

## MODI – projekt II, zadanie 48

W pliku

[www.ia.pw.edu.pl/~maciek/modi/danestat48.zip](http://www.ia.pw.edu.pl/~maciek/modi/danestat48.zip)

znajdują się dane statyczne. Dane dynamiczne zostały podzielone na dwa zbiory: zbiór uczący i weryfikujący. Znajdują się one w plikach

[www.ia.pw.edu.pl/~maciek/modi/danedynucz48.zip](http://www.ia.pw.edu.pl/~maciek/modi/danedynucz48.zip)

[www.ia.pw.edu.pl/~maciek/modi/danedynwer48.zip](http://www.ia.pw.edu.pl/~maciek/modi/danedynwer48.zip)

W pierwszej kolumnie podano kolejne próbki sygnału wejściowego  $u$ , w drugiej kolumnie – próbki sygnału wyjściowego  $y$ .

### Zadania obowiązkowe (0-20 pkt.)

#### 1. Identyfikacja modeli statycznych:

- Narysować dane statyczne. Podzielić dane statyczne na zbiór uczący i weryfikujący, narysować te zbiory na oddzielnych rysunkach.
- Metodą najmniejszych kwadratów wyznaczyć statyczny model liniowy postaci

$$y(u) = a_0 + a_1 u$$

Narysować charakterystykę  $y(u)$ , obliczyć błędy modelu dla zbioru uczącego i weryfikującego. Pokazać na rysunkach wyjście modelu na tle dwóch zbiorów danych. Skomentować rezultaty.

- Metodą najmniejszych kwadratów wyznaczyć statyczne modele nieliniowe postaci

$$y(u) = a_0 + \sum_{i=1}^N a_i u^i$$

dla różnych stopni wielomianu  $N$ . W każdym przypadku narysować charakterystykę  $y(u)$ , obliczyć błędy modelu dla zbioru uczącego i weryfikującego (podać je w tabeli) oraz pokazać na rysunkach wyjście modelu na tle dwóch zbiorów danych. Skomentować rezultaty. Wybrać najlepszy model statyczny. Uzasadnić wybór.

#### 2. Identyfikacja modeli dynamicznych:

- Narysować dane dynamiczne: zbiór uczący i weryfikujący (na oddzielnych rysunkach).
- Metodą najmniejszych kwadratów wyznaczyć dynamiczne modele liniowe postaci

$$y(k) = \sum_{i=1}^{n_B} b_i u(k-i) + \sum_{i=1}^{n_A} a_i y(k-i)$$

pierwszego ( $n_A = n_B = 1$ ), drugiego ( $n_A = n_B = 2$ ) i trzeciego rzędu ( $n_A = n_B = 3$ ). Dla każdego modelu obliczyć błędy dla zbioru uczącego i weryfikującego w trybie bez rekurencji i z rekurencją (podać je w tabeli) oraz pokazać na rysunkach wyjście modeli na tle dwóch zbiorów danych (w trybie bez rekurencji i z rekurencją). Skomentować rezultaty. Wybrać najlepszy model liniowy z punktu widzenia dokładności (w trybie rekurencyjnym).

- Metodą najmniejszych kwadratów wyznaczyć szereg wielomianowych dynamicznych modeli nieliniowych. Rozważyć modele o różnym rzędzie dynamiki i strukturze nieliniowości, np. modele o dynamice pierwszego rzędu i różnym stopniu wielomianów

$$y(k) = w_1 u(k-1) + w_2 u^2(k-1) + w_3 y(k-1) + w_4 y^2(k-1)$$

$$y(k) = w_1 u(k-1) + w_2 u^2(k-1) + w_3 u^3(k-1)$$

$$+ w_4 y(k-1) + w_5 y^2(k-1) + w_6 y^3(k-1)$$

$$y(k) = w_1 u(k-1) + w_2 u^2(k-1) + w_3 u^3(k-1) + w_4 u^4(k-1)$$

$$+ w_5 y(k-1) + w_6 y^2(k-1) + w_7 y^3(k-1) + w_8 y^4(k-1)$$

⋮

modele o dynamice drugiego rzędu i różnym stopniu wielomianów

$$\begin{aligned}y(k) &= w_1 u(k-1) + w_2 u^2(k-1) \\&\quad + w_3 u(k-2) + w_4 u^2(k-2) \\&\quad + w_5 y(k-1) + w_6 y^2(k-1) \\&\quad + w_7 y(k-2) + w_8 y^2(k-2) \\y(k) &= w_1 u(k-1) + w_2 u^2(k-1) + w_3 u^3(k-1) \\&\quad + w_4 u(k-2) + w_5 u^2(k-2) + w_6 u^3(k-2) \\&\quad + w_7 y(k-1) + w_8 y^2(k-1) + w_9 y^3(k-1) \\&\quad + w_{10} y(k-2) + w_{11} y^2(k-2) + w_{12} y^3(k-2) \\y(k) &= w_1 u(k-1) + w_2 u^2(k-1) + w_3 u^3(k-1) + w_4 u^4(k-1) \\&\quad + w_5 u(k-2) + w_6 u^2(k-2) + w_7 u^3(k-2) + w_8 u^4(k-2) \\&\quad + w_9 y(k-1) + w_{10} y^2(k-1) + w_{11} y^3(k-1) + w_{12} y^4(k-1) \\&\quad + w_{13} y(k-2) + w_{14} y^2(k-2) + w_{15} y^3(k-2) + w_{16} y^4(k-2) \\&\quad \vdots\end{aligned}$$

modele o dynamice trzeciego rzędu itd. Ewentualnie uwzględnić wyrazy mieszane, np. postaci  $u(k-1)y(k-1)$ ,  $u^2(k-1)y(k-1)$ ,  $u(k-2)y(k-1)$ , itd. Dla każdego modelu obliczyć błędy dla zbioru uczącego i weryfikującego w trybie bez rekurencji i z rekurencją (podać je w tabeli) oraz pokazać na rysunkach wyjście modeli na tle dwóch zbiorów danych (w trybie bez rekurencji i z rekurencją). Skomentować rezultaty. Wybrać najlepszy model nieliniowy z punktu widzenia dokładności (w trybie rekurencyjnym) i ewentualnie liczby parametrów.

- d) Na podstawie uznanego za najlepszy dynamicznego modelu nieliniowego, przy wykorzystaniu metody symulacyjnej, narysować charakterystykę statyczną  $y(u)$ . Czy otrzymana charakterystyka odpowiada danym statycznym rozważanym w zadaniu 1?

### Zadanie dodatkowe (0-5 pkt.)

Przy wykorzystaniu biblioteki Keras nauczyć dynamiczny model neuronowy o jednej warstwie ukrytej. Zastosować wybraną nieliniową funkcję aktywacji warstwy ukrytej, np. tgh, ReLu lub Leaky ReLu. Rozważyć dwa przypadki: sieć „ze zbyt małą” (np. 1) i „odpowiednią” (dobrać) liczbą neuronów ukrytych. Rząd dynamiki (argumenty sieci) powinien być taki sam jak rząd dynamiki modelu wybranego w zadaniu 2c. Dla każdego modelu obliczyć błędy dla zbioru uczącego i weryfikującego w trybie bez rekurencji i z rekurencją (podać je w tabeli) oraz pokazać na rysunkach wyjście modeli na tle dwóch zbiorów danych (w trybie bez rekurencji i z rekurencją). Skomentować rezultaty.

### Uwagi:

- Wszystkie programy muszą być napisane w języku Python. Programy muszą być zamieszczone w sprawozdaniu.
- Wszystkie obliczenia i symulacje należy krótko udokumentować i omówić w sprawozdaniu.
- Do przygotowania sprawozdania można wykorzystać szablon dostępny w systemie Studia. Należy uwzględnić uwagi podane w szablonie sprawozdania.
- Do dnia 7.6.2024 (do godz. 23.59) należy w module sprawozdania systemu Studia umieścić spakowany plik, zawierający sprawozdanie w pliku pdf oraz wszystkie pliki źródłowe. Nie wysyłać innych plików, np. graficznych.
- Za każdy rozpoczęty dzień spóźnienia odejmowany jest 1 punkt.
- Projekty będą przyjmowane do dnia 10.6.2024 (do godz. 14.00).