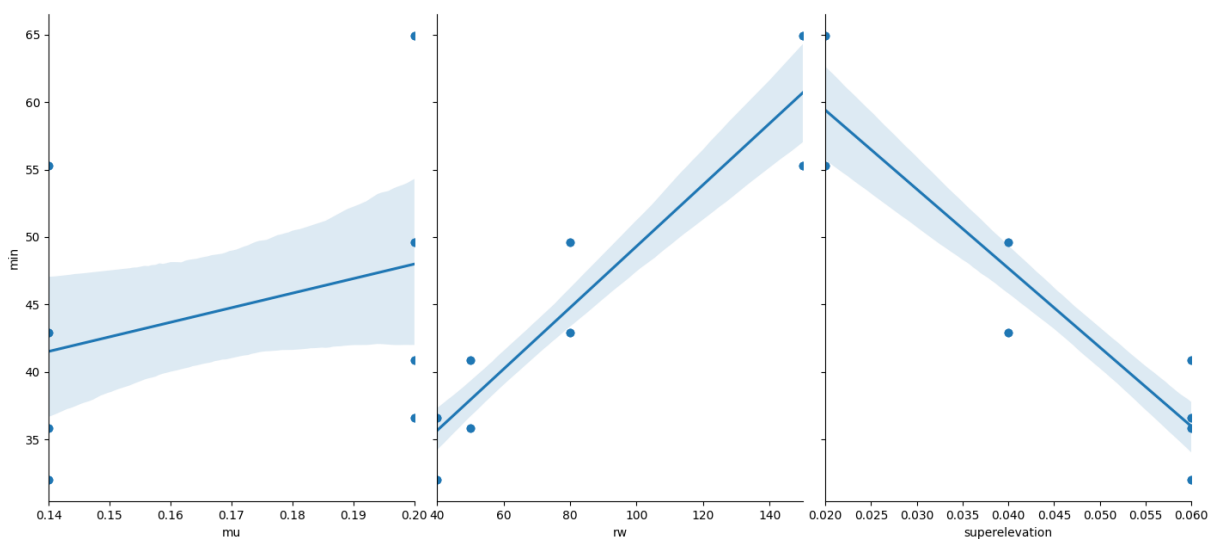


图 5-3 车辆最大安全行驶速度关于 $\mu$ 、 $R_w$ 、 $i_z$ 三种因素的散点图

图中蓝色直线为最大安全行驶速度关于这三个参数的最有拟合直线,两边的蓝色条带为置信区间(置信度 95%)。可以看到路面附着系数 $\mu$ 和  $R_w$ 与弯道速度成正相关关系,但路面超高 $i_z$ 与弯道速度反而成负相关关系,这似乎不符合我们的认知。原因是我们这里计算的值是估计的港珠澳大桥上某几个特定的弯道,  $R_w$ 和 $i_z$ 两个参数是固定成对的,  $i_z$ 的变化也意味着 $R_w$ 的变化。这也说明了在本例中,  $R_w$ 要大于 $i_z$ 的影响。

## 5.2 问题二模型的建立与求解

### 5.2.1 风速车辆气动模型的建立

目前道路主要行驶的小型车辆即基本乘用车,车辆的外形和大小基本相同,此类车辆的车身侧面、高度基本相近,因而在最大速度不超过 100km/h 的条件下,他们的空气动力学相关参数较为接近。通过对相关文献的研究,我们知道车辆的稳定性与车身高度、车辆底盘重量相关。在风速标准分析中,我们以基本乘用车为代表,其参数取值见表 5-3。

表 5-3 基本乘用车整车参数及系统参数

参数	数值
整车质量/kg	1360
正投影面积/m <sup>2</sup>	2.342
车长/mm	4655
车宽/mm	1780
车高/mm	1553
轴距/mm	2651
轮距/mm	1534

在流体力学以及空气动力学的体系中,车辆处于静止和运动状态时都会受到空气的作用。当风速的方向与汽车的行驶方向一致时,风对车辆正常行驶的影响较小,而如果风速的方向与车辆行驶方向成一定角度或者相反时,风速就成为影响车辆正常行驶的一大重要因素。其中侧风会对车辆形成一种的侧向力,使其偏离预定行驶路线。

风对车辆的作用主要表现在高速风效应,它是指车辆在较高风速的侧风条件下行驶时,车身会受到侧风的侧向推力,容易造成车辆的侧滑甚至侧翻等情况,对行车安全构成了很大的威胁,高速侧风一直是国内外研究人员关注的重点,也是我们本节主要研究的对象。

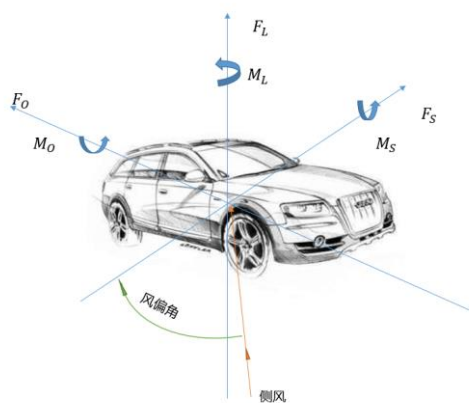


图 5-4 车辆三维坐标系

我们以车辆中心为坐标原点，建立三维坐标轴，如图 5-4 所示。然后对行驶中的车辆从受力角度分析，车辆的受到的侧向风力为 $F_{侧风}$ ，将 $F_{侧风}$ 在空间坐标系中分解可以得到三个分力 $F_O$ 、 $F_L$ 、 $F_S$ ，方向分别沿 X 轴负向、Y 轴正向、Z 轴正向，同时考虑空气力矩，将空气力矩分解得到三个分力，从而得到车辆的气动力六分量，如表 5-4 所示。

表 5-4 车辆的气动力六分量

符号	定义
$C_\alpha$	$F_\alpha / (\frac{1}{2\rho U^2 A})$
$C_\beta$	$F_\beta / (\frac{1}{2\rho U^2 A})$
$C_\gamma$	$F_\gamma / (\frac{1}{2\rho U^2 A})$
$C_{M_R}$	$M_R / (\frac{1}{2\rho U^2 AL})$
$C_{M_P}$	$M_P / (\frac{1}{2\rho U^2 AL})$
$C_{M_Y}$	$M_Y / (\frac{1}{2\rho U^2 AL})$

取 $\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3$ ，由表中参数可以看出，对汽车行车安全有影响的主要是气动阻力、侧向力和升力，其中侧倾力矩是由车身高度决定，侧风倾力作用较高，故侧倾力矩会对车辆稳定性产生明显影响。而其他的几个分力如俯仰力矩、横摆力矩相对较小，对车辆的行车安全影响较小。车辆的气动特性主要取决于气动阻力系数，气动阻力系数与车身结构等有关。

因此，本文在讨论台风对车辆安全行驶造成的影响只集中于侧向风作用下的模型，对纵向风和气动升力不做讨论

### 5.2.2 台风作用下的车辆行驶安全模型

车辆在弯道行驶时，在侧向风力和惯性力共同作用下，侧向力可能会超过地面侧向附着极限，造成车辆侧滑。在这种情景下车辆受力分析如图 5-5 所示，

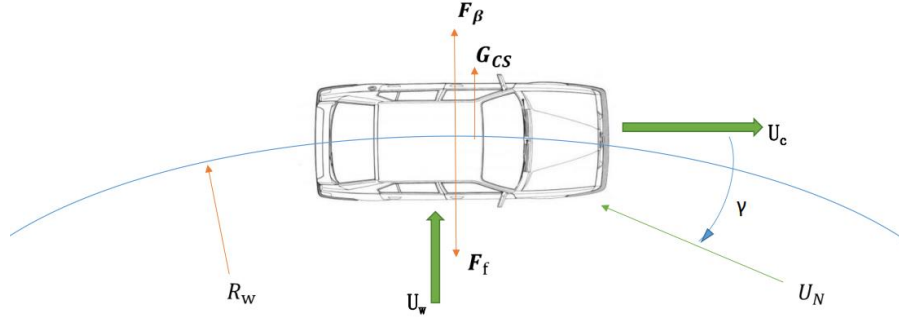


图 5-5 台风条件下车辆俯视视角受力分析图

由上图中可以看出，车辆遇到的侧风为  $U_w$ ，车辆的侧向气动力  $F_\beta$  与侧向气动力系数  $C_\beta$ 、车辆的行车速度  $U_c$  和当时侧风风速  $U_w$  相关。假设自然风为  $U_N$ ，风向如图所示，自然风速与行车速度夹角为  $\gamma$ ，将车速与风速合成后得到绝对风速与风偏角如下：

$$U_N = \sqrt{U_w^2 + U_c^2} \quad (5-10)$$

$$\gamma = \tan^{-1}(U_w/U_c) \quad (5-11)$$

侧风影响的车辆侧向气动力系数与汽车的车身外形相关，大小与风偏角的角度正比关系，因此可以设其比例参数为  $k_{C\beta}$ ，可以得到气动力系数与风偏角的关系如下：

$$C_\beta = k_{C\beta} \cdot \gamma \quad (5-12)$$

进而可以得到车辆的侧向风压力

$$F_\beta = \frac{1}{2} C_\beta \rho U_N^2 A = \frac{1}{2} \rho A k_{CS} \cdot \tan^{-1} \left( \frac{U_w}{U_c} \right) \cdot (U_w^2 + U_c^2) \quad (5-13)$$

为了保证车辆正常行驶，应该要求侧向风压力小于侧向附着极限，依据问题一建立的弯道路段车辆侧滑临界速度模型，我们得到

$$mg \sin \theta + m \left( \frac{U_c^2}{R_w} \right) + F_\beta \leq \mu mg \cos \theta \quad (5-14)$$

变形得

$$\frac{1}{2} \rho A k_{CS} \cdot \tan^{-1} \left( \frac{U_w}{U_c} \right) \cdot (U_w^2 + U_c^2) \leq \mu mg \cos \theta - \left[ mg \sin \theta + m \left( \frac{U_c^2}{R_w} \right) \right] \quad (5-15)$$

则有

$$U_c = \operatorname{argmin}_{U_c} \left\{ \mu mg \cos \theta - \frac{1}{2} \rho A k_{CS} \cdot \tan^{-1} \left( \frac{U_w}{U_c} \right) \cdot (U_w^2 + U_c^2) - \left[ mg \sin \theta + m \left( \frac{U_c^2}{R_w} \right) \right] \right\} \quad (5-16)$$

当车辆处于直行阶段时，我们可以规定  $\theta = 0$ ，此时因为  $R_w \approx \infty$ ，故车辆受到的向心力效果基本为 0，式 (4-15) 变形为

$$\frac{1}{2} \rho A k_{CS} \cdot \tan^{-1} \left( \frac{U_w}{U_c} \right) \cdot (U_w^2 + U_c^2) \leq \mu mg \quad (5-17)$$

问题二题目要求整座大桥主体上汽车最大安全行驶速度和台风级数的关系，使用地图软件对港珠澳大桥主体部分进行观测，如图 5-6，我们可以假设大桥主体部分道路形状接近于直线，从而我们可以在一定程度上简化运算。



图 5-6 港珠澳大桥主体部分卫星图像

此外，依照题意我们知道：

$$s. t. \begin{cases} U_c \leq 100 \\ U_w \leq 210 \end{cases} \quad (5-18)$$

综上，我们建立了整座大桥主体上汽车最大安全行驶速度和台风级数的关系模型。

### 5.2.3 安全车速预测模型

BP 神经网络模型拓扑结构包括输入层(input layer)、隐藏层(hidden layer)和输出层(output layer)，其万能的逼近能力已经被广泛证明，所以应用 BP 神经网络构建安全车速预测模型是可行的。

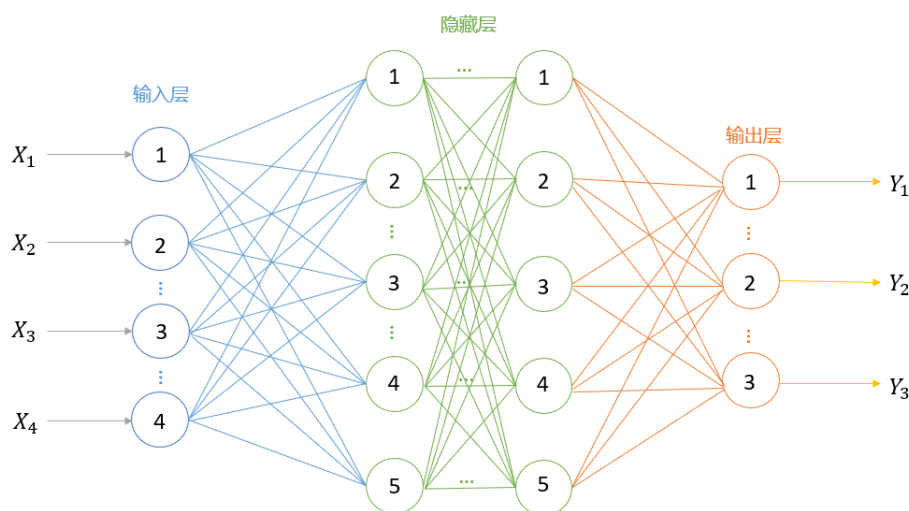


图 5-7 BP 网络结构示意图

设 BP 网络的输入层有  $n$  个节点，隐藏层有  $h$  个节点，输出层有  $m$  个节点，输入层与隐藏层之间的权值为  $w_{jk}$ ，如图 5-7 所示。隐藏层的传递函数为  $f_1(\cdot)$ ，输出层的传递函数为  $f_2(\cdot)$ ，则隐藏层节点的输出为

$$z_k = f_1 \left( \sum_{i=1}^n v_{ki} x_i \right), \quad k = 1, 2, \dots, h \quad (5-19)$$

输出层节点的输出为

$$y_j = f_2 \left( \sum_{k=1}^h w_{jk} z_k \right), \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (5-20)$$

BP 网络完成  $n$  维空间向量对  $m$  维空间向量的映射。

依据以上原理，我们可以将人工神经网络计算过程归纳为以下步骤：

---

#### Algorithm of BP

---

- (1) 初始值选择  $w(0)$
  - (2) 前向计算，求出神经元的输出：  $a^k(t)$ .
-

- 
- (3) 对输出层计算 $\delta$ :  $\delta_j = (t_j - a_j)a_j(1 - a_j)$ .
  - (4) 从后向前计算各隐藏层 $\delta$ :  $\delta_j = a_j(1 - a_j) \sum_i w_{ji} \delta_i$ .
  - (5) 计算并保存各权值修正量:  $\Delta w_{ij} = -\eta \delta_j a_i$ .
  - (6) 修正权值:  $w_{ij}(t + 1) = w_{ij}(t) + \Delta w_{ij}$ .
  - (7) 判断是否收敛, 如果收敛则结束, 否则转至步骤 (2).
- 

用神经网络处理上述数据分两个阶段进行, 第 1 阶段是监督学习, 第 2 阶段是无监督学习。其中监督学习阶段根据网络过去已知输入模式进行训练,

**BP 神经网络输入如下:**

- 1) 风力等级。取值为: [0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16].
- 2) 风偏角。反应实际风环境中侧风方向与车辆行驶方向的夹角。取值为: [30, 60, 90].
- 3) 路面附着系数。反应道路能够提供的最大静摩擦力, 取值为: [0.18, 0.40, 0.60].

**BP 神经网络输出为车辆行驶速度。**

采用 3—8—1 层结构, 即输入层神经元数为 3, 输出层单元为 1, 其中隐含层神经元数目通过“试错法”, 循环运算, 确定隐含层神经元数目为 8 时效果较好。本模型的一个创新点在于将激励函数由之前的 *Sigmoid* 函数改为线性函数并加以非线性变量处理使其收敛效果更好, 使得我们不必将输入数据进行规范化处理到 [0, 1] 区间内部即可完成训练, 同时避免了梯度消失等问题。

### 5.2.2 问题 2 模型的求解

通过查阅资料, 我们首先对不同天气条件下路面附着系数进行了规定, 如表 5-5 所示

表 5-5 不同天气条件下路面附着系数

天气情况	附着系数
结冰路面, 路面存在冰雪	0.18
雨水天气, 路面潮湿	0.40
一般天气, 路面干燥	0.60

为了得到更加具有说服力的数据, 我们采用了车辆动力学领域标准软件 CarSim 对规划设计的工况进行仿真, 我们对仿真得到的数据使用插值拟合方法进行进一步数据处理, 然后在 matlab 中完成对模型的求解。结果如表 5-6 所示 (为了节省页面空间, 这里只展示 4~9 级)

表 5-6 最大安全行驶速度

风速/ ( $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ )	风速 等级	风偏角 $\gamma$ / ( $^{\circ}$ )	最大安全行驶速度/( $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ )		
			$\mu = 0.18$	$\mu = 0.40$	$\mu = 0.60$
6.7	4	30	92.3	93.7	95.6
		60	85.4	91.3	92.8
		90	72.8	73.6	75.7
9.4	5	30	88.5	90.7	92.1
		60	82.1	87.1	89.6
		90	69.7	72.6	73.1
12.3	6	30	86.3	87.8	90.3
		60	79.3	83.5	85.1
		90	60.5	63.2	65.1
15.5	7	30	75.8	78.1	80.1
		60	68.1	73.2	76.4
		90	57.7	62.1	65.8
19.0	8	30	60.3	64.6	66.2
		60	54.2	60.8	62.7
		90	46.1	51.2	55.6
22.6	9	30	45.2	50.7	55.6
		60	32.5	43.1	45.8
		90	28.7	30.6	32.4

通过使用 Savitzky-Golay 滤波器对模型求解结果数据的平滑处理，绘制车辆安全行驶速度与台风风力强度关系，如图 5-8 和 5-9。

Savitzky-Golay 滤波器(通常简称为 S-G 滤波器)被广泛地运用于数据流平滑除噪，是一种在时域内基于局域多项式最小二乘法拟合的滤波方法。这种滤波器最大的特点在于在滤除噪声的同时可以确保信号的形状、宽度不变。



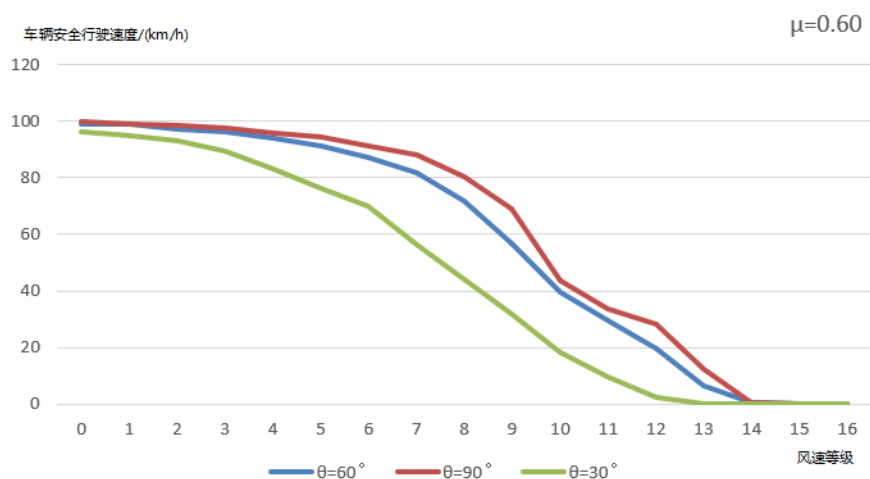


图 5-8 当  $\mu$  不变时车不同风偏角下车辆安全行驶速度与台风风力强度关系

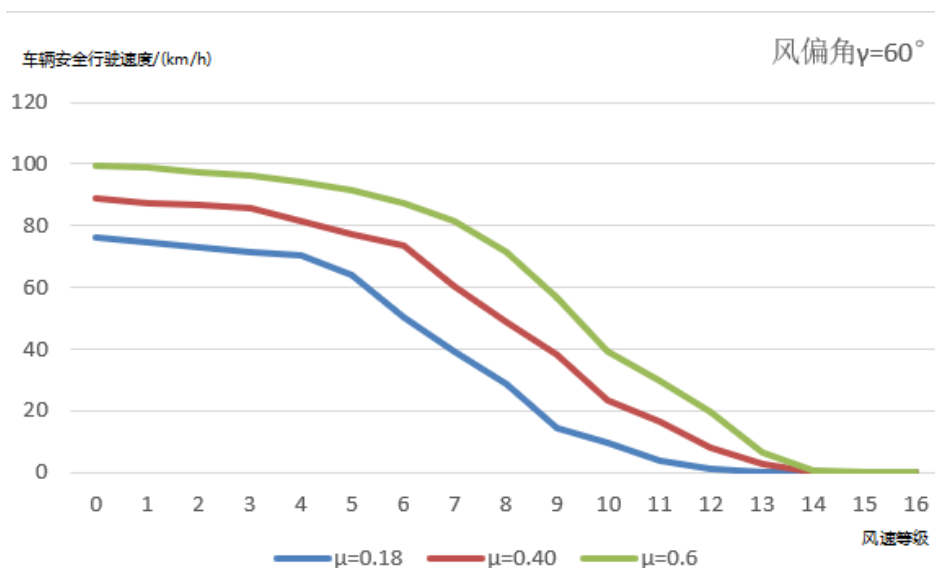


图 5-9 当  $\gamma$  不变时车不同路面附着系数下车辆安全行驶速度与台风风力强度关系

如图 5-8 所示,我们控制  $\mu=0.6$ ,分别得到了当风偏角 $\gamma=30^\circ$ 、 $\gamma=60^\circ$ 和 $\gamma=90^\circ$ 时车辆安全行驶速度随风速等级变化情况,即汽车最大安全行驶速度和台风级数的关系。图 5-9 展示的是控制风偏角 $\gamma=60^\circ$ ,分别得到路面附着系数 $\mu=0.18$ 、 $\mu=0.40$ 和 $\mu=0.60$ 时汽车最大安全行驶速度和台风级数的关系。

针对**风速车辆气动模型**得到的数据,我们进行 BP 网络的学习训练,取 $\theta=60^\circ$ , $\mu=0.60$ ,仿真结果如图 5-10 所示

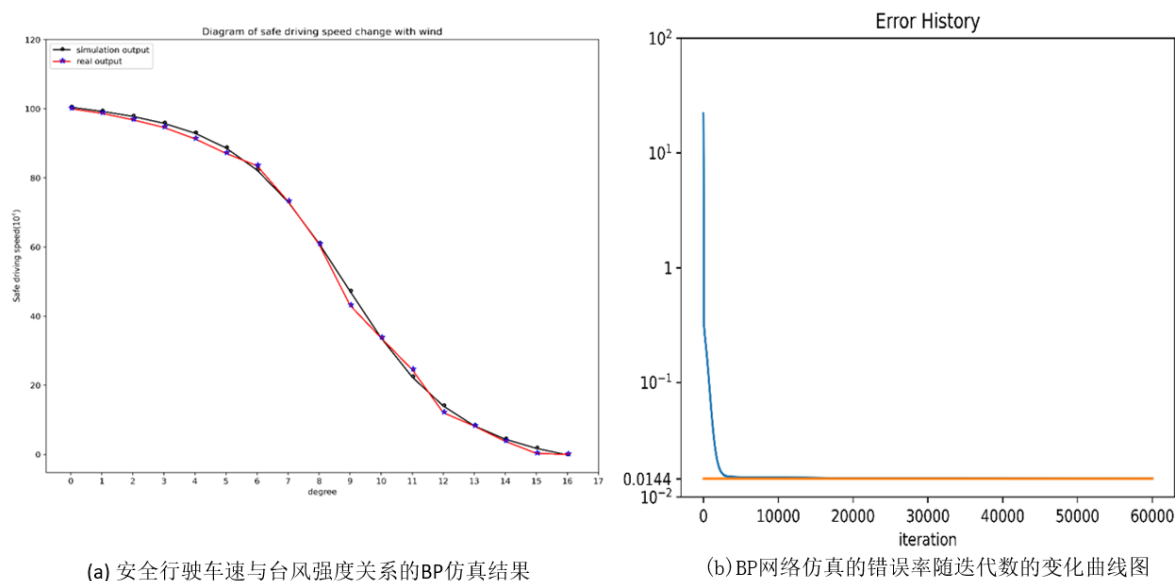


图 5-10 安全行驶车速与台风强度关系的 BP 仿真结果  
与错误率随迭代数的变化曲线

在图 5-10(a) 中，台风条件车辆弯道最大行驶速度随台风等级总体呈 “S” 型分布，仿真结果和我们通过**风速车辆气动模型**求解出的趋势走向基本一致在台风为 6 级时显著下降，在等级大于十级后基本接近于 0，符合我们的普适经验。从图 5-10(b) 中我们得知，错误率很快达到了收敛状态，最终收敛为 0.0144，模型准确度较高。

### 5.3 港珠澳大桥通行能力的模型

本问要求在综合考虑汽车安全行驶、气候情况、交通事故处理、交通控制等因素的情况下，建立大桥通行能力的模型。大桥的通行能力由桥上的交通流决定，用流量、速度、密度三个基本参数描述其基本特征：

流量 $q$ ：某时刻单位时间内通过道路横截面的车辆数（辆/h）；

速度 $v$ ：某时刻通过道路某横截面的车辆速度（km/h）；

密度 $k$ ：某时刻道路某单位长度的一段内的车辆数（辆/km）；

这三个参数之间存在一个基本的数学关系：

$$q = v \cdot k \quad (5-21)$$

当车辆速度增加时，为保证安全，需要增大车辆的间距，相应的，车流的密度也会下降。所以，流量与速度之间的关系不是正相关的。图 5-11 展示了一种由 VISSIM 软件仿真得到的车辆速度-流量曲线<sup>[10]</sup>：

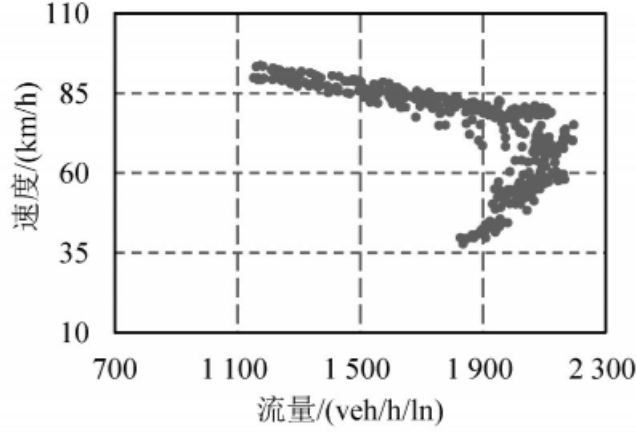


图 5-11 一种典型的速度-流量曲线<sup>[10]</sup>

可见，当车流量最大，即道路通行能力最大时，速度的取值较为居中。所以，要得到大桥通行能力最大时车辆通过大桥的时间，需要先对速度与流量间的关系建模，以计算最大通行能力对应的速度。

### 5.3.1 模型建立

#### (1) 基于交通流模型分析车流量与速度的关系

对道路交通流的速度、流量和密度的关系，美国交通研究院曾做过大量研究，通过拟合大量调查数据，建立交通流三个参数之间关系的模型。其中最具代表性、应用最广泛的有三个模型： $K-v$ 线性关系模型、对数关系模型和指数关系模型，它们的公式如下<sup>[11-13]</sup>：

$$v = v_c \left(1 - \frac{k}{k_j}\right) \quad (5-22)$$

$$v = v_m \ln \frac{k_j}{k} \quad (5-23)$$

$$v = v_c e^{-\frac{k}{k_m}} \quad (5-24)$$

其中 $v_c$ 为畅行车速（ $k=0$ 时）， $k_j$ 为阻塞密度（ $v=0$ 时）， $k_m$ ， $v_m$ 分别为最大交通流对应的密度和速度。

#### (2) 建立畅行速度 $v_c$ 关于各影响因素的多元线性回归模型

a) 经过分析，影响大桥上车辆畅行速度的因素主要有以下几种：

##### • 天气因子： $x_1$

主要考虑晴天、雨天、台风天的情况。晴天是行车条件最好的情况；雨天会造成路面

湿滑，摩擦系数变小，影响行车安全；台风天车辆会受到侧向的风力，影响车辆高速状态下的行驶稳定性；台风天气往往还会伴随雨天同时出现，极大地影响汽车安全行驶速度。规定天气因子取值范围为 [1, 10]，晴、雨、台风、雨+台风四种典型天气情况下该因子的取值分别为 1、3、6、9，用对应的数值取代收集的数据中的天气数据项。

• 弯道安全速度:  $x_2$

由问题一可知，车辆在弯道处受到转弯半径、路面附着系数、超高横坡比等因素的影响，最大行驶速度有一个上限临界值。由于大桥上存在一定数量的弯道，车辆在弯道处的最大安全速度会影响总体的畅行速度。

• 风力等级:  $x_3$

由问题二建立的模型可知，台风的风力等级及风向会影响大桥主体上车辆的安全行驶速度。等级越高，风速越大，则安全行驶速度越小。取年平均风速作为该项指标。

• 交通事故风险指数:  $x_4$

所有通行车辆的道路都会有发生交通事故的潜在风险，不同天气、路面养护情况、当地交管部门管理水平、道路交通标识醒目程度、驾驶员状态等情况下，发生交通事故的可能性也不同。这里我们统计过去一年中该路段发生交通事故的次数，作为在该路段发生交通事故的风险指数。

• 交通事故处理效率:  $x_5$

发生交通事故后往往会造成车辆的拥堵，相关部门处理交通事故的效率越高，越能尽早缓解拥堵，降低交通事故对道路通行效率的影响。这里取该路段处理一起交通事故（指从事故发生到不再影响其他车辆正常通行）的平均时间作为其值；

• 收费站通行效率:  $x_6$

高速公路和国道上的收费站经常出现车辆排队等候的现象，而往往这种情况下实际路上的车辆密度并不高，车辆通过收费站后能够迅速提速，这说明收费站的通行效率限制了道路的通行能力。



图 5-12 港珠澳大桥收费站

• 交通管制限速:  $x_7$

在各种公路铁路中，常常由于各种原因控制路段车辆通行速度，比如由于隧道和正常路段明亮程度不同，车辆在经过两者连接处时，驾驶员的视力会受到光线变化的影响，

所以一般规定车辆在进入和驶出隧道时必须减速行驶；或者由于路面施工或养护需要车辆减速绕行等，这部分对速度的限制显然对整体的通行速度有一定影响。

b) 根据基本公式建立车辆畅行速度与各个主要因素间的多元线性回归模型：

$$\begin{cases} v_c = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \cdots + \beta_7 x_7 + \varepsilon \\ \varepsilon \sim N(0, \sigma^2) \end{cases} \quad (5-25)$$

其中 $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_7, \sigma^2$ 是与 $x_1, \dots, x_7$ 无关的未知参数。 $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_7$ 称为回归系数。

通过查阅资料，我们搜集到了 10 组不同封闭路段的观测数据  $(V_{c_i}, x_{i,1}, \dots, x_{i,7})$ ,  $i = 1, \dots, 10$ ，由 (5-25) 得

$$\begin{cases} V_{c_i} = \beta_0 + \beta_1 x_{i,1} + \cdots + \beta_7 x_{i,7} + \varepsilon_i \\ \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2), i = 1, \dots, 10 \end{cases} \quad (5-26)$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_{1,1} & \cdots & x_{1,6} & x_{1,7} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{20,5} & \cdots & x_{20,6} & x_{20,7} \end{bmatrix}, V = \begin{bmatrix} v_{c_1} \\ \vdots \\ v_{c_{20}} \end{bmatrix} \quad (5-27)$$

$$\varepsilon = [\varepsilon_1 \dots \varepsilon_{10}]^T, \beta = [\beta_0 \beta_1 \dots \beta_7]^T$$

所以可将式 (5-25) 表示为

$$\begin{cases} V = X\beta + \varepsilon \\ \varepsilon \sim N(0, \sigma^2 O_{10}) \end{cases} \quad (5-28)$$

其中 $O_{10}$ 为 20 阶单位矩阵。

### 5.3.2 模型求解

#### (1) 多元线性回归模型的参数估计

对于模型 (5-25) 中的参数 $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_7$ ，我们选择用最小二乘法对其进行估计。对此模型考虑误差平方和 $\Phi$

$$\Phi = \sum_{i=1}^{20} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{20} \left( v_{c_i} - \sum_{k=0}^7 \beta_k x_{i,k} \right)^2 \quad (5-29)$$

应选取估计值 $\hat{\beta}_j$ ，使得当参数值等于 $\hat{\beta}_j$ 时误差平方和 $\Phi$ 最小，令：

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \beta_j} = 0, j = 0, 1, 2, \dots, 7 \quad (5-30)$$

得到：

$$\begin{cases} \frac{\partial \Phi}{\partial \beta_0} = -2 \sum_{i=1}^{20} \left( v_{c_i} - \sum_{j=0}^7 \beta_j x_{i,j} \right) = 0 \\ \frac{\partial \Phi}{\partial \beta_j} = -2 \sum_{i=1}^{20} \left( v_{c_i} - \sum_{j=0}^7 \beta_j x_{i,j} \right) x_{i,j} = 0 \end{cases} \quad (5-31)$$

整理，得：

$$\begin{cases} 20\beta_0 + \sum_{j=1}^7 \beta_j \sum_{i=1}^{20} x_{i,j} = \sum_{i=1}^{20} v_{c_i} \\ \beta_0 \sum_{i=1}^{20} x_{i,1} + \sum_{j=1}^7 \beta_j \sum_{i=1}^{20} x_{i,1} x_{i,j} = \sum_{i=1}^{20} x_{i,1} v_{c_i} \\ \beta_0 \sum_{i=1}^{20} x_{i,2} + \sum_{j=1}^7 \beta_j \sum_{i=1}^{20} x_{i,2} x_{i,j} = \sum_{i=1}^{20} x_{i,2} v_{c_i} \\ \vdots \\ \beta_0 \sum_{i=1}^{20} x_{i,10} + \sum_{j=1}^7 \beta_j \sum_{i=1}^{20} x_{i,10} x_{i,j} = \sum_{i=1}^{20} x_{i,10} v_{c_i} \end{cases} \quad (5-32)$$

正规方程组的矩阵形式为

$$X^T X \beta = X^T V \quad (5-33)$$

矩阵 $X$ 满秩时， $X^T X$ 为可逆方阵，（5-33）的解为

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T V \quad (5-34)$$

将 $\hat{\beta}$ 代回原模型得到 $v_c$ 的估计值

$$\hat{v}_c = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + \cdots + \hat{\beta}_7 x_7 \quad (5-35)$$

这组数据的拟合值为  $\hat{V} = X\hat{\beta}$ ，拟合误差  $\epsilon = V - \hat{V}$  称为残差，可作为随机误差  $\epsilon$  的估计，残差平方和为

$$\Phi = \sum_{i=1}^{20} \epsilon^2 = \sum_{i=1}^{20} (v_{c_i} - \hat{v}_{c_i})^2 \quad (5-36)$$

## (2) 求解模型参数

经过查阅网络资料及向相关人员咨询调查，我们得到了二十组封闭路段内畅行速度和上述各项参数值的数据，统计盒图如下：

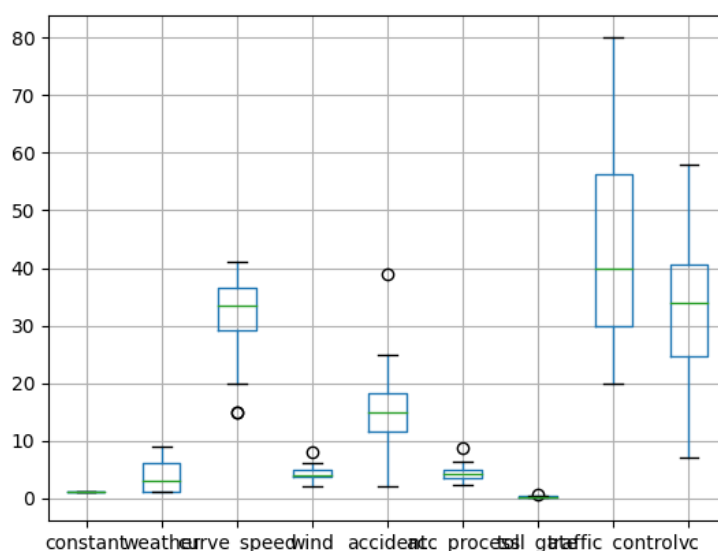


图 5-13 统计数据的盒图

编写 python 程序，根据统计数据求解多元回归线性模型，结果如下：

```

Intercept      29.601074
weather        -1.356347
curve_speed     0.566507
wind           -3.633052
accident        0.004951
acc_process     0.690454
toll_gate      -36.714870
traffic_control 0.224666

```

图 5-14 模型的求解结果

得到回归模型为

$$v_c = 29.601074 - 1.356347x_1 + 0.566507x_2 - 3.633052x_3 + 0.004951x_4 + 0.690454x_5 - 36.714870x_6 + 0.224666x_7 \quad (5-37)$$

对得到的模型进行 $R^2$ 检验，输出值如下：

$$R^2 = 0.8571636315249438$$

绘制由模型计算得到的预测值与实际值的对比图：

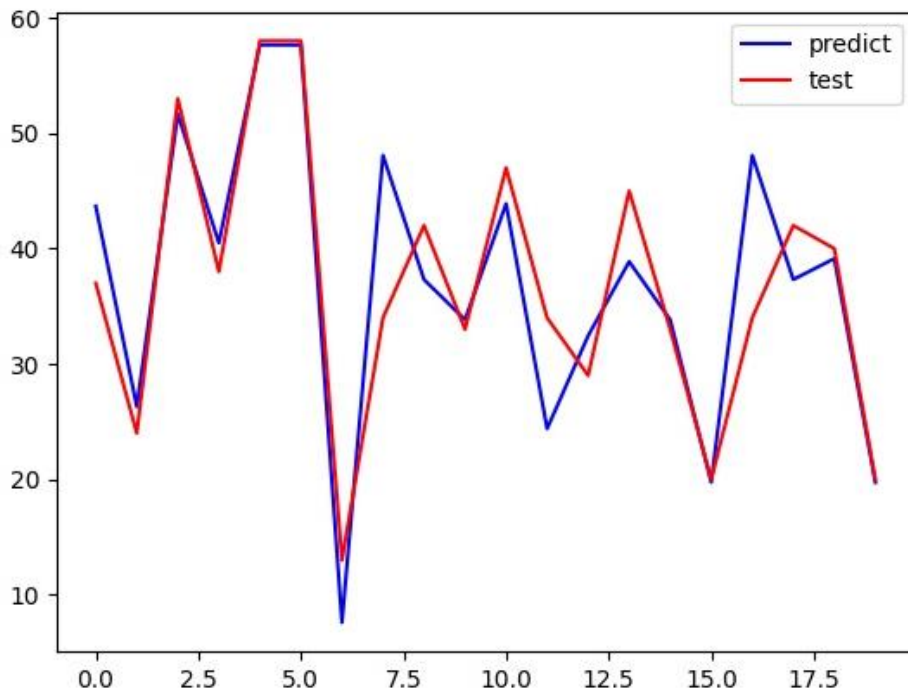


图 5-15 预测值与实际值的结果对比图

$R^2$  取值范围为[0,1],  $R^2$ 值越高，说明回归模型越精确。本例中 $R^2$ 的值和得到的预测值与实际值的拟合程度都证明了模型的准确性。

统计各因素与结果项 $v_c$ 间的相关系数，结果如图：

	weather	curve_speed	...	traffic_control	vc
weather	1.000000	-0.272979	...	-0.288166	-0.709089
curve_speed	-0.272979	1.000000	...	0.613193	0.653823
wind	0.766530	-0.243411	...	-0.301930	-0.686307
accident	-0.042178	-0.018034	...	-0.115970	-0.101120
acc_process	0.147518	-0.295926	...	-0.316416	-0.284431
toll_gate	-0.161046	0.267358	...	0.258426	0.057268
traffic_control	-0.288166	0.613193	...	1.000000	0.627773
vc	-0.709089	0.653823	...	0.627773	1.000000

图 5-16 各项参数间的相关性



我们只需要关注这个矩阵的最后一列，结果显示，在我们考虑的 7 种因素中，天气、弯道速度、风力、交通控制与 $v_c$ 间的相关性较强，而交通事故风险、交通事故处理效率、收费站通行效率与 $v_c$ 的相关性则不那么明显。针对相关性较强的四个特征绘制散点图，添加最佳拟合直线和 95%的置信带：

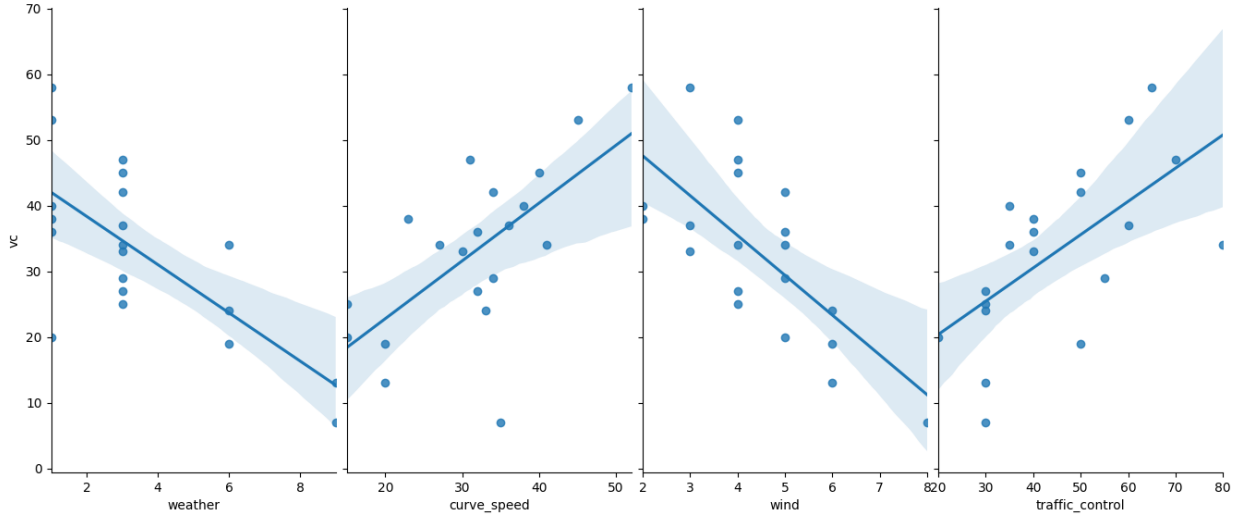


图 5-17 强相关特征的散点图、最佳拟合直线和置信带

如上图所示，可以更加直观地了解到天气、弯道速度、风力和交通控制四个因素对 $v_c$ 的影响。

### （3）构建交通流量衡量的通行能力关于各项因素的模型

大量研究表明，（5-22）式适用于车流密度适中的情况，（5-23）式适用于车流密度较大的情况，（5-24）式适用于车流密度较小的情况。考虑到港珠澳大桥上车流量较少的实际情况，这里采用（5-24）式的模型。

由（5-24）式可以推出  $k$  关于  $v$  的表达式：

$$k = -k_m \ln \frac{v}{v_c} \quad (5-38)$$

则  $q$  关于  $v$  的表达式为：

$$q = v * k = -k_m v \ln \frac{v}{v_c} \quad (5-39)$$

至此，我们得到大桥通行能力与各因素相关的完整模型：

$$\begin{cases} q = v * k = -k_m v \ln \frac{v}{v_c} \\ v_c = 29.601074 - 1.356347x_1 + 0.566507x_2 - 3.633052x_3 + 0.004951x_4 \\ \quad + 0.690454x_5 - 36.714870x_6 + 0.224666x_7 \\ v_c < 100 \end{cases} \quad (5-40)$$

#### (4) 最大通行能力下的过桥时长

根据式 (5-39),  $q$  对  $v$  求导可得:

$$\frac{dq}{dv} = -k_m \left( \ln \frac{v}{v_c} + 1 \right) \quad (5-41)$$

一般情况下, 这里的  $k_m$  值由观测得到, 可以视作与  $v$  无关的常数。当  $v < \frac{v_c}{e}$  时,  $\frac{dq}{dv} > 0$ , 当  $v > \frac{v_c}{e}$  时,  $\frac{dq}{dv} < 0$ 。所以, 车流量  $q$  最大时的对应的速度  $v = \frac{v_c}{e}$ 。

已知大桥总长  $L = 55 \text{ km}$ , 显然通过大桥的时长可由公式  $t = \frac{L}{v}$  得到, 所以最大通行能力下过桥的时长为

$$t_m = \frac{L}{\frac{v_c}{e}} = \frac{eL}{v_c} \quad (5-42)$$

其中  $v_c$  可由式 (5-37) 计算得到。

由题意, 不考虑交通事故出现, 我们对大桥的最大通行能力进行估计, 模型中与交通事故有关的变量取 0, 其余变量中与  $v_c$  正相关的取统计数据中的最大值, 负相关的取统计数据中的最小值, 所以变量向量  $X = [1, 52, 2, 0, 0, 0.05, 80]$ , 计算得到对应的  $v_c = 66.574523 \text{ km/h}$ , 代入式 (5-42) 得到一个可能的通行时间估计值

$$t_m = \frac{eL}{v_c} = 2.245685 \text{ h}$$

## 6 模型分析与评价

### 6.1 优点

1. 对于问题一中的模型，分别考虑到弯道路段车辆侧滑与侧翻临界速度，并考虑到车辆自身结构而不是简单将其视作质点，使得讨论范围更加全面，模型更具有普适性。

2. 对于问题二中的模型，建立了风速车辆动力模型，引入了车辆六分量的概念，通过评价指标求得侧风力是对台风条件下的车辆行驶影响最为显著的因素，不仅简化了模型的计算同时不失全面性。在问题二模型的求解过程中，由于题目未提供官方数据，我们为了使得数据更加具有说服力，使用车辆动力标准软件 CarSim 仿真得到了设定工况下的有关数据，并构建 BP 神经网络，以 CarSim 仿真数据进行训练仿真，进一步验证了模型的正确性。

3. 问题三中建立的模型综合了交通流模型、 $K-v$ 指数关系模型和线性回归模型，力求模型的完整和精确。模型的选取和建立尽可能全面地考虑了可能存在的影响因素，并结合了港珠澳大桥的现实情况，使得我们的模型更加精确且符合实际。模型的求解过程中我们通过查阅资料和调查访问搜集了相关数据，求解的结果符合生活经验的认知，证明了模型的实用性。

### 6.2 缺点

1. 问题一和问题二中未考虑车辆驾驶人因素与制动对车辆行驶安全的影响，模型的贴合实际性有待提高。

2. 建立的模型未考虑港珠澳大桥不同部分的区分，而是将大桥视为一个整体，忽略了车辆在桥梁主体和海底沉管隧道中影响因素的不同，从而使模型损失了一定精度。并且由于大桥上相关车辆行驶数据的缺失，我们不得不用其他封闭路段数据代替，这可能影响模型与大桥实际情况的拟合程度。

## 7 参考文献

- [1] 孙川, 吴超仲, 褚端峰, 等. 弯道安全车速计算改进模型研究[J]. 中国公路学报, 2015, 28(008):101-108.
- [2] 杨佩佩, 黄兰华. 路侧安全设计[J]. 公路, 2007, 5: 15.
- [3] 王超深. 公路弯道路段交通事故分析及安全对策研究[D]. 长安大学, 2010.
- [4] 中华人民共和国住房和城乡建设部发布. 中华人民共和国国家标准. 城市道路工程设计规范[M]. 中国建筑工业出版社, 2012.
- [5] 游克思, 孙璐, 顾文钧. 公路平曲线半径可靠性设计理论与方法[J]. 交通运输工程学报, 2012, 12(006):1-6.
- [6] 孙璐, 游克思. 基于多失效模式可靠度的曲线路段行车风险分析[J]. 中国公路学报, 2013(04):40-46.
- [7] 刘海江, 周雷, 邓志刚, 等. 多元线性回归的整车质心高度预测方法[J]. 汽车工程学报, 2018.
- [8] 尹宏程. 侧风对大跨度桥梁行车安全的影响机理及管控方法研究[D]. 安徽:合肥工业大学, 2017. DOI:10.7666/d.Y3196639.
- [9] 江浩, 余卓平. 风力对跨海大桥上行驶车辆安全性的影响分析[J]. 同济大学学报, 2002, 30(003):326-330.
- [10] 魏雪延, 徐铖铖, 王伟, 等. 多车道高速公路的通行能力分析建模[J]. 交通运输系统工程与信息, 2017(2).
- [11] Greenshields B D. A study in highway capacity. HRB Proceeding, 1935, 14(1): 467-469.
- [12] Greenberg H. An analysis of traffic flow. Operations Research, 1959, 7(1): 79-85.
- [13] Edie L C. Car-following and steady-state theory for non-congested traffic. Operations Research, 1961, 9(1): 66-75.

## 附录

mm1.cpp: 问题一求解代码

```
#include <iostream>
#include <stdlib.h>
#include <cmath>
#include <cstdio>
#include <time.h>

using namespace std;

int main(){
    /*
    定义变量
    vh 侧滑临界速度
    vf 侧翻临界速度
    h 重心高度
    w 车轮距
    iz 横坡比
    g 重力加速度
    Rw 弯道半径
    mu 路面附着系数
    */
    double vh, vf;
    double h[] = {0.55, 0.57, 0.61};
    double w[] = {1.45, 1.52, 1.6};
    double mu[] = {0.2, 0.14};
    double Rw[] = {50, 80, 40, 150};
    double iz[] = {0.06, 0.04, 0.06, 0.02};
    double g = 9.81;

    // srand((unsigned)time(NULL));
    for(int i = 0; i < 3; i++){
        for(int j = 0; j < 2; j++){
            for(int k = 0; k < 4; k++){
                vh = sqrt(((mu[j] + iz[k])/(1 - mu[j] * iz[k])) * g
* Rw[k]);
                vf = sqrt(((w[i] + 2 * h[i] * iz[k])/(2 * h[i] - w[i]
] * iz[k])) * g * Rw[k]);
                printf(" h %lf w %lf mu %lf Rw %lf iz %lf vh %lf vf
%lf )\n", h[i], w[i], mu[j], Rw[k], iz[k], vh * 3.6, vf * 3.6);
                //printf("%0.2Lf\n", vf * 3.6);
            }
        }
    }
```

```

    }
}
}
system("pause");
return 0;
}

```

mm1\_diag.py: 问题一绘制图像代码

```

import pandas as pd
import seaborn as sns
import matplotlib.pyplot as plt

#使用pandas 读取excel 文件

excelFile = r'./mm1.xls'
data = pd.read_excel(excelFile)
df=pd.DataFrame(data)
df.info()

sns.pairplot(df, x_vars=['mu', 'rw', 'superelevation'], y_vars='min', height=7, aspect=0.8, kind = 'reg')
plt.savefig("pairplot.jpg")
plt.show()

```

Bpnn.py: BP 网络源码:

```

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def logsig(x):
    return 1 / (1 + np.exp(-x))

# 风力
winddegree = [0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16]
# 行驶安全速度
secureVelocity = [100, 98.7, 96.8, 94.6, 91.3, 87.1, 83.5, 73.2, 60.8, 43.1, 33.7, 24.5, 12.1, 8.2, 3.8, 0.3, 0.02]
# 风偏角
windangle = [30, 60, 90]
# 路面附着系数
roadadhesion = [0.18, 0.40, 0.60]

```

```

samplein = np.mat([winddegree]) # 1*17
sampleinminmax = np.array(
    [samplein.min(axis=1).T.tolist()[0], samplein.max(axis=1).T.tolist(
    [0])]).transpose() # 1*2, 对应最大值最小值
sampleout = np.mat([secureVelocity]) # 1*17
sampleoutminmax = np.array(
    [sampleout.min(axis=1).T.tolist()[0], sampleout.max(axis=1).T.tolist(
    )][0]).transpose() # 1*2, 对应最大值最小值

# 1*17
sampleinnorm = (2 * (np.array(samplein.T) - sampleinminmax.transpose()[0
]) / (
    sampleinminmax.transpose()[1] - sampleinminmax.transpose()[0
]) - 1).transpose()
# 1*17
sampleoutnorm = (2 * (np.array(sampleout.T).astype(float) - sampleoutmin
max.transpose()[0]) / (
    sampleoutminmax.transpose()[1] - sampleoutminmax.transpose()
[0]) - 1).transpose()

# 给输出样本添加噪音
noise = 0.03 * np.random.rand(sampleoutnorm.shape[0], sampleoutnorm.shap
e[1])
sampleoutnorm += noise

maxepochs = 60000
learnrate = 0.035
errorfinal = 0.65 * 10 ** (-3)
samnum = 17
indim = 1
outdim = 1
hiddenunitnum = 8

w1 = 0.5 * np.random.rand(hiddenunitnum, indim) - 0.1
b1 = 0.5 * np.random.rand(hiddenunitnum, 1) - 0.1
w2 = 0.5 * np.random.rand(outdim, hiddenunitnum) - 0.1
b2 = 0.5 * np.random.rand(outdim, 1) - 0.1

errhistory = []

for i in range(maxepochs):
    hiddenout = logsig((np.dot(w1, sampleinnorm).transpose() + b1.transp
ose()))).transpose()
    networkout = (np.dot(w2, hiddenout).transpose() + b2.transpose()).tr

```

```

anspose()
    err = sampleoutnorm - networkout
    sse = sum(sum(err ** 2))

    errhistory.append(sse)
    if sse < errorfinal:
        break

    delta2 = err

    delta1 = np.dot(w2.transpose(), delta2) * hiddenout * (1 - hiddenout
)

    dw2 = np.dot(delta2, hiddenout.transpose())
    db2 = np.dot(delta2, np.ones((samnum, 1)))

    dw1 = np.dot(delta1, sampleinnorm.transpose())
    db1 = np.dot(delta1, np.ones((samnum, 1)))

    w2 += learnrate * dw2
    b2 += learnrate * db2

    w1 += learnrate * dw1
    b1 += learnrate * db1

# 误差曲线图
errhistory10 = np.log10(errhistory)
minerr = min(errhistory10)
plt.plot(errhistory10)
plt.plot(range(0, i + 1000, 1000), [minerr] * len(range(0, i + 1000, 100
0)))

ax = plt.gca()
ax.set_yticks([-2, -1, 0, 1, 2, minerr])
ax.set_yticklabels([u'$10^{-2}$', u'$10^{-1}$', u'$1$', u'$10^1$', u'$
10^2$', str(( '%.4f' % np.power(10, minerr)))]])
ax.set_xlabel('iteration')
ax.set_ylabel('error')
ax.set_title('Error History')
plt.savefig('errorhistory.png', dpi=700)
plt.close()

# 仿真输出和实际输出对比图
hiddenout = logsig((np.dot(w1, sampleinnorm).transpose() + b1.transpose(
))).transpose()

```



```

networkout = (np.dot(w2, hiddenout).transpose() + b2.transpose()).transpose()
diff = sampleoutminmax[:, 1] - sampleoutminmax[:, 0]
networkout2 = (networkout + 1) / 2
networkout2[0] = networkout2[0] * diff[0] + sampleoutminmax[0][0]
# networkout2[1] = networkout2[1] * diff[1] + sampleoutminmax[1][0]

sampleout = np.array(sampleout)

fig, axes = plt.subplots(nrows=1, ncols=1, figsize=(12, 10))
line1, = axes.plot(networkout2[0], 'k', marker=u'$\circ$')
line2, = axes.plot(sampleout[0], 'r', markeredgecolor='b', marker=u'$\star$', markersize=9)

axes.legend((line1, line2), ('simulation output', 'real output'), loc='upper left')

yticks = [0, 20, 40, 60, 80, 100, 120]
yticklabel = [u'$0$', u'$20$', u'$40$', u'$60$', u'$80$', u'$100$', u'$120$']
axes.set_yticks(yticks)
axes.set_yticklabels(yticklabel)
axes.set_ylabel(u'Safe driving speed$(10^4)$')

xticks = range(0, 18, 1)
xticklabel = range(0, 18, 1)
axes.set_xticks(xticks)
axes.set_xticklabels(xticklabel)
axes.set_xlabel(u'degree')
axes.set_title('Diagram of safe driving speed change with wind')

fig.savefig('simulation.png', dpi=500)
plt.close()

```

#### mlRegression.py: 多元线性回归分析源码

```

import pandas as pd
import numpy as np
import seaborn as sns
import matplotlib.pyplot as plt
from statsmodels.formula.api import ols
from pandas import DataFrame, Series
from sklearn.model_selection import train_test_split
from sklearn.linear_model import LinearRegression

def vif(df, col_i):

```

```

cols = list(df.columns)
cols.remove(col_i)
cols_noti = cols
formula = col_i + '~' + '+'.join(cols_noti)
r2 = ols(formula, df).fit().rsquared
return 1. / (1. - r2)

df = pd.read_csv('mm3.csv')
df.info();
df.head()

# df.boxplot()
# plt.savefig("boxplot.jpg")
# plt.show()

# sns.pairplot(df, x_vars=['weather', 'curve_speed', 'wind', 'traffic_control'], y_vars='vc', height=7, aspect=0.8, kind = 'reg')
# plt.savefig("pairplot.jpg")
# plt.show()

# print(df.corr())
lm = ols('vc ~ weather + curve_speed + wind + accident + acc_process + toll_gate + traffic_control', data=df).fit()
print(lm.params)
lm.summary()

# test_data = lm[['weather', 'curve_speed', 'wind', 'accident', 'acc_process', 'toll_gate', 'traffic_control']]
# for i in test_data.columns:
#     print(i, '\t', vif(df=test_data, col_i=i))

X_train, X_test, Y_train, Y_test = train_test_split(df.iloc[:, :7], df.vc, train_size=.50)

print("原始数据特征:", df.iloc[:, :7].shape,
      ", 训练数据特征:", X_train.shape,
      ", 测试数据特征:", X_test.shape)

print("原始数据标签:", df.vc.shape,
      ", 训练数据标签:", Y_train.shape,
      ", 测试数据标签:", Y_test.shape)

model = LinearRegression()

```

```

model.fit(X_train, Y_train)

a = model.intercept_ # 截距

b = model.coef_ # 回归系数

print("最佳拟合线:截距", a, ",回归系数: ", b)

# R 方检测
# 决定系数 r 平方
# 对于评估模型的精确度
# y 误差平方和 =  $\sum (y \text{ 实际值} - y \text{ 预测值})^2$ 
# y 的总波动 =  $\sum (y \text{ 实际值} - y \text{ 平均值})^2$ 
# 有多少百分比的 y 波动没有被回归拟合线所描述 = SSE/总波动
# 有多少百分比的 y 波动被回归线描述 = 1 - SSE/总波动 = 决定系数 R 平方
# 对于决定系数 R 平方来说 1) 回归线拟合程度: 有多少百分比的 y 波动刻印有回归线来描述(x 的波动变化)
# 2) 值大小: R 平方越高, 回归模型越精确(取值范围 0~1), 1 无误差, 0 无法完成拟合
score = model.score(X_test, Y_test)
print("score: ")
print(score)

# 对线性回归进行预测

Y_pred = model.predict(X_test)

print(Y_pred)

plt.plot(range(len(Y_pred)), Y_pred, 'b', label="predict")
# 显示图像
plt.savefig("predict.jpg")
plt.show()

plt.figure()
plt.plot(range(len(Y_pred)), Y_pred, 'b', label="predict")
plt.plot(range(len(Y_pred)), Y_test, 'r', label="test")
plt.legend(loc="upper right") # 显示图中的标签
plt.xlabel("the number of sales")
plt.ylabel('value of sales')
plt.savefig("ROC.jpg")
plt.show()

```