<u>Un problème d'identification pour une équation d'évolution linéaire dans un espace Banach</u>

<u>Abstrait</u>: Nous étudions un problème d'un paramètre d'identification relatif à l'équation d'évolution dans un espace Banach, en utilisant une information supplémentaire à propos de la solution. Pour les données assez régulières, nous procurons une solution exacte donnée par une equation intégrale Volterra, et pour les données moins réguliers, nous obtenons une solution approximative par une approche de contrôle optimale. Considérant certaines hypothèses, la caractérisation de la limite de la séquence des solutions approximatives révèle que c'est une solution au problème d'identification original. Une application a un problème inverse se produisant dans la dynamique de la population est présentée.

<u>Problème:</u> Le problème d'identification du paramètre dans un modèle mathématique dynamique décrivant un procédé réel est d'un intérêt particulier pour plusieurs sciences, de l'ingénierie à l'économie, la biologie, la médecine ou les sciences environnementales. Son approche mathématique peut être un challenge et le problème n'est pas un d'une technique particulière d'estimation. Evidemment, la solution idéale est d'obtenir une formule d'identification proche pour le paramètre, mais généralement cela peut être accompli considérant de fortes hypothèses. Expliquons cela en utilisant une formulation abstraite, en considérant l'équation d'évolution.

(Équations et légendes)

Une large classe de problèmes d'identification pour les équations d' évolution linéaire de premier-ordre dans les cas hyperboliques et paraboliques et de second-ordre a ete etudie par Angelo Favini et ses co-auteurs. Une attention particulière a été donné aux équations fortement dégénératives et récemment aux équations intégro-différentielles. Des conditions suffisantes pour l'existence et la particularité de la solution au problème d'identification ont été trouvés. Elles incluent la condition $\Phi(z(t)) \neq 0$. Sans épuiser la liste, nous pouvons citer quelques résultats: [1], [2],[3],[4][5],[8],[9],[10],[11],[12].

Dans cet article, nous discuterons la possibilité de résoudre un problème de ce genre dans deux situations. Les hypotheses generales, hormis le fait que A est un générateur du Co-semigroup dans l'espace Banach X, sont:

(Equation)

Cet article adresse la reconstruction de u, et de y, comme une solution à (1)-(2), a partir de l'observation (3). Nous appellerons le problème (IP). Un premier résultat est de résoudre ce problèmes dans sa forme exacte, sous des conditions plus fortes, dans la Section

2. Pour des hypothèses plus relâchées, incluant aussi $\Phi(z(t)) = 0$ dans certains intervalles, we introduisons une approche optimale procurant une solution approximative a (IP). La séquence de ces solutions va tendre vers la solution a (IP) si cela existe dans ce cas. Cela sera détaillé dans la SECTION 3. Finalement, dans la Section 4, nous donnerons un exemple d'application a un problème inverse relatif aux dynamiques de la population

2- Une approche directe

(Équations et légendes)

3- Une approche à contrôle optimal: Une alternative pour résoudre le problème (IP) revient a utiliser une approche à contrôle optimal en considérant le problème de minimisation.

(Equation) pour tout (u,y) satisfaisant (1)-(2)

Il est évident que si (1)-(2) a une solution unique, elle est la solution unique a (P), mais l'affirmation inverse n'est pas généralement correcte. Il n'est pas clair si (P) pourrait avoir une solution, spécialement si nous ne considérons pas que $\Phi(z(t)) \neq 0$. La manière d'obtenir une solution est d'utiliser un problème de contrôle approximatif (Pa) qui procure une solution approximative (ua*, ya*) et de vérifier si ceci pourrait approcher la solution a (P), si ce dernier en a une. Dans ce problème d'approximation, nous exigeons moins de régularité pour les données \.

Les hypothèses utilisées dans cette partie sont (i)-(iii) et X est un Banach space réfléchi. Nous soulignons que nous n'exigeons pas that $\Phi(z(t)) \neq 0$.

(Équations et légendes)

4- Applications au contrôle de la dynamique des populations: Dans cette section, nous présentons une application a un problème provenant du contrôle de la dynamique des populations. Considérons une population structurée par rapport à l'âge à, se répandant dans un habitat **Ω**, dont les dynamiques sont contrôlées par une taux de mortalité supplémentaire u(a,x), un taux de fertilité B(a) et un terme libre u(t)z(a,x) montrant un changement de population, peut être dû à des événements démographiques. Ces deux taux sont non négatifs et essentiellement délimite, $0 \leq B(a) \leq B+,\ a.e.$ a $\in (0,\ a+)$, $0 \leq u(a,x)\ \leq u+,\ a.e.$ (a,x) $\in (0, a+)\ \times \Omega$. Les équations décrivant les dynamiques de la population de densité y sont:

(Équations et légendes)